

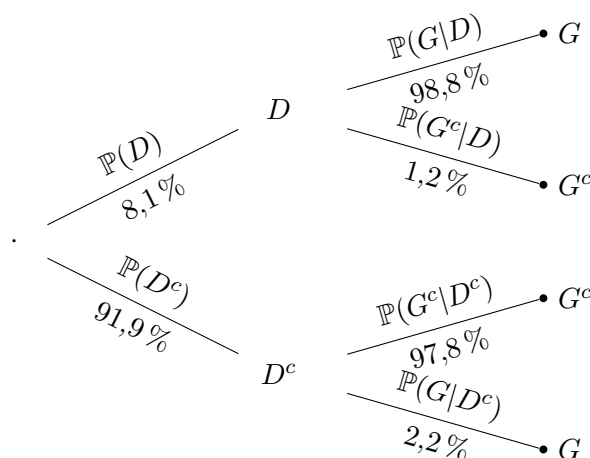
[15] Suponga que un día despierta con fuerte dolor de cabeza, síntoma que atribuye a una gripe común.

Revisando reportes de organismos de salud, indican que el 80 % de las personas con gripe común presentan dolor de cabeza como uno de sus síntomas.

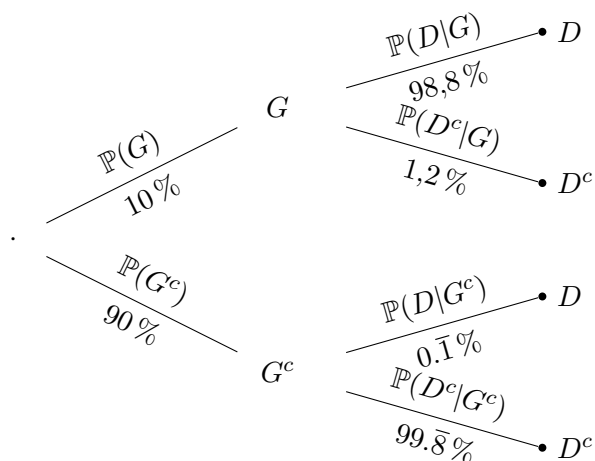
Otra información relevante es que la prevalencia de la gripe común es de un 10 %. Además que la afección del dolor de cabeza es de un 8,1 % en la población.

- (5 puntos) Defina sucesos e identifique las probabilidades.
- (5 puntos) Determine la probabilidad de tener gripe común dado que sufre de dolor de cabeza.
- (5 puntos) Determine la probabilidad de no tener gripe dado que no sufre de dolor de cabeza.

Solución: Sintetizando la información del enunciado tenemos



Alternativamente, se puede establecer el diagrama de árbol alternando los eventos, esto es:



Podemos definir los eventos del siguiente modo:

D: { La persona que presenta dolor de cabeza. }

G: { La persona que presenta gripe común. }

Las probabilidades asociadas son:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(D) &= 0,081 \\ \mathbb{P}(D^c) &= 1 - 0,081 = 0,919 \\ \mathbb{P}(G) &= 0,1 \\ \mathbb{P}(G^c) &= 1 - 0,1 = 0,9 \\ \mathbb{P}(D|G) &= 0,8 \\ \mathbb{P}(D^c|G) &= 0,2\end{aligned}$$

Por la definición del teorema de Bayes y la información que podemos obtener del enunciado, tenemos que:

$$\mathbb{P}(G|D) = \frac{\mathbb{P}(D|G)\mathbb{P}(G)}{\mathbb{P}(D)} = \frac{0,8 * 0,1}{0,081} = 0,988$$

y,

$$\mathbb{P}(G^c|D) = 1 - \mathbb{P}(G|D) = 0,012$$

Además sabemos que:

$$\mathbb{P}(G^c) = \mathbb{P}(G^c|D)\mathbb{P}(D) + \mathbb{P}(G^c|D^c)\mathbb{P}(D^c)$$

Así,

$$0,9 = 0,012 * 0,081 + \mathbb{P}(G^c|D^c) * 0,919$$

Finalmente,

$$\mathbb{P}(G^c|D^c) = (0,9 - 0,012 * 0,081)/0,919 = 0,978$$