Universidad de Valparaíso
Facultad de Ciencias
Instituto de Estadística

2021/01
Prof. Eloy Alvarado Narváez

Nombre: ____________________

Prueba #1 LFIS 325 - Estadística para Ciencias Físicas

1. (30 puntos) Una empresa dedicada al mantenimiento de máquinas industriales está encargada de supervisar los equipos utilizados en dos fábricas para construir circuitos integrados. Los encargados de cada fábrica seleccionaron aleatoriamente un conjunto de 24 máquinas para someterlas a análisis. Luego de realizar los experimentos de rigos, se obtuvo la siguiente información:

V_1 : Fábrica (A,B)
V_2 : Potencia del equipo (B: baja, M: media, A: alta)
V_3 : Temperatura de funcionamiento (Celcius)

Máquina	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
V_1	A	B	A	A	B	B	A	B	B	A	A	B
V_2	A	B	A	M	M	A	B	A	M	A	B	A

Máquina	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
V_1	A	B	B	A	A	B	A	B	B	A	B	A
V_2	M	A	B	A	M	B	B	M	A	M	M	B

Temperatura de funcionamiento	Potencia del equipo		
	Baja	Media	Alta
$[10-15)$	2	1	0
$[15-20)$	3	2	1
$[20-25)$	1	2	1
$[25-30)$	1	2	3
$[30-35)$	0	1	4

(a) (6 puntos) Identifique y clasifique cada una de las variables:

(b) (6 puntos) Mediante un gráfico apropiado, compare la distribución de la temperatura de funcionamiento para las potencias baja y alta. Comente.

(c) (6 puntos) Calcule la temperatura promedio para cada nivel de potencia

(d) (6 puntos) Si el análisis se concentra en los equipos de potencia media y alta, ¿Qué porcentaje tiene una temperatura de funcionamiento entre 21 y 33 grados Celcius?

(e) (6 puntos) En un estudio anterior, la temperatura de funcionamiento promedio para equipos de alta potencia alcanzó los 26 grados Celcius, con una desviación estándar de 3 grados Celcius. Compare la homogeneidad de la muestra actual con la del estudio mencionado anteriormente.

Solución: V_1 : { Fábrica en la que se construyen circuitos integrados }, variable cualitativa en escala nominal.
V_2 : { Potencia de los equipos utilizados en dos fábricas para construir circuitos integrados }, variable cualitativa en escala ordinal.
V_3 : { Temperatura de funcionamiento en grados Celcius de los equipos utilizados en dos

fábricas para construir circuitos integrados }, variable cuantitativa continua en escala intervalar.Para datos agrupados se tiene que:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i m_i}{n}$$

En donde k es la cantidad de clases o intervalos, n_i la frecuencia absoluta de la clase $i-$ésima y m_i la marca de clase $i-$ésima.

- **Potencia Baja:** $\overline{x} = \dfrac{12,5 * 2 + 17,5 * 3 + \cdots + 27,5 * 1}{9} = \dfrac{127,5}{7} = 18,2\ °\mathrm{C}$
- **Potencia Media:** $\overline{x} = \dfrac{12,5 * 1 + 17,5 * 2 + \cdots + 32,5 * 1}{8} = \dfrac{180}{8} = 22,5\ °\mathrm{C}$
- **Potencia Alta:** $\overline{x} = \dfrac{17,5 * 1 + 22,5 * 1 + \cdots + 32,5 * 4}{9} = \dfrac{252,5}{9} = 28,1\ °\mathrm{C}$

Como el estudio se concentra sólo en equipos de potencia Media y Alta, podemos juntar las frecuencias de estas potencias, esto es:

Temperatura de Funcionamiento (C)	Frecuencia Absoluta (Potencia Media y Alta)
10-15	1
15-20	3
20-25	3
25-30	5
30-35	5

Debemos obtener los percentiles asociados a las temperaturas 21 °C y 33 °C. Para ello utilizamos:

$$P_j = LI + \left(\frac{\frac{n * j}{100} - N_{i-1}}{n_i} \right) a$$

En donde P_j son las temperaturas (°C), j es el percentil $j-$ésimo, n el número total de máquinas de potencia media y alta, N_{i-1} la frecuencia absoluta acumulada hasta la clase percentil anterior y a la amplitud del intervalo. Reemplazando con los datos necesarios, se tiene:

- **Temperatura 21(°C)**:

$$21 = 20 + \left(\frac{\frac{17 * j}{100} - 4}{3} \right) * 5$$

  Despejando para j, se obtiene: $j = 27,06\,\%$

- **Temperatura 33(°C)**:

$$33 = 30 + \left(\frac{\frac{17 * i}{100} - 12}{5} \right) * 5$$

  Despejando para i, se obtiene: $i = 88,24\,\%$
  Luego, el porcentaje de equipos de potencia media y alta que tienen temperatura entre 21 °C y 33 °C es $(88,24 - 27,06)\,\% = 61,18\,\%$

Del enunciados sabemos que:

$$CV_1 = \frac{3}{26} = 0,12$$

En donde CV_1 representa el coeficiente de variación según un estudio anterior. Necesitamos obtener el coeficiente de varianción de la temperatura de funcionamiento (°C) de los equipos de alta potencia. Por item c) sabemos que $\overline{x} = 28,1$°C .Utilizamos:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \overline{x})^2}{n-1}$$

