



**Ejercicio 1. ★** Calcular las siguientes expresiones, donde  $a, b$  son variables reales,  $i$  una variable entera y  $A$  es una secuencia de reales.

- a)  $\text{def}(a + 1)$ .
- b)  $\text{def}(a/b)$ .
- c)  $\text{def}(\sqrt{a/b})$ .
- d)  $\text{def}(A[i] + 1)$ .
- e)  $\text{def}(A[i + 2])$ .
- f)  $\text{def}(0 \leq i \leq |A|)$ .
- g)  $\text{def}(0 \leq i \leq |A| \wedge_L A[i] \geq 0)$ .

**Ejercicio 2.** Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde  $a, b$  son variables reales,  $i$  una variable entera y  $A$  es una secuencia de reales.

- a)  $wp(\mathbf{a} := \mathbf{a} + \mathbf{1}, a \geq 0)$ .
- b)  $wp(\mathbf{a} := \mathbf{a}/\mathbf{b}, a \geq 0)$ .
- c)  $wp(\mathbf{a} := \mathbf{A}[\mathbf{i}], a \geq 0)$ .
- d)  $wp(\mathbf{a} := \mathbf{b} * \mathbf{b}, a \geq 0)$ .
- e)  $wp(\mathbf{b} := \mathbf{b} + \mathbf{1}, a \geq 0)$ .

**Ejercicio 3. ★** Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde  $a, b$  son variables reales,  $i$  una variable entera y  $A$  es una secuencia de reales.

- a)  $wp(\mathbf{a} := \mathbf{a} + \mathbf{1}; \mathbf{b} := \mathbf{a}/\mathbf{2}, b \geq 0)$ .
- b)  $wp(\mathbf{a} := \mathbf{A}[\mathbf{i}] + \mathbf{1}; \mathbf{b} := \mathbf{a} * \mathbf{a}, b \neq 2)$ .
- c)  $wp(\mathbf{a} := \mathbf{A}[\mathbf{i}] + \mathbf{1}; \mathbf{a} := \mathbf{b} * \mathbf{b}, a \geq 0)$ .
- d)  $wp(\mathbf{a} := \mathbf{a} - \mathbf{b}; \mathbf{b} := \mathbf{a} + \mathbf{b}, a \geq 0 \wedge b \geq 0)$ .

**Ejercicio 4. ★** Sea  $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j] \geq 0)$ . Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde  $i$  es una variable entera y  $A$  es una secuencia de reales.

- a)  $wp(\mathbf{A}[\mathbf{i}] := \mathbf{0}, Q)$ .
- b)  $wp(\mathbf{A}[\mathbf{i} + \mathbf{2}] := \mathbf{0}, Q)$ .
- c)  $wp(\mathbf{A}[\mathbf{i} + \mathbf{2}] := -\mathbf{1}, Q)$ .
- d)  $wp(\mathbf{A}[\mathbf{i}] := \mathbf{2} * \mathbf{A}[\mathbf{i}], Q)$ .
- e)  $wp(\mathbf{A}[\mathbf{i}] := \mathbf{A}[\mathbf{i} - \mathbf{1}], Q)$ .

**Ejercicio 5.** Calcular  $wp(S, Q)$ , para los siguientes pares de programas  $S$  y postcondiciones  $Q$ .

- a)  $S \equiv i := i + 1$   
 $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j] \neq 0)$
- b)  $S \equiv A[0] := 4$   
 $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j] \neq 0)$
- c)  $S \equiv A[2] := 4$   
 $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j] \neq 0)$
- d)  $S \equiv A[i] := A[i+1] - 1$   
 $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 < j < |A| \rightarrow_L A[j] \geq A[j-1])$
- e)  $S \equiv A[i] := A[i+1] - 1$   
 $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 < j < |A| \rightarrow_L A[j] \leq A[j-1])$

**Ejercicio 6.** Escribir programas para los siguientes problemas y demostrar formalmente su corrección usando la precondition más débil.

