



नेशनल बुक ट्रस्ट, इंडिया



# खेल-खेल में गणित

आइवर यूशिएल

खेल-खेल में गणित

नेहरू बाल पुस्तकालय

# खेल-खेल में गणित

आइवर यूशिएल



नेशनल बुक ट्रस्ट, इंडिया

# प्रश्न

## 1. कपड़े की झांय-झांय

“आप भी कमाल करते हैं। पूछते हैं, इतना कपड़ा लाया और बचा है बस तीन मीटर ही।” पत्नी झल्ला पड़ी तो पति ने एक बार फिर वही सवाल दोहरा दिया, “अरे हां भाग्यवान, यही तो पूछ रहा हूं कि इतना सारा कपड़ा था, किया क्या तुमने उसका?”

“किया क्या? तो सुनिए! लाते ही आधा तो आपने उसी समय कटवा लिया था अपने लिए। याद है?”

“हां, हां, याद है, आगे बोलो।”

“जो बचा उसमें से आधा गबलू बेटे ने अपने लिए ले लिया।”

“हां, फिर?”

“बाकी में से आधा जीजाजी ने अपनी बेटी क्षमा के लिए मांग लिया। मना कर देती उन्हें क्या?”



ISBN 978-81-237-5741-4

पहला संस्करण : 2009

दूसरी आवृत्ति : 2012 (शक 1934)

© आइवर यूशिएल, 2009

Original Title : Khel Khel Mein Ganit (Hindi)

₹ 25.00

निदेशक, नेशनल बुक ट्रस्ट, इंडिया

नेहरू भवन, 5 इंस्टीट्यूशनल एरिया, फेज-II

वसंत कुंज, नई दिल्ली-110 070 द्वारा प्रकाशित

“नहीं, वह तो ठीक किया पर बाकी?”

“अरे, इतना बंट रहा था तो पिंकी बेचारी कैसे यूँ ही चुप रह जाती। उसे पता नहीं गुड़ियों के लिए क्यों चाहिए था कि बचे हुए का तीन बटे पांच भाग उसने कटवा लिया।”

“और बाकी बचे हुए का क्या किया तुमने?”

“बाकी बचा ही क्या? यही तो है वह बाकी बचा तीन मीटर जो आपको कब से दिखा रही हूँ।”

अब बताइए कि यहां जिस कपड़े को लेकर पति-पत्नी की कहा सुनी चल रही है, वह वास्तव में था कितना, जब लाया गया था?

## 2. अंक दूसरे, परिणाम वही

जिस तरह  $8 + 8 + 8$  लिखकर यानी आठ के अंक को तीन बार रखकर परिणाम के तौर पर 24 प्राप्त हो जाता है, क्या इसी तरह और भी कोई अंक किसी भी तरह से सिर्फ तीन बार सजाकर यही परिणाम दे सकता है?

## 3. टांगें-मकड़ियों और तिलचट्टों की

एक शैतान बच्चे ने यूँ ही कुछ मकड़ियां और तिलचट्टे पकड़ लिए जिनकी कुल संख्या 12 थी। उसके किसी साथी ने उससे कह दिया कि तेरे पड़ोस में रहने वाली प्रिया दीदी गणित में बहुत होशियार हैं और सवाल हल करने में बहुत तेज भी। अगर तुम इन मकड़ियों और तिलचट्टों की कुल संख्या के साथ इनकी सिर्फ टांगों की संख्या गिनकर भी उन्हें बता दोगे तो वे तुम्हें बड़ी आसानी से यह बता देंगी कि तुमने कितनी मकड़ियां पकड़ी हुई हैं और कितने तिलचट्टे?

इस बच्चे को अपने साथी की बात पर विश्वास तो नहीं हुआ पर

सिर्फ कौतुहलवश वह प्रिया दीदी के पास जा पहुंचा और उन्हें दोनों जीवों की संख्या 12 और टांगों की संख्या का कुल योग 82 बताते हुए उनसे पूछने लगा कि क्या वे वास्तव में दोनों जीवों की अलग-अलग संख्या बता सकती हैं?

