ISSN: 2460 - 7797 e-ISSN: 2614-8234

Website: jurnal.umj.ac.id/index.php/fbc

Email: fibonacci@umj.ac.id



ANALISIS PENDUGAAN UKURAN KEMISKINAN MONETER PADA CONTOH BERUKURAN KECIL

Nurul Hidayati^{1)*}, Asep Saefuddin²⁾, Anang Kurnia²⁾

¹⁾Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu, Bengkulu, 65114

²⁾Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor, Bogor, 16680

*noe_o3l@yahoo.com

Abstrak

Kemiskinan merupakan sebagian dari masalah pembangunan yang berkaitan dengan berbagai dimensi yang meliputi sosial, ekonomi, budaya, politik, regional dan waktu. Penelitian ini bertujuan untuk menilai ukuran sampel dari ukuran kemiskinan moneter yang digunakan oleh Badan Pusat Statistik Indonesia (BPS) dan juga untuk mencari solusi alternatif dalam mengestimasi ukuran kemiskinan moneter dalam contoh berukuran kecil. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah estimasi langsung yang dilengkapi dengan simulasi yang bertujuan untuk mengevaluasi ukuran sampel dalam perhitungan estimasi pengukuran kemiskinan dan Bayes empiris sebagai solusi alternatif dalam mengestimasi ukuran kemiskinan moneter dengan ukuran sampel kecil. Hasil penelitian ini menunjukkan nilai estimasi memiliki varians kecil dan tidak bias jika ukuran sampel yang digunakanbesar, dan sebaliknya. Ini terbukti dalam perbandingan ukuran sampel, seperti yang ditunjukkan padaperilaku indeks bias Relative Bias (RB), Absolute Relative Bias, dan Relative Mean Square Error (RMSE). Dengan demikian, estimasi langsung dapat dikoreksi dengan estimasi Bayesian empiris dalam menangani masalah ukuran sampel yang kecil.

Kata Kunci: indikator kemiskinan, pendugaan langsung, Bayes empiris, indeks perilaku

PENDAHULUAN

Kemiskinan merupakan sebagian dari masalah pembangunan yang berkaitan dengan berbagai dimensi yang meliputi sosial, ekonomi, budaya, politik, regional dan waktu.Kemiskinan didefinisikan sebagai keadaan masyarakat yang berada pada suatu kondisi yang serba terbatas, baik keterbatasan dalam aksebilitas pada faktor produksi, peluang atau kesempatan berusaha, pendidikan, maupun fasilitas hidup lainnya, sehingga dalam setiap aktivitas maupun usaha menjadi sangat terbatas pula (Mafruhah, 2009:1).

Di sisi lain, perlu dipahami bahwa strategi penanggulangan kemiskinan membutuhkan ketersediaan data kemiskinan yang akurat dan tepat sasaran. Pengukuran kemiskinan dapat menjadi instrumen bagi pengambil kebijakan dalam memfokuskan perhatian pada kondisi hidup orang miskin.

Terdapat dua pendekatan untuk mengukur kemiskinan, yaitu pendekatan nonmoneter dan pendekatan moneter. Pada pendekatan nonmoneter, konsep kesejahteraan dilihat dalam bentuk pencapaian atas keberhasilan dari individu dan rumah tangga. Dengan demikian indikator yang digunakan dalam pendekatan nonmoneter adalah indikator yang melekat pada individu dan rumah tangga (Abdillah, 2011:30). Sedangkan pada pendekatan moneter,kesejahteraan diukur dari total konsumsi (kalori) yang dinikmati individu. (2012:1)Sehingga, menurut Rozuli indikator yang digunakan dalam pendekatan moneter adalah pendapatan dan pengeluaran konsumsi per kapita rumah tangga.

Konsep kemiskinan yang digunakan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) adalah pendekatan moneter, dengan mendefinisikan kemiskinan sebagai ketidakmampuan untukmemenuhi standar tertentu dari kebutuhan dasar, baik makanan maupun bukan makanan (BPS, 2008:29). Kebutuhan dasar ini diukur berdasarkan pengeluaran, dalam bentuk pengeluaran per kapita per bulan rumah tangga. Penduduk yang memiliki rata-rata pengeluaran per kapita per bulan di bawah garis kemiskinan dikategorikan sebagai penduduk miskin (BPS, 2008:32).

Fosteret.al (1984:763) mengembangkan ukuran kemiskinan yang dikenal dengan rumus Foster Greer T horbecke (FGT) yaitu (1) persentase penduduk miskin (*Head Count Index* (HCI), P₀) adalah persentase penduduk yang

berada di bawah Garis Kemiskinan (GK), (2) indeks kedalaman kemiskinan (*Poverty* Gap Index (PGI), P₁) adalah rata-rata kesenjangan pengeluaran masing-masing penduduk miskin terhadap garis kemiskinan, semakin tinggi indeks maka semakin iauh rata-rata pengeluaran penduduk dari garis kemiskinan dan (3) keparahan kemiskinan indeks (Distributionally Sensitive Index (DSI), P₂) adalah gambaran penyebaran pengeluaran diantara penduduk miskin, semakin tinggi indeks maka semakin nilai tinggi ketimpangan pengeluaran diantara penduduk miskin.

Perhitungan pendugaan ukuran kemiskinan moneter dilakukan BPS secara langsung berdasarkan data Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas). Pendugaan langsung ini tidak mampu memberikan ketelitian yang baik jika ukuran contoh kecil, sehingga statistik yang diperoleh akan memiliki ragam yang besar dan akurasi yang rendah. Selain itu, pendugaan tidak dapat dilakukan karena contoh yang tidak terwakili di dalam survei. Hal ini dapat diatasi dengan menggunakan suatu metode pendugaan area kecil untuk meningkatkan efektifitas ukuran contoh dengan cara menambahkan informasi pada area tersebut dari area lain atau sumber informasi lain melalui pembentukan model yang tepat.

Pendugaan parameter kemiskinan moneter saat ini dirasakan sangat penting seiring dengan berkembangnya otonomi untuk mendapatkan informasidaerah informasi pada level kabupaten/kota, kecamatan, bahkan kelurahan atau desa. Informasi-informasi tersebut dapat digunakan untuk pedoman dalam menyusun sistem perencanaan, pemantauan, dan kebijakan daerah lainnya tanpa harus mengeluarkan biaya yang besar untuk mengumpulkan data sendiri. Namun

demikian, ada suatu permasalahan yang ditemui dalam pendugaan parameter kemiskinan moneter untuk wilayah administrasi di bawah kabupaten/kota, yaitu pengamatan survei (dalam hal ini Susenas) memiliki ukuran contoh yang kecil.

