+	上	$(-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
上	1				
$[-\infty,d]$	1	$[-\infty, b+d]$			
[c,d]	1	$[-\infty, b+d]$	[a+c,b+d]		
$[c, +\infty)$	1	Т	$[a+c,+\infty)$	$[a+c,+\infty)$	
Т	<u> </u>	Т	Т	Т	T

_	1	$(-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
	1	上			
$[-\infty,d]$	1	Т	$[a-d,+\infty)$	$[a-d,+\infty)$	Т
[c,d]	1	$(-\infty, b-c]$	[a-d,b-c]	$[a-d,+\infty)$	Т
$[c, +\infty)$	1	$(-\infty, b-c]$	$(-\infty, b-c]$	Т	Т
Т	1	Т	Τ	Т	Т

		•
٠	`	_

*	Τ	$(-\infty, b]$		[a,b]		$[a, +\infty)$		Т	
1	Τ			T		Τ		1	
$(-\infty, d]$	_	$b > 0 \lor d > 0$	Т	$(a < 0 \land b > 0) \lor (a > 0 \land b < 0)$ $(a \le 0 \land b \le 0) \land (a \ne 0 \lor b \ne 0)$	\top $[min(ad,bd),+\infty)$	$d > 0 \lor a < 0$	Т	_	
$(-\infty, a]$		$b \leq 0 \land d \leq 0$	$[bd,+\infty)$	$(a \ge 0 \land b \ge 0) \land (a \ne 0 \lor b \ne 0)$ $(a = 0 \land b = 0)$	$(-\infty, max(ad, bd)]$ $[0, 0]$	$d \leq 0 \land a \geq 0$	$(-\infty,ad]$		
[c,d]	Η	$ \begin{aligned} &(c < 0 \land d > 0) \lor (c > 0 \land d < 0) \\ &(c \le 0 \land d \le 0) \land (c \ne 0 \lor d \ne 0) \\ &(c \ge 0 \land d \ge 0) \land (c \ne 0 \lor d \ne 0) \end{aligned} $		[min(ac, ad, bc, bd), max(ac, ad, bc, bd)]	[bd)]	$ \begin{aligned} &(c<0 \land d>0) \lor (c>0 \land d<0) \\ &(c\leq 0 \land d\leq 0) \land (c\neq 0 \lor d\neq 0) \\ &(c\geq 0 \land d\geq 0) \land (c\neq 0 \lor d\neq 0) \end{aligned} $		$c = d = 0$ $c \neq 0 \lor d \neq 0$	[0,0] T
		$(c = 0 \land d = 0)$	[0, 0]			$(c = 0 \land d = 0)$	[0,0]	-, -, -, -	
$[c, +\infty)$		$b>0 \lor c<0$	Т	$(a < 0 \land b > 0) \lor (a > 0 \land b < 0)$ $(a \le 0 \land b \le 0) \land (a \ne 0 \lor b \ne 0)$	$(-\infty, max(ac, bc)]$	$a < 0 \lor c < 0$	Т	_	
$[c, +\infty)$		$b \leq 0 \land c \geq 0$	$(-\infty,bc]$	$(a \ge 0 \land b \ge 0) \land (a \ne 0 \lor b \ne 0)$ $(a = 0 \land b = 0)$	$[min(ac,bc),+\infty)$ $[0,0]$	$a \geq 0 \land c \geq 0$	$(-\infty,ac]$		
Т	\perp	Т		$a = b = 0$ $a \neq 0 \lor b \neq 0$	[0, 0] T	Т		Т	

$e_1 = e_2$	1	$(-\infty, b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
上	1	上			\vdash
$(-\infty,d]$	1	$s^{\#}$	if $a > d$ then \perp else $s^{\#}$	if $a > d$ then \perp else $s^{\#}$	s#
[c,d]	1	if $b < c$ then \perp else $s^{\#}$	if $a > d$ or $b < c$ then \perp else $s^{\#}$	if $a > d$ then \perp else $s^{\#}$	s#
$[c, +\infty)$	T	if $b < c$ then \perp else $s^{\#}$	if $b < c$ then \perp else $s^{\#}$	s [#]	s#
Т	T	$s^{\#}$	s [#]	s [#]	s#

