

[20] En un estudio institucional, se desea estimar la media y total del número de publicaciones de la universidad. Para ello, se realizó un muestreo con probabilidades desiguales proporcional al tamaño del conglomerado. Las 27 unidades académicas de la Universidad varían en tamaño de 2 a 92 profesionales. Utilizando el método de Lahiri se escogió 10 UPM con probabilidad proporcional al tamaño del conglomerado y con reemplazo, luego se realizó un muestreo aleatorio simple de 4 (o menos, si $M_i < 4$) profesionales para cada unidad académica. Cada vez que se repite la unidad académica, se obtiene un submuestra diferente. La variable y representa el número de publicaciones.

Unidad Académica	M_i	ψ_i	y_{ij}
14	65	0,0805452	3, 0, 0, 4
23	25	0,0309789	2, 1, 2, 0
9	48	0,0594796	0, 0, 1, 0
14	65	0,0805452	2, 0, 1, 0
16	2	0,0024783	2, 0
6	62	0,0768278	0, 2, 2, 5
14	65	0,0805452	1, 0, 0, 3
19	62	0,0768278	4, 1, 0, 0
21	61	0,0755886	2, 2, 3, 1
11	41	0,0508055	2, 5, 12, 3

- (a) (20 puntos) Estime el número total de publicaciones en la Universidad y obtenga una cota para error de estimación.

Solución: Bajo un muestreo con probabilidades desiguales, se tiene:

$$\hat{t}_{\psi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{Q_i} \frac{\hat{t}_{ij}}{\psi_i}$$

Por lo que,

$$\hat{t}_{\psi} = 361,0263$$

y su varianza estará dada por:

$$\widehat{\mathbb{V}}[\hat{t}_{\psi}] = \frac{1}{n} \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{Q_i} \left(\frac{\hat{t}_{ij}}{\psi_i} - \hat{t}_{\psi} \right)^2$$

Así,

$$\widehat{\mathbb{V}}[\hat{t}_{\psi}] = 16172,75$$

Luego, una cota para el error de estimación estará dado por:

$$2 * \sqrt{16172,75}$$