PROBABILITAS (PELUANG)

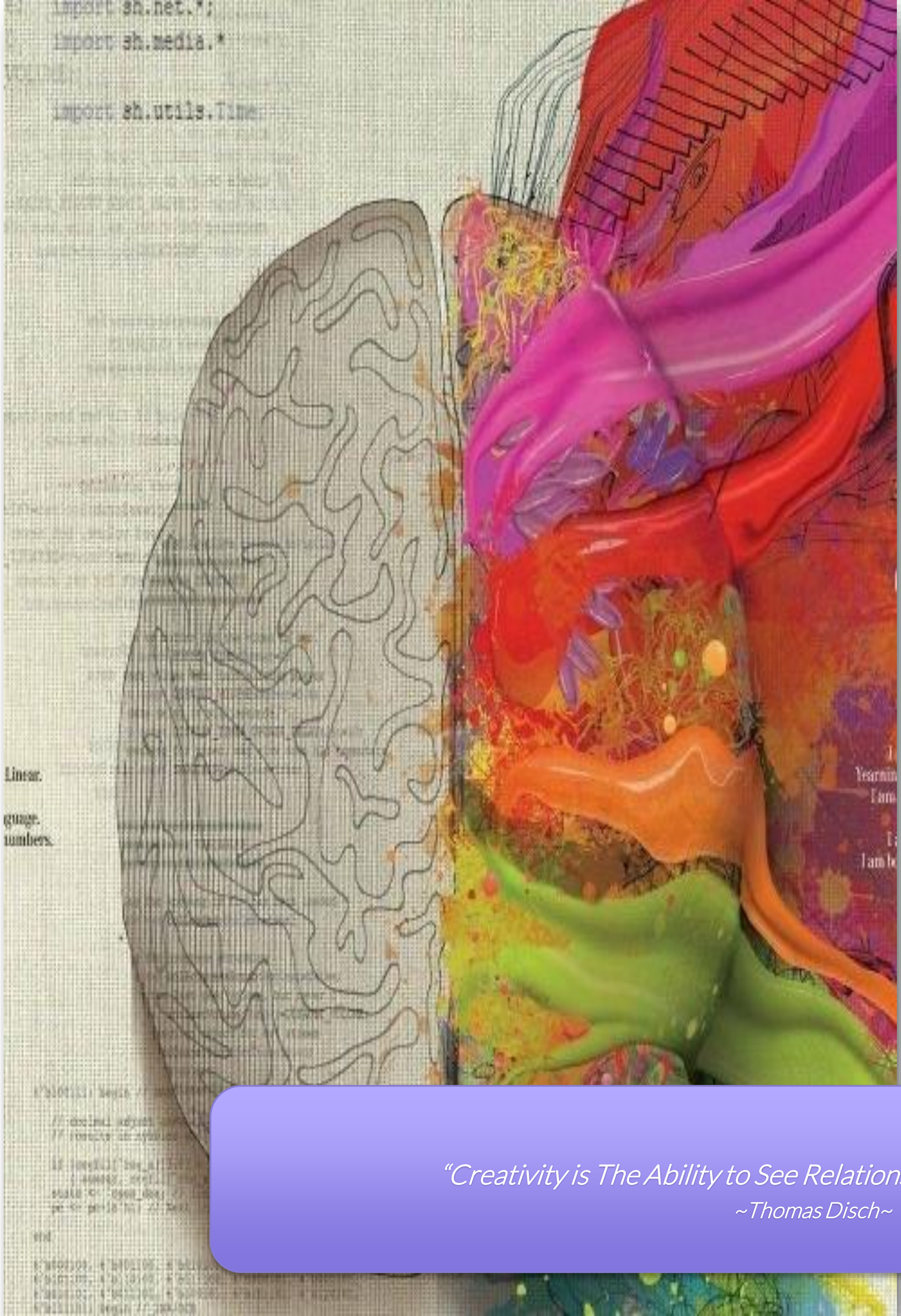
وَمَا رَمَيْتَ إِذْ رَمَيْتَ وَلَٰكِنَّ اللَّهَ رَمَىٰ...

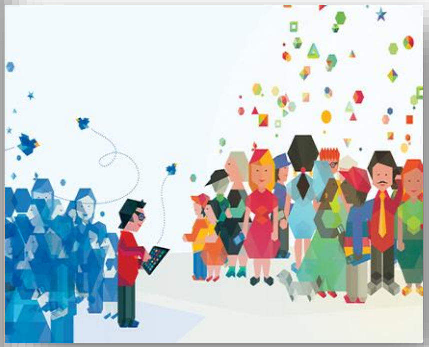
when you threw, but it was Allah who threw
(QS:Al-Anfal :17)

Nama	Budi Subandriyo
NIP	19780720 200212 1 007
Jabatan	Widyaiswara Ahli Madya
Pangkat	Pembina (IV/a)
Unit Kerja	Pusdiklat BPS
Riwayat Pekerjaan	
2002 – 2009	BPS Kab. Banggai, Sulteng
2009 – 2012	BPS Prov. Sulteng
2012 – Sekarang	Pusdiklat BPS
Riwayat Pendidikan	
2002	STIS – Stat. Ekonomi
2016	UNPAD - Magister Statistik Terapan


الحمد لله


thanks
GOD





"Creativity is The Ability to See Relationships Where None Exist"

~Thomas Disch~

Innovation distinguishes between a leader and a
follower – Steve Jobs -


POKOK BAHASAN PELUANG
Pengantar Peluang
Permutasi dan Kombinasi
Peluang Bersyarat
Distribusi Peluang
Distribusi Teoritis
Nilai Harapan

HIMPUNAN

- Himpunan (*set*) adalah kumpulan objek-objek yang *berbeda*.
- Nama suatu himpunan ditulis dengan huruf besar, misalnya

  A = himpunan bilangan bulat antara 3 sampai 9;

  B = himpunan KSK se Kalimantan Tengah.
- Objek di dalam himpunan disebut **elemen**, **unsur**, atau **anggota**

CARA PENYAJIAN HIMPUNAN

- **Enumerasi**
- **Notasi Pembentuk Himpunan**
- **Diagram Venn**

ENUMERASI

Contoh

- Himpunan empat bilangan asli pertama: $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
- Himpunan lima bilangan genap positif pertama: $B = \{4, 6, 8, 10\}$.
- C = {kucing, *a*, Amir, 10, paku}
- Himpunan 100 buah bilangan asli pertama: {1, 2, ..., 100 }
- Himpunan bilangan bulat ditulis sebagai {…, -2, -1, 0, 1, 2, …}.

