V	1	$(-\infty, b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
上	1	$(-\infty, b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
$[-\infty,d]$	$(-\infty,d]$	$(-\infty, max(b,d)]$	$(-\infty, max(b,d)]$	Т	Т
[c,d]	[c,d]	$(-\infty, max(b,d)]$	[min(a,c), max(b,d)]	$[min(a,c),+\infty)$	Т
$[c, +\infty)$	$[c, +\infty)$	Т	$[min(a,c),+\infty)$	$[min(a,c),+\infty)$	Т
Т	Т	Т	Т	Т	Т

+	1	$(-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	\dashv
1	1				
$(-\infty,d]$	T	$(-\infty, b+d]$			
[c,d]	1	$(-\infty, b+d]$	[a+c,b+d]		
$[c, +\infty)$	1	Τ	$[a+c,+\infty)$	$[a+c,+\infty)$	
Т	T	Т	Т	Т	\top

_	1	$(-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	T
1	1			\perp	\perp
$[-\infty,d]$	1	Т	$[a-d,+\infty)$	$[a-d,+\infty)$	Т
[c,d]	T	$(-\infty, b-c]$	[a-d,b-c]	$[a-d,+\infty)$	Т
$[c, +\infty)$	1	$[-\infty, b-c]$	$(-\infty, b-c]$	\vdash	\dashv
T	1	Т	Т	Т	Т

*	1	$(-\infty, b]$		[a,b]		$[a, +\infty)$		Т	
1	Ι.	1		1			T		
$(-\infty, d]$		$b > 0 \lor d > 0$	Т	$(a < 0 \land b > 0) \lor (a > 0 \land b < 0)$ $(a \le 0 \land b \le 0) \land (a \ne 0 \lor b \ne 0)$	\top $[min(ad,bd),+\infty)$	$d > 0 \lor a < 0$	Т	т	
$(-\infty, a]$		$b \leq 0 \land d \leq 0$	$[bd,+\infty)$	$(a \ge 0 \land b \ge 0) \land (a \ne 0 \lor b \ne 0)$ $(a = 0 \land b = 0)$	$(-\infty, max(ad, bd)]$ [0, 0]	$d \le 0 \land a \ge 0$	$(-\infty,ad]$	1	
[c,d]	1	$ \begin{array}{l} (c < 0 \land d > 0) \lor (c > 0 \land d < 0) \\ (c \le 0 \land d \le 0) \land (c \ne 0 \lor d \ne 0) \\ (c \ge 0 \land d \ge 0) \land (c \ne 0 \lor d \ne 0) \\ (c \ge 0 \land d \ge 0) \land (c \ne 0 \lor d \ne 0) \\ (c = 0 \land d = 0) \end{array} $		[min(ac, ad, bc, bd), max(ac, ad, bc, bd)]	[bd)	$ \begin{aligned} &(c<0 \land d>0) \lor (c>0 \land d<0) \\ &(c\leq 0 \land d\leq 0) \land (c\neq 0 \lor d\neq 0) \\ &(c\geq 0 \land d\geq 0) \land (c\neq 0 \lor d\neq 0) \\ &(c\geq 0 \land d\geq 0) \land (c\neq 0 \lor d\neq 0) \\ &(c=0 \land d=0) \end{aligned} $		$c = d = 0$ $c \neq 0 \lor d \neq 0$	[0,0] T
$[c, +\infty)$		$b > 0 \lor c < 0$	Т	$(a < 0 \land b > 0) \lor (a > 0 \land b < 0)$ $(a \le 0 \land b \le 0) \land (a \ne 0 \lor b \ne 0)$	$(-\infty, max(ac, bc)]$	$a < 0 \lor c < 0$	Т	Т	
[0, 100)		$b \le 0 \land c \ge 0$	$(-\infty,bc]$	$(a \ge 0 \land b \ge 0) \land (a \ne 0 \lor b \ne 0)$ $(a = 0 \land b = 0)$	$[min(ac, bc), +\infty)$ [0, 0]	$a \ge 0 \land c \ge 0$	$(-\infty,ac]$	·	
Т	Τ	Т		$a = b = 0$ $a \neq 0 \lor b \neq 0$	[0, 0] T	Т		Т	

