

Ejercicios Adicionales, Variables Aleatorias Bivariadas

1. La función de probabilidad conjunta de dos variables aleatorias discretas X, Y está dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} cxy & x = 1, 2, 3; y = 1, 2, 3 \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

- a) Hallar la constante c .
- b) $\mathbb{P}(X = 2, Y = 3)$
- c) $\mathbb{P}(1 \leq X \leq 2, Y \leq 2)$
- d) $\mathbb{P}(X \geq 2)$
- e) $\mathbb{P}(Y < 2)$
- f) $\mathbb{P}(X = 1)$
- g) $\mathbb{P}(Y = 3)$

2. Sean X, Y variables aleatorias continuas que tienen función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x^2 + y^2) & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

Determinar

- a) la constante c .
- b) $\mathbb{P}\left(X < \frac{1}{2}, Y > \frac{1}{2}\right)$
- c) $\mathbb{P}\left(\frac{1}{4} < X < \frac{3}{4}\right)$
- d) $\mathbb{P}\left(Y < \frac{1}{2}\right)$
- e) Si X, Y son independientes.

3. Si:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

Hallar la función de densidad condicional de:

- a) X dada Y
- b) Y dada X

4. Sea

$$f(x, y) = \begin{cases} \exp^{-(x+y)} & x \geq 0, y \geq 0 \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

La función de densidad conjunta de X, Y . Hallar la función de densidad condicional de:

- a) X dada Y
- b) Y dada X