NOTASI PEMBENTUK HIMPUNAN

Notasi: { x | syarat yang harus dipenuhi oleh x }

Contoh

(i) A adalah himpunan bilangan bulat positif yang kecil dari 5

$A = \{ x \mid x$ adalah bilangan bulat positif lebih kecil dari 5$\}$

atau

$A = \{ x \mid x \in P, x < 5 \}$

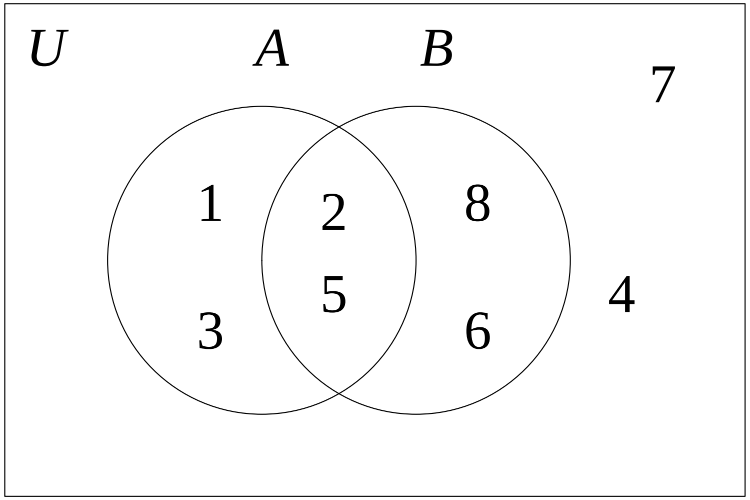
yang ekivalen dengan $A = \{1, 2, 3, 4\}$

(ii) $M = \{ x \mid x$ adalah mahasiswa yang mengambil kuliah MA 2333$\}$

Contoh

Misalkan U = {1, 2, …, 7, 8}, *A* = {1, 2, 3, 5} dan *B* = {2, 5, 6, 8}.

Diagram Venn:



KARDINALITAS

Jumlah elemen di dalam A disebut kardinal dari himpunan A.
Notasi: $n(A)$ atau $|A|$

Contoh

(i) $B = \{ x \mid x$ merupakan bilangan prima yang lebih kecil dari 20 $\}$,
atau $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ maka $|B| = 8$

(ii) $T = \{$kucing, a, Amir, 10, paku$\}$, maka $|T| = 5$

(iii) $A = \{a, \{a\}, \{\{a\}\} \}$, maka $|A| = 3$

HIMPUNAN KOSONG

Himpunan dengan kardinal = 0 disebut himpunan kosong (*null set*).

Notasi : $\varnothing$ atau {}

Contoh

(i) $E = \{ x \mid x < x \}$, maka $n(E) = 0$

(ii) P = { orang Indonesia yang pernah ke bulan }, maka $n(P) = 0$

(iii) $A = \{x \mid x$ adalah akar persamaan kuadrat $x^2 + 1 = 0 \}$, $n(A)=0$

- himpunan {{ }} dapat juga ditulis sebagai {∅}
- {∅} bukan himpunan kosong karena ia memuat satu elemen yaitu himpunan kosong.

HIMPUNAN SEMESTA

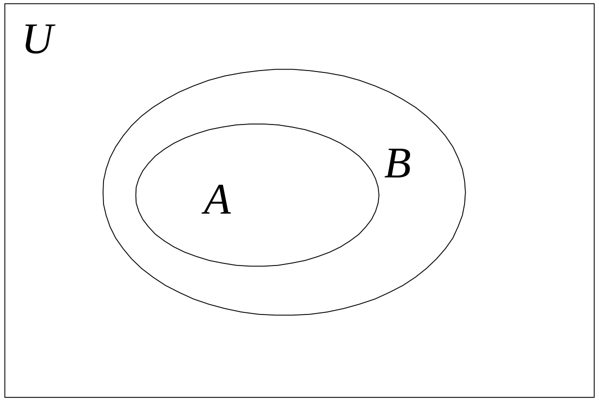
Disimbolkan **S**, adalah himpunan yang memuat semua anggota yang memenuhi syarat yang ditetapkan. Himpunan semesta dalam teori peluang disebut **ruang sampel**, yaitu memuat seluruh kemungkinan hasil dari suatu *percobaan*

HIMPUNAN BAGIAN (*SUBSET*)

Himpunan *A* dikatakan himpunan bagian dari himpunan *B* jika dan hanya jika setiap elemen *A* merupakan elemen dari *B*

Dinotasikan

$A \subseteq B$



Contoh:

Himpunan semesta: S = {1,2,3,4,5,6}

A himpunan bagian dari S yang berisi bilangan ganjil:

maka A = {1,3,5}

HIMPUNAN BAGIAN (*SUBSET*)

Untuk sembarang himpunan A berlaku hal-hal sebagai berikut:

(a) A adalah himpunan bagian dari A itu sendiri (yaitu, $A \subseteq A$).

(b) Himpunan kosong merupakan himpunan bagian dari A ($\emptyset \subseteq A$).

(c) Jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \subseteq C$

Catatan :

$A \subseteq B$ berbeda dengan $A \subset B$

$A \subset B$: A adalah himpunan bagian dari B tetapi $A \neq B$.

HIMPUNAN YANG SAMA

$A = B$ jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen B dan sebaliknya setiap elemen B merupakan elemen A

Contoh

(i) Jika $A = \{ 0, 1 \}$ dan $B = \{ x \mid x (x - 1) = 0 \}$, maka $A = B$

(ii) Jika $A = \{ 3, 5, 8, 5 \}$ dan $B = \{5, 3, 8 \}$, maka $A = B$

(iii) Jika $A = \{ 3, 5, 8, 5 \}$ dan $B = \{3, 8\}$, maka $A \neq B$

HIMPUNAN YANG EKUIVALEN

Himpunan *A* dikatakan ekuivalen dengan himpunan *B* jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.

