

Tesla cantaba Kumbaya alrededor de su bobina

Arias E., Sagasti A.

25 de junio de 2014

Parte I

Conceptos Fundamentales

En este capítulo vamos a desarrollar las bases necesarias para poder llegar a un pleno entendimiento de la investigación. Es una especie de marco teórico donde se abarcará la terminología básica de ciertos conceptos matemáticos y computacionales tratados en los siguientes capítulos. No debe entenderse como un glosario o un capítulo de definiciones sino que, este es el comienzo de la investigación en su etapa más básica.

Conceptos matemáticos

Para poder comprender mejor los postulados de la Teoría Cuántica es necesario tener un conocimiento básico de álgebra lineal, específicamente sobre espacios vectoriales. Asumimos que el lector posee conocimientos sobre este tema, sin embargo vamos a hacer un pequeño repaso en conceptos fundamentales. Shankar (1994) define los espacios vectoriales como:

Un espacio vectorial lineal \mathbb{V} es una colección de objetos $|1\rangle, |2\rangle, \dots, |V\rangle, \dots, |W\rangle, \dots$, llamados vectores, para los cuales existe

1. Una regla definida para realizar la suma de vectores, denotada $|V\rangle + |W\rangle$
2. Una regla definida para la multiplicación por escalares a, b, \dots , denotada $a|V\rangle$ con las siguientes características:

- El resultado de estas operaciones resulta en otro elemento del espacio, una característica llamada *cerrado*: $|V\rangle + |W\rangle \in \mathbb{V}$.
- La multiplicación por escalares es *distributiva en los vectores*: $a(|V\rangle + |W\rangle) = a|V\rangle + a|W\rangle$.
- La multiplicación por escalares es *distributiva en los escalares*: $(a + b)|V\rangle = a|V\rangle + b|V\rangle$.
- La multiplicación por escalares es *asociativa*: $a(b|V\rangle) = ab|V\rangle$.
- La suma es *conmutativa*: $|V\rangle + |W\rangle = |W\rangle + |V\rangle$.
- La suma es *asociativa*: $|V\rangle + (|W\rangle + |Z\rangle) = (|V\rangle + |W\rangle) + |Z\rangle$.
- Existe un *vector nulo* $|0\rangle$ que obedece $|V\rangle + |0\rangle = |V\rangle$.
- Para cada vector $|V\rangle$ existe un *inverso respecto a la suma*, $|-V\rangle$, tal que $|V\rangle + |-V\rangle = |0\rangle$. (p. 2)

Esta notación de vectores $|V\rangle$ llamada *notación Dirac* será muy utilizada más adelante cuando veamos los qubits, los cuales se rigen por las mismas reglas de espacios vectoriales mencionadas anteriormente. Además de estas reglas es necesario que consideremos los conceptos de *campo*, *combinaciones lineales* y *bases ortonormales*.

Es importante que definamos el *campo* de un espacio vectorial. El campo se refiere al espacio donde están definidos los escalares que multiplican al espacio vectorial. Como los vectores no son número en sí, estos no se pueden multiplicar. Entonces, para poder multiplicar vectores necesitamos usar escalar inscritos a un campo. Por ejemplo, un *espacio vectorial real* es un espacio definido por escalares reales. De igual manera tenemos los *espacios vectoriales complejos*, entre otros.

Debemos tener una noción básica de las combinaciones lineales en los espacios vectoriales. Como definición básica encontramos que Arce, Castillo y González (2003) explican que:

Sea E un espacio vectorial y $\{v_1, v_2, \dots, v_p\}$, un conjunto de vectores de E . Se llama combinación lineal de los vectores v_1, v_2, \dots, v_p al vector

$$v = a_1v_1 + a_2v_2 + \dots + a_pv_p$$

cualquiera sea la elección de los escalares a_1, a_2, \dots, a_p . Y al conjunto

$$\mathcal{Cl} = \{v_1, \dots, v_p\} = \{a_1v_1, a_2v_2, \dots, a_pv_p \mid a_1, a_2, \dots, a_p \in \mathbb{R}\}$$

se le denomina conjunto de combinaciones lineales de v_1, v_2, \dots, v_p . (p. 221)

Este concepto nos sirve además para comprender qué es una base. Se dice que:

*Un conjunto de vectores $\{v_1, v_2, \dots, v_k\}$ de un espacio vectorial E , es una base de este espacio si y solo si todo vector $v \in E$ se puede expresar como combinación lineal **única** de los vectores v_1, v_2, \dots, v_k . (Arce et al., 2003, p. 226)*

