

[20] El consumo de gasolina de cierto tipo de vehículos de transporte se distribuye aproximadamente normal. Si una muestra aleatoria de 64 vehículos tiene un consumo promedio de 16 $[kms/litro]$ con una desviación estándar de 6 $[kms/litro]$.

- (a) (5 puntos) Encuentre un intervalo de confianza del 92 % para el consumo medio de gasolina de todos los vehículos de este tipo.
- (b) (5 puntos) Determine un intervalo de confianza del 94 % para la varianza.
- (c) (10 puntos) ¿De qué tamaño debe ser la muestra si queremos tener 95 % de seguridad que el error de estimación no supere 0.5 $[kms/litro]$?

Solución: Por enunciado podemos definir:

$X : \{\text{Consumo de gasolina de cierto tipo de vehículos de transporte en kms/litro}\}$

con $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Para la construcción del intervalo de confianza, notamos que no se conoce la varianza muestral y que el tamaño de muestra puede ser considerado grande ($n > 50$), por lo que el intervalo de confianza estará dado por:

$$\left[\bar{x} \pm Z_{1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

Basados en la muestra, se tiene que: $\bar{x} = 16$, $s = 6$, $n = 64$ y $\alpha = 0,08$. Así, el intervalo de confianza es aproximadamente:

$$[14,68375; 17,31625]$$

Por lo tanto, podemos afirmar con un 92 % de confianza que el consumo medio de cierto tipo de vehículos de transporte se encuentra aproximadamente entre 14.68 y 17.32 $[kms/litro]$.

Para el caso de la varianza, la forma general del intervalo tiene la forma:

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}; \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)} \right]$$

Así, reemplazando con los datos muestrales cambiando sólo el nivel de significancia $\alpha = 0,06$, obtenemos:

$$[27,22689; 56,02767]$$

Aproximando a los valores más cercanos en la tabla de probabilidades. Por lo que, podemos afirmar con un 94 % de confianza que la varianza del consumo medio de cierto tipo de vehículos de transporte se encuentra aproximadamente entre 27.22 y 56.03 $[kms/litro]$.

Finalmente por enunciado sabemos que para calcular el tamaño muestral se debe plantear:

$$Z_{1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq 0,5$$

En donde, reemplazando con los datos muestrales y despejando el tamaño muestral se obtiene que $n \approx 554$.