Universidad de Valparaíso
Facultad de Ciencias
Instituto de Estadística
Profesor: Eloy Alvarado

**Ejercicios Distribuciones Conocidas**

1. Durante los últimos años, se ha logrado establecer que el 30% de los alumnos que ingresan por primera vez a cierta Universidad, reprueban todas las asignaturas de primer semestre. Si, en el segundo semestre, se elige al azar a 15 alumnos que ingresaron el semestre anterior a la Universidad.

   a) ¿Cuál es la probabilidad que sólo 5 de ellos hayan reprobado todas las asignaturas de primer semestre?

   b) ¿Cuál es la probabilidad que a lo más 13 hayan reprobado todas las asignaturas de primer semestre?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que 8 o más hayan reprobado todas las asignaturas?
   Revisar pdf p.102

2. Sólo el 30% de la población de una gran ciudad, piensa que el sistema de transporte masivo es adecuado.

   a) Si 20 personas son seleccionadas aleatoriamente de dicha población, encuentre la probabilidad de que 5 o menos, piensen que el sistema es adecuado.
   Notar que el problema puede ser resuelto por medio de una distribución Binomial.

$$P[X = k] = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$P[X \leq 5] = \sum_{k=0}^{5} \binom{20}{k} 0.3^k (0.7)^{20-k} \approx 0.41$$

   b) Encuentre la probabilidad de que exactamente 6 piensen que el sistema es adecuado.

$$P[X = 6] = \binom{20}{6} 0.3^6 (0.7)^{20-6} \approx 0.19$$

3. En un estudio invernal de una tienda, se determinó que un articulo se pide en promedio cinco veces por semana (de 5 días), de acuerdo a una distribución Poisson. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día especifico, el articulo.

   a) Se pida más de cinco veces.

   b) No se pida.
   Revisar pdf p.106

4. Supongamos que los clientes llegan aleatoriamente a ser atendidos en un sistema de servicio, con una media de 2.6 clientes por hora, de acuerdo a una distribución Poisson. El sistema tiene capacidad para atender a 5 personas por hora. Si más de cinco personas llegan durante una hora determinada no pueden recibir servicio.

   a) En una hora dada, ¿cuál es la probabilidad que un cliente no pueda recibir servicio?

$$P(X < 5) = 1 - P(X \leq 5) \approx 5\%$$

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que durante un período determinado de una hora, el servidor esté ocioso?

$$P(X = 0) \approx 7.4\%$$

5. La duración de un laser semiconductor a potencia constante tiene una distribución normal con media 7.000 horas y desviación estándar de 600 horas.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que el laser falle antes de 5.000 horas?

   b) ¿Cuál es la duración en horas excedida por el 99% de los laser?
   Revisar pdf p.116

   c) Si se hace uso de tres laser en un producto y se supone que fallan de manera independiente. ¿Cuál es la probabilidad de que los tres sigan funcionando después de 6700 horas?

6. La cantidad semanal que una compañía gasta en mantenimiento y reparaciones tiene una distribución normal con media US$400 y desviación estándar US$20. El presupuesto para cubrir los gastos de reparación para la semana siguiente es US$430.

   a) ¿Cuál es la probabilidad que los costos reales sean mayores que la cantidad prevista?

   $$P[X \geq 430] = 1 - P[X \leq 430] = 1 - P[\frac{X-400}{20} \leq \frac{430-400}{20}]$$

   $$1 - P[X \leq 430] = 1 - P[Z \leq 1.5] = 1 - 0.9332 \approx 0.07$$

   b) ¿Cuánto debería ser el presupuesto semanal para que sea sobrepasado sólo 1 vez de cada 1000?

   $$0.001 = 1 - 0.999 = 1 - P[Z \leq 3.09]$$

   Despejamos $y$ de la siguiente ecuación

   $$3.09 = (y - 400)/20$$

   Obteniendo el valor de 461.8

7. Se sabe que el diámetro de claveles de una variedad A producida por un floricultor, puede ser representada por una variable aleatoria cuya distribución es la normal con media 6.0 cm. y desviación estándar 0.3 cm

   a) ¿Qué porcentaje de claveles A del floricultor tiene un diámetro entre 6.5 y 6.8 cm.?

   $$P[6.5 \leq X \leq 6.8] = P[X \leq 6.8] - P[X \leq 6.5] \approx 0.044$$

   b) Por no alcanzar el mínimo diámetro exigible por un país europeo, el floricultor sólo puede exportar el 25% de diámetro superior de su producción. ¿Cuál es ese diámetro mínimo exigido?

   $$0.25 = 1 - P[X \leq m]$$
   $$P[X \leq m] = 0.75$$
   $$m = 6.20$$

   c) Suponga que si el floricultor desea entregar el 40% de su producción bajo las condiciones fijadas en b), debe hacer cambios para lograr aumentar su diámetro. ¿Cuánto debería ser el nuevo diámetro medio de los claveles? (Suponga que la desviación estándar se mantiene igual)

   $$0.40 = 1 - P[X \leq 6.20]$$
   $$P[X \leq 6.20] = 0.60$$
   $$P[Z \leq \frac{6.2 - \overline{x}}{0.3}] = 0.6$$
   $$0.25 \leq \frac{6.2 - \overline{x}}{0.3}$$
   $$\overline{x} \approx 6.12$$

8. Un ingeniero ha determinado que el peso, en gramos, del residuo diario de cierto proceso industrial, es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con media 180 gramos y desviación estándar 25 gramos. En el período de dos años, el 15% de los días en que el residuo es menor, resulta que está por debajo de un valor $P_{min}$, mientras que el 25% de los días en que es mayor, sobrepasa a un valor $P_{max}$. Obtenga:

   a) $P_{min}$

   $$P[X \leq P_{min}] = 0.15$$
   $$P_{min} \approx 154.1$$

   b) $P_{max}$

   $$P[X \leq P_{max}] = 0.75$$
   $$P_{max} \approx 196.9$$

9. La cantidad de líquido que una máquina de llenado automático deposita en latas de una bebida gaseosa tienen una distribución normal con media 3.67 decílitros y desviación estándar de 0.03 decílitros.

   a) ¿Cuál es la probabilidad que el volumen depositado sea menor que 3.55 decílitros?

   $$P[X \leq 3.55] = 0.00003$$

   b) Si se desechan todas las latas que tienen menos de 3.58 decílitros o más de 3.73 decílitros, ¿Cuál es el porcentaje de latas desechadas?

   $$P[3.58 \leq X \leq 3.73] \approx 2.4\%$$

   c) Calcule las especificaciones de llenado (simétricas alrededor de la media), de modo que se incluya el 99% de todas las latas.

   $$P[Linf \leq X \leq Lsup] = 1\%$$
   $$Lsup = 3.75$$
   $$Linf = 3.59$$