

# Politechnika Warszawska

## Informatyka II

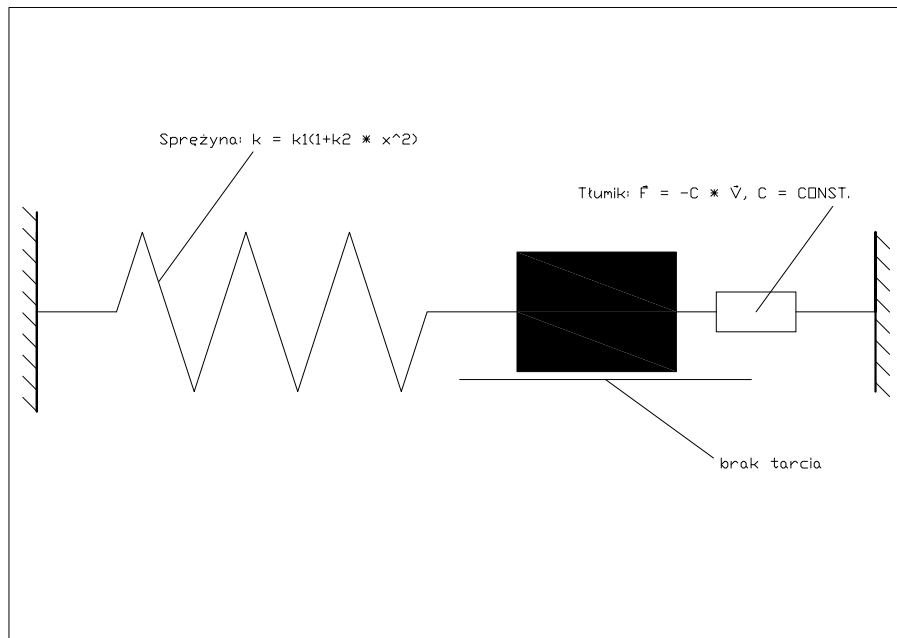
### UKŁAD ZE SPRĘŻYNĄ O NIELINIOWEJ CHARAKTERYSTYCIE I TŁUMIKIEM

**Marcin Kurkowicz 333565**

Prowadzący: Dr hab. inż. Tomasz Waławczyk

Data oddania: **16.06.2024 r.**

# 1 Opis problemu



Charakterystyka nieliniowa sprężyny:  $k = k_1(1 + k_2x^2)$

## 2 Równania ruchu i energii

Siła wywierana na masę przez sprężynę:

$$F_s = -kx = -k_1(1 + k_2x^2)x$$

Siła wywierana na masę przez tłumik:

$$F_t = -c\dot{x}$$

Równanie ruchu (na podstawie II zasady dynamiki Newtona):

$$m\ddot{x} = F_s + F_t = -k_1(1 + k_2x^2)x - c\dot{x}$$

Otrzymujemy równanie drugiego stopnia możliwe do przekształcenia na układ równań pierwszego rzędu:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \frac{1}{m}(-k_1(1 + k_2x^2)x - cy) \end{cases} \quad (1)$$

Energia kinetyczna:

$$E_k = \frac{m\dot{x}^2}{2}$$

Energia potencjalna sprężyny:

$$E_p = \int k_1(1 + k_2x^2)x \cdot dx = \int (k_1x + k_1k_2x^3) dx = \frac{k_1x^2}{2} + \frac{k_1k_2x^4}{4}$$

Całkowita energia mechaniczna:

$$E = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{k_1x^2}{2} + \frac{k_1k_2x^4}{4}$$