x = e	Ι Τ	$(-\infty, b]$		[a,b]		$[a, +\infty)$		T
1	Τ	Τ				1		1
		$b \leq d$	$s^{\#}$	a > d	\perp	a > d		
$[-\infty,d]$	1	b > d	$s^{\#}[x\mapsto (-\infty,d]]$	$\begin{vmatrix} a \le d \land b > d \\ a \le d \land b \le d \end{vmatrix}$	$s^{\#}[x \mapsto [a,d]]$	$a \leq d$	$s^{\#}[x \mapsto [a,d]]$	$s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d]]$
		b < c	1	$b < c \lor a > d$	1	a > d		
[c,d]		$c \le b \le d$	$s^{\#}[x \mapsto [c,b]]$	$b > d \land a < c$ $b > d \land a \le c$	$s^{\#}[x \mapsto [c,d]]$ $s^{\#}[x \mapsto [a,d]]$	a < c	$s^{\#}[x \mapsto [c,d]]$	$s^{\#}[x \mapsto [c,d]]$
		b > d	$s^{\#}[x \mapsto [c,d]]$	$ c \le b \le d \land a < c $ $ c \le b \le d \land c \le a \le d $	$s^{\#}[x \mapsto [c,b]]$ $s^{\#}$	$c \le a \le d$	$s^{\#}[x\mapsto [a,d]]$	
		b < c	Τ	b < c	1	a < c	$s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$	
$[c, +\infty)$	Τ	$b \ge c$	$s^{\#}[x \mapsto [c,b]]$	$\begin{vmatrix} b \ge c \land a < c \\ a \ge c \end{vmatrix}$	$s^{\#}[x \mapsto [c,b]]$ $s^{\#}$	$a \ge c$	$s^{\#}$	$s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$
Т	1	s#		s [#]		s#		s [#]

0. + 0.		(20 h]	[a b]	[a + ac)	Т
$e_1 \neq e_2$		$(-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	ı
		上		上	
$[-\infty,d]$	上	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$
[c,d]	1	s [#]	$a = b = c = d$ \perp otherwise $s^{\#}$	$s^{\#}$	s#
$c,+\infty)$		s [#]	s [#]	$s^{\#}$	s#
Т	Ī	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$

$x \neq e$	1	$(-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
Τ.	1	1	1	<u> </u>	1
$(-\infty,d]$	T	s#	s [#]	s [#]	s#
[6.0]		$b = c = d s^{\#}[x \mapsto (-\infty, b - 1]]$	$\begin{array}{ll} a=c=d \wedge a \neq b & s^{\#}[x \mapsto [a+1,b]] \\ b=c=d \wedge a \neq b & s^{\#}[x \mapsto [a,b-1]] \end{array}$	$a = c = d s^{\#}[x \mapsto [a+1, +\infty)]$	s#
[c,d]		otherwise $s^{\#}$	$a = b = c = d$ \perp otherwise $s^{\#}$	otherwise $s^{\#}$	8"
$[c, +\infty)$	1	s#	s#	s#	s#
Т	\perp	s#	s#	s [#]	s#

$e_1 < e_2$	1	$[-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	T
1	1			1	<u>_</u>
$[-\infty,d]$		s#	$a \ge d$ \perp	$a \ge d$ \perp	s#
$[-\infty, a]$		3"	$a < d s^{\#}$	$a < d s^{\#}$	3
[c,d]		s#	$a \ge d$ \perp	$a \ge d$ \perp	s#
[c, a]		3"	$a < d s^{\#}$		3"
$[c, +\infty)$	1	$s^{\#}$	s [#]	s#	s#
Т	T	s#	s [#]	s [#]	s#

x < e	Τ	$(-\infty, b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
1	Т	Τ	T		Τ
		$b \ge d$ $s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d-1]]$	$a \ge d$ \perp	$a \geq d$ \perp	
$(-\infty,d]$	Τ	$b < d s^{\#}$	$ \begin{vmatrix} a \ge a & \bot \\ a < d \land b \ge d & s^{\#}[x \mapsto [a, d-1]] \\ a < d \land b < d & s^{\#} \end{vmatrix} $	$a < d s^{\#}[x \mapsto [a, d-1]]$	$s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d-1]]$
		$b \ge d$ $s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d-1]]$	$a \ge d$ \perp	$a \geq d$ \perp	
[c,d]	Τ	$b < d s^{\#}$	$ \begin{array}{ll} a < d \wedge b \geq d & s^{\#}[x \mapsto [a,d-1]] \\ a < d \wedge b < d & s^{\#} \end{array} $	$a < d s^{\#}[x \mapsto [a, d-1]]$	$s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d-1]]$
$[c, +\infty)$	Τ	s#	s#	s#	s#
Т	Τ	s#	s [#]	s [#]	s [#]

$e_1 \le e_2$	1	$(-\infty, b]$	[a,b]		$ [a, +\infty]$)	Т
	1				1		
$(-\infty, d]$	1	s#	a > d		a > d		s#
$(-\infty,d]$		3"	$a \leq d$	$s^{\#}$	$a \leq d$	$s^{\#}$	3
[c,d]	1	s#	a > d	1	a > d	1	s#
[c, a]		3"	$a \leq d$	$s^{\#}$	$a \leq d$	$s^{\#}$	5"
$[c, +\infty)$	T	s#	s [#]		s#		$s^{\#}$
Т	1	s#	s [#]		s [#]		$s^{\#}$

