基于 MATLAB 的量子粒子群优化算法及其应用*

余 健[1] 郭 平[2]

(韩山师范学院数信学院[1] 潮州 521041)(北京师范大学信息科学学院[2] 北京 100875)

摘 要 量子粒子群优化(QPSO)算法是在经典的粒子群优化(PSO)算法的基础上所提出的一种具有量子行为的粒子群优化算法,具有高效的全局搜索能力。通过求解 J. D. Schaffer 提出的多峰函数优化问题的实验分析表明,方法具有良好的收敛性和稳定性。

关键词 QPSO 量子 粒子群

中图分类号 TP301.6

1 引言

经典的粒子群优化(PSO)算法[3]是一种基于群体智能的随机搜索算法,具有全局逼近能力,但由于其搜索空间有限,易陷入局部极值。孙俊等人在文献[4]中给出了具有量子行为的粒子群优化算法,即 QPSO 算法。该算法简单有效,收敛速度快,全局搜索性能远优于 PSO 算法。

2 粒子群优化算法

PSO 算法首先初始化一群随机粒子,然后通过进化(迭代)找到最优解。每一次进化(迭代)中,粒子通过跟踪两个"极值"来更新自己。一个是粒子本身所能找到的最优解,即个体极值 Pbest,另一个是整个群体目前找到的最优解,即全局极值 Gbest。粒子找到上述两个极值后,就根据下面两个公式更新自己的速度和位置[6]:

$$V = W * V + c1 * \text{unifrnd}(0,1) * (\text{Pbest} - X) + c2 * \text{unifrnd}(0,1) * (\text{Gbest} - X) \tag{1}$$

$$X = X + V \tag{2}$$

其中,V 是粒子的速度,X 是粒子的当前位置,unifrnd(0,1)是0至1之间的随机数,c1 和 c2 被称作学习因子,通常被设为2,W 为加权系数,一般取值在0.1至0.9。粒子通过不断进化,不断搜索,当达到收敛或到达最大进化(迭代)代数的条件后,得到的 Gbest 就是全局最优解。

从动力学的角度看,粒子群算法中的粒子的收敛过程是以 Pbest 点为吸引子,随着速度的减小不断接近 Pbest 点,最后收敛于 Pbest 点。因此,在整个过程中,在 Pbest 点处实际上存在某种形式的吸引势能场吸引着粒子,这正是整个粒子能保持聚集性的原因[7]。但在经典 PSO 算法中,粒子是在经典力学的状态下沿着确定的轨迹飞行,因此粒子搜索的空间是一个有限的区域,因而不能保证一定找到全局最优解。

3 量子粒子群优化(QPSO)算法

3.1 QPSO 算法的优点

孙俊等人从量子力学的角度,提出一种新的 PSO 算法——量子粒子群优化(QPSO)算法,认为粒子具有量子行为,每一个粒子在搜索空间移动时,存在着一个以 Pbest 为中心的 DELTA 势阱[4]。由于在量子空间中的粒子满足聚集态的性质完全不同,粒子移动时没有确定的轨迹,这使粒子可以在整个可行解空间中进行探索寻找全局最优解,因而 QPSO 算法的全局搜索能力远远优于经典的 PSO 算法。

在 QPSO 算法中,设种群规模为 M,在进化过程中,粒子以一定概率取加或减,更新每个粒子的位置,并生成新的粒子群体,由公式(3)至(6)决定:

$$p = a * \text{Pbest}(i) + (1 - a) * \text{Gbest}; \tag{3}$$

$$\text{mbest} = 1/M * \sum_{i=1}^{M} Pest(i); \tag{4}$$

$$b = 1.0 - \text{generation}/\text{maxgeneration} * 0.5; \tag{5}$$

$$\text{if } u >= 0.5 \tag{6}$$

$$\text{position} = p - b * |\text{mbest} - \text{position}| * \ln(1/u);$$

* 收到本文时间:2007年2月9日

作者简介:余健,男,硕士研究生,讲师,研究方向:神经网络、智能计算;郭平,男,教授,博士生导师,IEEE 高级会员,研究方向:模式识别、神经网络等。

else

position = p + b * |mbest - position| * ln(1/u);

其中,a,u为0至1之间的随机数,mbest是粒子群pbest的中间位置,即平均值,b为收缩扩张系数,在QPSO收敛过程中线性减小,generation为当前进化代数,maxgeneration为设定的最大进化代数。