Elbers, Lanjouw dan Lanjouw (ELL) (2003:355) mengusulkan suatu metode pendugaan area kecil yang telah diterapkan oleh Bank Dunia dalam pemetaan kemiskinan yang mengasumsikan satuan model level dari kombinasi data sensus dan survei. Haslett et. al(2010:157)membandingkan teknik-teknik regresi survei untuk menentukan model yang cocok pada pendugaan kemiskinan area kecil dalam metode ELL. Proyek EURAREA yang dilakukan di Eropa mengembangkan metode pendugaan karakteristik pendapatan area kecil yang terbatas pada parameter linier. Metode tersebut berdasarkan pada aplikasi model campuran yang menggunakan informasi tambahan untuk mendefinisikan penduga-penduga dalam area kecil (Saei dan Chambers, 2003:2).

Tulisan ini membahas akan karakteristik nilai dugaan ukuran kemiskinan moneter dengan menggunakan metode pendugaan langsung pemecahan masalah pendugaannya dengan mengadopsi metode yang diajukan oleh Molina dan Rao (2010). Lebih rinci tulisan ini akan membahas tentang pengaruh ukuran contoh pada pendugaan ukuran kemiskinan moneter yang digunakan oleh BPS dan solusi alternatif pendugaan ukuran kemiskinan moneter pada saat ukuran contoh kecil.

Tulisan ini akan memaparkan hasil simulasi metode pendugaan langsung yang dievaluasi menggunakan *relative bias, absolute relative bias,* dan *relative mean square error* serta metode yang disarankan diaplikasikan pada data susenas untuk

wilayah administrasi di bawah kabupaten/kota dengan ukuran contoh kecil.

Berkenaan dengan kemiskinan, Fosteret.al (1984:763) merumuskan tiga ukuran kemiskinan, yaitu indeks kemiskinan $(P_0),$ indeks kedalaman kemiskinan (P₁) dan indeks keparahan kemiskinan (P₂). Tiga ukuran kemiskinan dikenal sebagai juga ukuran kemiskinanFGT (Foster, Greer, dan Thorbecke). Molina dan Rao (2010)mengembangkan ukuran kemiskinan FGT sebagai berikut:

$$P_{\alpha i} = \frac{1}{N_i} \sum_{j \in S_i} P_{\alpha ij} \quad i=1,...,m$$
 (1)

didefinisikan dengan:

$$P_{\alpha ij} = \left(\frac{z - R_{ij}}{z}\right)^{\alpha} I(R_{ij} < z),$$

$$j = 1, 2, ..., N_i ; \alpha = 0, 1, 2$$
(2)

z = Garis kemiskinan

R_{ij} = Rata-rata pengeluaran perkapita rumah tangga sebulan

 $N_i = Jumlah rumah tangga$

serta $I(R_{ij} < z) = 1$ jika $R_{ij} < z$ (rumah tangga yang dikategorikan miskin) dan $I(R_{ij} < z) = 0$ jika $R_{ij} > z$ (rumah tangga yang dikategorikan tidak miskin). Jika $\alpha = 0$, diperoleh indeks kemiskinan (P_0) , jika $\alpha = 1$ diperoleh indeks kedalaman kemiskinan (P_1) dan jika $\alpha = 2$ disebut indeks keparahan kemiskinan (P_2) .

Penduga langsung dari ukuran kemiskinan FGT untukwilayahke — iadalah

$$\hat{P}_{\alpha i} = \frac{1}{n_i} \sum_{j \in S_i} P_{\alpha i j},
\alpha = 0, 1, 2; i = 1, 2, ..., m$$
(3)

Jika w_{ij} adalah pembobot survei untuk setiap contoh, maka penduga langsung untuk $P_{\alpha i}$ adalah

$$\widehat{P}_{\alpha i}^{w} = \frac{1}{\widehat{N}_{i}} \sum_{j \in S_{i}} w_{ij} P_{\alpha ij},$$

$$\alpha = 0, 1, 2; i = 1, 2, ..., m$$
(4)

dengan $\widehat{N}_i = \sum_{j \in S_i} w_{ij}$ adalah penduga tak bias bagi N_i dan w_{ij} adalah bobot satuan contoh ke-j dari wilayah ke-i.Jika ukuran contoh yang dipilih dari wilayah ke-isangat kecil atau kejadiannya nol, maka penduga langsung (3) atau (4) tidak tepat digunakan.

Pendugaan Bayes empirik bagi ukuran kemiskinan $P_{\alpha i}$, yaitu (Molina dan Rao, 2010:372-374):

$$\hat{\mathbf{P}}_{\alpha i}^{EB} = \frac{1}{N_i} \left\{ \sum_{j \in s_i} \mathbf{P}_{\alpha i j} + \sum_{j \in r_i} \hat{\mathbf{P}}_{\alpha i j}^{EB} \right\}$$
 (5)

untuk memperoleh nilai penduga dari Bayes empirik $(\hat{P}_{\alpha ij}^{EB})$ digunakan model regresi linier tersarang. Model ini berhubungan secara linier untuk semua area, peubah populasi Y_{ij} ditransformasi ke vektor \mathbf{x}_{ij} yang mengandung nilai dari peubah penjelas p dan termasuk sebuah pengaruh khusus area acaku_i dan memiliki galat e_{ij} (Molina dan Rao, 2010:374):

$$Y_{ij} = \mathbf{x}'_{ij} \boldsymbol{\beta} + u_i + e_{ij} ,$$

$$j = 1, ..., N_i, i = 1, ..., m$$

$$u_i \sim N(0, \sigma_u^2), e_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$$
(6)

dengan pengaruh area u_i dan galat e_{ij} saling bebas. Misalkan didefinisikan vektor dan matriks yang diperoleh dengan *stacking element* untuk area i:

$$\mathbf{y}_{i}^{=} \underset{1 \leq j \leq N_{i}}{col} \left(Y_{ij}\right) \;, \;\; e_{i}^{=} \underset{1 \leq j \leq N_{i}}{col} \left(e_{ij}\right), \;\; \mathbf{X}_{i}^{=} \underset{1 \leq j \leq N_{i}}{col} \left(x_{ij}^{'}\right)$$

Kemudian vektor \mathbf{y}_i , i=1,...,m saling bebas dengan $\mathbf{y}_i \sim N(\boldsymbol{\mu}_i, V_i)$, dengan:

$$\begin{aligned} & \mu_i = X_i \beta dan \\ & V_i = \sigma_u^2 \mathbf{1}_{N_i} \mathbf{1}_{N_i}' + \sigma_e^2 \mathbf{I}_{N_i} \end{aligned} \tag{7}$$

Dengan $\mathbf{1}_k$ dinotasikan sebuah vektor kolom dari sesuatu yang berukuran k dan \mathbf{I}_k adalah matriks identitas k x k .