## 4. लाभ-कटाई में मिली सुविधा का

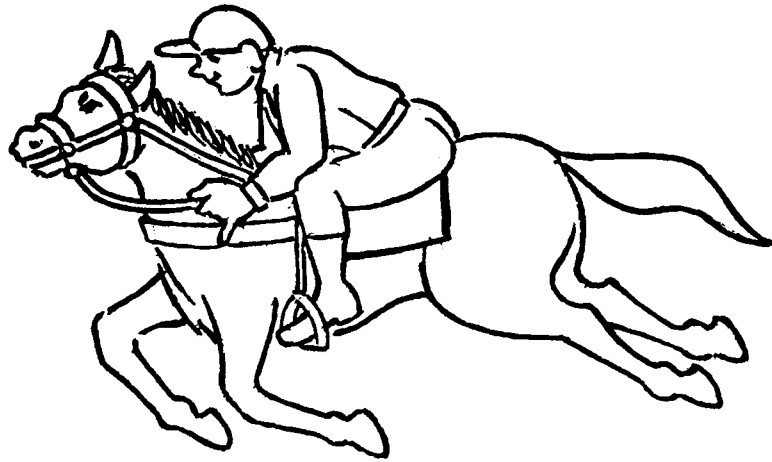
मान लें कि आपको एक ऐसा घन (cube) दिया जाता है जिसके किनारे चार सेमी. लंबाई के हैं और इस तरह इस घन का आयतन है 64 घन सेमी.। इस घन को एक सेमी. किनारों वाले छोटे-छोटे 64 घनों में काटकर विभक्त करना है।

64 छोटे आकार वाले घन में बांटने का यह कार्य बहुत आसान है क्योंकि इसके लिए बड़े घन को लंबाई, चौड़ाई व ऊंचाई वाले किनारों के समानांतर इनसे एक-एक सेमी. की दूरी पर प्रत्येक बार तीन जगह से काटना है ताकि घन का हर साइड चार भागों में बंट जाए और इस तरह 9 बार काटने का कार्य पूरा करने पर 64 छोटे घन (एक घन सेमी. वाले) प्राप्त हो सकें।

अब काटने के इस कार्य में यदि आपको एक स्वतंत्रता भी दे दी जाए जिसके अंतर्गत कोई भी साइड काटते समय पहले से कटे किसी भी टुकड़े को आप इच्छानुसार काटे जा रहे भाग के ऊपर रख सकें तो क्या इसका लाभ उठाते हुए आप नौ की जगह घन को कम बार में ही काटकर इसे पूरे 64 भागों में बांट पाएंगे?

## 5. घुड़सवार की औसत गति

एक घुड़सवार एक शहर से दूसरे शहर तक जाने में 120 किमी./घंटे की दर से यात्रा करता है जबकि उसी मार्ग से लौटते हुए उसकी यात्रा 80



किमी./घंटे की ही रह जाती है। घुड़सवार की यात्रा की औसत गति क्या होगी?

## 6. तीन अंकों की संख्या—जहां शुरू वहीं खतम

गणित की एक मजेदार ट्रिक को ज़रा देखिये और समझिये कि ऐसा होता है तो आखिर किस आधार पर?

तीन अंकों की कोई भी एक संख्या आप अपने किसी साथी को लिखने के लिए कहते हैं। फिर उससे कहते हैं कि लिखी गई संख्या के आगे वह एक बार फिर से उसी संख्या को लिख ले।

अब आप कहते हैं कि छह अंकों वाली इस संख्या को सबसे पहले वह सात से भाग दे डाले। परिणाम को 11 से पुनः भाग दे और इससे जो कुछ उसे प्राप्त हो उसको 13 से अंतिम बार भाग दे डाले। इस तरह मिले आखिरी नतीजे को बिना देखे जब आप उसे फटाफट बता देंगे तो उसका हैरत में पड़ जाना स्वाभाविक है।

वास्तव में आपका साथी सारी गणना करने के बाद ठीक वहीं वापस

पहुंच जाएगा जहां से वह चला था यानी तीन अंकों की वही संख्या परिणाम के तौर पर बाकी बची रहेगी जिसे लेकर उसने शुरुआत की थी। पर सवाल तो यह है कि तीन अंकों की हर संख्या पर हर बार यह संभव कैसे होता है?

## 7. नौ अंकों की संख्या जो ग्यारह से कटे

11 से कटनेवाली नौ अंकों की एक ऐसी संख्या लिखिए जिसमें कोई भी अंक दोहराया न जाए।

इनमें सबसे बड़ी और सबसे छोटी कौन-सी होगी यह भी बताएं।

## 8. अंक बदल जाएं, परिणाम नहीं

पांच के अंक को तीन बार इस प्रकार लिखना कोई कठिन कार्य नहीं है ताकि परिणाम 30 आ जाए और वह इस तरह है  $5 \times 5 + 5 = 30$

क्या आप कुछ और अंकों के साथ इसी तरह के परिणाम ढूंढ सकते हैं?