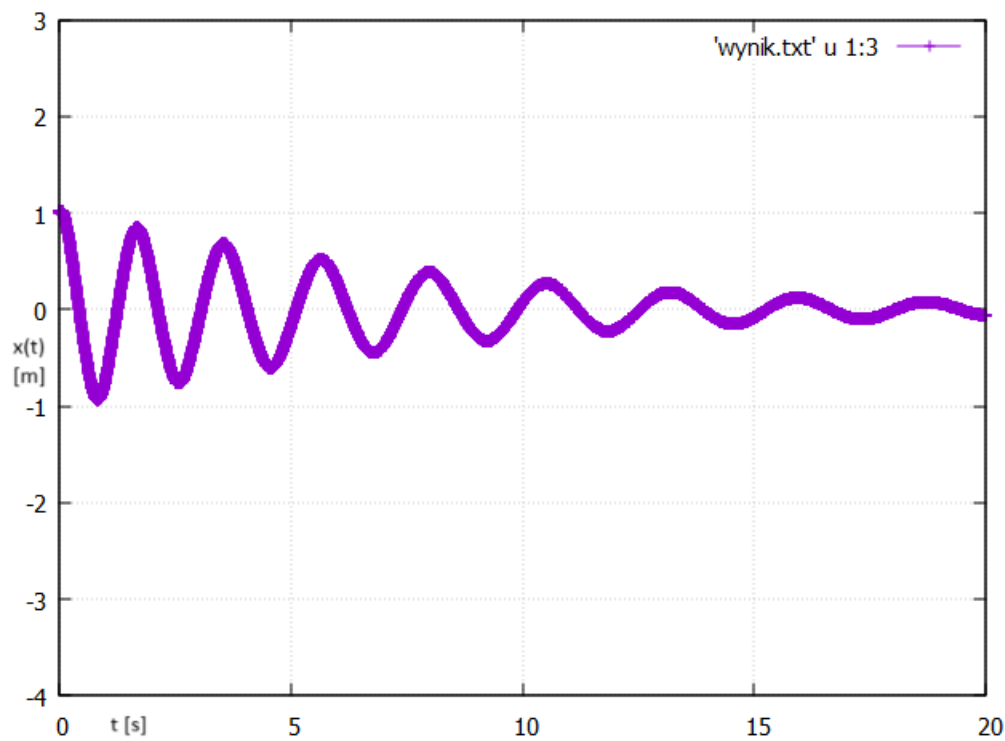
### 3 Metoda Obliczeniowa

Układ równań został scałkowany przy pomocy metody Runge-Kutta 4-tego rzędu. Czas całkowania: 20s. Krok całkowania:  $\frac{20s}{20000}$ .

### 4 Wyniki

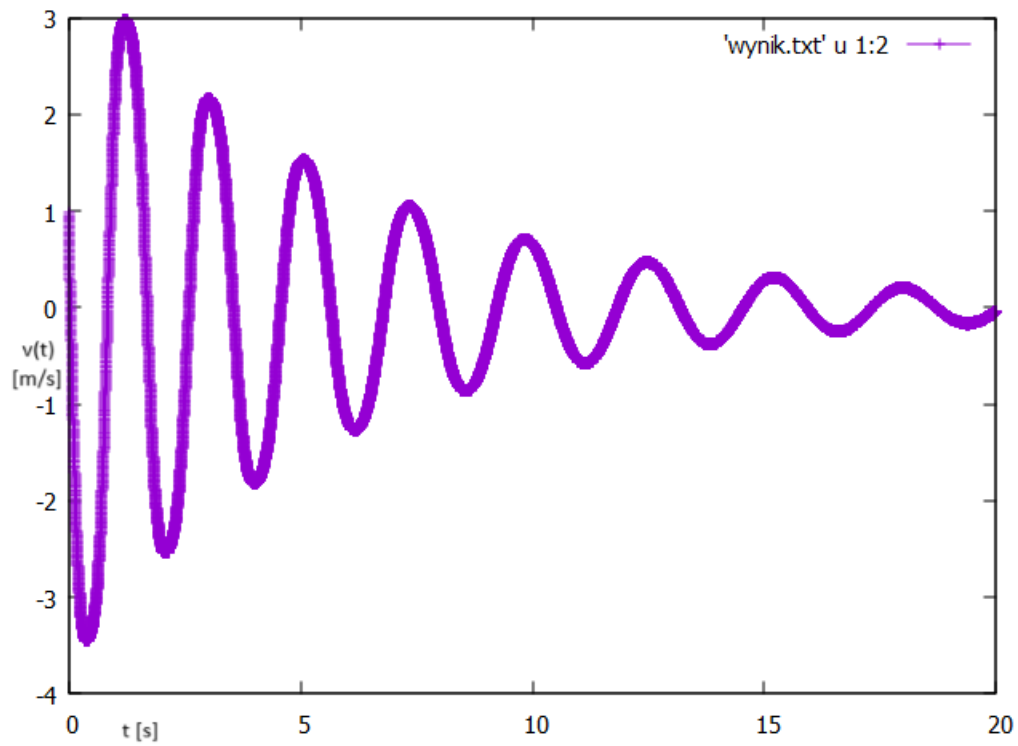
Symulacja została przeprowadzona dla  $k_1 = 5$   $k_2 = 3$   $c = 0.3$   $m = 1$ . Warunki początkowe przyjmujemy jako  $x(0) = 1 \wedge \dot{x}(0) = 1$

Dla sprężyny z takimi parametrami możemy zaobserwować wykładniczy spadek. Częstotliwość zmienia się wraz z maksymalnym wychyleniem, czego efektem są zwiększające się odstępstwa pomiędzy przejściami przez punkt równowagi.



