

[15] Un test rápido de COVID-19 entrega un resultado positivo con un 98 % de probabilidad cuando el paciente está realmente afectado por el virus, mientras que entrega un resultado negativo con 99 % de probabilidad cuando el paciente no está afectado por COVID-19. Si un paciente es elegido al azar desde una población en la que el 0,1 % de personas padece el virus, y al aplicarle el test rápido sale positivo:

- (a) Defina sucesos e identifique probabilidades.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad que la persona escogida esté realmente infectada de COVID-19?

Solución: En términos probabilísticos, la información del problema puede ser escrita como:
Definimos los eventos:

$P : \{ \text{Una persona escogida al azar sale positivo en el test rápido} \}$

$C : \{ \text{Una persona escogida al azar padece COVID-19} \}$

Así,

$$\mathbb{P}(P|C) = 0,98$$

$$\mathbb{P}(P|C^c) = 1 - 0,99 = 0,01$$

$$\mathbb{P}(C) = 0,001$$

$$\mathbb{P}(C^c) = 1 - 0,001 = 0,999$$

La probabilidad total de ser encontrado positivo se puede obtener utilizando la ley de probabilidad total.

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(P) &= \mathbb{P}(P|C)\mathbb{P}(C) + \mathbb{P}(P|C^c)\mathbb{P}(C^c) \\ &= 0,98 * 0,001 + 0,01 * 0,999 \\ &= 0,00098 + 0,00999 = 0,01097\end{aligned}$$

Luego, usando la regla de Bayes, se tiene:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(C|P) &= \frac{\mathbb{P}(P|C)\mathbb{P}(C)}{\mathbb{P}(P)} \\ &= \frac{0,98 * 0,001}{0,01097} = \frac{0,00098}{0,01097} \\ &\approx 0,08933\end{aligned}$$