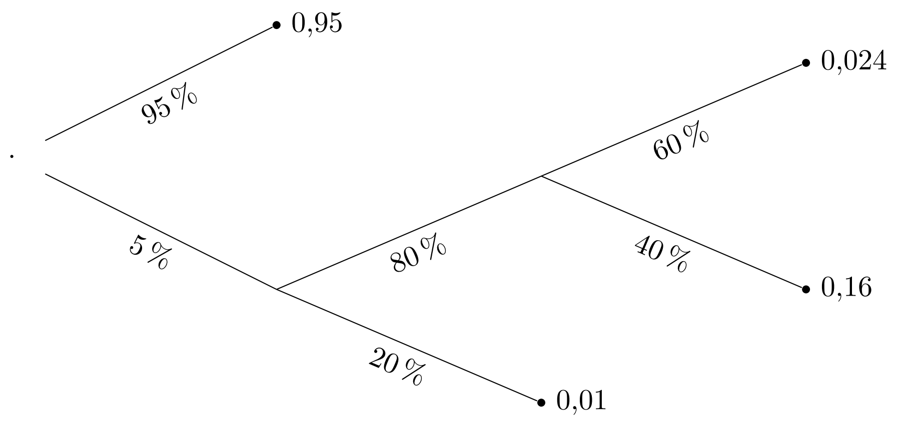
Y el hecho que los datos están agrupados, por lo que se asume que los datos son la marca de clase del intervalo al que pertenecen. Calculando la varianza:$S^2 = 27,8 \Rightarrow S = 5,3$°C. Por lo que su coeficiente de varianción es:

$$CV_2 = \frac{5,3}{28,1} = 0,19$$

Finalmente, se concluye que la homogeneidad de la temperatura de funcionamiento (°C) para equipos de alta potencia en el estudio anterior es menor a la obtenida en el estudio más reciente, ya que $CV_1 < CV_2$. Apriori, podemos aseverar que la homegeneidad de los datos antiguos es mayor a la actual.

2. (20 puntos) Los cinturones de seguridad utilizados en la fabricación de aviones son ligeramente prensados para que queden se cierren lo suficiente y así evitar que se aflojen debido a vibraciones. Suponga que el 95 % de todos los cinturones de seguridad pasan una inspección inicial. Del 5 % que fracasa, el 20 % están tan defectuosos que deben ser desechados. Los cinturones restantes se envían a reparación, de los cuales el 40 % no pueden ser arreglados y deben ser descartados. El otro 60 % de estos cinturones de seguridad son reparados y posteriormente pasan la inspección.
   (a) (10 puntos) ¿Cual es la probabilidad de que un cinturón de seguridad futuro pase la inspección, ya sea inicialmente o después de ser reparado?
   (b) (10 puntos) Dado que un cinturón de seguridad pasó la inspección. ¿Cuál es la probabilidad de que haya pasado la inspección inicial y no haya sido necesaria una reparación?

Solución: Podemos visualizar el proceso mediante un diagrama de árbol de la siguiente manera:



Si definimos los eventos:

$$\begin{aligned}
I &: \{\text{El cinturón de seguridad pasa la inspección}\} \\
II &: \{\text{El cinturón de seguridad pasa la inspección inicialmente}\} \\
III &: \{\text{El cinturón de seguridad pasa la inspección tras reparación}\} \\
R &: \{\text{El cinturón de seguridad pasa a reparación}\} \\
AR &: \{\text{El cinturón de seguridad es corregido tras la reparación}\}
\end{aligned}$$

Entonces, la primera probabilidad pedida puede ser expresada como:

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(I)) &= \mathbb{P}(II \cup III) \\
&= \mathbb{P}(II) + \mathbb{P}(II^c \cap R \cap AR) \\
&= 0{,}95 + 0{,}05 * 0{,}8 * 0{,}6 \\
&= 0{,}974
\end{aligned}$$

La segunda probabilidad pedida puede ser expresada como:

$$\mathbb{P}(\text{ No necesite reparación } \mid I\ ) = \frac{\mathbb{P}(II)}{\mathbb{P}(I)} = \frac{0{,}95}{0{,}974} = 0{,}9754$$

3. (10 puntos) Los empleados de una empresa constructora están divididos en tres divisiones: administración, operación y ventas. La siguiente tabla indica el número de empleados en cada división clasificados por género:

	Mujer	Hombre	Totales
Administración	20	30	50
Operación	60	140	200
Ventas	100	50	150

Si se escoge un empleado al azar:

(a) (2 puntos) ¿Cuál es la probabilidad que el empleado sea mujer?

(b) (2 puntos) ¿Cuál es la probabilidad que el empleado sea hombre?

(c) (2 puntos) ¿Cuál es la probabilidad que el empleado trabaje en operación?

(d) (2 puntos) ¿Cuál es la probabilidad que el empleado sea mujer y que trabaje en ventas?

(e) (2 puntos) ¿Cuál es la probabilidad que el empleado sea hombre y trabaje en administración?

Solución: La probabilidad de que el empleado sea mujer es: $\mathbb{P}(M) = 180/400$

La probabilidad de que el empleado sea hombre es: $\mathbb{P}(H) = 220/400$

La probabilidad de que el empleado trabaje en operación es: $\mathbb{P}(O) = 200/400$

La probabilidad de que el empleado sea mujer y trabaje en ventas es: $\mathbb{P}(M \cap V) = 100/400$

La probabilidad de que el empleado sea mujer y trabaje en ventas es: $\mathbb{P}(H \cap A) = 30/400$

Problema	Puntos	Resultado
1	30	
2	20	
3	10	
Total:	60	