Notasi : $A \sim B \leftrightarrow |A| = |B|$

Contoh

Misalkan $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$ dan

$B = \{ a, b, c, d \}$,

maka $A \sim B$ sebab $|A| = |B| = 4$

HIMPUNAN SALING LEPAS

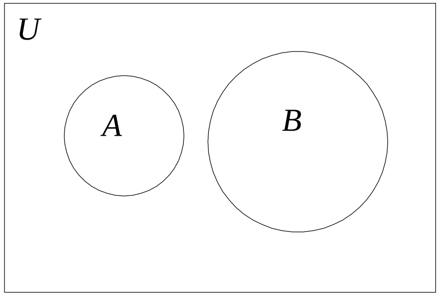
Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas (*disjoint*) jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama.

Notasi : $A \,//\, B$

Contoh 11.

Jika $A = \{ x \mid x \in P, x < 8 \}$ dan $B = \{ 10, 20, 30, ... \}$, maka $A \,//\, B$.

Diagram Venn:



OPERASI TERHADAP HIMPUNAN

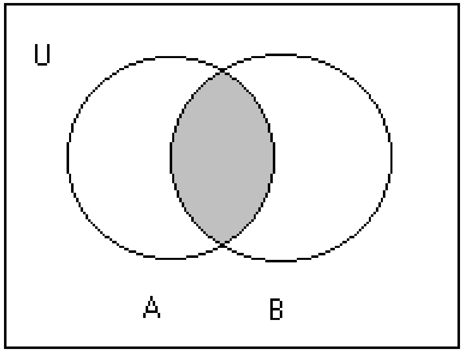
a. Irisan (*intersection*)

b. Gabungan (*union*)

c. Komplemen (*complement*)

IRISAN (*INTERSECTION)*

Notasi : $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$



Contoh

(i)Jika $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{4, 10, 14, 18\}$,

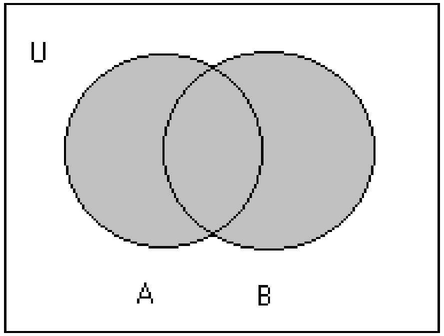
maka $A \cap B = \{4, 10\}$

(ii) Jika $A = \{ 3, 5, 9 \}$ dan $B = \{ -2, 6 \}$, maka $A \cap B = \varnothing$.

Artinya: $A // B$

GABUNGAN (*UNION*)

Notasi : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$



Contoh

Jika $A = \{ 2, 5, 8 \}$ dan $B = \{ 7, 5, 22 \}$,

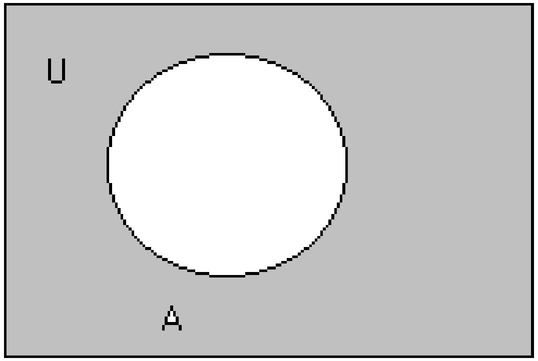
maka $A \cup B = \{ 2, 5, 7, 8, 22 \}$

$A \cup \varnothing = A$

KOMPLEMEN (*COMPLEMENT*)

Notasi : A^C, $\overline{A}$

= { x | $x \in$ U, $x \notin A$ }



Contoh

Misalkan U = { 1, 2, 3, ..., 9 },

jika A = {1, 3, 7, 9}, maka

A^C = {2, 4, 6, 8}

jika A = { x | $x/2 \in P$, $x < 9$ }, maka

A^C = { 1, 3, 5, 7, 9 }

PELUANG

***Peluang** adalah suatu nilai/harga yang menujukkan seberapa besar kemungkinan bahwa peristiwa itu akan terjadi.*

PENGERTIAN BEBERAPA ISTILAH

Eksperimen/percobaan adalah suatu proses untuk memperoleh hasil pengamatan. Contoh : Pelemparan sebuah mata uang logam

Ruang Contoh atau **Ruang Sampel**

adalah himpunan *seluruh kemungkinan* hasil dari suatu eksperimen. Simbol ruang sampel: **S**. satu mata uang logam dilambungkan 2 kali. Ruang sampel : S = {MM, MB, BM, BB}

Kejadian adalah sebagian dari ruang sampel, dengan kata lain kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel

Titik sampel adalah elemen suatu ruang sampel.

Contoh:
Percobaan melempar sebuah dadu bersisi enam sebanyak satu kali.
Hasil yang mungkin muncul adalah: {1}, {2}, {3}, {4}, {5}, dan {6}.
Ruang sampel adalah S={1,2,3,4,5,6}, dan titik sampelnya dalah 1,2,3,4,5, dan 6.

KEJADIAN ELEMENTER

Adalah kejadian yang hanya mengandung satu hasil/titik sampel

Contoh :
Pada percobaan pelemparan dadu bersisi enam, kejadian-kejadian sederhana adalah:

- {1} yaitu kejadian munculnya mata dadu 1
- {2} yaitu kejadian munculnya mata dadu 2

dst…

KEJADIAN MAJEMUK

Adalah suatu kejadian yang mempunyai titik contoh lebih dari satu

- {1,2} adalah kejadian munculnya mata dadu kurang dari 3
- {2,4,6} adalah kejadian munculnya mata dadu genap
- {1,2,3,4} adalah kejadian munculnya mata dadu kurang dari 5

ATURAN DASAR PROBABILITAS

A. Aturan Penjumlahan

- **Dilihat dari jenis kejadiannya apakah bersifat:**
  - **a) Saling meniadakan (Mutually Exlusive)**
  - **b) Tidak saling meniadakan**

B. Aturan Perkalian

- **Dilihat dari jenis kejadiannya apakah bersifat:**
  - **a) Kejadian bebas**
  - **b) Kejadian tak bebas**

KEJADIAN SALING MENIADAKAN

Kejadian A dan B disebut dua kejadian disebut *saling Meniadakan* bila A dan B tidak mungkin terjadi bersama-sama. Dengan kata lain jika A terjadi maka B tidak dapat terjadi. Dalam pengertian himpunan, anggota A dan B tidak ada yang sama, yaitu

$A \cap B = 0$.

