

Ejercicio 1 (1)

$$I \equiv s = \sum_{k=1}^t k \wedge 0 \leq t \leq n$$

a) $(I \wedge \neg B) \rightarrow Qc$

tergo $\{I \wedge \neg B\}$:

$I1. s = \sum_{k=1}^t k$

$I2. 0 \leq t \leq n$

$\neg B. s \leq 0$

quero ver que se cumple Qc :

$Qc1. s = 0$

$Qc2. t = 0$

de $I1$ y $\neg B$ vemos que se cumple

$$\sum_{k=1}^t k \leq 0, \text{ ademas de } I2$$

sabemos que $0 \leq t$.

Para que ambas sean ciertas

t tiene que tener el valor 0.

$$s = \sum_{k=1}^0 k = 0 \leq 0 \quad \checkmark \quad t = 0 \not\leq 0 \quad \checkmark$$

cualquier otro valor de t en el rango que pide $I2$, hace que $s > 0$ porque la sumatoria de k de tener rango va cfo.

b) $\{I \wedge B\} \langle \text{Cuerpo del Ciclo} \rangle \{I\}$

Para probar esto, tengo que probar que

$$(I \wedge B) \rightarrow wp(\langle \text{Cuerpo del Ciclo} \rangle, I)$$

por def. de Triplo de Hoare.

1. calculo $E1 \equiv wp(\langle \text{Cuerpo del Ciclo} \rangle, I)$

$$E1 \equiv wp(s1; s2, I)$$

$$s1 \equiv s := s - t$$

$$s2 \equiv t := t - 1$$

Axioma 3

$$\equiv wp(s1, wp(s2, I))$$

2. calculo $E2 \equiv wp(s2, I)$

$$E2 \equiv wp(t := t - 1, I)$$

Axioma 1

$$\equiv \underbrace{\text{def}(t-1)}_{\text{true}} \wedge I_{t-1}^t$$

Assumamos las variables definidas, y la resta no se redefine

$$\equiv I_{t-1}^t$$

$$\equiv s = \sum_{k=1}^{t-1} k \wedge 0 \leq t-1 \leq n \equiv E2$$

3. Reemplazo $E2$ en $E1$

$$E1 \equiv wp(s1, E2)$$

$$\equiv wp(s := s - t, E2)$$

Axioma 1

$$\equiv \underbrace{\text{def}(s-t)}_{\text{true}} \wedge E2_{s-t}^s$$

Assumamos las variables definidas y la resta no se redefine.

$$\equiv E2_{s-t}^s$$

$$\equiv s - t = \sum_{k=1}^{t-1} k \wedge 0 \leq t-1 \leq n$$

sumo t a ambos lados de la desigualdad y por ser miembro y por ser de \mathbb{Z} resta t dentro de la Σ

$$\equiv s = \sum_{k=1}^t k \wedge 0 \leq t-1 \leq n$$

quiero ver que $I \wedge B$ implique a $E1$:

tengo $I \wedge B$: son verdades:

$$I1: s = \sum_{k=1}^t k$$

$$I2: 0 \leq t \leq n$$

$$B: s > 0$$

$$E1: s = \sum_{k=1}^t k$$

esto es trivialmente válido porque es igual a lo que dice $I1$.

$$0 \leq t-1 \leq n$$

de $I2$ tengo que $t \leq n$

por lo tanto es trivial que

$$t-1 \leq n$$

de $I2$ tengo que $0 \leq t$

y de B tengo que $s > 0$

entonces por $I1$ $t > 0$, (sino a la Σ de $I1$ tiene rango vacío y $s=0$.)

como ~~0~~ $0 \leq t$ es trivial que $0 \leq t-1$