

[25] El diámetro de cierto eje mecánico, medido en centímetros, se distribuye $N(2,79; 0,01^2)$. Un inspector de calidad establece que si las medidas del diámetro están en el rango $[2,74; 2,8]$ entonces se consideran en buen estado.

- (a) (5 puntos) Defina la variable aleatoria en estudio.
- (b) (10 puntos) Si se producen 1000 ejes. ¿Cuántos ejes se espera sean defectuosos?
- (c) (10 puntos) Diariamente, el inspector de calidad examina 10 ejes, y si encuentra que 3 o más ejes no cumplen con las especificaciones para ser considerados en buen estado, entonces recomendará una inspección a mayor escala. ¿Cuál es la probabilidad de que no se recomiende una inspección a mayor escala?

Solución: Sea X la variable en estudio, entonces:

$$X : \{ \text{Diámetro de cierto eje mecánico en centímetros} \}, X \sim N(2,79; 0,01^2)$$

Para obtener el número esperado de ejes defectuosos, primero notamos que si:

$$2,74 < X < 2,8$$

Entonces el eje se considerará en buen estado. Por lo que la probabilidad que un eje esté defectuoso está dada por:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X \leq 2,74) + \mathbb{P}(X \geq 2,8) &= \mathbb{P}\left(\frac{X - 2,79}{0,01} \leq \frac{2,74 - 2,79}{0,01}\right) + \mathbb{P}\left(\frac{X - 2,79}{0,01} \geq \frac{2,8 - 2,79}{0,01}\right) \\ &= \mathbb{P}(Z \leq -5) + \mathbb{P}(Z \geq 1) \\ &= \mathbb{P}(Z \geq 1) \\ &= 1 - \mathbb{P}(Z \leq 1) \\ &= 1 - 0,8413 \\ &= 0,1587 \end{aligned}$$

Luego, la cantidad de ejes que se esperan sean defectuoso es:

$$1000 * 0,1587 = 158,7 \approx 159$$

Finalmente, para obtener la probabilidad de que no se recomiende una inspección a mayor escala. Notamos que si definimos la variable aleatoria Y , como:

$$Y : \{ \text{Cantidad de ejes en buen estado de una muestra de tamaño 10} \}$$

Entonces, $Y \sim \text{Bin}(10; 0,1587)$. Luego, no se recomendará una inspección a mayor escala si $Y \leq 2$. Por lo que basta encontrar:

$$\mathbb{P}(Y \leq 2) = 0,8202$$

El cual puede ser fácilmente obtenido al utilizar la tabla de probabilidad binomial ($p \approx 0,15$)