Finalmente, para comprender el concepto de bases ortonormales necesitamos aclarar una operación de vectores y una característica de los mismos. Estas son el producto punto y la norma. El producto punto se define como:

Sean $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^t$ y $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)^t$. El producto escalar, o producto punto de \vec{a} y \vec{b} es un número real denotado y expresado en la siguiente forma:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n \text{ (Arce et al., 2003, p. 158)}$$

Es decir, si tenemos dos vectores podemos multiplicar las entradas de estos en orden y la suma de estos dará un número real, o complejo dependiendo del campo. Debemos anotar que esta es la notación ordinaria de vectores. En la notación Dirac si tenemos los vectores V y W el producto punto está denotado como $\langle V|W \rangle$. Dos vectores son *ortogonales o perpendiculares* si y solo si $\langle V|W \rangle = 0$. Por otro lado, la norma de un vector, también conocida como magnitud, de una forma generalizada se define por: " $\sqrt{\langle V|V \rangle} \equiv |V|$ (...). Un *vector normal* tiene una norma igual a uno." (Shankar, 1994, p. 9)

Ahora bien, aclarados estos términos podemos definir una *base ortonormal* como: "Un conjunto de vectores base normales, los cuales son ortogonales dos a dos." (Shankar, 1994, p. 9).

Introducción a la Mecánica Cuántica

En cuanto al concepto de Mecánica cuántica no discutiremos a profundidad los postulados que este propone, puesto que eso sería un enorme discusión. Sin embargo, vamos a comparar el primer postulado de la mecánica cuántica con el primer postulado de la mecánica clásica. El primero afirma que: "El estado de una partícula en algún momento dado está especificado por las variables $x(t)$ y $p(t)$, i.e., como un punto en un espacio de dos dimensiones." (Shankar, 1994, p. 115). Mientras que el segundo dice que: "El estado de una partícula está representado por el vector $|\psi(t)\rangle$ en un espacio Hilbert." (Shankar, 1994, p. 115)

Con este postulado, podríamos decir que tenemos la base para comprender el concepto de los qubits. Pero en general, qué es la mecánica cuántica. Nielsen y Chuang (2010) la definen como: "(...)un marco matemático o un conjunto de reglas para la construcción de teorías de la física." (p. 2). Nos parece contextualmente comprensible la analogía que plantean estos autores. En esta, comparan la relación que tiene la mecánica cuántica y las teorías que derivan de ella con un sistema operativo y sus aplicaciones de software (p. 2). Como vemos entre ambas relaciones hay una conexión de base, donde el primer concepto sirve de fundamento para que se creen los elementos con los cuales se relacionan.

Incluso yendo más allá de una simple definición y contexto histórico Nielsen y Chuang (2010) se atreven, luego de hacer una línea de tiempo en el desarrollo de la mecánica cuántica a proponerla como un reto para la computación. Ellos exponen los inicios de esta nueva forma de ver la física, que se remontan a los años 20 hasta los hallazgos más destacables que datan desde los años 70 hasta la actualidad. Luego, hace una reflexión acerca de que los intentos por desarrollar nuevos hallazgos científicos, aunque sea por mera corazonada, han dado nacimiento a importantes descubrimientos en la

historia de la humanidad. Es aquí donde ellos recalcan que la computación e informática cuántica caben a la perfección en este esquema de resolver retos propuestos por nuevos esquemas de conocimiento. (pp. 2-3)

Entonces, el desarrollo de la mecánica cuántica en las ciencias de la computación puede representar un inmenso avance en el desarrollo de soluciones para los problemas propios de esta ciencia.

Para poner un ejemplo, vamos a retroceder un momento en historia y remontemos sobre los inicios de la computación. Si nos colocamos en los antecedentes de las primeras computadoras electrónicas tenemos el gran aporte de Alan Turing. Turing (1936) propone el concepto de una máquina que es capaz de interpretar un número finito de instrucciones llamadas "m-configurations". Esta máquina será alimentada por una cinta seccionada que va a contener el conjunto de instrucciones que se desean que la máquina interprete y como resultado imprimirá en otra cinta los resultados de las instrucciones que la máquina va a interpretar. (p. 232). Solo para recalcar la importancia del trabajo de Turing, Herken (1998) afirma que: "Es bastante sorprendente ver cómo, en tan sólo diez años después de "Computable Numbers", había traducido sus ideas en una poderosa visión profética del potencial de la tecnología informática" (p. 8)

Pero volviendo a la línea histórica, tenemos el trabajo de Turing que mencionamos que data de 1936, luego tenemos a John Von Neumann. Los aportes que Von Neumann hizo al conocimiento científico en general son muchos y en diversas áreas (incluyendo en la mecánica cuántica) pero ahora nos limitaremos a su trabajo *First Draft of a Report on the EDVAC*. Incluso siendo un borrador incompleto, muestra la arquitectura de la computadora EDVAC. Esta se convirtió en la arquitectura más usada en la creación de nuevas computadoras y como base se ha mantenido hasta la actualidad. Con la invención del transistor en 1947 el desarrollo de nuevo hardware se vio impulsado y esta arquitectura obtuvo mucha más fuerza.

