Procesamiento en el Dominio Espacial

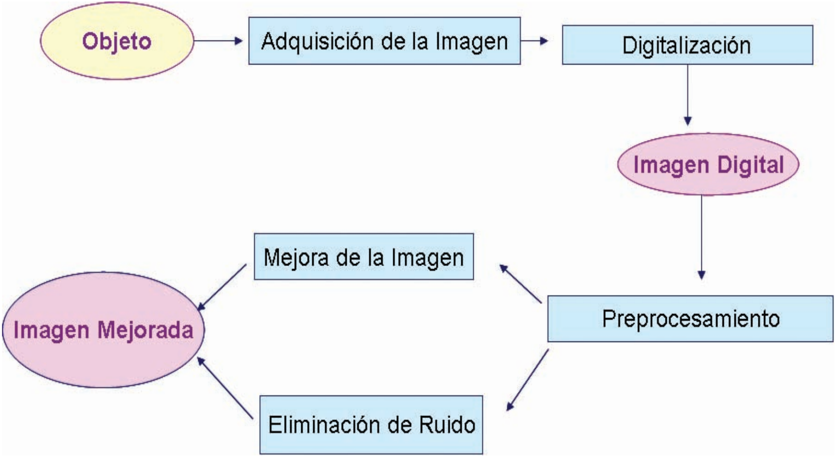
Juliana Gambini

26 de marzo de 2011

Organización

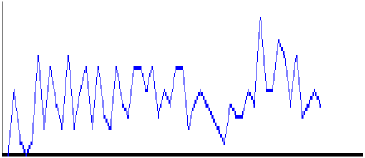
1. Métodos en el dominio espacial
   - Operaciones Fundamentales
   - Ruido de la Imagen
   - Generación de Ruido
   - Filtrado en el Dominio Espacial
   - Realce

Operaciones Fundamentales



Ruido de la Imagen

(a) Imagen Original



(b) Una línea

Ruido de la Imagen

- El ruido pequeño puede tener un impacto importante sobre la detección de bordes y regiones en las imágenes.
- El suavizado de la imagen debe ser una consideración importante antes de comenzar un algoritmo de interpretación.

Ruido de la Imagen

- Ruido: El ruido es la información no deseada que contamina la imagen.
- Variación en el nivel de gris que sufre un pixel y que no se debe al aporte lumínico de la escena.

De donde proviene?

- Por ejemplo, si la imagen es escaneada de una fotografía, el material de la película es una fuente de ruido, la película puede estar dañada o el ruido introducido por el mismo escáner.
- Si la imagen es adquirida de manera directa en formato digital, el mecanismo de adquisición de datos puede introducir ruido.
- La transmisión electrónica de datos de imágenes puede introducir ruido.

Tipos de Ruido

Aditivo

$Z = X + Y$

Multiplicativo

$Z = X * Y$

Z: nivel de gris de la imagen.

X: valor verdadero del nivel de gris.

Y: Variable aleatoria correspondiente al ruido.

Ruido

El ruido puede dividirse en dos clases:

- Ruido independiente
- Ruido que es dependiente de los datos de la imagen.

El ruido independiente de la imagen se puede describir mediante un modelo aditivo de ruido, donde la imagen registrada $f(i,j)$ es la suma de la imagen real $s(i,j)$ y el ruido $n(i,j)$:
$f(i,j) = s(i,j) + n(i,j)$

Tipos de Ruido

- Distribución Normal
- Distribución Exponencial
- Distribución Rayleigh
- Distribución Uniforme
- Salt and Pepper

Ruido Exponencial

Teniendo $\mathbf{x} \sim \mathcal{U}[0,1]$ queremos generar una variable aleatoria $\mathbf{y} \sim \mathcal{E}(\lambda)$, es decir que:

$$F_{\mathbf{y}}(y) = 1 - e^{-\lambda y} \tag{1}$$

Tomo

$$\mathbf{y} = -\frac{1}{\lambda}\log(\mathbf{x}) \tag{2}$$

entonces $F_{\mathbf{y}}(y) = P(\mathbf{y} \leq y) = P(-\frac{1}{\lambda}\log(\mathbf{x}) \leq y)=$
$=P(\log(\mathbf{x}) \geq -\lambda y) = P(\mathbf{x} \geq e^{-\lambda y})=$
$1 - e^{-\lambda y}$.

