

[25] En un estudio sociológico, una muestra sistemática 1 cada 50 fue obtenida desde los registros municipales para determinar el número total de familias que arriendan sus viviendas en determinada comuna. Sea $y_i = 1$ si la familia en el i -ésimo hogar arrienda y sea $y_i = 0$ en caso contrario. Se sabe que existen 15200 hogares en la comuna. Los resultados de la muestra pueden ser resumidos en:

$$\sum_{i=1}^{304} y_i = 88$$

- (a) (15 puntos) Estime el número total de familias que arriendan sus viviendas y obtenga un intervalo de confianza del 95 % para esta cantidad. Justifique su respuesta.
- (b) (10 puntos) ¿Es posible afirmar que la proporción de familias que arriendan su hogar es superior al 30 %?

Solución: La estimación del total estará dado por:

$$\hat{\tau} = N\hat{p} = 15200 * \frac{88}{304} = 4400$$

Luego, la varianza del total estará dada por:

$$\widehat{\mathbb{V}}(N\hat{p}) = N^2\widehat{\mathbb{V}}(\hat{p})$$

en donde se tiene que:

$$\widehat{\mathbb{V}}(\hat{p}) = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n - 1} = 0,0006652313$$

Por lo que un intervalo del 95 % de confianza estará dado por:

$$[4400 \pm 1,96 * 0,02579208] = [4399,949; 4400,051]$$

Para el segundo item, debemos plantear un test de hipótesis unilateral de la forma:

$$H_0 : p \leq 0,3 \quad H_1 : p > 0,3$$

Así, el estadístico de prueba bajo H_0 ES:

$$E = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\widehat{\mathbb{V}}(\hat{p})}} \sim N(0, 1)$$

reemplazando,

$$E = -0,408122$$

Usando $\alpha = 0,05$, comparamos nuestro estadístico de prueba con el cuantil:

$$Z_{1-\alpha} \approx 1,65$$

Finalmente, como $E \not> Z_{1-\alpha}$ no rechazamos nuestra hipótesis nula, por lo que no existe evidencia estadística suficiente para afirmar que la proporción de familias que arriendan su hogar es superior al 30 %.