## 9. एक से नौ तक सारे अंक मौजूद

नीचे दिए हुए उदाहरण को जरा ध्यान से देखिए—

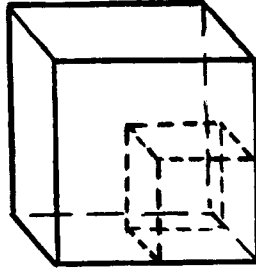
$$18 \times 297 = 5346$$

ध्यान देने पर आपको इन संख्याओं में एक ऐसा तालमेल नजर आएगा जिसमें आप पाएंगे कि यहां मौजूद सबके सब नौ अंक अलग-अलग हैं।

क्या आप भी अपनी तरफ से इस तरह के कुछ उदाहरण प्रस्तुत कर सकते हैं? यदि हां, तो अधिकतम कितने?

## 10. बड़ा ब्लॉक, छोटा ब्लॉक

10 सेमी.  $\times$  10 सेमी.  $\times$  10 सेमी. आकार वाले एक ब्लॉक का वजन 128 किलोग्राम है। यदि इसमें से एक छोटा ब्लॉक अलग कर लिया जाए जिसकी लंबाई, चौड़ाई व ऊंचाई बड़े वाले से चौथाई हो तो इसका वजन क्या होगा?



## 11. परिणाम सिर्फ एक

शून्य से लेकर नौ तक के समस्त अंकों का उपयोग करते हुए ऐसी संख्याओं का निर्माण करिए जिनका सरलीकरण करने पर सिर्फ अंक एक प्राप्त हो सके।

## 12. नौ का अंक पांच बार, परिणाम 10

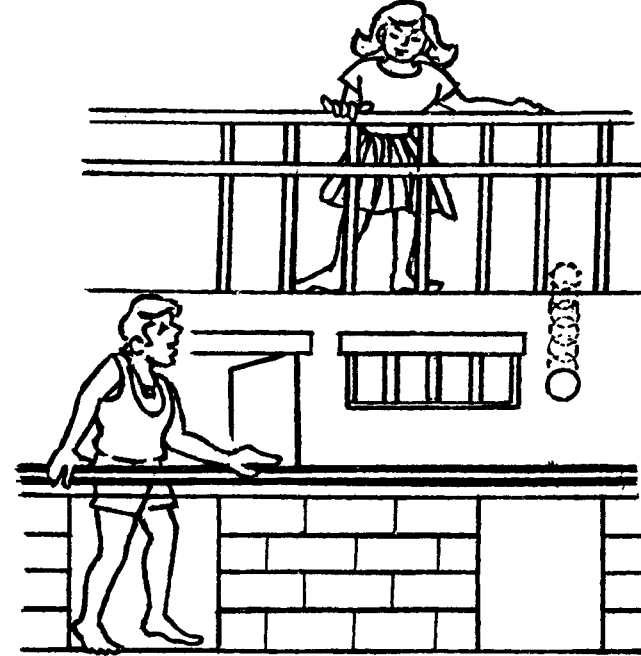
नौ के अंक का पांच बार उपयोग करते हुए इन्हें ऐसे तरीकों से व्यवस्थित करिए ताकि इनका सरलीकरण करने पर परिणाम 10 आए।

## 13. दसों अंक मौजूद

अंकों के माध्यम से 100 की संख्या कम से कम चार तरीकों से इस तरह लिखें ताकि इनमें सारे दसों अंक मौजूद रहें।

## 14. टप्पे खाती गेंद, कितनी दूरी चले

पांच वर्षीया नन्हीं पिंगी पांचवी मंजिल पर स्थित अपने फ्लैट की खुली छत पर गेंद से खेल रही थी कि तभी एकाएक गेंद लुढ़कती हुई छत से नीचे जमीन पर आ गिरी और काफी देर तक वहीं टप्पे खाती रही।



यदि छत की ऊंचाई 16 मीटर हो और हर बार टप्पे खाते हुए यह पिछली उछाल से आधी ऊंचाई हासिल कर लेती हो तो बताइए कि पूरी तरह उछलना बंद होने तक यह कुल कितनी दूरी तय कर लेगी?

