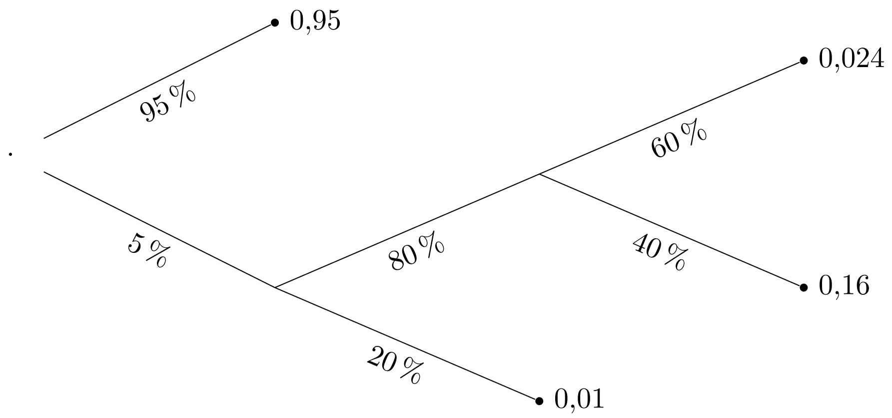
[20] Los cinturones de seguridad utilizados en la fabricación de aviones son ligeramente prensados para que queden se cierren lo suficiente y así evitar que se aflojen debido a vibraciones. Suponga que el 95 % de todos los cinturones de seguridad pasan una inspección inicial. Del 5 % que fracasa, el 20 % están tan defectuosos que deben ser desechados. Los cinturones restantes se envían a reparación, de los cuales el 40 % no pueden ser arreglados y deben ser descartados. El otro 60 % de estos cinturones de seguridad son reparados y posteriormente pasan la inspección.

(a) (5 puntos) ¿Cual es la probabilidad de que un cinturón de seguridad futuro pase la inspección, ya sea inicialmente o después de ser reparado?

(b) (5 puntos) Dado que un cinturón de seguridad pasó la inspección. ¿Cuál es la probabilidad de que haya pasado la inspección inicial y no haya sido necesaria una reparación?

Solución: Podemos visualizar el proceso mediante un diagrama de árbol de la siguiente manera:



Si definimos los eventos:

$$
\begin{aligned}
I &:\{\text{El cinturón de seguridad pasa la inspección}\}\\
II &:\{\text{El cinturón de seguridad pasa la inspección inicialmente}\}\\
III &:\{\text{El cinturón de seguridad pasa la inspección tras reparación}\}\\
R &:\{\text{El cinturón de seguridad pasa a reparación}\}\\
AR &:\{\text{El cinturón de seguridad es corregido tras la reparación}\}
\end{aligned}
$$

Entonces, la primera probabilidad pedida puede ser expresada como:

$$
\begin{aligned}
\mathbb{P}(I) &= \mathbb{P}(II \cup III)\\
&= \mathbb{P}(II) + \mathbb{P}(II^c \cap R \cap AR)\\
&= 0{,}95 + 0{,}05 * 0{,}8 * 0{,}6\\
&= 0{,}974
\end{aligned}
$$

La segunda probabilidad pedida puede ser expresada como:

$$\mathbb{P}(\text{ No necesite reparación } \mid I\ ) = \frac{\mathbb{P}(II)}{\mathbb{P}(I)} = \frac{0{,}95}{0{,}974} = 0{,}9754$$