Misalkan penguraian dari \mathbf{y}_i adalah anggota contoh dan bukan anggota contoh $\mathbf{y}_i = (\mathbf{y}_{is}', \mathbf{y}_{ir}')$ dengan $n_i > 0$, dan penguraian yang bersesuaian dari \mathbf{x}_i , μ_i , dan \mathbf{V}_i . Sehingga sebaran dari \mathbf{y}_{ir} bersyarat \mathbf{y}_{is} adalah:

$$\mathbf{y}_{ir} | \mathbf{y}_{is} \sim N(\mu_{ir|s}, V_{ir|s})$$
 (8)

dengan:

$$\begin{split} & \mu_{ir|s} = & X_{ir} \beta + \sigma_u^2 \mathbf{1}_{N_i - n_i} \mathbf{1}_{n_i}^{'} \mathbf{V}_{is}^{-1} (\mathbf{y}_{is} - \mathbf{X}_{is} \quad (9) \\ & \mathbf{V}_{ir|s} = & \sigma_u^2 (1 - \gamma_i) \mathbf{1}_{N_i - n_i} \mathbf{1}_{N_i - n_i}^{'} + \sigma_e^2 \mathbf{I}_{N_i - n} \quad (10) \end{split}$$

untuk

 $V_{is} = \sigma_u^2 \mathbf{1}_{n_i} \mathbf{1}_{n_i}' + \sigma_e^2 \mathbf{I}_{n_i} \operatorname{dan} \gamma_i = \sigma_u^2 \left(\sigma_u^2 + \frac{\sigma_e^2}{n_i} \right)^{-1}$. Jika diasumsikan bahwa partisi $\mathbf{y}_i (i=1,...,m)$ dari Ω_i ke \mathbf{s}_i dan \mathbf{r}_i diketahui serta peubah penjelas \mathbf{x}_{ij} diketahui berhubungan dengan j $\epsilon \mathbf{r}_i$, maka $\mathbf{y}_{ir} | \mathbf{y}_{is}$ dan $\mathbf{y}_{ir} | \mathbf{y}_s$ akan mempunyai sebaran yang sama.

Selanjutnya, Molina dan Rao (2010:375) menyatakan bahwa pendekatan Monte Carlo dilakukan dengan mensimulasi m buah vektor y_{ir} yang berukuran N_i - n_i , i=1,...,mdengan sebaran $\mathbf{y}_{ir} \left| \mathbf{y}_{is} \sim N(\mu_{ir|s}, V_{ir|s}) \right|$. Simulasi ini diulang sebanyak Lkali. Namun, simulasi ini tidak dapat dikerjakan dengan mudah jika N_i Adapun prosedur yang dapat digunakan untuk mengatasi persoalan ini FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika. Vol. 5 (1), pp: 37 - 54.

adalah membangkitkan y_{ir} dengan menggunakan model berikut:

$$y_{ir} = \mu_{irls} + v_i \mathbf{1}_{N_i - n_i} + \epsilon_{ir}$$
 (11)

dengan matriks $V_{ir|s}$ (10) bersesuaian dari matrik kovarian \mathbf{y}_{ir} . Pengaruh peubah acak yang baru υ_i dan galat ε_{ir} yang saling bebas dan memenuhi:

$$\begin{split} &\upsilon_i{\sim}N\big(0,\!\sigma_{\upsilon}^2(1\text{-}\gamma_i)\big),\ i{=}1,\!...,\!m & \text{dan} \\ &\boldsymbol{\varepsilon}_{ir}{\sim}N(\boldsymbol{0}_{N_i},\!\sigma_{e}^2\boldsymbol{I}_{N_i\text{-}n_i}). \end{split}$$

Persamaan (11) digunakan untuk membangun vektor normal ganda y_{ir} , untuk $j \in r_i$. Seperti yang dijelaskan sebelumnya parameter model $\theta = (\beta', \sigma_u^2, \sigma_e^2)'$ yang diduga dari $\hat{\theta} = (\hat{\beta}', \hat{\sigma}_u^2, \hat{\sigma}_e^2)'$ dan peubah y_{ir} dibangun dari pendugaan sebaran normal yang bersesuaian.

METODE PENELITIAN

Data

Penelitian ini menggunakan dua jenis data, yaitu data simulasi dan data terapan. Data simulasi diperoleh dengan melakukan simulasi data yang mengikuti sebaran tertentu, dalam hal ini sebaran log Y \sim N(μ , σ^2). Data aplikasi diperoleh dari data Susenas dan data PODES Provinsi Jawa Timur tahun 2008. Kedua jenis data dimaksud dapat dijelaskan seperti berikut ini :

Data Pendekatan Simulasi

Data pendekatan simulasi dalam penelitian ini digunakan untuk mengevaluasi pengaruh ukuran contoh terhadap perhitungan pendugaan langsung ukuran kemiskinan. Simulasi dilakukan dengan cara membangkitkan data pengamatan (observasi) berukuran 10.000 untuk 9 (sembilan) skenario. Data simulasi dibangkitkan yang berdasarkan pola sebaran data $\log Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, karena pola sebaran log normal mengakomodir bentuk dari karakteristik pengeluaran per kapita di Provinsi Jawa Timur. Data simulasi dibangkitkan dengan menggunakan fungsi *rlnorm* pada perangkat lunak program Rstudio. Dari data populasi yang telah diperoleh diambil secara acak data contoh berukuran 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 60,80,100, 150,200, 250, dan 300, masingmasing sebanyak 500 kali ulangan.

Data Pendekatan Terapan

Pendekatan terapan menggunakan dua sumber data, yaitu data Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) 2008 dan data Potensi Desa (PODES) 2008 Propinsi Jawa Timur. Dari data Susenas 2008 diambil dua peubah, yaitu data pengeluaran per kapita rumah tangga sebagai peubah respon (Yii) dan data jumlah desa yang memiliki status kelurahan sebagai peubah penjelas untuk rumah tangga anggotacontoh (Xis). Data Potensi Desa (PODES) 2008 yang digunakan sebagai sumber data pendukung adalah data proporsi desa yang berstatus kelurahan dari setiap kecamatan. Data ini digunakan sebagai peubah penjelas untuk rumah tangga yang bukan anggota $contoh(X_{ir}).$

Metode Analisis

Pendekatan Simulasi

Tahap I: Membangkitkan data

Membangkitkan data dengan menggunakan sebaran lognormal log Y \sim N(μ , σ^2) berukuran N=10.000, \overline{z} =185000 (\overline{z} benilai tetap untuk setiap skenario) merupakan nilai rata-rata garis kemiskinan dari 38 kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur dan parameter hasil kombinasi yang tertera pada tabel 1. Gugus data bangkitan ini selanjutnya disebut skenario.

