[20] La cantidad promedio que se coloca en un recipiente es de 20 gr. Se escogen 25 recipientes al azar y si el peso promedio es menor a 19.8 gr o mayor a 20.2 gr se considera *fuera de control*. El proceso se puede aproximar como una distribución normal con una desviación estándar de 0,5 gr.

(a) (10 puntos) Calcule el nivel de confianza del intervalo para que el proceso se encuentre *bajo control*.

Un operario saca las 25 muestras y calcula un promedio de 20,1 gr y la desviación estándar 0,7 gr.

(b) (5 puntos) Asuma que la media poblacional es desconocida. ¿Existe evidencia estadística para afirmar que la media es mayor a 20 gr con un 95 % de confianza?

(c) (5 puntos) Con un 95 % de confianza ¿Ha aumentado la variabilidad del proceso?

Solución: Por enunciado podemos definir:

$$X : \{\text{Peso de contenido en recipiente medido en gramos}\}$$

Con distribución $X \sim N(20, 0{,}5^2)$. El intervalo de confianza es el siguiente:

$$IC = [19{,}8; 20{,}2] = 20 \pm Z_{1-\alpha/2} \frac{0{,}5}{\sqrt{25}}$$

Despejando tenemos:

$$Z_{1-\alpha/2} = 2$$

Por lo tanto, $\alpha \approx 0{,}045$.

Para determinar si el promedio ha aumentado de valor procedemos a realizar el siguiente test de hipótesis:

$$H_0 : \mu \leq 20 \qquad H_1 : \mu > 20$$

El estadístico calculado $Z = \dfrac{20{,}1 - 20}{0{,}5/\sqrt{25}} = 1$

Se rechaza H_0 si $Z > Z_{1-\alpha} = 1{,}65$. Por lo tanto, no hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula.

Luego, para verifica si ha aumentado la variabilidad, realizamos el siguiente test de hipótesis:

$$H_0 : \sigma \leq 0{,}5 \qquad H_1 : \sigma > 0{,}5$$

El estadístico calculado es $\chi^2 = \dfrac{(n-1)s^2}{0{,}5^2} = 47{,}04$

Se rechaza H_0 si $\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha/2, n-1} = 39{,}36$. Por lo tanto existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula de que la varianza es igual o menor que 0,5.