Imagen con Ruido Exponencial Multiplicativo

Dada una imagen I de $m \times n$

1. Generar $n.m$ realizaciones de variables aleatorias distribuidas unformemente: $\{x_1, \ldots, x_{n.m}\}$
2. Generar $n.m$ realizaciones de variables aleatorias distribuidas exponencial: $\{y_1, \ldots, y_{n.m}\}$
3. $I_{ruido}(i,j) = I(i,j) * y_k$

Ruido Rayleigh

Teniendo $\mathbf{x} \sim \mathcal{U}[0,1]$ queremos generar una variable aleatoria $\mathbf{y} \sim \mathcal{R}(\psi)$, es decir que:

$$F_{\mathbf{y}}(y) = 1 - e^{-\frac{y^2}{2\psi^2}} \tag{3}$$

Tomo

$$\mathbf{y} = \psi . \sqrt{-2 \log(1 - \mathbf{x})} \tag{4}$$

entonces

Ruido Rayleigh

$$F_{\mathbf{y}}(y) = P(\mathbf{y} \leq y) = P(\psi\sqrt{-2\log(1-\mathbf{x})} \leq y) = \tag{5}$$

$$= P(\mathbf{x} \leq 1 - e^{-}\frac{x^2}{2\psi^2}) = 1 - e^{-}\frac{x^2}{2\psi^2} \tag{6}$$

Ruido Gaussiano

Teniendo $\mathbf{x} \sim \mathcal{U}[0,1]$ queremos generar una variable aleatoria $\mathbf{y} \sim \mathcal{N}(0,1)$, es decir que $F_{\mathbf{y}}(y) = e^{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{-y^2}{2}}$.
Para poder hacer esto tenemos que construirnos una función de dos variables inversible. Entonces tomamos $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2\} \sim \mathcal{U}[0,1]$

$$\mathbf{y}_1 = \sqrt{-2\log(\mathbf{x}_1)}.cos(2\pi\mathbf{x}_2) \quad (7)$$
$$\mathbf{y}_2 = \sqrt{-2\log(\mathbf{x}_1)}.sen(2\pi\mathbf{x}_2) \quad (8)$$

Ruido Gaussiano (para entender)

$\mathbf{x}$ v.a. $\mathbf{y} = h(\mathbf{x})$ supongamos h inversible y creciente.
$F_{\mathbf{Y}}(y) = P(\mathbf{Y} \leq y) = P(h(x) \leq y) = P(x \leq h^{-1}(y)) = F_{\mathbf{X}}(h^{-1}(y))$
Entonces podemos calcular la función de densidad como:
$f_{\mathbf{Y}}(y) = \frac{\partial}{\partial y} F_{\mathbf{Y}}(y) = \frac{\partial}{\partial y} F_{\mathbf{X}}(h^{-1}(y))$ pero como $h^{-1}(y) = x$, y resulta:
$f_{\mathbf{Y}}(y) = f_{\mathbf{X}}(x) . \frac{\partial}{\partial y}(x)$

Ruido Gaussiano (para entender, varias variables)

$\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ v.a. $\mathbf{y} = h(\mathbf{x})$ $h : \Re^n \longrightarrow \Re^n$ inversible. Entonces:
$f_{\mathbf{Y}}(y) = f_{\mathbf{X}}(x).\left|detJ(x)\right|$
Donde J es el Jacobiano dado por:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial y_1} & \frac{\partial x_1}{\partial y_2} & \ldots & \frac{\partial x_1}{\partial y_n} \\ \frac{\partial x_2}{\partial y_1} & \frac{\partial x_2}{\partial y_2} & \ldots & \frac{\partial x_2}{\partial y_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial x_n}{\partial y_1} & \frac{\partial x_n}{\partial y_2} & \ldots & \frac{\partial x_n}{\partial y_n} \end{pmatrix}$$

Demostración (Ahora sí)

Supongamos que $\mathbf{x}_1, \ \mathbf{x}_2 \sim \mathcal{U}[0,1]$
Tomamos

$$\mathbf{y}_1 = \sqrt{-2\log(\mathbf{x}_1)}.cos(2\pi\mathbf{x}_2) \tag{9}$$

$$\mathbf{y}_2 = \sqrt{-2\log(\mathbf{x}_1)}.sen(2\pi\mathbf{x}_2) \tag{10}$$

Entonces...