Tabel 1. Kombinasi Nilai Rataan (μ), Simpangan Baku (σ), dan E(Y)=355.045

Skenario	μ	σ
1	12,6	0,6
2	11,8	1,4
3	11,5	1,6
4	9,9	2,4
5	9,4	2,6
6	7,0	3,4
7	6,3	3,6
8	3,1	4,4
9	2,2	4,6

Tahap II : Menghitung nilai P_0 , P_1 , dan P_2 dari data skenario dengan persamaan berikut:

$$P_{\alpha i} = \frac{1}{N_i} \sum_{j \in S_i} P_{\alpha ij}$$
 $i=1,...,m; j=1,2,...,$

$$N_i$$
; $\alpha = 0, 1, 2$

Tahap III: Mengevaluasi nilai pendugaan langsung

Dari data yang telah dibangkitkan pada tahap I, selanjutnya dilakukan analisis untuk mengevaluasi nilai duga dari pendugaan langsung. Evaluasi pendugaan dilakukan dengan tiga metode evaluasi pendugaan yaitu: relative bias (RB), absolute relative bias (ARB), relative means square error (RMSE). Persamaan yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$\begin{split} \textit{RB} &= \frac{1}{B} \sum_{B=1}^{500} \left(\frac{\widehat{P}_{\alpha}^{(B)} - P_{\alpha}}{P_{\alpha}} \right) x 100\%, \, \alpha = 0, 1, 2 \\ \textit{ARB} &= \frac{1}{B} \sum_{B=1}^{500} \left| \frac{\widehat{P}_{\alpha}^{(B)} - P_{\alpha}}{P_{\alpha}} \right| x 100\%, \, \alpha = 0, 1, 2 \\ \textit{RMSE} &= \frac{1}{B} \sum_{B=1}^{500} \left(\frac{\widehat{P}_{\alpha}^{(B)} - P_{\alpha}}{P_{\alpha}} \right)^2 x 100\%, \alpha = 0, 1, 2 \end{split}$$

Tahap IV: Membandingkan keempat ukuran evaluasi penduga parameter yang

diperoleh dari tahap III pada penggunaan ukuran contoh yang berbeda.

Pendekatan Terapan

Langkah-langkah yang dilakukan pada data aplikasi adalah sebagai berikut:

- 1. Eksplorasi data dan menentukan bentuk sebaran dari peubah Y (pengeluaran per kapita).
- 2. Menghitung nilai duga ukuran kemiskinanP₀, P₁, dan P₂ untuk tingkat Kabupaten/Kota menggunakan persamaan (1).
- 3. Menghitung nilai duga ukuran kemiskinan P₀, P₁, dan P₂ untuk tingkat kecamatan di Kabupaten Kota Malang di Provinsi Jawa Timur menggunakan persamaan (1).
- 4. Mengulangi langkah 3 dengan mengadopsi metode yang diajukan oleh Molina dan Rao (2010) dengan data aplikasinya adalah data PODES 2008, sebagai peubah penyerta.

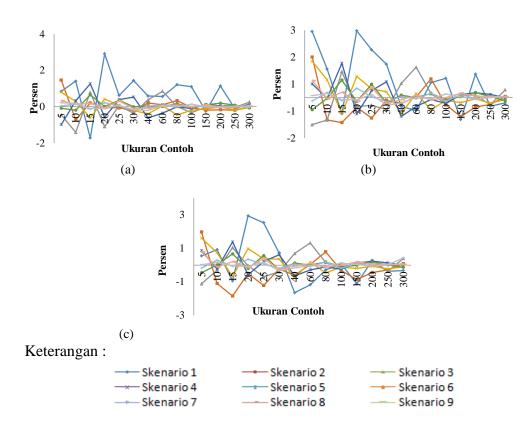
HASIL DAN PEMBAHASAN

Simulasi ini dilakukanuntuk mengevaluasi pengaruh ukuran contoh terhadap perhitungan pendugaan langsung ukuran kemiskinan. Evaluasi dilakukan berdasarkan pada *relative bias* (RB), absolute relative bias (ARB), dan relative mean square error (RMSE).

Relative Bias (RB).

Gambar 1 menunjukkan pola fluktuasi positif dan negatif di sekitar nol nilai RB untuk penduga P₀, P₁, dan P₂ yang dihasilkan dari sembilan skenario simulasi. Gambar 1 juga memperlihatkan bahwa semakin besar ukuran contoh yang digunakan, nilai RB untuk P₀, P₁, dan P₂ yang dihasilkan akan mendekati nilai 0. Skenario 2,3,4,5,6, 7, 8 dan 9 merupakan skenario dengan nilai RB yang lebih dekat dengan nol jika dibandingkan dengan

skenario 1. Nilai RB yang dihasilkan skenario 1 mendekati nol ketika ukuran contohnya besar (n=300).



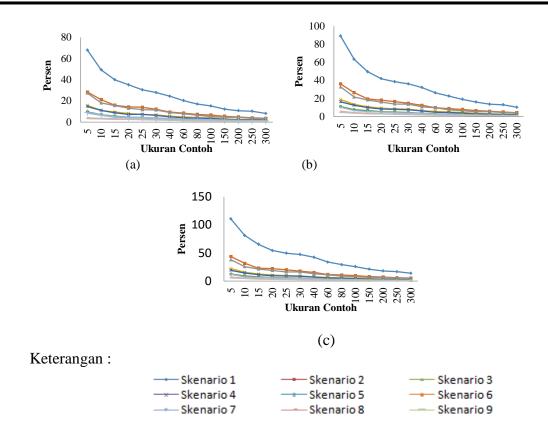
Gambar 1. Plot ukuran evaluasi Relative Bias (RB) metode penduga langsung ukuran kemiskinan moneter hasil simulasi vs ukuran contoh yang digunakan: (a) P_0 , (b) P_1 , (c) P_2 .

Penduga Bayes Empirik Kemiskinan Kecamatan di Kabupaten/Kota Malang

Absolute Relative Bias (ARB)

Nilai ARB P₀, P₁, dan P₂ yang disajikan pada Gambar 2 menunjukkan *trend* yang cenderung menurun sejalan dengan bertambahnya ukuran contoh dengan pola pergerakan penurunan yang stabil untuk setiap skenario simulasi. Nilai

ARB P₀, P₁, dan P₂ tertinggi dihasilkan oleh skenario satu pada semua ukuran contoh yang dicobakan. Selain itu, gambar ini juga memperlihatkan bahwa nilai ARB P₀, P₁,dan P₂ yang dihasilkan oleh skenario sembilan merupakan skenario terbaik, karena pada setiap ukuran contoh nilainya selalu lebih kecil daripada skenario simulasi yang lain.