Contoh

Dalam ekperimen pelambungan satu uang logam 2 kali;

A = peristiwa mendapatkan 1 M (gambar) ---> A = {MB, BM}.

B = peristiwa mendapatkan 2 M ---> B = {MM}.

A dan B kejadian yang saling meniadakan karena bila A terjadi maka B tidak mungkin terjadi.

KEJADIAN BEBAS

Dua kejadian atau lebih dikatakan merupakan kejadian bebas apabila terjadinya kejadian tidak saling mempengaruhi. Dua kejadian A dan B dikatakan bebas, jika kejadian A tidak mempengaruhi B atau sebaliknya.

MENGHITUNG PELUANG

Misalkan S adalah ruang contoh dari sebuah percobaan dan masing-masing dari anggota S memiliki kesempatan yang sama untuk muncul.

$$A \subset S$$

Jika A adalah suatu kejadian dengan maka peluang kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

n(A) adalah banyak anggota himpunan A
n(S) adalah banyak anggota himpunan S

Contoh

Pada pelemparan sebuah dadu bersisi enam, hitunglah peluang kejadian-kejadian berikut:

a. Kejadian A adalah munculnya mata dadu lebih dari 4
b. Kejadian E adalah munculnya mata dadu bilangan genap

a. Kejadian A adalah munculnya mata dadu lebih dari 4. Angka-angka itu adalah 5, dan 6, sehingga A =2.

Jadi, nilai peluang kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

b. Kejadian E adalah munculnya mata dadu bilangan genap. Angka-angka itu adalah 2,4, dan 6, sehingga n(E) = 3. Jadi, nilai peluang kejadian E adalah

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

KETENTUAN UMUM PELUANG

- **$0 < P(A) < 1$**

  Artinya peluang suatu kejadian paling kecil = 0 (berarti tidak mungkin terjadi), paling besar = 1 (berarti pasti terjadi).

- **$P(S) = 1$**

  Artinya bila suatu ruang sampel S dianggap suatu kejadian, maka S pasti terjadi. Kenapa? Karena S memuat semua kemungkinan hasil dari suatu eksperimen. Misal kita lambungkan 1 uang logam 1 kali, diperoleh S={M, B}.

  S = kejadian mendapatkan gambar (M) atau bukan gambar (B), yaitu seluruh kemungkinan hasil.

KETENTUAN UMUM PELUANG

- **$P(A) = 1 - P(A^c)$**

  A^c adalah komplemen dari peristiwa A.

  $A \cup A^c = A + A' = S$

KETENTUAN UMUM PELUANG

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Rumus ini sejalan dengan ketentuan himpunan gabungan. Sebagai ilustrasi bila

$P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,4$; $P(A \cap B) = 0,3$. maka

$P(A \cup B) = 0,7 + 0,4 - 0,3 = 0,8$.

- *Bila A dan B peristiwa yang **saling meniadakan** maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, karena $P(A \cap B) = 0$.*
- Bila 3 kejadian A, B, dan C **saling meniadakan** maka $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$.

KETENTUAN UMUM PELUANG

Bila A dan B kejadian bebas,

maka $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$

Secara umum kalau A1, A2, ..., Ak saling bebas maka

$P(A1 \cap A2 \cap ... \cap Ak) = P(A1) . P(A2) ...P(Ak)$

Contoh:

A = kejadian Wati akan melahirkan anak perempuan,

B = kejadian Ny. Andi akan melahirkan anak perempuan,

AB = kejadian Wati dan Ny. Andi akan melahirkan anak perempuan.

A dan B kejadian bebas. Jadi bila diketahui P(A) = P(B) = 0,5 maka P(AB) = P(A) . P(B) = 0,5 x 0,5 = 0,25.

PRINSIP PERKALIAN

- Kalau operasi/proses I dapat dilakukan dengan **M** cara dan operasi/proses II dengan **N** cara, maka terdapat sebanyak **M.N** cara kedua operasi/proses dapat dilakukan. Secara umum juga berlaku, yaitu bila ada 3 atau lebih operasi/proses.

- **Contoh:**

  Ada 2 huruf: Y , Z; dan 3 angka: 1, 2, 3. Dipilih satu huruf (2 pilihan) dan satu angka (3 pilihan). Jadi memilih satu huruf dan satu angka akan menghasilkan sebanyak 2 x 3 = 6 cara/hasil, yaitu Y1, Y2, Y3, Z1, Z2, Z3.

PERMUTASI dan KOMBINASI

PERMUTASI

Permutasi *r* unsur dari *n* unsur yang tersedia (ditulis ${}_nP_r$ atau P_r^n) adalah banyak cara ***menyusun*** *r* unsur yang berbeda diambil dari sekumpulan *n* unsur yang tersedia.

Rumus:

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Tiga huruf (a,b,c) dipermutasikan dua-dua, didapat sebanyak 3!/(3-2)! = 6 permutasi, yakni:ab, ba, ac, ca, bc,cb

Banyak cara menyusun pengurus yang terdiri dari Ketua, Sekretaris, dan Bendahara yang diambil dari 5 orang calon adalah….

Penyelesaian

banyak calon pengurus 5 $\rightarrow$ n = 5

banyak pengurus yang akan

dipilih 3 $\rightarrow$ r = 3

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{5!}{(5-3)!}$$

$$5P3 = \frac{5!}{2!} = \frac{2!.3.4.5}{2!}$$

= 60 cara

KOMBINASI

Beda permutasi dengan kombinasi ialah bahwa dalam kombinasi urutan objek tidak diperhatikan/tidak diperhitungkan. Jadi hasil susunan ab = ba dalam kombinasi, sedangkan dalam permutasi ab ≠ ba.

Banyaknya kombinasi bila dari n objek berbeda diambil r objek adalah

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} $$

Contoh:

- Dari 3 huruf(a,b,c) diambil 2 huruf, didapat kombinasi sebanyak
- 3!/[2!(3-2)!] = 3, yaitu: ab, ac, bc.