## 15. चूड़ियों के सेट, अलग-अलग

रक्षाबंधन के दिन 13 वर्षीय जतिन को अपनी बड़ी बहन शिवानी के प्रति

इतना प्यार उमड़ा कि उसने अपनी गुल्लक तोड़कर इसमें जमा किए हुए सारे पैसों से शिवानी के लिए रंग-बिरंगी चूड़ियां खरीद लीं।

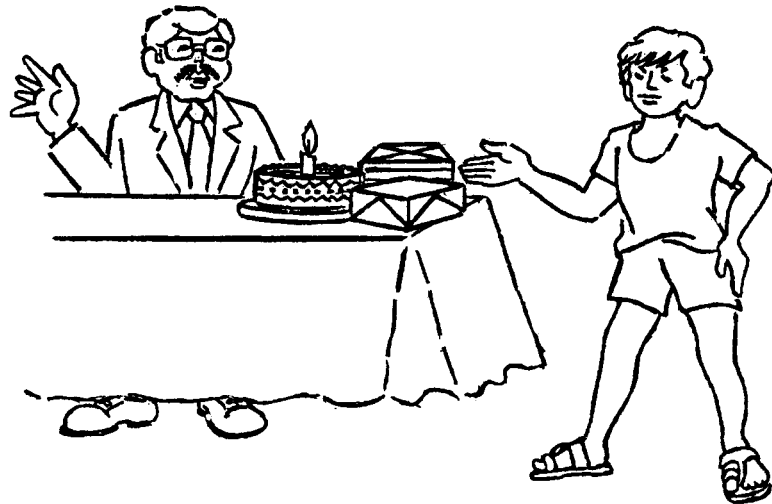
परंतु रास्ते में दुर्भाग्यवश ठोकर खाकर जतिन बेचारा ऐसा गिरा कि सारी चूड़ियां चकनाचूर हो गईं और उसे खाली हाथ घर पहुंचना पड़ा।

शिवानी के यह पूछने पर कि उसने अपने पैसों से कितनी चूड़ियां खरीदी थीं, वह संख्या तो नहीं बता सका पर उसे इतना जरूर याद था कि चूड़ीवाले ने पांच रंग की चूड़ियों के जब अलग-अलग सैट बनाये थे तो एक भी चूड़ी बची नहीं थी लेकिन उसने जब स्वयं इनके 2-2, 3-3 या 4-4 के सैट बनाकर देखे तो हर बार एक चूड़ी बच जाती थी।

क्या इससे जतिन की बड़ी बहन शिवानी, चूड़ियों की संख्या जान पायी होगी?

## 16. भाव भूल गए लल्लूराम

लल्लूराम को उसके पापा ने शाम को मनाई जाने वाली उसकी बर्थ डे पार्टी के लिए 500 रुपये देकर जब बंगाली स्वीट हाउस भेजा तो लल्लूराम ने वहां जाकर 200 ग्राम दालमोठ, 250 ग्राम काजू-बर्फी और एक बड़ा-सा केक खरीद लिया।

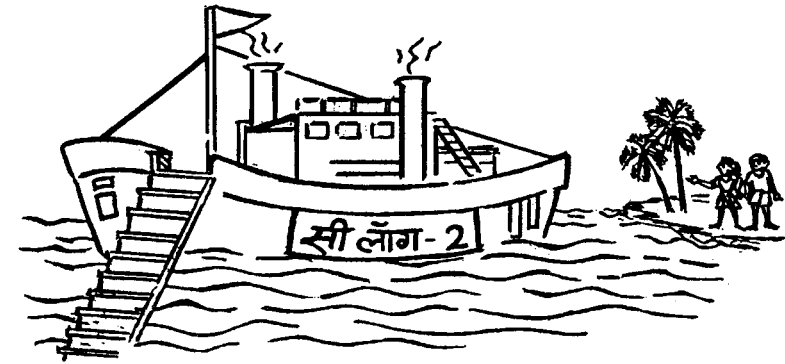


घर आकर उसने पापा को बचे हुए 110 रुपये तो लौटा दिए परंतु चीजों का भाव पूछने पर वह सिर्फ इतना ही याद कर पाया कि केक की कीमत बर्फी से 240 रुपये अधिक थी जबकि केक तथा बर्फी की कुल कीमत दालमोठ से 330 रुपये अधिक थी।

अब आप ही बताएं कि लल्लूराम ये चीजें किस भाव से खरीद कर लाए थे?