Gambar 2. Plot ukuran evaluasi ARB penduga langsung ukuran kemiskinan moneter hasil simulasi vs ukuran contoh yang digunakan: (a) P_0 , (b) P_1 , (c) P_2

Salah sifat satu dari penduga parameter adalah konsisten. Suatu penduga dikatakan konsisten apabila nilai dugaan cenderung mendekati nilai parameter untuk n yang semakin besar atau mendekati tak hingga. Jadi, ukuran contoh yang besar cenderung memberikan penduga yang lebih baik dibandingkan ukuran contoh kecil. Bila ukuran contoh pada subpopulasi kecil bahkan nol maka statistik dari pendugaan langsung akan memiliki ragam galat yang besar bahkan pendugaan tidak dapat dilakukan (Rao, 2003).

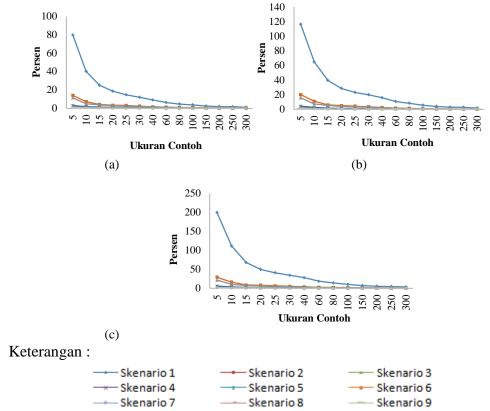
Hal ini sejalan dengan hasil simulasi yang telah dilakukan, yaitu semakin besar ukuran contoh maka bias yang dihasilkan akan semakin kecil. Sebaliknya, semakin kecil ukuran contoh yang digunakan, maka bias yang dihasilkan akan semakin besar.

Relative Mean Square Error (RMSE)

Gambar 3 menyajikan hasil nilai RMSE untuk P_0 , P_1 , dan P_2 dari sembilan skenario. Gambar 3 memperlihatkan adanya pergerakan penurunan nilai **RMSE** P_0 , P_1 , dan P_2 stabil seiring yang bertambahnya jumlah ukuran contoh yang Nilai digunakan. **RMSE** P₀, P₁, dan P₂ yang dihasilkan berbanding terbalik dengan ukuran contoh digunakan. Semakin besar ukuran contoh yang digunakan, maka semakin kecil nilai RMSE P₀, P₁, dan P₂ yang dihasilkan atau nilainya mendekati nol. Hal ini terlihat dari nilai RMSE yang dihasilkan untuk setiap skenario. Nilai RMSE P₀, P₁, dan P₂ yang tertinggi terdapat di skenario 1 dengan n=5 dan yang terendah terdapat di skenario 9

dengan n=300. Artinya bahwa ketika *range* data penelitian besar untuk ukuran contoh yang kecil, nilai RMSE yang dihasilkan akan besar. Begitupun sebaliknya, jika

menggunakan ukuran contoh yang besar pada *range* data yang besar, nilai RMSE yang dihasilkan kecil.



Gambar 3. Plot ukuran evaluasi RMSE pendugaan langsung ukuran kemiskinan moneter hasil simulasi vs ukuran contoh yang digunakan: (a) P_0 , (b) P_1 , (c) P_2

Suatu penduga yang baik memiliki sifat Mean Square Error (MSE) dengan ragam dan bias yang kecil. Untuk menemukan pendugaan dengan sifat MSE yang baik, perlu dicari penduga yang mengontrol ragam dan bias. Pada beberapa kasus tertentu, ada perpotongan antara ragam dengan biasnya yaitu kenaikan kecil dari bias akan menyebabkan penurunan nilai ragam, sehingga akan menghasilkan kenaikan nilai MSE (Casella dan Berger, 2002:330).

Contoh Terapan

Eksplorasi Data

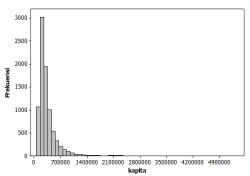
Eksplorasi data dilakukan terhadap data pengeluaran per kapita dari tiap Propinsi Jawa kabupaten di Pengeluaran per kapita rumah tangga per bulan di Provinsi Jawa Timur sangat beragam yang ditunjukkan oleh simpangan sebesar Rp.291.371. Kabupaten Trenggalek memilki pengeluaran per kapita per bulan paling kecil (Rp. 41.350) Kota Surabaya memiliki pengeluaran per per bulan penduduk sebesar kapita Rp.5.442.241. Deskriptif statistik

pengeluaran perkapita per bulan penduduk Provinsi Jawa Timur dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 2. Deskriptif Statistik Pengeluaran Per kapita per bulan Rumah Tangga

Statistik	Pengeluaran per Kapita
Rata-Rata	337.106
Simpangan	
Baku	291.371
Minimum	41.350
Maksimum	5.442.241

Pola sebaran log normal mengakomodir bentuk dari karakteristik pengeluaran per kapita di Provinsi Jawa Timur yaitu bernilai positif, memiliki ekor yang cenderung menjulur ke kanan dan pengeluaran yang mengumpul disisi kiri. Selain itu, pola datanya bersifat cenderung mengelompok di suatu nilai dan terlihat ada beberapa rumah memiliki tangga pengeluaran per kapita yang jauh melebihi pengeluaran perkapita rata-rata rumah tangga. Histogram sebaran data pengeluaran per kapita per bulan rumah tangga dapat dilihat pada gambar 4.



Gambar 4. Histogram Pengeluaran perkapita

Evaluasi Pendugaan Langsung Ukuran Kemiskinan Moneter Tingkat Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur

Hasil pendugaan langsung ukuran kemiskinan moneter untuk tingkat kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur disajikan pada Tabel 3. Kabupaten memiliki nilai Probolinggo P_0 yang tertinggi sebesar 45% dan juga nilai P₁ yang tertinggi, 11%. Adapun nilai P₂ tertinggi yaitu sebesar 3,9% terdapat pada kabupaten Bangkalan. Lebih lanjut, untuk nilai P₀,P₁, dan P₂ yang terendah terdapat pada Kota Surabaya, dengan masingpendugaan nilai ukuran masing kemiskinannya yaitu sebesar 9,3%, 1,4%, dan 0,3%.

Metode pendugaan yang digunakan oleh BPS untuk data Susenas adalah metode pendugaan langsung yaitu metode pendugaan yang didasarkan pada data yang diperoleh dari suatu proses penarikan contoh di suatu area tertentu. Metode pendugaannya semata-mata didasarkan pada metode penarikan contoh yang digunakan.