Gracias a los transistores, se comenzó el desarrollo de circuitos integrados. El experto en fisicoquímica Gordon Moore (1965) habla sobre las ventajas y los posibles usos de los circuitos integrados. Incluso afirma que:

el futuro de la electrónica integrada es el futuro de la electrónica misma. (...)

La electrónica integrada hará las técnicas electrónicas más accesibles al resto de la sociedad, realizando muchas funciones que en el presente se hacen inadecuadamente o no se hacen del todo. La principal ventaja serán bajos costos y diseños grandemente simplificados—recompensa de un suministro de paquetes funcionales de bajo costo. (pp. 1-2)

Sin embargo, él propone en este artículo una cierta preocupación. Moore (1965) espera que para la siguiente década se duplique el número de compo-

nentes en un circuito integrado. Esta aproximación resultó ser casi apegada a la realidad del futuro tanto que se le dió el nombre de *Ley de Moore*.

Con esto ya expuesto podemos tener una aproximación del futuro en la construcción de computadores a nivel de hardware. El crecimiento acelerado de componentes va a llegar a un punto donde va a ser necesario buscar una solución. Es aquí donde Nielsen y Chuang (2010) proponen como solución buscar nuevos paradigmas computacionales, y uno de estos puede ser fruto de la teoría de la computación cuántica. Los autores hablan sobre computadoras que procesen información usando métodos de mecánica cuántica a velocidad increíblemente rápidas en comparación con los métodos actuales con mecánica clásica. (pp. 4-5) Por tanto, decidimos investigar acerca de estos métodos de computación mediante mecánica cuántica. Como primera instancia, expondremos las unidades básicas y características fundamentales de la computación cuántica.

Parte II

Computación Cuántica (considerar otro nombre menos extenso)

Qubits

Los quantum bits, o qubits, son objetos matemáticos que tiene dos posibles estados, $|0\rangle$ y $|1\rangle$. La diferencia entre un qubit y un bit normal es que un qubit puede tener estados adicionales formados por combinaciones lineales de sus estados originales. (Nielsen, 2010, p.13)

Asumiendo que tenemos un espacio vectorial \mathbb{C} , podemos afirmar que los vectores $|0\rangle$ y $|1\rangle$ pertenecen a este espacio. En general, si queremos representar un qubit usamos la siguiente fórmula donde $|\psi\rangle$ es un vector que pertenece a \mathbb{C} :

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Los números α y β son números complejos, aunque estos se pueden asumir como números reales. De otra manera, el estado de un qubit es un espacio vectorial complejo de dos dimensiones. Los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ se conocen como "estados base computacionales" y forman una base ortonormal para este espacio vectorial. (Nielsen, 2010, p.13)

Podemos examinar un bit clásico para ver el valor que éste tiene. Por ejemplo, las computadoras revisan valores de bits constantemente al extraer contenidos de memoria. Sin embargo, no podemos examinar un qubit para determinar el estado en el que está. La mecánica cuántica nos dice que tenemos acceso solamente a información restringida sobre el estado cuántico de un qubit. Cuando medimos un qubit podemos tener dos posibles resultados: 0 con probabilidad α^2 o 1 con probabilidad de β^2 . La suma de ambas probabilidades debe dar 1. Geométricamente, podemos interpretar esto como la condición en la cual el estado del qubit se normaliza a 1. En general, el estado de un qubit es un vector unitario en un espacio vectorial complejo de dos dimensiones. (Nielsen, 2010, p.13)

La habilidad de un qubit de estar en un estado superpuesto va en contra del entendimiento clásico del mundo que nos rodea. Un qubit puede existir en un continuo de estados entre $|0\rangle$ y $|1\rangle$ hasta que es observado. Cuando se observa un qubit, su medición es '0' o '1'. (Nielsen, 2010, p.14)

Los qubits son reales, y varios sistemas físicos se pueden utilizar para hacer qubits. Por ejemplo, se pueden realizar con las dos distintas polarizaciones de un fotón, con el alineamiento del espín nuclear en un campo magnético uniforme, como dos estados de un electrón orbitando un átomo. (Nielsen, 2010, p.14)

La representación geométrica de un qubit se puede apreciar en la figura 1.1 Me falta meter la foto hu3hu3hu3. Hay que ponerle el full file path o algo, y prefiero hacerlo al final.