	•
-	_

/	Τ	$(-\infty, b]$		[a, b]		$[a, +\infty)$		Т
1	Τ	1		1		1		1
		$d \le 0$	$[\min(0,b/d),+\infty)$	$d \le 0$ $d > 0 \land a = b = 0$	$[min(0, a/d, b/d), max(0, a/d, b/d)] \\ [0, 0]$	$d \le 0$	$(-\infty, max(a/d, 0)]$	
$(-\infty, d]$	Τ	otherwise	Т	$\begin{array}{l} d>0 \wedge a \geq 0 \wedge b > 0 \\ d>0 \wedge a < 0 \wedge b \leq 0 \\ \text{otherwise} \end{array}$		otherwise	Т	T
		c = d = 0 $0 < c \le d$	\perp $(-\infty, max(b/c, b/d)]$	c=d=0	1	c = d = 0 $0 < c \le d$	\perp $[min(a/c, a/d), +\infty)$	$c = d = 0$ \perp
[c, d]	Τ	$\begin{array}{l} 0 = c < d \wedge b \leq 0 \\ c \leq d < 0 \end{array}$	$(-\infty, b/d]$ $[min(b/c, b/d), +\infty)$	c < 0 < d	$[min(0,a/c,b/c),max(0,a/c,b/c)] \vee [min(0,a/d,b/d),max(0,a/d,b/d)]$	$ \begin{array}{c} 0 = c < d \wedge a \geq 0 \\ c \leq d < 0 \end{array} $	$[a/d, +\infty)$ $(-\infty, max(a/c, a/d)]$	otherwise T
		otherwise	Т	otherwise	[min(a/c, a/d, b/c, b/d), max(a/c, a/d, b/c, b/d)]	otherwise	T	
		$c \ge 0$	$(-\infty, \max(0, b/c)]$	$c \ge 0$ $c < 0 \land a = b = 0$	[min(0, a/c, b/c), max(0, a/c, b/c)] [0, 0]	$c \ge 0$	$[\min(a/c,0),+\infty)$	
$c, +\infty)$	Τ	otherwise	Т	$\begin{array}{l} c<0 \land a \geq 0 \land b > 0 \\ c<0 \land a < 0 \land b \leq 0 \\ \text{otherwise} \end{array}$	$ \begin{array}{l} [\min(a/c,b/c),+\infty) \\ (-\infty,\max(a/c,b/c)] \\ \top \end{array} $	otherwise	Т	Т
Т	Τ	Т		a = b = 0 otherwise	[0, 0] T	Т		Т

$e_1 = e_2$	1	$(-\infty, b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
上	1	上			\vdash
$(-\infty,d]$	1	$s^{\#}$	if $a > d$ then \perp else $s^{\#}$	if $a > d$ then \perp else $s^{\#}$	s#
[c,d]	1	if $b < c$ then \perp else $s^{\#}$	if $a > d$ or $b < c$ then \perp else $s^{\#}$	if $a > d$ then \perp else $s^{\#}$	s#
$[c, +\infty)$	T	if $b < c$ then \perp else $s^{\#}$	if $b < c$ then \perp else $s^{\#}$	s [#]	s#
Т	T	$s^{\#}$	s [#]	s [#]	s#

x = e	Ι Τ	$(-\infty, b]$		[a,b]		$[a, +\infty)$		T
1	Τ	Τ				1		1
		$b \leq d$	$s^{\#}$	a > d	\perp	a > d		
$[-\infty,d]$	1	b > d	$s^{\#}[x\mapsto (-\infty,d]]$	$\begin{vmatrix} a \le d \land b > d \\ a \le d \land b \le d \end{vmatrix}$	$s^{\#}[x \mapsto [a,d]]$	$a \leq d$	$s^{\#}[x\mapsto [a,d]]$	$s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d]]$
		b < c	1	$b < c \lor a > d$	1	a > d		
[c,d]		$c \le b \le d$	$s^{\#}[x \mapsto [c,b]]$	$b > d \land a < c$ $b > d \land a \le c$	$s^{\#}[x \mapsto [c,d]]$ $s^{\#}[x \mapsto [a,d]]$	a < c	$s^{\#}[x \mapsto [c,d]]$	$s^{\#}[x \mapsto [c,d]]$
		b > d	$s^{\#}[x \mapsto [c,d]]$	$ c \le b \le d \land a < c $ $ c \le b \le d \land c \le a \le d $	$s^{\#}[x \mapsto [c,b]]$ $s^{\#}$	$c \le a \le d$	$s^{\#}[x\mapsto [a,d]]$	
		b < c	Τ	b < c	1	a < c	$s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$	
$[c, +\infty)$	Τ	$b \ge c$	$s^{\#}[x \mapsto [c,b]]$	$\begin{vmatrix} b \ge c \land a < c \\ a \ge c \end{vmatrix}$	$s^{\#}[x \mapsto [c,b]]$ $s^{\#}$	$a \ge c$	$s^{\#}$	$s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$
Т	1	s#		s [#]		s#		s [#]