Demostración (Continuación)

$$x_1 = e^{-(\frac{y_1^2+y_2^2}{2})}$$

y

$$\frac{y_1}{y_2} = tg(2\pi x_2) \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2\pi} arctg(\frac{y_2}{y_1})$$

Entonces:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Demostración (Continuación)

$$f_{\mathbf{Y}_1,\mathbf{Y}_2}(y_1, y_2) = \underbrace{f_{\mathbf{X}_1,\mathbf{X}_2}(x_1, x_2)}_{=1} . |detJ(x)|$$

Calculamos el Jacobiano:

$$\frac{\partial x_1}{\partial y_1} = e^{-(\frac{y_1^2+y_2^2}{2})}.(-y_1)$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial y_2} = e^{-(\frac{y_1^2+y_2^2}{2})}.(-y_2)$$

Demostración (Continuación)

$$\frac{\partial x_2}{\partial y_1} = -\frac{1}{2\pi}\frac{y_2}{y_1^2 + y_2^2}$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial y_2} = \frac{1}{2\pi}\frac{y_1}{y_1^2 + y_2^2}$$

$$|det(J)| = \left|\frac{1}{2\pi}e^{-(\frac{y_1^2}{2})}.e^{-(\frac{y_2^2}{2})}\right|$$

Entonces:

$$f_{\mathbf{Y}_1,\mathbf{Y}_2}(y_1, y_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-(\frac{y_1^2}{2})}.\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-(\frac{y_2^2}{2})}$$

Ruido Sal y Pimienta

Dada la Imagen I Se toman dos valore $p_0, \; p_1 \in [0,1]$.

1. Tomar $I(i,j)$ en forma aleatoria.
2. Tomar $\mathbf{x} \sim \mathcal{U}[0,1]$
3. Si $x \leq p_0$ entonces $I(i,j) = 0$
4. Si $x \geq p_1$ entonces $I(i,j) = 1$ Entonces

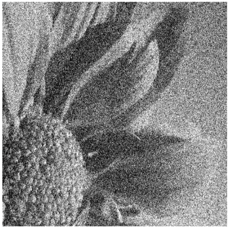
$$P(I(i,j) = 0) = P(x \leq p_0) = p_0 \tag{11}$$

$$P(I(i,j) = 1) = P(x \geq p_1) = 1 - p_1 \tag{12}$$

Ruido aditivo Gaussiano

(c) Imagen Original

(d) Ruido Gaussiano Aditvo $\sigma = 0{,}005$



(e) Ruido Gaussiano Aditvo $\sigma = 0{,}05$

Ruido Sal y Pimienta

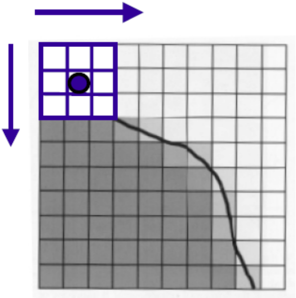
(f) Imagen Original

(g) Densidad 0,005

(h) Densidad 0,05

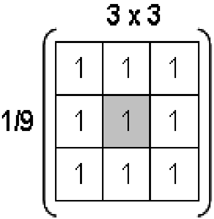
Filtrado en el Dominio Espacial

El filtrado espacial consiste en pasar una máscara con pesos, o núcleo, sobre una imagen, reemplazando el valor original del pixel de la imagen correspondiente al centro del núcleo con la suma de los valores originales de los pixeles multiplicados por los pesos de la máscara.

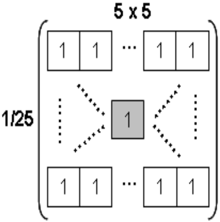


Filtro de la Media

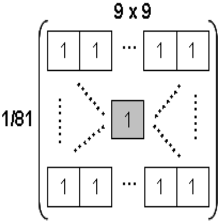
El suavizado de imágenes se utiliza normalmente bajo dos supuestos: para dar a una imagen un suavizado o efecto especial y/o para la eliminación de ruido.



(i) Máscara de 3×3



(j) Máscara de 5×5



(k) Máscara de 9×9

Filtro de la Media

El suavizado de imágenes se utiliza normalmente bajo dos supuestos: para dar a una imagen un suavizado o efecto especial y/o para la eliminación de ruido.