Hasil pendugaan langsung yang disajikan pada tabel 3, menunjukkan bahwa untuk ukuran contoh rumah tangga yang kecil bisa tidak diperoleh hasil nilai dugaan kemiskinan ukuran moneter (nilai pendugaannya nol). Hal ini karena pendugaan langsung pada subpopulasi relatif tidak memiliki presisi yang memadai karena kecilnya jumlah contoh yang digunakan untuk memperoleh dugaan tersebut. Hasil yang diperoleh dari pendugaan langsung memberikan gambaran bahwa pada wilayah dengan ukuran contoh kecil dapat menghasilkan pendugaan yang tidak akurat. Suatu wilayah sangat tidak mungkin nilai persentase penduduk miskinnya bernilai nol.

FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika. Vol. 5 (1), pp: 37 - 54.

Tabel 3.Jumlah Rumah Tangga dan Nilai Penduga Langsung Ukuran Kemiskinan Moneter Tingkat Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur dalam persen (%)

Kode Kab/kota	Nama Kab/Kota	Jumlah RT	P ₀	P ₁	\mathbf{P}_2
3576	Kota Mojokerto	22	0,00	0,0	0,0
3572	Kota Blitar	32	0,00	0,0	0,0
3574	Kota Probolinggo	37	33,4	6,8	2,4
3575	Kota Pasuruan	47	19,5	3,7	0,8
3577	Kota Madiun	48	23,2	3,4	0,8
3579	Kota Batu	48	20,5	4,4	1,5
3571	Kota Kediri	74	27,5	5,5	1,5
3501	Kab. Pacitan	123	24,0	4,5	1,4
3519	Kab.Madiun	154	17,1	3,7	1,1
3503	Kab.Trenggalek	156	17,3	5,5	2,6
3512	Kab.Situbondo	156	33,8	7,6	2,2
3520	Kab.Magetan	158	20,5	3,2	0,9
3511	Kab.Bondowoso	173	26,8	5,8	1,6
3528	Kab.Pamekasan	173	30,1	6,1	1,7
3526	Kab.Bangkalan	184	41,9	11,0	3,9
3573	Kota Malang	190	10,0	1,9	0,6
3527	Kab.Sampang	191	21,1	3,5	1,0
3521	Kab.Ngawi	201	19,3	2,9	0,7
3502	Kab. Ponorogo	207	18,1	2,6	0,6
3516	Kab.Mojokerto	222	13,0	2,4	0,6
3518	Kab.Nganjuk	234	17,4	2,5	0,5
3508	Kab.Lumajang	235	20,8	3,5	0,8
3504	Kab. Tulungagung	238	10,5	1,8	0,5
3523	Kab.Tuban	249	18,3	3,1	0,7
3525	Kab.Gresik	249	37,3	8,7	2,8
3529	Kab.Sumenep	250	33,0	6,4	1,7
3513	Kab.Purbolinggo	252	45,2	9,6	2,8
3505	Kab. Blitar	265	12,4	1,9	0,5
3522	Kab.Bojonegoro	268	14,7	2,3	0,6
3517	Kab.Jombang	285	20,6	2,8	0,6
3524	Kab.Lamongan	286	14,3	2,3	0,5
3514	Kab.Pasuruan	342	26,6	5,8	1,8
3506	Kab. Kediri	350	33,2	6,2	1,8
3510	Kab. Banyuwangi	379	15,4	2,4	0,6
3515	Kab.Sidoardjo	398	11,4	2,0	0,5
3509	Kab.Jember	549	31,5	5,5	1,5
3507	Kab.Malang	578	27,1	5,4	1,5
3578	Kota Surabaya	604	09,3	1,4	0,3

Evaluasi Penduga Langsung Ukuran Kemiskinan Moneter Tingkat Kecamatan di Kabupaten dan Kota Malang

Penduga langsung ukuran kemiskinan dan pendugaan Bayes empirik untuk setiap kecamatan di Kabupaten dan Kota Malang disajikan pada gambar 5 dan tabel 4. Dapat dilihat bahwa Kecamatan Pakis, Pagak, dan Purjon merupakan tiga kecamatan yang mempunyai indeks kemiskinan tertinggi di

Kabupaten Malang. Hal ini dapat dilihat dari nilai P₀, P₁, dan P₂. Kecamatan Pakis mempunyai nilai P₀ tertinggi yaitu sebesar 56,25%, Kecamatan Pagak mempunyai nilai P1 tertinggi yaitu sebesar 11,09%, dan Kecamatan Purjon mempunyai nilai P2 tertinggi yaitu sebesar 3,58%. Kecamatan Dau, Klojen, dan Lowokwaru mempunyai indeks kemiskinan yang rendah . Hal ini dapat dilihat dari nilai P₀, P₁, dan P₂ yang mencapai nilai 0%. Pendugaan langsung ini

mempunyai berbagai kelemahan, salah satunya yaitu ukuran contoh. Jika ukuran contoh kecil maka akan cenderung mempunyai tingkat akurasi dugaan yang rendah, artinya meskipun sifat dari pendugaan ini tidak bias tetapi mempunyai ragam yang besar. Hal ini didukung oleh hasil simulasi seperti pembahasan di atas. Solusi untuk mengatasi permasalahan ini yaitu dengan pendugaan Bayes.

Pada tabel 4, dengan metode pendugaan Bayes dapat dilihat bahwa Kecamatan Singosari merupakan kecamatan termiskin di Kabupaten Malang. Hal ini dapat dilihat dari nilai P₀, P₁, dan P₂ berturut-turut yaitu 38,11%, 13,54%, dan Kecamatan Sukun merupakan 6,58%. kecamatan termiskin di Kota Malang. Hal ini dapat dilihat dari nilai P₀, P₁, dan P₂ berturut-turut yaitu 32,21%, 10,87%, dan 5,10%. Kecamatan Dau, Klojen, Lowokwaru mempunyai indeks kemiskinan yang rendah atau dapat dikatakan penduduknya makmur. Hasil ini cukup berbeda dengan pendugaan langsung. Kecamatan Dau menjadi kecamatan termakmur karena mempunyai nilai indeks kemiskinan P₀, P₁, dan P₂ terendah, yaitu 4,68%, 1,12%, dan 0,41%.