Seorang siswa diharuskan mengerjakan 6 dari 8 soal, tetapi nomor 1 sampai 4 wajib dikerjakan. Banyak pilihan yang dapat diambil oleh siswa adalah….

Penyelesaian

- mengerjakan 6 dari 8 soal, tetapi nomor 1 sampai 4 wajib dikerjakan
- berarti tinggal memilih 2 soal lagi dari soal nomor 5 sampai 8

r = 2 dan n = 4

4C2 = $\frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!(2)!} = 6$

PELUANG BERSYARAT

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Contoh :

- Peluang KRL berangkat tepat waktu = 0.50
- Peluang KRL datang ke tepat waktu = 0.40
- Peluang KRL berangkat dan datang tepat waktu = 0.30

Peluang KRL akan datang tepat waktu setelah berangkat tepat waktu?

PELUANG BERSYARAT

- Bila A dan B kejadian bebas maka

$$P(A|B) = P(A)$$
$$P(B|A) = P(B)$$

Contoh :

- A adalah kejadian munculnya mata dadu pertama angka tiga

  A={(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)}

  B adalah kejadian munculnya mata dadu kedua angka empat

  B={(1,4),(2,4),(3,4),(4,4),(5,4),(6,4)}

  Kejadian munculnya angka 3 pada dadu pertama tidak terpengaruh

  oleh kejadian munculnya angka 4 pada dadu kedua.

  Demikian juga sebaliknya, kejadian munculnya angka 4 pada dadu kedua

  tidak berpengaruh pada kejadian munculnya angka 3 pada pada dadu pertama.

Penyelesaian

- A adalah kejadian munculnya mata dadu pertama angka tiga
  A={(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)}
  n(A)=6

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

- B adalah kejadian munculnya mata dadu kedua angka empat
  B={(1,4),(2,4),(3,4),(4,4),(5,4),(6,4)}
  n(B)=6

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

$$n(A \cap B) = 1$$

$$A \cap B = \{(3,4)\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

		DADU 2					
		1	2	3	4	5	6
DADU 1	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Berdasarkan contoh di atas dapat disimpulkan bahwa:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Jika kejadian A dan kejadian B saling bebas, maka berlaku:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Sebaliknya A dan B tidak bebas jika

$$P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$$

Contoh :

Misalkan pada pelemparan sebuah dadu.
Tentukan kejadian munculnya angka ganjil jika disyaratkan
kejadian munculnya mata dadu prima disyaratkan terlebih dahulu.

Mula-mula ruang contoh adalah S={1,2,3,4,5,6}.
Dengan syarat bahwa munculnya mata dadu angka prima terjadi lebih dahulu, maka ruang contoh menjadi {2,3,5}.

Kejadian ini disebut kejadian bersyarat, yaitu kejadian munculnya angka ganjil yang ditentukan oleh persyaratan kejadian munculnya mata dadu angka prima terlebih dahulu.

Penyelesaian

Dalam ruang contoh semula S={1,2,3,4,5,6}, n(S)=6

A adalah kejadian munculnya mata dadu angka ganjil,

A={1,3,5}, jadi n(A)=3 dan

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

B adalah kejadian munculnya matadadu prima, B={2,3,5}, jadi n(B)=3 dan

$$P(B) = \frac{3}{6} \qquad A \cap B = \{3,5\} \qquad n(A \cap B) = 2$$

Dapat dilihat bahwa :

$$P(A \cap B) = \frac{2}{6}$$

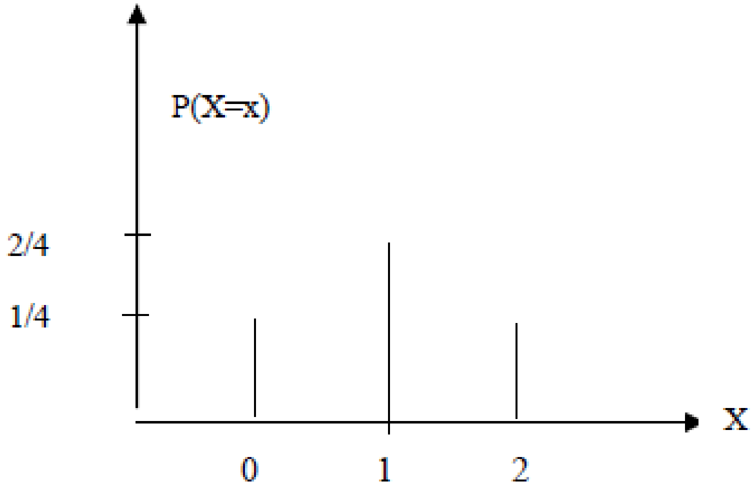
$$P(A \cap B) \neq P(A).P(B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2/6}{3/6}$$

$$= \frac{2}{3}$$

DISTRIBUSI PELUANG

- Distribusi Peluang adalah suatu distribusi yang mengambarkan peluang dari sekumpulan variabel sebagai pengganti frekuensinya.



Variabel acak ada 2, yaitu :

Variabel Random Diskrit/ Cacah

Jika ruang sampel yang mengandung titik sampel yang berhingga banyaknya atau suatu deretan anggota yang banyaknya sama dengan banyaknya bilangan bulat.

Variabel Random Kontinu

mengandung titik sampel sebanyak titik pada sebuah garis

- Contoh :

pada percobaan pelemparan mata uang. Misal banyaknya muncul gambar dinyatakan x, maka x = variabel acak

DISTRIBUSI PELUANG DISKRIT

Adalah sebuah tabel atau rumus yang mencantumkan semua kemungkinan nilai variabel acak diskrit dan nilai peluangnya

x	P(x)
0	¼
1	2/4
2	¼

Contoh :

Tentukan distribusi peluang banyaknya sisi gambar bila sebuah uang logam dilempar 3 kali. Buatlah tabelnya ?