(l) Original

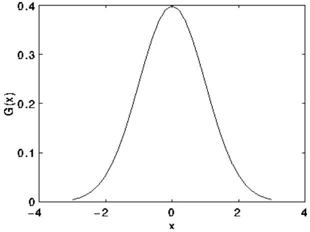
(m) 3×3

(n) 5×5

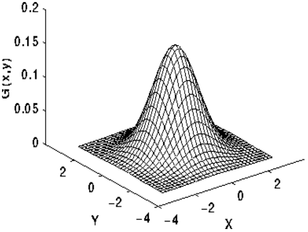
(ñ) 9×9

Filtro Gaussiano

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}} \quad G(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{\sigma^2}}$$



(o) Dimensión 1



(p) Dimensión 2

Filtro Gaussiano

El filtro Gaussiano vuelve una imagen borrosa de la misma manera que el filtro de media. El grado de suavizado está determinado por la desviación estándar de la Gaussiana.

Implementación

Cuanto más grande sea la desviación estándar, más grande debe ser el tamaño de la ventana para poder representarla con exactitud

$$\frac{1}{115}\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \\ \hline 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \\ \hline 5 & 12 & 15 & 12 & 5 \\ \hline 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \\ \hline 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \\ \hline\end{array}$$

Filtro Gaussiano

Este filtro devuelve un **promedio pesado** de cada pixel en la vecindad, con el mayor peso dado al valor del pixel central. Esto no sucede con el promedio uniformemente pesado del filtro de media. Debido a lo anterior, la Gaussiana provee un suavizado mejor porque preserva bordes mejor que un filtro de media de tamaño similar.

Ejemplos


(q) Original


(r) Media5×5


(s) Gauss5×5


(t) Media $9{\times}9$

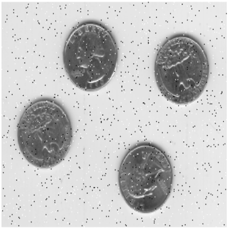

(u) Gauss $9{\times}9$

Filtro de mediana

Como el filtro de media, el filtro de mediana considera cada pixel en la vecindad. La mediana de un conjunto consiste en ordenarlos y luego tomar el valor que está en el medio. Si la cantidad de elementos del conjunto es par, entonces se toma el promedio entre los dos del medio.

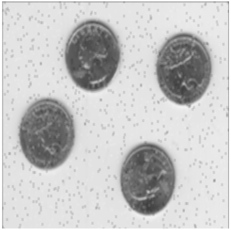
Filtros: Ejemplos

(v) Original



(w) Con Ruido Sal y Pimienta

Filtros: Ejemplos


(x) Filtro de la Media


(y) Filtro de la Mediana

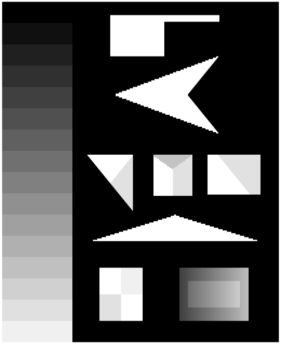
Filtros Pasaaltos

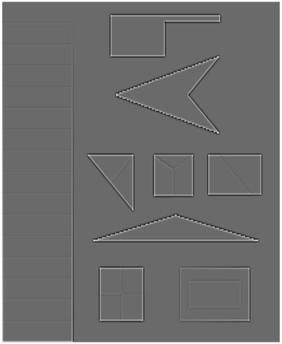
Se utilizan para destacar los detalles de una imagen o intensificar aquellos que han sido borroneados. Debe tener coeficientes positivos cerca de su centro y coeficientes negativos en la periferia, de manera que todos los elementos de la máscara sumen 0. De esa forma el valor de la respuesta será nula cuando los pixels de una región tengan los niveles gris con el mismo valor.

3 x 3

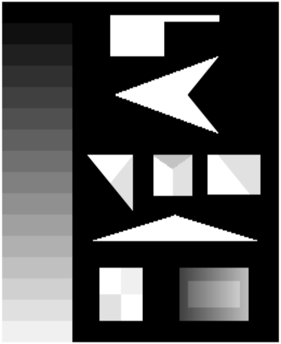
$$\frac{1}{9}\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

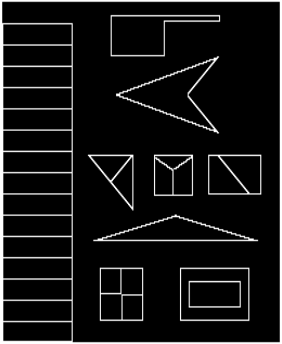
Filtros Pasaaltos: Ejemplo





Filtros Pasaaltos: Ejemplo





Filtros Pasaaltos: Ejemplo

Filtros Pasaaltos: Ejemplo