

[20] La cantidad promedio que se coloca en un recipiente es de 20 gr. Se escogen 25 recipientes al azar y si el peso promedio es menor a 19.8 gr o mayor a 20.2 gr se considera *fuera de control*. El proceso se puede aproximar como una distribución normal con una desviación estándar de 0,5 gr.

- (a) (10 puntos) Calcule el nivel de confianza del intervalo para que el proceso se encuentre *bajo control*.

Un operario saca las 25 muestras y calcula un promedio de 20,1 gr y la desviación estándar 0,7 gr.

- (b) (5 puntos) Asuma que la media poblacional es desconocida. ¿Existe evidencia estadística para afirmar que la media es mayor a 20 gr con un 95 % de confianza?
- (c) (5 puntos) Con un 95 % de confianza ¿Ha aumentado la variabilidad del proceso?

**Solución:** Por enunciado podemos definir:

$$X : \{\text{Peso de contenido en recipiente medido en gramos}\}$$

Con distribución  $X \sim N(20, 0,5^2)$ . El intervalo de confianza es el siguiente:

$$IC = [19,8; 20,2] = 20 \pm Z_{1-\alpha/2} \frac{0,5}{\sqrt{25}}$$

Despejando tenemos:

$$Z_{1-\alpha/2} = 2$$

Por lo tanto,  $\alpha \approx 0,045$ .

Para determinar si el promedio ha aumentado de valor procedemos a realizar el siguiente test de hipótesis:

$$H_0 : \mu \leq 20 \quad H_1 : \mu > 20$$

El estadístico calculado  $Z = \frac{20,1 - 20}{0,5/\sqrt{25}} = 1$

Se rechaza  $H_0$  si  $Z > Z_{1-\alpha} = 1,65$ . Por lo tanto, no hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula.

Luego, para verificar si ha aumentado la variabilidad, realizamos el siguiente test de hipótesis:

$$H_0 : \sigma \leq 0,5 \quad H_1 : \sigma > 0,5$$

El estadístico calculado es  $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{0,5^2} = 47,04$

Se rechaza  $H_0$  si  $\chi^2 > \chi_{1-\alpha/2, n-1}^2 = 39,36$ . Por lo tanto existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula de que la varianza es igual o menor que 0,5.