

### Ejercicio 3 (1)

$$\text{if } \overbrace{(s[k] = 0)}^B \text{ then}$$

$$i := i + 1$$

$$j := 0$$

$$\text{else}$$

$$j := j + 1$$

$$\text{endif.}$$

Diagram illustrating the execution flow:

```

    graph TD
      B["B"] --> S1["S11  
S12"]
      S1 --> S["S"]
      S --> S2["S2"]
      S2 --> S
  
```

a) Calcular  $wp(S, Post) \equiv wp(\text{if } B \text{ then } S1 \text{ else } S2 \text{ endif}, Post)$

// Axioma 4

$$\equiv \text{def}(B) \wedge_L ((B \wedge \underbrace{wp(S1, Post)}_{E1}) \vee (\neg B \wedge \underbrace{wp(S2, Post)}_{E3}))$$

$$\equiv \text{def}(s[k] = 0) \wedge_L ((B \wedge E1) \vee (\neg B \wedge E3))$$

$$\equiv 0 \leq k < |s| \wedge_L ((B \wedge E1) \vee (\neg B \wedge E3))$$

calculo  $E1 \equiv wp(S1, Post) \equiv wp(S11; S12, Post)$

// Axioma 3

$$\equiv wp(S11, \underbrace{wp(S12, Post)}_{E2})$$

calculo  $E2$ :

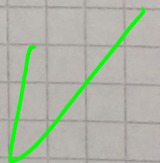
$$wp(j := 0, Post)$$

$$\equiv \text{def}(0) \wedge_L Post_0^j$$

// Axioma 1

// 0 está definido  $\rightarrow \text{def}(0) = \text{true}$

$$\equiv \text{posiciones correspondientes } (s, k+1, i, 0)$$





Ejercicio 3 (2)

reemplazo E2 en E1:

$$E1 \equiv wp(s11, E2)$$

$$\equiv wp(i := i+1, E2)$$

$$\equiv \underbrace{def(i+1)}_{true} \wedge E2_{i+1}$$

// Axioma 1

// las variables asumen que están definidas

$$E1 \equiv \text{posiciones correspondientes}(s, k+1, i+1, 0)$$

$$\text{calculo } E3 \equiv wp(s2, Post) \equiv wp(j := j+1, Post)$$

// Axioma 1

$$\equiv \underbrace{def(j+1)}_{true} \wedge Post_{j+1}$$

// Asumir que las variables están definidas, (así como no se redefine)

$$\equiv \text{posiciones correspondientes}(s, k+1, i, j+1)$$

reemplazando en  $wp(s, Post)$ :

$$wp(s, Post) \equiv 0 \leq k < |s| \wedge$$

$$( (s[k] = 0 \wedge \text{posiciones correspondientes}(s, k+1, i+1, 0))$$

$$\vee (s[k] \neq 0 \wedge \text{posiciones correspondientes}(s, k+1, i, j+1)))$$



## Ejercicio 3 (3)

b)  $\{Pre\} \leq \{Post\}$  es correcto  $\Leftrightarrow Pre \rightarrow wp(S, Post)$ .

$Pre \equiv k+1 < |s| \wedge \text{posiciones correspondientes } (s, k, i, j)$ .

Assumiendo cierta  $Pre$  quiero ver que vale  $wp(S, Post)$ .

~~$0 \leq k < |s|$  vale por  $0 \leq k < |s|$  de posiciones correspondientes  $(s, k, i, j)$ .~~

Tengo de la  $Pre$ :

- ①  $k+1 < |s| \wedge$
- ②  $0 \leq k < |s|$
- ③  $0 \leq j \leq k$
- ④  $\text{contApariciones}(\text{subseq}(s, 0, k-j), 0) = i$
- ⑤  $k-j = 0 \vee s[k-j-1] = 0$
- ⑥  $\text{contApariciones}(\text{subseq}(s, k-j, k), 0) = 0$

Quiero ver que vale  $wp(S, Post)$ :

1.  $0 \leq k < |s|$  // vale por ②

2.  $Post \equiv B = true$

asumo que vale  $s[k] = 0$  y pruebo posiciones correspondientes  $(s, k+1, i+1, j)$

2.1.  $0 \leq k+1 < |s|$  vale por ① y ②

2.2.  $0 \leq 0 \leq k+1$  vale por ②

2.3.  $\text{contApariciones}(\text{subseq}(s, 0, k+1-0), 0) = i+1$

$\text{contApariciones}(\text{subseq}(s, 0, k), 0) + \text{contApariciones}(s, k, k+1, 0) = i+1$   
 $= i$  por ④  $= 1$  porque vale  $B(s[k]=0)$

$i+1 = i+1$

vale.



# Ejercicio 3 (4)

$$2.4 \quad k+1-0=0 \quad \forall_L s[k+1-0-1]=0$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \\ k+1=0 \quad \forall_L s[k]=0 \\ \text{true} \quad \text{true por B} \\ \text{true} \end{array}$$

$k \geq 0$  por (2)

$$2.5 \quad \text{contApariciones}(\text{subseq}(s, k+1, k+1), 0) = 0$$

$= 0$  por conjunto vacío

$$\frac{0=0}{\text{vale}}$$

3. Reme  $\neg B = \text{true}$

Así no que vale  $s[k] \neq 0$  y pruebo posiciones correspondientes  $(s, k+1, i, j+1)$

$$3.1 \quad 0 \leq k+1 \leq |s| \quad \text{vale por (1) y (2)}$$

$$3.2 \quad 0 \leq j+1 \leq k+1$$

$\text{vale por (3)}$   $j+1 \leq k+1 \equiv j \leq k$   $\text{vale por (3)}$

$$3.3 \quad \text{contApariciones}(\text{subseq}(s, 0, k+1-j-1), 0) = i$$

$$\equiv \text{contApariciones}(\text{subseq}(s, 0, k-j), 0) = i$$

$\text{vale por (4)}$

$$3.4 \quad \text{contApariciones}(\text{subseq}(s, k+1-j-1, k+1), 0) = 0$$

$$k+1-j-1=0 \quad \forall_L s[k+1-j-1-1]=0$$

$$k-j=0 \quad \forall_L s[k-j-1]=0$$

$\text{vale por (5)}$

$$3.5 \quad \text{contApariciones}(\text{subseq}(s, k+1-j-1, k+1), 0) = 0$$

$$\text{contApariciones}(\text{subseq}(s, k-j, k+1), 0) = 0$$

$$\text{contApariciones}(\text{subseq}(s, k-j, k), 0) + \text{contApariciones}(\text{subseq}(s, k, k+1), 0) = 0$$

$= 0$  por (6)  $= 0$  por  $\neg B \quad s[k] \neq 0$

$$\frac{0=0}{\text{true}}$$