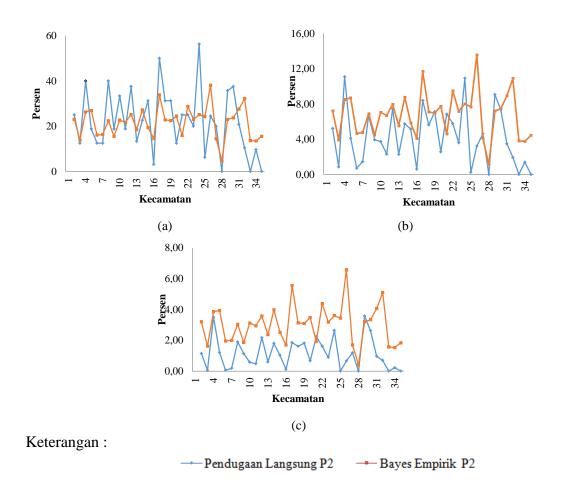
Tabel 4. Penduga Langsung Ukuran Kemiskinan dan Pendugaan Bayes Empirik untuk Setiap Kecamatan di Kabupaten/Kota Malang dalam persen (%)

Nama Kab/Kota	Jumlah	Pendugaan Langsung			Bayes Empirik			
	RT -	P ₀	P ₁	P ₂	P ₀	P ₁	P ₂	
Kab.Malang							,	
Donomulyo	16	25,00	5,21	1,15	23,04	7,20	3,20	
Kalipare	16	12,50	0,84	0,06	13,92	3,92	1,62	
Pagak	15	40,00	11,09	3,50	26,28	8,48	3,86	
Bantur	32	18,75	4,10	1,21	26,93	8,67	3,94	
Gedangan	16	12,50	0,71	0,06	16,06	4,64	1,96	
Sumbermanjing	16	12,50	1,43	0,19	16,34	4,74	2,00	
Dampit	30	40,00	6,67	1,90	22,39	6,89	3,03	
Tirtoyudo	16	18,75	3,93	1,13	15,50	4,44	1,86	
Ampelgading	15	33,33	3,71	0,58	22,65	7,04	3,12	
Poncokusumo	16	18,75	2,31	0,48	21,71	6,68	2,95	
Wajak	32	37,50	7,44	2,18	25,15	7,96	3,57	
Turen	15	13,33	2,26	0,60	18,49	5,50	2,37	
Bululawang	31	22,58	5,74	1,80	27,16	8,76	3,98	
Gandanglegi	16	31,25	5,14	1,03	19,40	5,82	2,52	
Kepanjen	32	3,13	0,59	0,11	14,52	4,09	1,69	
Sumberpucung	16	50,00	8,38	1,85	33,84	11,67	5,56	
Ngajum	16	31,25	5,61	1,61	22,84	7,09	3,14	
Wonosari	16	31,25	7,12	1,82	22,45	6,96	3,08	
Wagir	16	12,50	2,55	0,67	24,43	7,73	3,48	
Pakisaji	32	25,00	6,85	2,25	15,93	4,57	1,91	
Tajinan	16	25,00	5,76	1,61	28,76	9,48	4,38	
Tiumpang	15	20,00	3,59	0,89	23,00	7,16	3,18	
Pakis	16	56,25	10,92	2,64	25,11	7,99	3,60	
Lawang	16	6,25	0,23	0,01	24,27	7,66	3,44	
Singosari	45	24,44	3,21	0,66	38,11	13,54	6,58	
Karangploso	15	20,00	4,61	1,19	14,44	4,09	1,70	
Dau	15	0,00	0,00	0,00	4,68	1,12	0,41	
Purjon	14	35,71	9,06	3,58	22,96	7,18	3,20	

FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika. Vol. 5 (1), pp: 37 - 54.

Nama Kab/Kota	Jumlah RT –	Pendugaan Langsung			Bayes Empirik		
		P_0	P ₁	P ₂	P_0	P ₁	P ₂
Ngantang	16	37,50	7,31	2,62	23,73	7,46	3,34
Kota Malang							
Kedungkandang	48	20,83	3,47	0,96	27,60	8,92	4,06
Sukun	48	10,42	1,92	0,70	32,21	10,87	5,10
Klojen	16	0,00	0,00	0,00	13,58	3,81	1,57
Blimbing	31	9,68	1,38	0,22	13,46	3,74	1,53
Lowokwaru	47	0,00	0,00	0,00	15,54	4,43	1,84

Hasil pendugaan langsung cenderung lebih kecil dari pendugaan Bayes. Hal ini dapat digambarkan pada gambar 5. Hasil ini sebagai bahan kajian bahwa tingkat kemiskinan di setiap kecamatan Kabupaten/Kota Malang masih tinggi. Hal ini dkarenakan setiap kecamatan tampak makmur (hasil pendugaan langsung), padahal penduduk di Kabupaten/Kota Malang masih miskin.



Gambar 5. Penduga Langsung Ukuran Kemiskinan dan Pendugaan Bayes Empirik Untuk Setiap Kecamatan di Kabupaten dan Kota Malang: (a) P_0 , (b) P_1 , (c) P_2 .

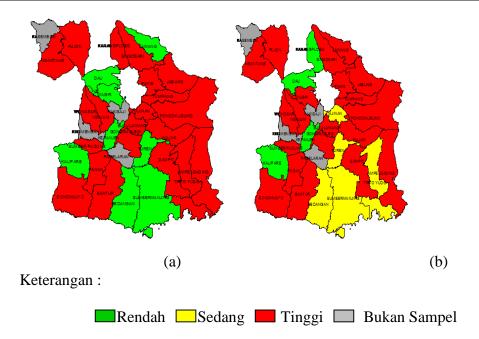
Indikator-indikator kemiskinan $(P_0, P_1, dan P_2)$ ini mempunyai hubungan yang kuat. Hal ini dibuktikan dengan hasil dari nilai korelasi antara P_0 , P_1 , dan P_2 pada Kabupaten dan Kota Malang yang mendekati satu dan bernilai positif.

Berdasarkan data persentase penduduk miskin yang diperoleh dari pendugaan langsung dan metode Bayes Emprik, maka masing-masing daerah kecamatan di Kabupaten dan Kota Malang dapat dibagi menjadi tiga kriteria. Kriteria tersebutdidasarkan atas tiga interval yaitu 1) persentase penduduk miskin lebih dari 18,5% tergolong tinggi, 2) persentase penduduk miskin 15,4% sampai dengan 18,5% tergolong sedang, dan 3) persentase kurangdari penduduk miskin tergolong rendah. Skala interval diperoleh berdasarkan persentase penduduk miskin tingkat propinsi Jawa Timur (18,5%) dan nasional (15,4%).

Gambar 6a menyajikan persentase penduduk miskin untuk setiap kecamatan di Kabupaten Malang dengan menggunakan metode pendugaan langsung. Gambar 6a memperlihatkan bahwa daerah yang mempunyai persentase penduduk miskin yang tergolong tinggi ada dua puluh satu daerah kecamatan, yaitu: Donomulyo,

Pagak, Bantur, Dampit, Tirtoyodo, Ampelgading, Poncokusumo, Bululawang, Gandanglegi, Sumberpucung, Wonosari, Pakisaji, Tajman, Tiumpang, Pakis, Singosari, Karangploso, Purjon, dan Ngantang. Sedangkan daerah vang persentase penduduk miskinnya tergolong rendah ada delapan kecamatan, yaitu: Kalipare, Gedangan, Sumbermaniing, Turen, Kepanjen, Wagir, Lawang, dan Dau.