$x \le e$	Τ	$(-\infty, b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
1	T	1	T	_	1
		$b > d$ $s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d]]$	$a > d$ \perp	$a > d$ \perp	
$(-\infty,d]$	Τ	$b \leq d - s^{\#}$	$\begin{array}{ll} a \leq d \wedge b > d & s^{\#}[x \mapsto [a,d]] \\ a \leq d \wedge b \leq d & s^{\#} \end{array}$	$ a \le d s^{\#}[x \mapsto [a, d]] $	$s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d]]$
		$b > d$ $s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d]]$	$a > d$ \perp	$a > d$ \perp	
[c,d]	Τ	$b \leq d - s^{\#}$	$\begin{array}{ll} a \leq d \wedge b > d & s^{\#}[x \mapsto [a,d]] \\ a \leq d \wedge b \leq d & s^{\#} \end{array}$	$ a \le d s^{\#}[x \mapsto [a, d]] $	$s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d]]$
$[c, +\infty)$	Τ	s [#]	s [#]	s [#]	s [#]
Т	1	s [#]	s#	s [#]	s#

$e_1 > e_2$		$(-\infty, b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	T
	1				
$(-\infty,d]$	T	$s^{\#}$	s [#]	s#	$s^{\#}$
[c,d]	1	$b \le c$ \perp	$b \le c$ \perp	s#	s#
		$b>c$ $s^{\#}$	$b>c$ $s^{\#}$	3"	3"
$[c, +\infty)$	1	$b \leq c \perp$	$b \le c \perp$	s#	s#
		$b>c$ $s^{\#}$	$b>c$ $s^{\#}$		
Τ	上	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$

x > e	Τ	$(-\infty, b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
1	1	1	1	1	1
$(-\infty, d]$	1	s [#]	s#	s#	s [#]
		$b \le c$ \perp	$b \le c$ \perp	$a \le c$ $s^{\#}[x \mapsto [c+1, +\infty)]$	
[c,d]	1	$b>c$ $s^{\#}[x\mapsto [c+1,b]]$	$ b > c \land a \le c s^{\#}[x \mapsto [c+1,b]] $ $ b > c \land a > c s^{\#} $	$a > c$ $s^{\#}$	$s^{\#}[x \mapsto [c+1, +\infty)]$
		$b \le c \perp$	$b \le c$ \perp	$a \le c$ $s^{\#}[x \mapsto [c+1, +\infty)]$	
$[c, +\infty)$	1	$b > c s^{\#}[x \mapsto [c+1,b]]$	$ \begin{vmatrix} b > c \land a \le c & s^{\#}[x \mapsto [c+1, b]] \\ b > c \land a > c & s^{\#} \end{vmatrix} $	$a > c$ $s^{\#}$	$s^{\#}[x \mapsto [c+1, +\infty)]$
Т	Т	s [#]	s#	s [#]	s [#]

$e_1 \ge e_2$	1	$(-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
	1		<u></u>	1	1
$[-\infty,d]$	1	s [#]	s [#]	s [#]	s#
[c,d]	T	$b < c \perp$	$b < c \perp$	s#	s#
		$b \ge c - s^\#$	$b \ge c - s^\#$	8"	S"
$[c, +\infty)$	T	$b < c \perp$	$b < c \perp$	s#	s#
		$b \ge c - s^\#$	$b \ge c - s^\#$	3"	5"
T	1	s [#]	s [#]	s [#]	s#

$x \ge e$	1	$[-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
Τ.	1		1	上	1
$(-\infty,d]$	1	s [#]	s#	s [#]	s [#]
		$b < c \perp$	$b < c$ \perp	$a < c$ $s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$	
[c,d]	1	$b \ge c s^{\#}[x \mapsto [c, b]]$	$\begin{vmatrix} b \ge c \land a < c & s^{\#}[x \mapsto [c, b]] \\ b \ge c \land a \ge c & s^{\#} \end{vmatrix}$	$a \ge c s^{\#}$	$s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$
		$b < c \perp$	$b < c$ \perp	$a < c s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$	
$[c, +\infty)$	1	$b \ge c s^{\#}[x \mapsto [c, b]]$	$\begin{vmatrix} b \ge c \land a < c & s^{\#}[x \mapsto [c, b]] \\ b \ge c \land a \ge c & s^{\#} \end{vmatrix}$	$a \ge c s^{\#}$	$s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$
Т	1	s [#]	s [#]	s [#]	s#