

[30] Se sabe que el tiempo de reacción de un humano, en segundos, se puede modelar mediante una distribución normal. Un psicólogo estima que la desviación estándar del tiempo de reacción es 0,05 [s]. En un estudio posterior, se toma una muestra aleatoria de 25 personas, la cual resulta tener un tiempo medio de reacción de 0,5 [s].

- (a) (10 puntos) Construya un intervalo de confianza del 95 % para el tiempo medio de reacción humano.
- (b) (10 puntos) ¿Con que nivel de confianza podemos afirmar que el tiempo medio de reacción está entre $0,5 \pm 0,03$ [s]?
- (c) (10 puntos) ¿Es posible suponer que el tiempo medio de reacción difiere de 0,55 [s]? Utilice una confianza del 95 %. Utilice: $-t_{1-\alpha/2}(n-1) = t_{\alpha/2}(n-1)$

Solución:

$X : \{\text{Tiempo de reacción humano en [s]}\}.$

- a) El intervalo de confianza estará dado por:

$$IC(\mu)_{(1-\alpha)100\%} = \left[\bar{X} \pm t_{1-\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

Así, reemplazando con los datos dados por enunciado: $s = 0,05$ [s], $n = 25$, $\bar{X} = 0,5$ [s], el intervalo de confianza pedido es:

$$IC(\mu)_{(1-\alpha)100\%} = [0,5 \pm 2,064 * 0,01] = [0,47936; 0,52064]$$

- b) El intervalo dado es: $[0,47; 0,53]$, por lo que se tiene que:

$$0,53 - 0,47 = 2 * t_{1-\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Luego, reemplazando con los datos dados por enunciado, se tiene que $3 \approx t_{1-\alpha/2}(24)$. Buscando el valor más cercano en la tabla de probabilidad t-student se tiene que:

$$0,998 = 1 - \alpha/2 \Rightarrow \alpha = 0,004$$

Por lo que el nivel de confianza pedido es 99,6 %

- c) Planteando las hipótesis:

$$H_0 : \mu = 0,55 \quad H_1 : \mu \neq 0,55$$

Nuestro estadístico de prueba está dado por: $t = \frac{0,5 - 0,55}{0,05/\sqrt{25}} = -5$, y rechazaremos la hipótesis nula si $t \leq t_{\alpha/2}(n-1)$ o $t \geq t_{1-\alpha/2}(n-1)$. Luego como $t_{0,975}(24) = 2,064 \Rightarrow t_{0,025}(24) = -2,064$. Así, dado que $t \leq -2,064$, rechazamos nuestra hipótesis nula.