3.2 基于MATLAB的仿真

3.2.1 参数编码

在MATLAB中,粒子的位置X用实数表示。粒子的参数编码格式:$X_1, X_2, X_3, \cdots, X_D$。粒子群的编码格式如图1所示,其中D表示粒子的参数维数,这由变量的个数决定,M表示粒子群的规模,即粒子的个$X_{11}, X_{12}, \cdots, X_{1D}$数。

$X_{21}, X_{22}, \cdots, X_{2D}$

……

$X_{M1}, X_{M2}, \cdots X_{MD}$

图1 粒子群的编码格式

3.2.2 初始化粒子群

在MATLAB中,对粒子群进行初始化是要生成一个矩阵元素满足图1要求的随机矩阵,另外,还需要对粒子群个体极值Pbest和全局极值Gbest进行初始化。下面给出粒子群初始化伪代码:

```
POP = unifrnd(xmin,xmax,M,D);
Pbest = POP;
Gbest = unifrnd(xmin,xmax,1,D);
```

其中,POP表示粒子群,xmin和xmax分别是变量的下限和上限,unifrnd是返回xmin至xmax之间的随机数。

3.2.3 更新粒子的位置

粒子的位置的更新是基于公式(3)至(6),下面给出其实现的伪代码:

```
a = unifrnd(0,1);u = unifrnd(0,1);
b = 1.0 - 当前代数/最大代数 * 0.5;
p = a * Pbest(i,:) + (1 - a) * Gbest;
mbest = sum(Pbest)/M;
if u > =0.5   POP(i,:) = p - b * abs(mbest - POP(i,:)) * ln1/u);
else   POP(i,:) = p + b * abs(mbest - POP(i,:)) * ln(1/u);
end
```

其中,b为收缩扩张因子。

3.2.4 主程序

QPSO算法具体实现步骤如下:

(1)确定种群规模M和粒子维数D,初始化粒子群体、Pbest和Gbest;

(2)根据目标函数计算每一个粒子的适应度;

(3)根据其适应度,更新个体最优位置Pbest(i)和群体最优位置Gbest;

(4)根据公式(3)至(6)以一定概率取加或减,更新每个粒子的位置,生成新的粒子群体;

(5)判断粒子适应度是否满足收敛条件或者是否到达最大进化代数,是则退出,否则返回2)。

4 应用实例

基于上述的方法在MATLAB中开发了QPSO算法工具箱,并用于求解J. D. Schaffer提出的多峰函数优化问题[6]:

$$\min f(x1,x2) = 0.5 + \frac{\sin^2\sqrt{x_1^2+x_2^2} - 0.5}{[1.0 + 0.001(x_1^2+x_2^2)]^2} \tag{7}$$

$$\text{s.t.}\ -100 \le x_i \le 100$$

它的全局极小点是(0,0),而在距全局极小点大约3.14范围内凹陷部有无数多的局部极小点,一般算法很难搜索到全局最小点。

用QPSO算法,在配置为Celeron4 2.0GHZ,内存512M的PC机,进化代数为100,运行时间为7.3079秒,就逼近全局极小值,取得较好结果。

5 结束语

实验结果表明,QPSO算法具有具有良好的收敛性和稳定性。本文开发了基于MATLAB的QPSO算法工具箱,并将其应用到典型的函数优化问题上,取得较好的效果。只要给出目标函数(即可求出粒子的适应度、粒子的参数维数D),设定粒子群的规模M,就可以直接利用该算法工具箱求解,因此具有较强的通用性。

参考文献

[1]高隽. 人工神经网络原理及仿真实例[M]. 机械工业出版社,2003

[2]周开利等. 神经网络模型及其MATLAB仿直程序设计[M]. 清华大学出版社,2005

[3]J. Kennedy, R. Eberhart. Particle swarm optimization[J]. Proceeding IEEE international Conference on Neural Networks ,1995,4:1942~1948

[4]Jun Sun, Bin Feng, WenboXu. Particle Swarm Optimization with particles having quantum behavior [C]. Congress on Evolutionary Computation, 2004

[5]侯志荣等. 基于MATLAB的粒子群优化算法及其应用[J]. 计算机仿真,2003,20(10):68~70

[6]Schaffer J D, Caruana R A, Eshelman L J, Das R. A Study of Control Par - ameters Affecting Online Performance of Genetic Algorithms for Function O - ptimization. In[337],573~580,1993