Superposición y Entrelazamiento cuántico

El entrelazamiento cuántico es uno de los fenómenos más extraños y sorprendentes de la mecánica cuántica. No es un concepto nuevo, la propuesta del entrelazamiento se remonta hacia los años 30 donde la teoría cuántica comenzaba por desarrollarse. Como es natural esta teoría tenía quiénes la refutaran, entre ellos Einstein.

Pero dejemos un momento a Einstein y definamos básicamente el concepto de entrelazamiento. Para hacerlo de una forma comprensible vamos a referirnos a la analogía propuesta por Aczel (año). Esta nos propone que imaginemos que Alice y Bob están casados. Cuando Alice se va de viaje Bob conoce a Carol. Carol está casada con Dave, quién también está fuera de la ciudad. Entonces Bob y Carol se olvidan de sus esposos y se entrelazan profundamente. Por una extraña razón Alice y Dave se encuentran y ellos también se entrelazan sin siquiera saber por qué. Entonces si cambiamos las personas por partículas: A, B, C, D y si sabemos que A y B están entrelazadas al igual que C con D entonces podemos entrelazar A con D por medio de entrelazar a B con C. (p. 2)

Entonces, si dos partículas están entrelazadas, no importa cuán lejos estén siempre van a estar unidas. Hay una relación intrínseca entre las dos que no las deja separarse. Evidentemente esto suena absurdo bajo nuestra física clásica. Es aquí donde Albert Einstein, Boris Podolski y Nathan Rosen proponen en 1935 una paradoja (llamada paradoja EPR) que viene a criticar a la mecánica cuántica.

Esta paradoja, a grandes rasgos, supone dos partículas P y Q que están entrelazadas. Además propone que si dos individuos observan esa partícula van a tener dos medidas distintas, esto por la naturaleza de una partícula cuántica. Por tanto, concluyen que esta medición no describe la realidad física de la partícula y por consiguiente la teoría cuántica es una teoría incompleta. A(Abala, 2007, pp. 7-11)

Luego de esto, en 1964 John Bell desarrolla una forma con la cual comprobar la paradoja anteriormente descrita. Bell se basa en los principios del determinismo y la localidad para crear unas desigualdades. Si estas son validadas entonces la paradoja se cumple. Gracias a este trabajo varios grupos de investigadores continuaron el análisis del entrelazamiento y en 1972 dos físicos americanos dieron pruebas de la existencia del entrelazamiento. (Aczel, 2001, p. xvi)

Referencias

- [1] AUTOR, A. (año). *Título del libro*. Lugar: Editorial
- [2] ABAL, G. (2007). *Paradoja EPR y desigualdades de Bell: pruebas experimentales, estado actual del conocimiento*. Montevideo. Recuperado de <http://www.fing.edu.uy/abal/trabajos/tdet.pdf>
- [3] ACZEL, A. (año). *ENTANGLEMENT The Greatest Mystery in Physics*. (E. Arias, Trad.) New York: Four Wall Eight Windows
- [4] ARCE, C., CASTILLO, W., GONZÁLEZ, J. (2003). *Álgebra Lineal*. Lugar: Editorial
- [5] HERKEN, R. (ED.) (1988). *The Universal Turing Machine. A Half-Century Survey*. (E. Arias, Trad.) Oxford University Press
- [6] MOORE, G. (1965). Cramming more components onto integrated circuits. *Electronics*. Vol 3., No. 8.
- [7] NIELSEN, M., CHUANG, I. (2010). *Quantum Computation and Quantum Information*. (E. Arias, Trad.) New York: Cambridge University Press
- [8] SHANKAR, R. (1994). *Principles of Quantum Mechanics*. (E. Arias, Trad.) New York: Plenum Press
- [9] TURING, A. (1936). *ON COMPUTABLE NUMBERS, WITH AN APPLICATION TO THE ENTSCHEIDUNGSPROBLEM*. (E. Arias, Trad.) Recuperado de <http://classes.soe.ucsc.edu/cmeps210/Winter11/Papers/turing-1936.pdf>
- [10] VON NEUMANN, J. (1945). *First Draft of a Report on the EDVAC* University of Pennsylvania. Recuperado de <http://www.virtualtravelog.net/wp/wp-content/media/2003-08-TheFirstDraft.pdf>