- a) `proc problema1 (inout a:  $\mathbb{Z}$ ) {`  
`Pre { $a = a_0 \wedge a \geq 0$ }`  
`Post { $a = a_0 + 2$ }`  
`}`
- b) `proc problema2 (in a:  $\mathbb{Z}$ , out b:  $\mathbb{Z}$ ) {`  
`Pre { $a \neq 0$ }`  
`Post { $b = a + 3$ }`  
`}`
- c) `proc problema3 (in a:  $\mathbb{Z}$ , in b:  $\mathbb{Z}$ , out c:  $\mathbb{Z}$ ) {`  
`Pre {true}`  
`Post { $c = a + b$ }`  
`}`
- d) `proc problema4 (in a:  $seq\langle \mathbb{Z} \rangle$ , in i:  $\mathbb{Z}$ , out result:  $\mathbb{Z}$ ) {`  
`Pre { $0 \leq i < |a|$ }`  
`Post { $result = 2 * a[i]$ }`  
`}`
- e) `proc problema5 (in a:  $seq\langle \mathbb{Z} \rangle$ , in i:  $\mathbb{Z}$ , out result:  $\mathbb{Z}$ ) {`  
`Pre { $0 \leq i \wedge i + 1 < |a|$ }`  
`Post { $result = a[i] + a[i + 1]$ }`  
`}`

**Ejercicio 7. ★** Calcular  $wp(S, Q)$ , para los siguientes pares de programas  $S$  y postcondiciones  $Q$ .

a)  $S \equiv$

```

if( a < 0 )
  b := a
else
  b := -a
endif

```

$Q \equiv (b = -|a|)$

b)  $S \equiv$

```

if( a < 0 )
  b := a
else
  b := -a
endif

```

$Q \equiv (b = |a|)$

c)  $S \equiv$

```

if( i > 0 )
  s[i] := 0
else
  s[0] := 0
endif

```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \geq 0)$

d)  $S \equiv$

```

if( i > 1 )
  s[i] := s[i-1]
else
  s[i] := 0
endif

```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(1 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] = s[j-1])$

e)  $S \equiv$

```

if( s[i] < 0 )
  s[i] := -s[i]
else
  skip
endif

```

$Q \equiv 0 \leq i < |s| \wedge_L s[i] \geq 0$

f)  $S \equiv$

```

if( s[i] > 0 )
  s[i] := -s[i]
else
  skip
endif

```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \geq 0)$

**Ejercicio 8. ★** Escribir programas para los siguientes problemas y demostrar formalmente su corrección usando la precondition más débil.

- a) `proc problema1` (in s:  $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$ , in i:  $\mathbb{Z}$ , inout a:  $\mathbb{Z}$ ) {  
    Pre  $\{0 \leq i < |s| \wedge_L a = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]\}$   
    Post  $\{a = \sum_{j=0}^i s[j]\}$   
}
- b) `proc problema2` (in s:  $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$ , in i:  $\mathbb{Z}$ , inout a:  $\mathbb{Z}$ ) {  
    Pre  $\{0 \leq i < |s| \wedge_L a = \sum_{j=0}^i s[j]\}$   
    Post  $\{a = \sum_{j=1}^i s[j]\}$   
}
- c) `proc problema3` (in s:  $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$ , in i:  $\mathbb{Z}$ , out res: Bool) {  
    Pre  $\{0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j:\mathbb{Z})(0 \leq j < i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$   
    Post  $\{res = true \leftrightarrow (\forall j:\mathbb{Z})(0 \leq j \leq i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$   
}
- d) `proc problema4` (in s:  $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$ , in i:  $\mathbb{Z}$ , inout a:  $\mathbb{Z}$ ) {  
    Pre  $\{0 \leq i < |s| \wedge_L a = \sum_{j=0}^{i-1} (\text{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi})\}$   
    Post  $\{a = \sum_{j=0}^i (\text{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi})\}$   
}
- e) `proc problema5` (in s:  $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$ , in i:  $\mathbb{Z}$ , inout a:  $\mathbb{Z}$ ) {  
    Pre  $\{0 < i \leq |s| \wedge_L a = \sum_{j=1}^{i-1} (\text{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi})\}$   
    Post  $\{a = \sum_{j=0}^{i-1} (\text{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi})\}$   
}