0. + 0.		(20 h]	[a b]	[a + ac)	Т
$e_1 \neq e_2$		$(-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	ı
		上		上	
$[-\infty,d]$	上	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$
[c,d]	1	s [#]	$a = b = c = d$ \perp otherwise $s^{\#}$	$s^{\#}$	s#
$c,+\infty)$		s [#]	s [#]	$s^{\#}$	s#
Т	Ī	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$

$x \neq e$	1	$(-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
Τ.	1	1	1		1
$(-\infty,d]$	T	s#	s [#]	s [#]	s#
[6.0]		$b = c = d s^{\#}[x \mapsto (-\infty, b - 1]]$	$\begin{array}{ll} a=c=d \wedge a \neq b & s^{\#}[x \mapsto [a+1,b]] \\ b=c=d \wedge a \neq b & s^{\#}[x \mapsto [a,b-1]] \end{array}$	$a = c = d s^{\#}[x \mapsto [a+1, +\infty)]$	s#
[c,d]		otherwise $s^{\#}$	$a = b = c = d$ \perp otherwise $s^{\#}$	otherwise $s^{\#}$	8"
$[c, +\infty)$	1	s#	s#	s#	s#
Т	\perp	s#	s#	s [#]	s#

$e_1 < e_2$	1	$[-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	T
1	1			1	<u>_</u>
$[-\infty,d]$		s#	$a \ge d$ \perp	$a \ge d$ \perp	s#
$[-\infty, a]$		3"	$a < d s^{\#}$	$a < d s^{\#}$	3
[c,d]		s#	$a \ge d$ \perp	$a \ge d$ \perp	s#
[c, a]		3"	$a < d s^{\#}$		3"
$[c, +\infty)$	1	$s^{\#}$	s [#]	s#	s#
Т	T	s#	s [#]	s [#]	s#

x < e	Τ	$(-\infty, b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
1	Т	Τ	T		Τ
		$b \ge d$ $s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d-1]]$	$a \ge d$ \perp	$a \geq d$ \perp	
$[-\infty,d]$	Τ	$b < d s^{\#}$	$ \begin{vmatrix} a \ge a & \bot \\ a < d \land b \ge d & s^{\#}[x \mapsto [a, d-1]] \\ a < d \land b < d & s^{\#} \end{vmatrix} $	$a < d s^{\#}[x \mapsto [a, d-1]]$	$s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d-1]]$
		$b \ge d$ $s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d-1]]$	$a \ge d$ \perp	$a \geq d$ \perp	
[c,d]	Τ	$b < d s^{\#}$	$ \begin{array}{ll} a < d \wedge b \geq d & s^{\#}[x \mapsto [a,d-1]] \\ a < d \wedge b < d & s^{\#} \end{array} $	$a < d s^{\#}[x \mapsto [a, d-1]]$	$s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d-1]]$
$[c, +\infty)$	Τ	s#	s#	s#	s#
Т	Τ	s#	s [#]	s [#]	s [#]

$e_1 \leq e_2$	1	$(-\infty, b]$	[a,b]		$ [a, +\infty]$)	T
	1				1		1
$(-\infty, d]$	1	s#	a > d		a > d		s#
$(-\infty,d]$		3"	$a \leq d$	$s^{\#}$	$a \leq d$	$s^{\#}$	3"
[c,d]	1	s#	a > d	T	a > d	1	s#
[c, a]		3"	$a \leq d$	$s^{\#}$	$a \leq d$	$s^{\#}$	5"
$[c, +\infty)$	T	s#	s [#]		s#		s#
Т	1	s#	s [#]		s [#]		s#