Eksperimen :

pelemparan 1 mata uang 3x, Banyaknya titik sampel = $2^3 = 8$

S ={AAA, AAG, AGG, GGG, AGA, GAG, GAA, GGA}

Banyaknya muncul sisi gambar adalah $\binom{3}{x}$

Jadi fungsi peluang adalah :

$$f_{(x)} = \frac{\binom{3}{x}}{8}$$

Untuk x = 0,1,2,3

Tabel distribusi peluang :

Harga x	0	1	2	3
Prob x = f(x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$= 1$

2) Sebuah dadu dilemparkan 2x

Misalkan : x = jumlah titik dadu dalam kedua lemparan itu, maka

x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

Tabel distribusi probabilitas x :

Harga x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Prob x = f(x)	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

a) $P(x>8) = P(x=9)+P(x=10)+P(x=11)+P(x=12)$

$$= \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{10}{36}$$

b) $P(4<x<7) = P(x=5) + P(x=6)$

$$= \frac{4}{36} + \frac{5}{36} = \frac{9}{36}$$

Sebuah toko menjual obral 15 radio, diantara radio tsb, terdapat 5 yang rusak. Jika seorang calon pembeli melakukan tes tiga radio yang dipilih secara random. Tuliskan distribusi probabilitas x = banyaknya radio yang rusak dalam sampel itu dan tabelnya

$$P(x=0)=\frac{\binom{10}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{120}{455}=\frac{24}{91}$$

$$P(x=1)=\frac{\binom{10}{2}\cdot\binom{5}{1}}{\binom{15}{3}}=\frac{225}{455}=\frac{45}{91}$$

$$P(x=2)=\frac{\binom{10}{1}\cdot\binom{5}{2}}{\binom{15}{3}}=\frac{100}{455}=\frac{20}{91}$$

$$P(x=3)=\frac{\binom{10}{0}\cdot\binom{5}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{10}{455}=\frac{2}{91}$$

Tabel distribusi probabilitasnya :

Probabiltas x	$\frac{24}{91}$	$\frac{45}{91}$	$\frac{20}{91}$	$\frac{2}{91}$
Harga x	0	1	2	3

DISTRIBUSI PELUANG KONTINU

- Distribusi peluang untuk variabel acak kontinu tidak dapat disajikan dalam bentuk tabel, tetapi dinyatakan dalam sebuah fungsi yang disebut *fungsi densitas*
- Fungsi tersebut dinyatakan sedemikian sehingga luas daerah di bawah kurva, diatas sumbu x ≈ 1

$$\int_{-\sim}^{\sim} f_{(x)}\, dx = 1$$

RATA-RATA HITUNG/HARGA HARAPAN/EKSPEKTASI, VARIANSI DAN STANDAR DEVIASI

- **Rata-rata Hitung/Harga harapan/ Ekspektasi**

$$\mu_x = E(x) = \sum x.f(x)$$

- **Varians**

$$\sigma^2 = E(x^2) - E(x)^2$$
$$= \sum(x^2.f(x)) - [\sum(x.f(x))]^2$$

- **Standar Deviasi**

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Contoh :

1) Tabel distribusi probabilitas x :

x	0	1	2	3	Jumlah
f(x)	0,1	0,2	0,4	0,3	1
x.f(x)	0	0,2	0,8	0,9	1,9

Σ x.f(x) = E(x)

Atau :

$$E(x) = \Sigma\, x.f(x)$$
$$= 0.(0,1) + 1.(0,2) + 2(0,4) + 3(0,3)$$
$$= 1,9$$

SIFAT-SIFAT EKSPEKTASI

1) $E(a) = a$
2) $E(bx) = b.E(x)$
3) $E(x+a) = E(x) + a$
4) $E(bx+a) = b.E(x) + a$
5) $E(cx^2 + bx + a) = c.E(x^2) + b.E(x) + a$

VARIANSI DAN DEVIASI STANDAR

- **VARIANSI**

$$Var(x) = E(x-\mu)^2 = E(x^2) - \mu_x^2$$

atau

$$E(x^2) = \Sigma x^2 . f(x)$$

$$\boxed{Var(x) = E(x^2) - [E(x)]^2}$$

- **DEVIASI STANDAR :**

$$\boxed{Ds\ (x) = \sigma_x = \sqrt{var(x)}}$$

Contoh

1. Diketahui : distribusi probabilitas sbb :

x	1	2	3	4	5	Jml
f(x)	0,10	0,25	0,20	0,15	0,3	1

Hitung : a) Mean x

b) Variansi x

c) Deviasi standar x

d) Jika y = 4x-2,

hitung : E(y), var(y) & Ds(y)

Jawab :

x	1	2	3	4	5	Jml
f(x)	0,10	0,25	0,20	0,15	0,3	1
x.f(x)	0,10	0,50	0,60	0,60	1,50	3,30
x^2.f(x)	0,10	1,00	1,80	2,40	7,50	12,8

$=\Sigma x.f(x)$

$=\Sigma x^2.f(x)$

Mean x $E(x^2) - [E(x)]^2$ = 3,30

Var (x) =

= 12,8 – $(3,3)^2$

= 12,8 – 10,89

= 1,91

$\sqrt{var(x)}$

c) Ds (x) = = 1,38

d) y = 4x – 2

E(y) = E(4x-2)

= 4.E(x) – 2

= 4.(3,3) – 2

= 13,2 – 2

= 11,2

2) Diketahui table distribusi probabilitas x

x = banyak computer yang terjual dalam 1 hari

x	0	1	2	3	4	5
f(x)	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1

Hitung :

a) Banyak computer yang diharapkan terjual rata-rata dalam 1 hari = E(x)

b) Deviasi standar x = Ds(x)

Jawab :

x	0	1	2	3	4	5	Jml	
f(x)	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	1	
x.f(x)	0	0,1	0,4	0,9	0,8	0,5	2,7	$= E(x)$
x^2.f(x)	0	0,1	0,8	2,7	3,2	2,5	9,3	$= E(x^2)$

a) E(x) = Σ x.f(x) = 2,7

b) Var(x) = $E(x^2) - [E(x)]^2$

= 9,3 – $(2,7)^2$

= 2,01

Ds(x) = $\sqrt{\text{var}(x)}$ $\sqrt{2,01}$ .2

SOAL 17 :

Sebuah mata uang dilempar sebanyak 3 kali. Berikut distribusi probabilitas

xi	0	1	2	3
F(xi)	1/8	3/8	3/8	1/8

Hitunglah :

a) Mean E(x)

b) Variansi ()

c) Standar deviasi

SOAL 18 :

Data dibawah ini ini menunjukan jmlah buku yang dipinjam pada perpustakaan UPN Veteran setiap harinya.