## 17. कितना और डूबेगा जलयान

जलयान 'सी लॉग-2' प्रशांत महासागर में तैरता चला जा रहा था कि तभी एकाएक तूफान आ गया और लहरें 25 सेमी. प्रति घंटे की रफ्तार से उठने लगीं।



जलयान के बाहरी ओर लगी सीढ़ियों के पांच पायदान जल में पहले ही डूबे हुए थे जिनमें प्रत्येक के बीच 12 सेमी. का फासला था और पायदान की मोटाई पांच सेमी. थी।

बताइए कि एक घंटे 45 मिनट के बाद जलयान के और कितने पायदान जल में डूब जाएंगे?



## 18. किस पैकेट में कितने डिब्बे

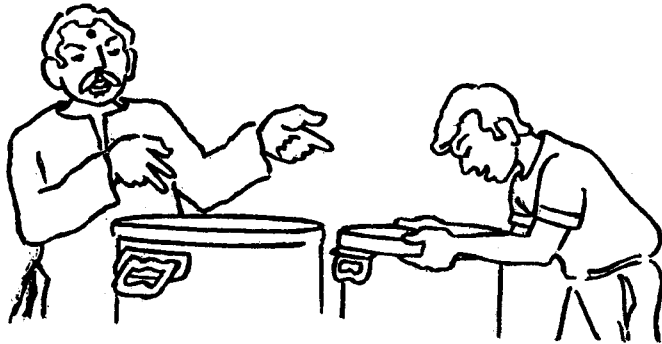
अपने मेहमानों को, विदाई के समय देने के लिए सेठ रतनलाल जी ने दो-दो किलोग्राम मिठाई के कुछ डिब्बों का ऑर्डर स्वीट हाउस वाले को पहले से ही दे दिया था परंतु जब इस मिठाई को लेने उनके दो कर्मचारी गए तो वहां दुकानदार ने दो-दो किलो के इन डिब्बों को दो अलग-अलग बड़े पैकेटों में पैक करके रखा हुआ था।

एक पैकेट कुछ बड़ा था, दूसरा उससे कुछ छोटा। यह देखकर एक कर्मचारी ने दुकानदार से पूछ लिया कि दोनों पैकेटों में दो किलो वाले कितने-कितने डिब्बे रखे गए हैं तो दुकानदार ने बजाय सीधा जवाब देने के उन्हें गणित में उलझा दिया।

वह बोला “पहले पैकेट से यदि तुम दो डिब्बे निकालकर दूसरे वाले में रख लोगे तो दूसरे पैकेट में पहले के दुगने डिब्बे हो जाएंगे परंतु दूसरे में से दो डिब्बे यदि पहले वाले पैकेट में रख दोगे तो दोनों में डिब्बों की संख्या बराबर हो जाएगी। अब तुम खुद ही देख लो कि किस पैकेट में कितने डिब्बे पैक किए गए हैं।

## 19. छोटा ड्रम, बड़ा ड्रम

पानी की, आजकल सब जगह समस्या है इसीलिए पंडित जगन्नाथ जी एक खूब बड़ा-सा ड्रम खरीद लाए, पानी स्टोर करने के लिए। पर जब पूछा



गया तो उन्हें इस बात का पता ही नहीं था कि उसमें कितने लीटर पानी आ जाएगा?

उनके बाथरूम में 115 लीटर का एक छोटा ड्रम पहले से रखा है जिसमें उस समय  $2/5$  भाग पानी भरा हुआ था।

पंडित जी के पुत्र ने इस पानी को बड़े ड्रम में पलटकर देखा और पाया कि बड़े ड्रम का  $2/9$  भाग इस पानी से भर गया, तो उसने बता दिया कि बड़े ड्रम में कुल कितने लीटर पानी आ जाएगा, पर कैसे?

## 20. कितने की सलवार, कितने का कुर्ता

राधा अपने लिए एक सलवार-सूट खरीदने बाजार पहुंची तो दुकानदार ने जो सूट दिखाए उनमें से राधा को एक सूट पसंद आ गया जिसकी कीमत थी 1125 रुपये परंतु दिक्कत यह थी कि राधा को सिर्फ इसके कुर्ते की फिटिंग ठीक लग रही थी, सलवार उसे नहीं जंच रही थी।

जब राधा ने केवल कुर्ता खरीदने की इच्छा जाहिर की तो दुकानदार ने बताया कि सिर्फ कुर्ता वह सलवार से 225 रुपये ज्यादा पर ले सकती है।

अब बताएं कि इस हिसाब से कुर्ता और सलवार का अलग-अलग मूल्य क्या था?

