

[20] Dos dentistas A y B hicieron una encuesta para investigar el estado de los dientes de 200 niños. El dentista A seleccionó una muestra aleatoria sin reemplazo de 20 niños y contó el número de dientes con caries de cada niño, obteniendo los siguientes resultados:

| | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| N° de dientes con caries por niño | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| N° niños | 8 | 4 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

El dentista B, utilizando las mismas técnicas dentales y los resultados obtenidos por el dentista A, examinó a los 200 niños y sólo registró aquellos que **no tenían caries**, encontrando que 60 niños no tenían dientes dañados.

- (a) (10 puntos) ¿Qué dentista obtiene estimaciones más precisas del número total de dientes con caries en los niños?
- (b) (10 puntos) Realice las estimaciones anteriores mediante intervalos de confianza al 95 %. Comente.

Solución: Para el dentista A, la estimación del número total de dientes con caries es:

$$\hat{\tau} = N\bar{x} = 200 * \frac{0 * 8 + 1 * 4 + \dots + 10 * 1}{20} = 200 * 2,1 = 420$$

y el error de estimación estará dado por:

$$2 * \sqrt{\widehat{\mathbb{V}}(\hat{\tau})} = 2 * \sqrt{N^2 \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{\hat{s}^2}{N}} = 2 * \sqrt{200^2 \left(1 - \frac{20}{200}\right) \frac{8,62}{20}} = 2 * 123,04$$

Para el dentista B, se considera la subpoblación restante de 140 niños con caries, tras eliminar del total inicial los 60 que no tenían caries. En cuanto a la muestra, hay que eliminar de la distribución inicial a los ocho niños que tienen cero caries (20-8=12). La distribución muestral de frecuencia de esta subpoblación restante está dada por:

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| N° de dientes con caries por niño | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| N° niños | 4 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Por lo que se tiene que $N_1 = 140$ y $n_1 = 12$, luego:

$$\hat{\tau}_1 = N_1 \bar{x}_1 = 140 * \frac{1 * 4 + \dots + 10 * 1}{12} = 140 * 3,5 = 490$$

y error de estimación estará dado por:

$$2 * \sqrt{\widehat{\mathbb{V}}(\hat{\tau}_1)} = 2 * \sqrt{N_1^2 \left(1 - \frac{n_1}{N_1}\right) \frac{\hat{s}_1^2}{N_1}} = 2 * \sqrt{140^2 \left(1 - \frac{12}{140}\right) \frac{9,545}{12}} = 2 * 419,370$$

Finalmente, los intervalos de confianza pedidos están dados por:

$$IC(\tau) = \hat{\tau} \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\widehat{\mathbb{V}}(\hat{\tau})}$$

resultando los intervalos:

Dentista A: $IC(\tau) = 420 \pm 1,96 * 123,04$

Dentista B: $IC(\tau) = 490 \pm 1,96 * 419,37$