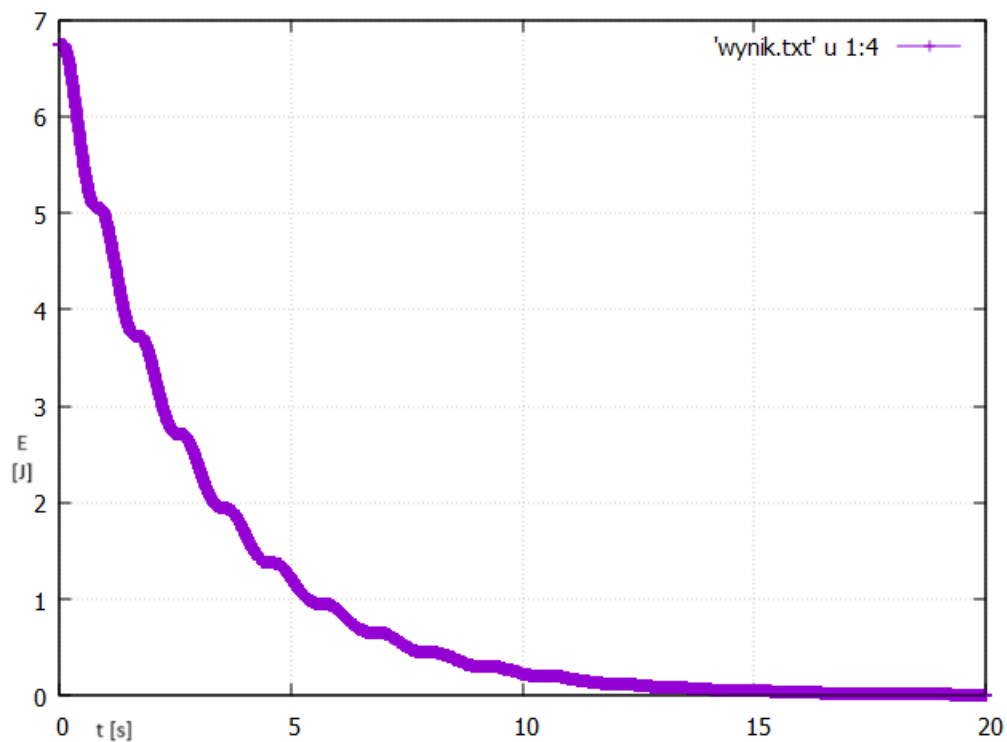
Wykres 1:  $x(t)$

Na wykresie prędkości od czasu możemy zaobserwować, że prędkość osiąga maksima oraz minima w punktach zerowych wykresy położenia od czasu.

