Nombre: ______________________________

Prueba # 1 LFIS 325 - Estadística para Ciencias Físicas.

1. (15 puntos) Una empresa dedicada a ensamblar circuitos integrados, desea analizar la calidad de los transistores que son comprados a un proveedor determinado. Para ello, se seleccionó una muestra aleatoria de 22 dispositivos y se realizaron ensayos para medir la temperatura máxima de unión. La siguiente tabla presenta los resultados obtenidos:

Temperatura máxima de unión (°C)	Frecuencia Absoluta	Frecuencia absoluta acumulada
[80 – 110[	3	3
[110 – 140[	4	7 (**)
[140 – 170[	6	13
[170 – 200[	9 (*)	22

   (a) (5 puntos) Confeccione un histograma. Comente.
   (b) (5 puntos) Interprete (*) y (**) en el contexto del problema.
   (c) (5 puntos) Registros de una muestra de similares condiciones, seleccionada hace dos años, indican que lal temperatura máxima de unión promedio y desviación estándar es de 136 (°C) y 8 (°C), respectivamente. Al contrastar los resultados muestrales de ambos conjuntos de datos, ¿Cuál es más homogéneo?

Solución:

a) Histograma **(4 pts)**, Comentario **(1 punto)**

b)
- (*): Cantidad de dispositivos de la muestra aleatoria cuya T° máxima de unión en $[°C]$ está entre 170 y 200. **(2 pts)**
- (**): Cantidad de dispositivos de la muestra aleatoria cuya T° máxima de unión en $[°C]$ es a lo más 140. **(3 pts)**

c) Sea Y : { T° máxima de unión en $[°C]$ de la muestra aleatoria de hace dos años}. Por enunciado sabemos que:

$$\overline{Y} = 136[°C] \qquad S_X = 8[°C]$$

Sea además, X : { T° máxima de unión en $[°C]$ de la muestra aleatoria actual }. De donde:

$$\overline{X} = 153{,}6364[°C] \qquad \sqrt{S_Y^2} = \sqrt{1069{,}5} = 32{,}7032$$

Luego, los coeficientes de variación respectivos son:

$$\textbf{(2 pts)}\ CV_X = \frac{32{,}7032}{153{,}6364} \approx 0{,}2128 \qquad \textbf{(1 pto)}\ CV_Y = \frac{8}{136} \approx 0{,}0588$$

Por lo que el conjuntos de datos de hace dos años es más homogéneo debido a que su coeficiente de variación es menor. **(2 pts)**

2. (10 puntos) Una caja contiene 8 bolas rojas, 3 blancas y 9 azules. Si se extraen 3 bolas aleatoriamente sin reemplazo, determinar la probabilidad de que:
   (a) (2 puntos) Las 3 bolas sean rojas.

(b) (2 puntos) Al menos 1 sea blanca.

(c) (3 puntos) Se extraiga una de cada color.

(d) (3 puntos) Las bolas sean extraídas en el orden rojo, blanco, azul.

Solución:

a) **(2 pts)** $\mathbb{P}(\text{Las 3 bolas sean rojas}) = \dfrac{C_3^8}{C_3^{20}} = \dfrac{14}{285} \approx 0{,}0491$

b) **(2 pts)** $\mathbb{P}(\text{ninguna blanca}) = \dfrac{C_3^{17}}{C_3^{20}} = \dfrac{34}{57}$. Así, $\mathbb{P}(\text{al menos 1 blanca}) = 1 - \dfrac{34}{57} = \dfrac{23}{57} \approx 0{,}4035$

c) **(3 pts)** $\mathbb{P}(\text{1 de cada color}) = \dfrac{C_1^8 C_1^3 C_1^9}{C_3^{20}} = \dfrac{18}{95} \approx 0{,}1894$

d) **(3 pts)** $\mathbb{P}(\text{extraer las bolas en orden rojo, blanco, azul}) = \dfrac{1}{3!}\mathbb{P}(\text{1 de cada color}) = \dfrac{1}{6}\left(\dfrac{18}{95}\right) = \dfrac{3}{95} \approx 0{,}031572$

3. (20 puntos) El 5 % de las unidades producidas en una fábrica se encuentran defectuosas cuando el proceso de fabricación se encuentra bajo control. Si el proceso se encuentra fuera de control, se produce un 30 % de unidades defectuosas. Se sabe, además, que la probabilidad de que un proceso se encuentre bajo control es de 0, 92.