Xi(000)	26	30	35	24	20
Prob	0,30	0,20	0,15	0,10	0,25

Hitunglah :

a) Rara-rata jumlah buku yang dipinjam tiap harinya

b) Variansi

DISTRIBUSI BINOMIAL

DISTRIBUSI BINOMIAL

Distribusi Binomial merupakan distribusi peubah acak diskrit. Secara langsung, percobaan binomial memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

- percobaan tersebut dilakukan berulang-ulang sebanyak *n* kali
- setiap percobaan menghasilkan keluaran yang dapat dikategorikan sebagai gagal dan sukses
- probabilitas sukses *p* tetap konstan dari satu percobaan ke percobaan lain
- percobaan yang berulang adalah saling bebas

$$b(x;n,p) = {}_{n}c_{x}p^{x}q^{n-x}$$

dimana :
x = 0,1,2,3,.....,n
n = banyaknya ulangan
x = banyaknya kerberhasilan dalam
peubah acak x
p = Peluang berhasil dalam setiap ulangan
q = Peluang gagal, dimana **q = 1 - p** dalam
setiap ulangan

Contoh distribusi binomial :

Berdasarkan data biro perjalanan PT Mandala Wisata air, yang khusus menangani perjalanan wisata turis manca negara, 20% dari turis menyatakan sangat puas berkunjung ke Indonesia, 40% menyatakan puas, 25% menyatakan biasa saja dan sisanya menyatakan kurang puas. Apabila kita bertemu dengan 5 orang dari peserta wisata turis manca negara yang pernah berkunjung ke Indonesia, berapakah probabilitas :

a. Paling banyak 2 diantaranya menyatakan *sangat puas*

b. Paling sedikit 1 di antara menyatakan *kurang puas*

c. Tepat 2 diantaranya menyatakan *biasa saja*

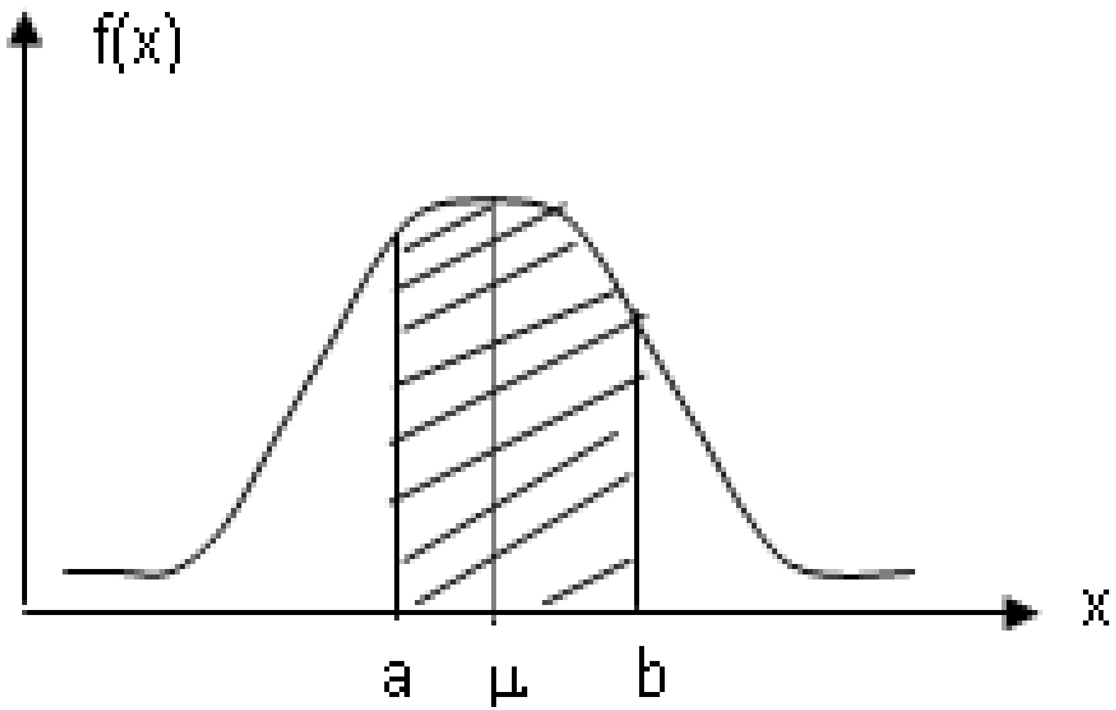
- Sebanyak paling banyak 2 dari 5 orang dengan jumlah 0.94208 atau 94,28% yang menyatakan sangat puas adalah sangat besar.
- Paling sedikit 1 dari 5 orang (berarti semuanya) dengan jumlah 0,5563 atau 55,63% yang menyatakan *kurang puas* dapat dikatakan cukup besar (karena lebih dari 50%).
- Tepat 2 dari 5 orang yang menyatakan biasa saja dengan jumlah 0,2637 atau 26,37% adalah kecil (karena dibawah 50%).

DISTRIBUSI NORMAL

DEFINISI

Bila X adalah suatu peubah acak normal dengan nilai tengah μ dan ragam (variance) σ2, maka persamaan kurva normalnya adalah

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right) e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$



- Selanjutnya probabilita P(a < x < b) dihitung dengan rumus :

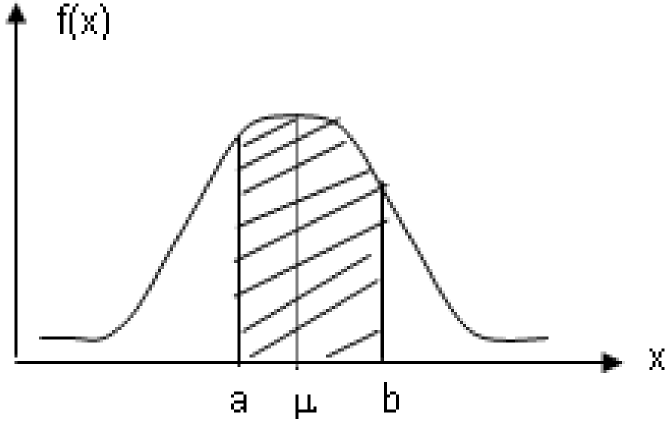
- P(a < x < b) = $P(a<x<b)=\int_a^b f(x)dx=\int_a^b\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}dx$

