Nombre: ____

Prueba #1 LFIS 325 - Estadística para Ciencias Físicas

1. (25 puntos) Tenemos los siguientes datos de ingresos (miles de pesos) de una muestra de 50 personas.

647	1891	770	901	657
1341	1411	1429	651	3501
417	338	1167	862	1216
1893	1322	1076	1159	1096
1333	510	5512	698	844
1858	1323	699	1819	851
578	943	1689	492	1203
322	1656	1649	726	326
1287	876	1809	857	885
1950	8958	447	912	666

(a) (3 puntos) Identifique y clasifique la variable en estudio.

(b) (9 puntos) Obtenga los estadísticos de tendencia central (media y mediana) y de dispersión (varianza y desviación estándar)

(c) (5 puntos) Construya un gráfico de cajas (*boxplot*) para la variable en estudio. ¿Existe evidencia de datos atípicos?

(d) (3 puntos) ¿Cuál es el estadístico de tendencia central más apropiado para este caso? Justifique su respuesta.

(e) (5 puntos) Construya una tabla de datos agrupados considerando los quintiles como clase. Considerar marca de clase, frecuencia absoluta, frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa y frecuencia relativa acumulada.

Solución: La variable en estudio es cuantitativa y contínua.

$$X : \{ \text{ Ingresos en miles de pesos } \};$$

Usando los datos, podemos obtener los siguientes estadísticos descriptivos:

- Media: $\overline{x} = 1348{,}46$
- Mediana: $Me = 1009{,}5$
- Varianza: $S^2 = \sum_{i=1}^{50} \frac{x_i - \overline{x}}{49} = 1926014$
- Desviación Estándar: $S = \sqrt{S^2} = 1387{,}809$

Debido a que la variable en estudio presenta datos atípicos, el estadístico de tendencia central más apropiado corresponde a la mediana.

La tabulación de los datos se muestra a continuación:

Clase	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
$[322 - 657[$	489.5	10	10	0.2	0.2
$[657 - 876[$	766.5	10	20	0.2	0.4
$[876 - 1216[$	1046	10	30	0.2	0.6
$[1216 - 1689[$	1452.5	10	40	0.2	0.8
$[1689 - 8958[$	5323.5	10	50	0.2	100

2. (15 puntos) Un test rápido de COVID-19 entrega un resultado positivo con un 98 % de probabilidad cuando el paciente está realmente afectado por el virus, mientras que entrega un resultado negativo con 99 % de probabilidad cuando el paciente no está afectado por COVID-19. Si un paciente es elegido al azar desde un población en la que el 0,1 % de personas padece el virus, y al aplicarle el test rápido sale positivo:
   (a) (5 puntos) Defina sucesos e identifique probabilidades.
   (b) (10 puntos) ¿Cuál es la probabilidad que la persona escogida esté realmente infectada de COVID-19?

Solución: En término probabilísticos, la información del problema puede ser escrita como:

Definimos los eventos:

$$\begin{aligned} P &:\{ \text{ Una persona escogida al azar sale positivo en el test rápido } \} \\ C &:\{ \text{ Una persona escogida al azar padece COVID-19 } \} \end{aligned}$$

Así,

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(P|C) &= 0{,}98 \\ \mathbb{P}(P|C^c) &= 1 - 0{,}99 = 0{,}01 \\ \mathbb{P}(C) &= 0{,}001 \\ \mathbb{P}(C^c) &= 1 - 0{,}001 = 0{,}999 \end{aligned}$$

La probabilidad total de ser encontrado positivo se puede obtener utilizando la ley de probabilidad total.

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(P) &= \mathbb{P}(P|C)\mathbb{P}(C) + \mathbb{P}(P|C^c)\mathbb{P}(C^c) \\ &= 0{,}98 * 0{,}001 + 0{,}01 * 0{,}999 \\ &= 0{,}00098 + 0{,}00999 = 0{,}01097 \end{aligned}$$

Luego, usando la regla de Bayes, se tiene:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(C|P) &= \frac{\mathbb{P}(P|C)\mathbb{P}(C)}{\mathbb{P}(P} \\ &= \frac{0{,}98 * 0{,}001}{0{,}01097} = \frac{0{,}00098}{0{,}01097} \\ &\approx 0{,}08933 \end{aligned}$$

3. (15 puntos) Con el fin de analizar una nueva propuesta, un importante empresa decide convocar una reunión con cinco ingenieros, cuatro físicos y tres matemáticos. En dicha reunión, se acuerda conformar una comisión para estudiar la factibilidad del proyecto, que estará integrada por tres profesionales. El directorio cree que la elección de los integrantes debe ser aleatoria, no obstante, se piensa que al emplear este criterio de selección se pueden dar ciertos sesgos profesionales.
   (a) (2 puntos) Defina el experimento aleatorio y su espacio muestral
   (b) (4 puntos) ¿Cuál es la probabilidad que la comisión tenga los tres tipos de profesionales?

(c) (4 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la comisión quede formada por exactamente dos personas de igual profesión?

(d) (5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la comisión quede compuesta por al menos dos personas de profesiones distintas?

Solución: El experimento aleatorio ε : Elección de tres profesionales al azar

$$\Omega : \{(I_1, I_2, I_3); (I_1, I_2, I_4); (I_1, I_2, I_5); (F_1, F_2, I_3); (F_1, M_2, I_3); \dots\}$$

Definiendo los eventos:

A : { La comisión queda compuesta por profesionales de distintas carreras }
B : { La comisión queda compuesta por exactamente dos personas de igual profesión }

Se tiene que las probabilidades pedidas son:

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(A) &= \frac{\binom{5}{1}\binom{4}{1}\binom{3}{1}}{\binom{12}{3}} = 0{,}273, \\
\mathbb{P}(B) &= \frac{\binom{5}{2}\binom{7}{1} + \binom{4}{2}\binom{8}{1} + \binom{3}{2}\binom{9}{1}}{\binom{12}{3}} = 0{,}659, \\
\mathbb{P}(A \cup B) &= 0{,}273 + 0{,}659 = 0{,}932
\end{aligned}$$

4. (5 puntos) Describa los enfoques de la probabilidad

Problema	Puntos	Resultado
1	25	
2	15	
3	15	
4	5	
Total:	60	