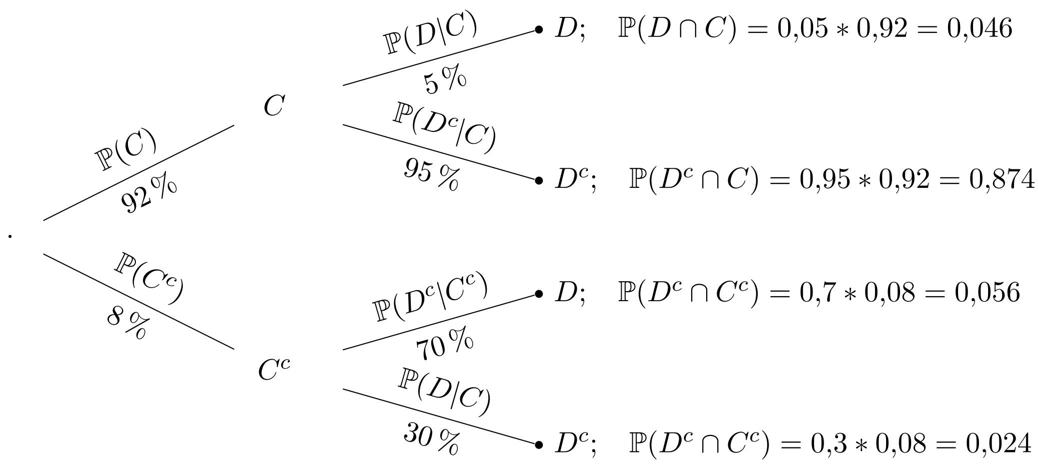
(a) (3 puntos) Defina sucesos e identifique probabilidades.

(b) (7 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que una unidad producida sea defectuosa?.

(c) (10 puntos) Si se escoge aleatoriamente una unidad y se encuentra que es defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que el proceso haya estado bajo control?

Solución:

a) Sintetizando la información por enunciado, las probabilidades respectivas están dadas por: **(1 pts)**



En donde, **(2 pts)**

C : { El proceso de fabricación se encuentra bajo control }
D : { La(s) unidad(es) producida(s) es(son) defectuosa(s) }

Y además, definiendo los sucesos complemento de forma análoga se tiene lo pedido.

b)

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(D) &= \mathbb{P}(C) * \mathbb{P}(D|C) + \mathbb{P}(C^c) * \mathbb{P}(D|C^c) \\ &= 0{,}92 * 0{,}05 + 0{,}08 * 0{,}3 \\ &= 0{,}07 \ \textbf{(7 pts)} \end{aligned}$$

c) De la pregunta anterior, $\mathbb{P}(D) = 0{,}07$ y $\mathbb{P}(D|C) = \dfrac{\mathbb{P}(D \cap C)}{\mathbb{P}(C)} = 0{,}05$ **(2 pts)**, en donde $\mathbb{P}(C) = 0{,}92$, luego $\mathbb{P}(D \cap C) = 0{,}05 * 0{,}92 = 0{,}046$ **(3 pts)** $\Rightarrow \mathbb{P}(C|D) = \dfrac{0{,}046}{0{,}07} \approx 0{,}6571$ **(5 pts)**

4. (15 puntos) El siguiente diagrama de tallo y hoja representa la distribución de los puntajes en dos pruebas aplicadas sobre los mismos estudiantes. Utilice estos datos para responder las preguntas que aparecen a continuación:

Prueba 1		Prueba 2
	2	5
5	3	0
6	4	349
	5	222345589
855322	6	1134789
998744311100	7	4
977430	8	358
	9	8

(a) (4 puntos) Identifique y clasifique la variable en estudio.

(b) (5 puntos) Indique una medida de tendencia central adecuada para la distribución de los puntajes de cada una de las pruebas. Calcule e interprete.

(c) (6 puntos) El 12 % superior recibe un reconocimiento, ¿Desde que puntaje en cada prueba se entregó el reconocimiento?

Solución:

a) Puntaje Prueba 1 : { Variable cuantitativa discreta en escala intervalar}. **(2 pts)**
Puntaje Prueba 2 : { Variable cuantitativa discreta en escala intervalar}. **(2 pts)**

b) En el caso de la prueba 1, debido a la presencia de datos extremos, la medida de tendencia central más adecuada es la mediana: **(3 pts)**

$$Me = 7{,}2$$

En el caso de la prueba 2, debido a la simetría de los datos, la medida de tendencia central más adecuada es la media: **(2 pts)**

$$\overline{X} \approx 6{,}007692$$

c) Para el cálculo del 12 % superior es necesario calcular el P_{88} para ambas pruebas, pues representa el valor mínimo para ser considerado dentro del 12 % superior. Así, Usando la fórmula:

$$P_i = X\left(\frac{i(n+1)}{100}\right)$$

En donde la posición de los percentiles es 23.76 pues son 26 puntajes en ambas pruebas. Luego, lo percentiles están dados por:

Prueba 1: $P_{88} = 8{,}55$ **(3 pts)**
Prueba 2: $P_{88} = 8{,}4$ **(3 pts)**

Problema	Puntos	Resultado
1	15	
2	10	
3	20	
4	15	
Total:	60	