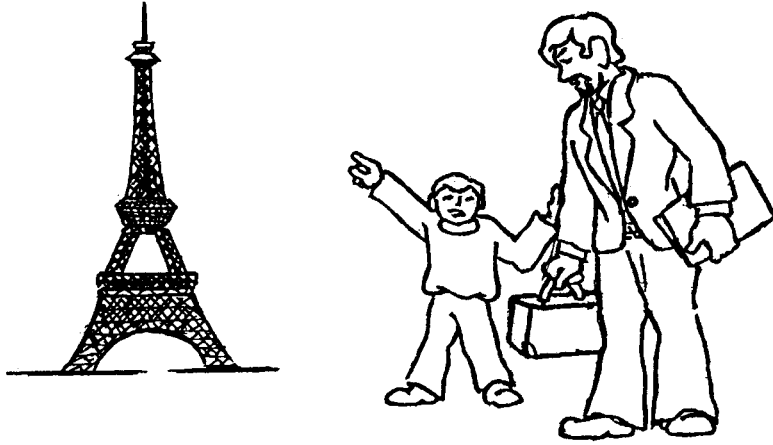


## 21. एफिल टॉवर के लिए बाल-हठ

पेरिस में बालहठ पर आधारित गणित की एक समस्या दुनिया भर में बहुत लोकप्रिय हुई है।

कहते हैं, वहां की प्रसिद्ध एफिल टॉवर को देखने एक तीन-चार वर्षीय बालक अपने पिता के साथ आया तो उसे यह मीनार इतनी भायी कि वह अपने पिता से इसे अपने साथ ले चलने की जिद करने लगा।

बच्चा तो बच्चा ठहरा, उसे समझाया भी जाए तो कैसे? 300 मीटर ऊंची और वजन में 80,00,000 किलोग्राम वाली लौह निर्मित इस टॉवर के लिए एक बच्चे का मचलना एक समस्या बन गई?

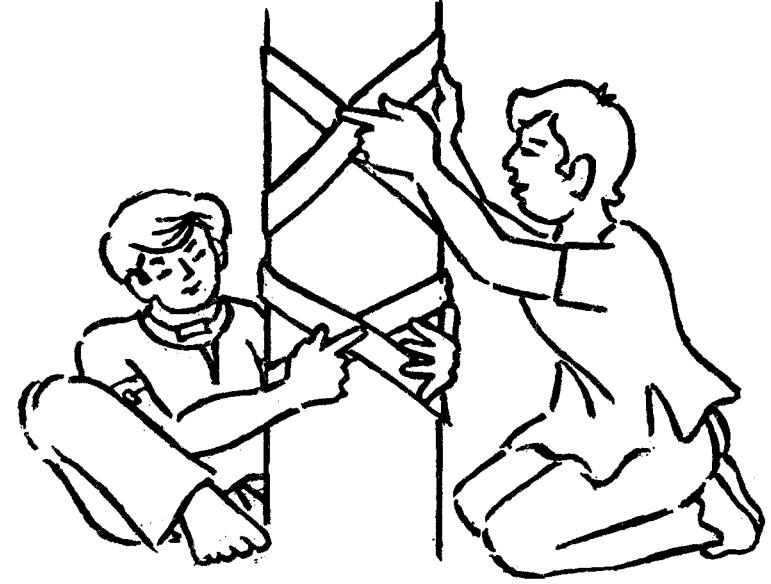


अंत में पिता ने एक तरीका निकाला ताकि बच्चे को किसी तरह संतुष्ट किया जा सके। उसने एक किलोग्राम वजन की इसकी एक प्रतिकृति (replica) बनवाने का निर्णय लिया पर अब समस्या यह थी कि एक किलोग्राम वजन में बनने वाली इस टॉवर की ऊंचाई आखिर कितनी होगी, यह गणना करना उसके लिए आसान नहीं था।

क्या आप इस मामले में उसकी मदद कर सकते हैं?