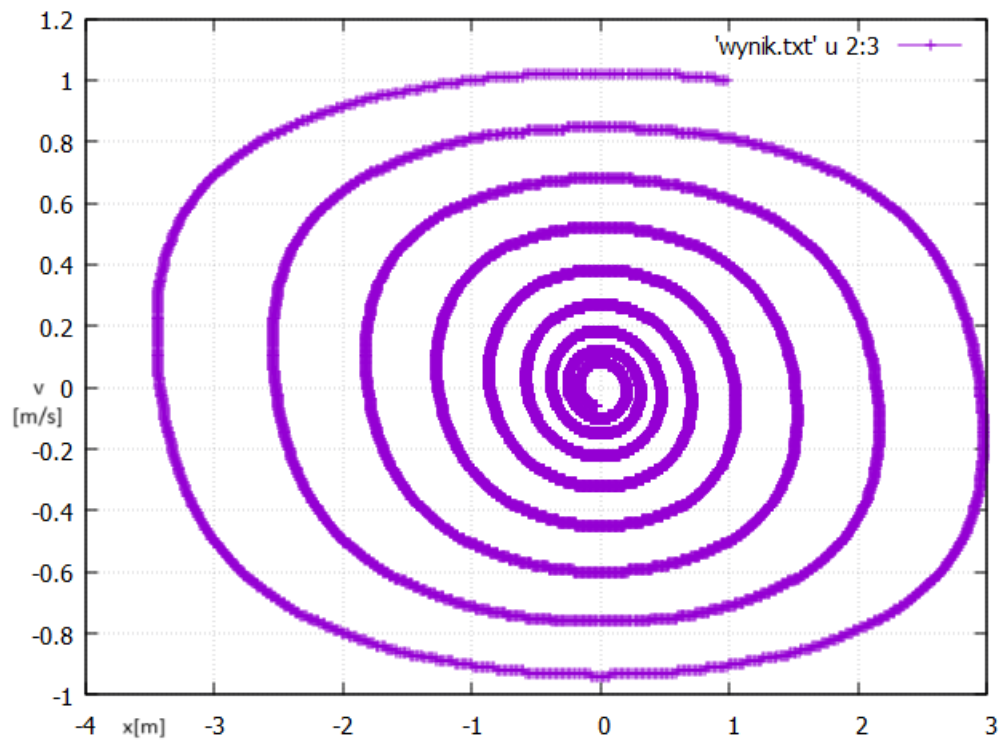


Wykres 2:  $v(t)$

Ze względu na zastosowanie tłumika, w układzie energia spada w przybliżeniu wykładniczo w zależności od czasu. Widać wyraźne spadki w ekstremach prędkości:

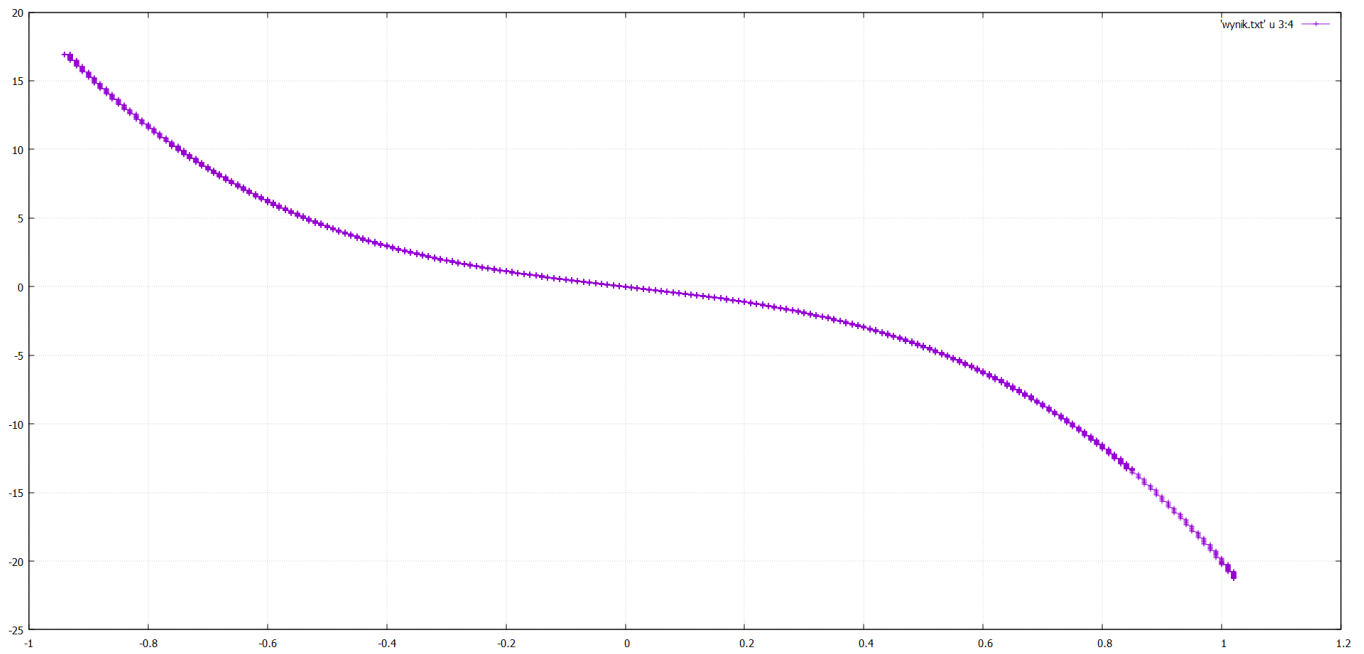
Wykres 3:  $E[J]$

W przestrzeni fazowej możemy zauważyć trajektorię przyjmującą spiralny kształt, schodzący do zera.



Wykres 4:  $v[m/s], x[m]$

Wykres przedstawiający nieliniową charakterystykę sprężyny



Wykres 5:  $F[N], x[m]$