Persentase penduduk miskin untuk setiap kecamatan di Kabupaten Malang dengan metode Bayes Empirik yang disajikan pada gambar 6b menunjukkan bahwa persentase penduduk miskin yang tergolong tinggi ada dua puluh daerah kecamatan, yaitu: Donomulyo, Pagak, Bantur. Dampit, Ampelgading, Poncokusumo, Wajak, Bululawang, Gandanglegi, Sumberpucung, Nagjum, Wonosari, Wagir, Tajinan, Tiumpang, Pakis, Lawang, Singosari, Purjon, dan Ngantang. Daerah yang tergolong sedang berdasarkan persentase penduduk miskinnya ada lima kecamatan, yaitu Gedangan, Sumbermanjing, Tirtoyudo, Turen, dan Pakisaji. Sedangakan daerah vang persesntase penduduk miskinnya rendah ada empat kecamatan, vaitu Kalipare, Kepanjen, Karangploso, dan Dau.

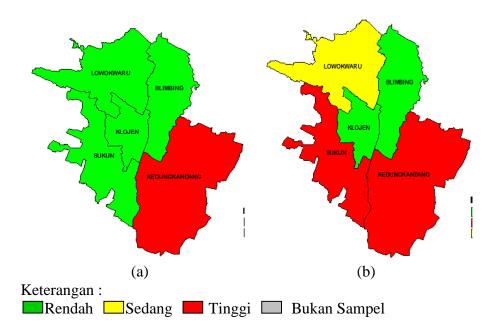


Gambar 6. Peta Kabupaten Malang Berdasarkan Persentase Penduduk Miskin: (a) Pendugaan Langsung, (b) Bayes Empirik

Gambaran daerah kecamatan di Kota Malang dengan menggunakan metode pendugaan langsung dan Bayes empirik berdasarkan persentase penduduk miskin disajikan pada Gambar 7. Pada Gambar 7a dapat dilihat bahwa persentase penduduk miskin yang tergolong tinggi ada empat daerah, yaitu Kecamatan Sukun, Klojen, Bimbing, dan Lowokwaru. Daerah yang tergolong rendah persentase penduduk miskinnya, yaitu Kecamatan Kedungkandang.

Berdasarkan Gambar 7b, persentase penduduk miskin yang tergolong tinggi ada dua daerah, yaitu Kecamatan Klojen dan Bimbing. Daerah yang persentase penduduk miskinnya tergolong sedang yaitu Kecamatan Lowokwaru. Sedangkan daerah yang persentase penduduk miskinnya tergolong rendah adalah kecamatan Kedungkandang dan Sukun.

Dari Gambar 6 dan 7, dapat dilihat perbedaan hasil secara kasat mata dari metode pendugaan langsung dan Bayes empirik. Kabupaten Malang pada pendugaan langsung dan Bayes empirik ada tiga kecamatan yang mengalami penurunan peringkat tingkat kemiskinan, sedangkan untuk sembilan kecamatan yang lain mengalami kenaikan peringkat tingkat kemiskinan. Kecamatan di Kota Malang mengalami perubahan peringkat tingkat kemiskinan. Ada tiga kecamatan yang mengalami kenaikan peringkat tingkat kemiskinan, sedangkan kecamatan yang lain mengalami penurunan peringkat tingkat kemiskinan.



Gambar 7. Peta Kota Malang Berdasarkan Persentase Penduduk Miskin: (a) Pendugaan Langsung, (b) Bayes Empirik

Perubahan peringkat tingkat kemiskinan yang ditunjukkan pada gambar 6 dan 7 ini, menunjukkan bahwa metode pendugaan langsung dapat dikoreksi dengan metode Bayes empirik, karena memberikan hasil pendugaan yang akurat, ditunjukkan dengan ragam yang kecil dan dapat menduga titik yang tidak tersampel dengan memanfaatkan kekuaatan area sekitarnya

ukuran contoh yang digunakan besar maka pada pendugaan langsung akan dihasilkan nilai dugaan yang tidak berbias dan ragam kecil. Dalam penelitian ini metode Bayes empirik cukup mampu mengoreksi hasil dugaan dari penduga langsung dalam masalah ukuran contoh kecil.

khususnya dalam pendugaan langsung. Jika

SIMPULAN

Ukuran contoh dalam statistik memegang peranan penting dalam menentukan akurasi dan presisi pendugaan,

UCAPAN TERIMA KASIH

Peneliti mengucapkan terimakasih kepada Badan Pusat Statistik (BPS) yang telah membantu peneliti dalam menyediakan data yang digunakan untuk kepentingan penelitian.

DAFTAR PUSTAKA

Abdillah, R. 2011. Pengelompokkan Kabupten/Kota Berdasarkan Ukuran Kemiskinan Moneter dan Nonmoneter di Jawa Tengah Tahun 2008. Skripsi tidak diterbitkan. Jakarata :Sekolah Tinggi Ilmu Statistik.

- BPS. 2008. Analisis dan Penghitungan Tingkat Kemiskinan 2008. Jakarta: Badan Pusat Statistik.
- Casella, G & Berger, RL. 2002. Statistical Inference. California: Duxbury.
- Elbers, C., Lanjouw, J. O. and Lanjouw, P. 2003. *Micro-level Estimation of Poverty and Inequality*. Econometrica, Vol. 71 (1), pp: 355–364.
- Foster J, Greer J and Thorbecke E. 1984. A Class of Decomposable Poverty Measures. *Econometrica*, Vol. 52 (3), pp: 761-766.
- Haslett JS, Isidro CM, and Jones G. 2010. Comparison of Survey regression Techniques In The Context Of Small Area Estimation of Poverty, Vol. 36 (2), pp. 157-170.
- Mafruhah I. 2009. Multidimensi Kemiskinan. Surakarta: LPP dan UNS Press.
- Molina I, Rao, JNK. 2010. Small Area Estimation of Poverty Indicators. The Canadian Journal Statistics. Vol.38 (3), pp: 369-385.
- Rao, JNK. 2003. Small Area Estimation. New York: John Willey & Sons.
- Rozuli, AI. 2012. Menakar Program-Program Penanggulangan Kemiskinan dan Upaya Pembangunan Berkelanjutan. [online] Tersedia: http://www.infid.org/wp-content/uploads/2012/05/Poverty-Reduction-Imron-Rozuli-FISIB-UB-Malang.pdf. [08 Mei 2012].
- Saei A, Chambers R. 2003. Small Area Estimation: A Review of Methods Based on The Application of Mixed Model. University of Southampton: S3RI Methodology Working Paper M30/16. [online] Tersedia: http://siteresources.worldbank.org/PGLP/Resources/200709gv-03-povertymeasurement.pdf.

FIBONACCI : Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika

Volume 5 No. 1 Bulan Juni Tahun 2019