$x \le e$	Τ	$(-\infty, b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
1	T	1	T	1	Τ
		$b > d$ $s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d]]$	$a > d$ \perp	$a > d$ \perp	
$(-\infty,d]$	Τ	$b \leq d - s^{\#}$	$\begin{array}{ll} a \leq d \wedge b > d & s^{\#}[x \mapsto [a,d]] \\ a \leq d \wedge b \leq d & s^{\#} \end{array}$	$a \le d s^{\#}[x \mapsto [a, d]]$	$s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d]]$
		$b > d$ $s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d]]$	$a > d$ \perp	$a > d$ \perp	
[c,d]	Τ	$b \leq d - s^{\#}$	$\begin{array}{ll} a \leq d \wedge b > d & s^{\#}[x \mapsto [a,d]] \\ a \leq d \wedge b \leq d & s^{\#} \end{array}$	$a \le d s^{\#}[x \mapsto [a, d]]$	$s^{\#}[x \mapsto (-\infty, d]]$
$[c, +\infty)$	Τ	s [#]	s [#]	s [#]	s [#]
Т	1	s [#]	s#	s [#]	s#

$e_1 > e_2$		$(-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	T
	1				
$(-\infty,d]$	T	$s^{\#}$	s [#]	s#	$s^{\#}$
[c,d]	1	$b \le c \perp$	$b \le c$ \perp	s#	s#
		$b>c$ $s^{\#}$	$b>c$ $s^{\#}$	3"	3"
$[c, +\infty)$	1	$b \leq c \perp$	$b \le c \perp$	s#	s#
		$b>c$ $s^{\#}$	$b>c$ $s^{\#}$		
Τ	上	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$	$s^{\#}$

x > e	Τ	$(-\infty, b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
1	1	1	1	1	1
$(-\infty, d]$	1	s [#]	s#	s#	s [#]
		$b \le c$ \perp	$b \le c$ \perp	$a \le c$ $s^{\#}[x \mapsto [c+1, +\infty)]$	
[c,d]	1	$b > c$ $s^{\#}[x \mapsto [c+1,b]]$	$ b > c \land a \le c s^{\#}[x \mapsto [c+1,b]] $ $ b > c \land a > c s^{\#} $	$a > c$ $s^{\#}$	$s^{\#}[x \mapsto [c+1, +\infty)]$
		$b \le c \perp$	$b \le c$ \perp	$a \le c$ $s^{\#}[x \mapsto [c+1, +\infty)]$	
$[c, +\infty)$	1	$b>c s^{\#}[x\mapsto [c+1,b]]$	$ \begin{vmatrix} b > c \land a \le c & s^{\#}[x \mapsto [c+1, b]] \\ b > c \land a > c & s^{\#} \end{vmatrix} $	$a > c$ $s^{\#}$	$s^{\#}[x \mapsto [c+1, +\infty)]$
Т	Т	s [#]	s#	s [#]	s [#]

$e_1 \ge e_2$	1	$(-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
	1	上	<u></u>	1	1
$[-\infty,d]$	1	s [#]	s [#]	s [#]	s#
[c,d]	T	$b < c \perp$	$b < c \perp$	s#	s#
		$b \ge c - s^\#$	$b \ge c - s^\#$	8"	S"
$[c, +\infty)$	T	$b < c \perp$	$b < c \perp$	s#	s#
		$b \ge c - s^\#$	$b \ge c - s^\#$	3"	5"
T	1	s [#]	s [#]	s [#]	s#

$x \ge e$	1	$[-\infty,b]$	[a,b]	$[a, +\infty)$	Т
Τ.	1		1	上	1
$(-\infty,d]$	1	s [#]	s#	s [#]	s [#]
		$b < c \perp$	$b < c$ \perp	$a < c$ $s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$	
[c,d]	1	$b \ge c s^{\#}[x \mapsto [c, b]]$	$\begin{vmatrix} b \ge c \land a < c & s^{\#}[x \mapsto [c, b]] \\ b \ge c \land a \ge c & s^{\#} \end{vmatrix}$	$a \ge c s^{\#}$	$s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$
		$b < c \perp$	$b < c$ \perp	$a < c s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$	
$[c, +\infty)$	1	$b \ge c s^{\#}[x \mapsto [c, b]]$	$\begin{vmatrix} b \ge c \land a < c & s^{\#}[x \mapsto [c, b]] \\ b \ge c \land a \ge c & s^{\#} \end{vmatrix}$	$a \ge c s^{\#}$	$s^{\#}[x \mapsto [c, +\infty)]$
Т	1	s [#]	s [#]	s [#]	s#