

Ejercicios Variables Aleatorias

1. Sea X una variable aleatoria discreta que tiene la siguiente función de cuantía:

$$P_X(1) = \frac{1}{2} \quad P_X(2) = \frac{1}{4} \quad P_X(3) = \frac{1}{8} \quad P_X(4) = \frac{1}{8}$$

- (a) Encontrar y graficar la función de distribución acumulada $F_X(x)$ de la variable aleatoria X .
(b) Encontrar $P(X \leq 1)$, $P(1 < X \leq 3)$, $P(1 \leq X \leq 3)$
2. (a) Verificar que la función $p(x)$ definida por:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} \left(\frac{1}{4}\right)^x & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & e.o.c. \end{cases}$$

- (b) Encontrar $P(X = 2)$, $P(X \leq 2)$, $P(X \geq 1)$
3. Consideramos el lanzamiento de una moneda repetidamente. Sea X la variable aleatoria que denota el número de lanzamientos requeridos hasta que aparezca la primera cara.
- (a) Encontrar y Graficar la función de cuantía $P_X(x)$ y la función de distribución $F_X(x)$ de X .
(b) Encontrar $P(1 < X \leq 4)$, $P(X > 4)$.
4. Considerar la variable aleatoria discreta X cuya función de cuantía está dada por:

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & x = -1, 0, 1 \\ 0 & e.o.c. \end{cases}$$

- (a) Graficar $p_X(x)$ y encontrar la esperanza y varianza de X .
(b) Respetir (a) si la función de cuantía está dada por:
- $$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & x = -2, 0, 2 \\ 0 & e.o.c. \end{cases}$$
5. Sea X la variable aleatoria que denota el resultado del lanzamiento de un dado justo. Encontrar la esperanza y varianza de X .
6. Considere que una variable X toma los valores: $-3, -1, 2, 5$ con las probabilidades respectivas:

$$\frac{2k-3}{10}, \frac{k-2}{10}, \frac{k-1}{10}, \frac{k+1}{10}$$

- a) Determine la distribución de probabilidad de X .
b) Encuentre el valor esperado de X .
c) Encuentre la varianza de X .

7. Suponga que una variable aleatoria X tiene una distribución probabilística discreta dada por la siguiente función:

$$\mathbb{P}(X = k) = \begin{cases} Cx^2, & \text{si } x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

- a) Encuentre el valor de la constante C , de forma que $\mathbb{P}(X)$ sea una función de cuantía para la variable aleatoria X .
- b) Determine el valor de probabilidad de las siguientes expresiones:
- (i) $\mathbb{P}(X = 5)$
 - (ii) $\mathbb{P}(X > 2)$
 - (iii) $\mathbb{P}(X \geq 2)$
 - (iv) $\mathbb{P}(X \geq 3)$
 - (v) $\mathbb{P}(1 < X \leq 5)$
8. Se enumeran cartas del uno al cinco. Se sacan dos cartas al azar sin reposición. Sea X la suma de los números obtenidos.
- a) Encuentre la distribución de probabilidad de X .
- b) Encuentre la esperanza de X .
- c) Encuentre la varianza de X .
9. Un jugador lanza dos monedas equilibradas, el jugador gana dos pesos si ocurren dos caras y un peso si ocurre una cara. Por otra parte el jugador pierde 3 pesos si no ocurren caras. Encuentre el valor esperado de la ganancia del jugador. ¿Es el juego justo? (el juego es justo si no pierde dinero, favorable si gana dinero o desfavorable si pierde dinero).