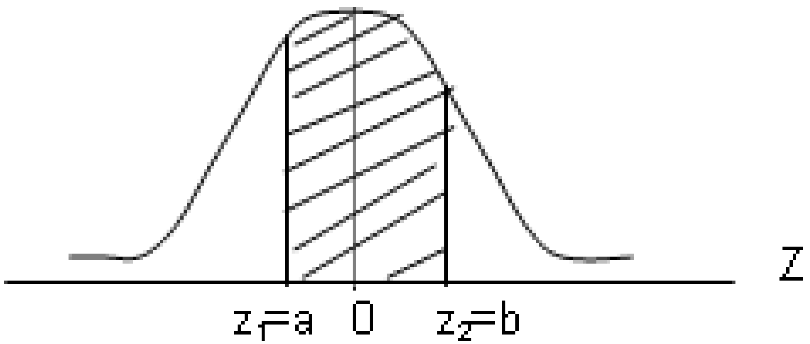
Bila menentukan peluang pada sebaran normal digunakan teori integral, maka diperlukan pengetahuan kalkulus yang cukup dalam, dan menjadi sangat sulit.

SOLUSI ???

Dengan transformasi peubah acak X menjadi peubah acak Z maka peluang sebaran normal dapat ditentukan berdasarkan tabel Z. Transformasi yang digunakan adalah transformasi normal standar dimana nilai tengah μ=0 dan ragamnya σ2=1. dengan rumus:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$





$$P(a < x < b)$$

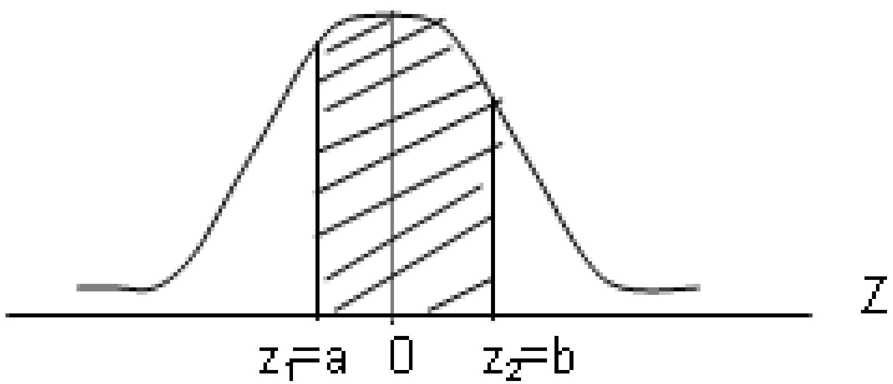
$$P(z_1 < Z < z_2)$$

$$\text{dengan } z_1 = \frac{a-\mu}{\sigma}$$

$$z_2 = \frac{b-\mu}{\sigma}$$

Dimana luas tersebut dapat dilihat pada tabel normal

$$P(z_1 < Z < z_2) = \text{luas daerah yang diarsir}$$



CONTOH

Sebuah perusahaan alat listrik memproduksi bohlam yang umur pakainya menyebar normal dengan nilai tengah 800 jam dan simpangan baku 40 jam. Hitung peluang sebuah bohlam hasil produksinya akan mencapai umur pakai antara 778 hingga 834 jam.

Jawab :

Diketahui $\mu = 800$ dan $\sigma = 40$

Misalkan X = umur pakai bohlam

X mempunyai distribusi normal

$$
\begin{aligned}
P(778 < X < 834) &= P(Z1 < Z < Z2) \\
&= P(-0.55 < Z < 0.85) \\
&= P(Z<0.85) - P(Z<-0.55) \\
&= 0.5111.
\end{aligned}
$$

soal

Suatu kemasan berisi 6 Flash Disk A, 4 Flash Disk B dan 3 Flash Disk C. Bila sesorang mengambila satu Flash Disk secara acak, maka :

a. berapa peluang tarambil flashdisc A ?

b. berapa peluang treambi 1 flashdisc B atau flashdisc C ?

Dari penelitian terhadap 150 orang laki-laki yang berumur 40 – 60 tahun didapatkan rata-rata kadar kolesterol mereka 215 mg % dan simpangan baku Sd = 45 mg %. Hitunglah peluang kita mendapatkan seorang yang kadar kolesterolnya:

a. > 250 mg %

b. < 200 mg %

c. antara 200 – 275 mg %

Dua buah barang dipilih secara acak dari 12 barang diantaranya ada 4 barang berkondisi cacat (rusak). Tentukan probailitas bahwa:

(a). kedua barang tersebut cacat

(b). kedua barang berkondisi baik

(c). paling sedikit satu barang cacat

NILAI HARAPAN

Salah satu manfaat yang sangat penting dari nilai harapan (harapan matematik) adalah dapat dipakai untuk menentukan mean dan varians atau standard deviasi dari parameter populasi. Bila variabel acak X mempunyai fungsi probabilitas $f(x)=P(X=x)$

$$E(x) = \begin{cases} \sum x\, f(x) = \sum x\, p(X=x), \text{ jika X diskrit.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} X f(x)\, dx, \text{ jika X kontinu.} \end{cases}$$

Sifat dari nilai harapan atau harapan matematis dari X adalah :

E(c) = c,

E(bX) = b E(X)

E(a = bX) = a + b E(X)

dimana a, b dan c adalah suatu konstanta.

Contoh :
Pada pelemparan 3 (tiga) uang logam, tentukanlah harapan matematis banyaknya muncul muka pada tiap pelemparan!

Jawab:

Perhatikan fungsi distribusi probabilita X, dimana X menunjukkan banyaknya muncul muka. Karena X diskrit, maka harapan matematis banyaknya muncul adalah :

$$E(X) = \sum_{x=0}^{3} x f(x) = \sum_{x=0}^{3} x P(X = x)$$

= (0).P(X=0) + (1).P(X=1) + (2).P(X=2) +

(3).P(X=3)

= (0) (1/8) + (1) (3/8) + (2) (3/8) + (3) (1/8)

= 12 / 8

= 1,5

TERIMA KASIH