## 22. दो रिबन-मिलान बिंदु कितने?

नाजिमा की सालगिरह मनाने के लिए घर में तैयारियों के दौरान नाजिमा के दोनों भाइयों ने कमरे में लगे खंबे को सजाने की गरज से उस पर रंग-बिरंगे रिबन लपेट दिए।

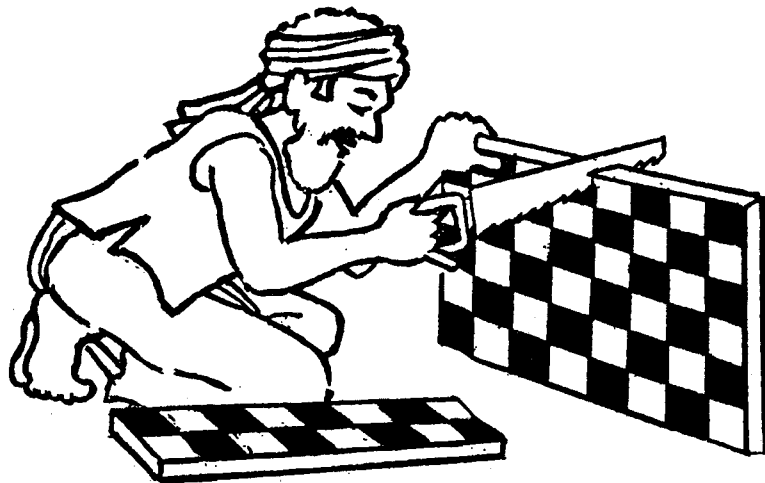


अख्तर ने खंबे के एक तरफ से घूमते हुए नीचे से ऊपर बनी कगर तक पांच चक्कर देते हुए बराबर दूरी बनाए रखकर लाल रिबन लपेटा तो दूसरे भाई साजिद ने उल्टी तरफ से घूमते हुए हरा रिबन लपेटा जिसके वह सिर्फ तीन चक्कर ही दे पाया।

सबसे ऊपर और सबसे नीचे के मिलान बिंदुओं पर उन्होंने इनको कीलों से तो जड़ दिया परंतु अगर उन सारे बिंदुओं पर भी मजबूती के लिहाज से कीलें ठोकी जानी हों जहां ये दोनों रंग के रिबन एक-दूसरे के ऊपर से होकर गुजरते हों, तो बताएं कि इन्हें कितनी और कीलों की जरूरत होगी?

### 23. न्यूनतम बार कटाई, एक से चौंसठ में बंटाई

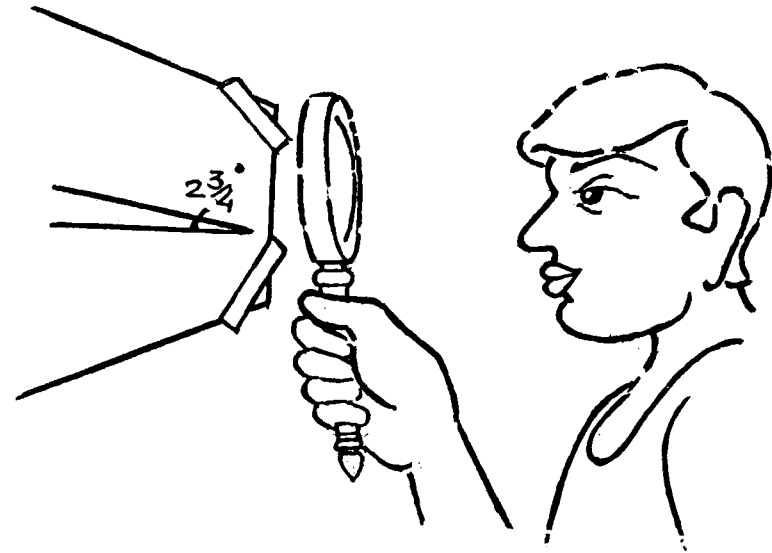
शतरंज के बोर्ड को जिस पर  $8 \times 8 = 64$  खाने होते हैं, काटकर 64 बराबर भागों में बांट देना है परंतु काटने का कार्य सिर्फ सीधी रेखा में ही पूरा होना चाहिए। हर बार कटे हुए भागों को अगली बार काटने से पहले एक-दूसरे के ऊपर रखा जा सकता है ताकि केवल एक भाग की कटाई न होकर कई भाग एक साथ कट जाएं।



आपको बताना यह है कि इस तरीके से शतरंज के किसी बोर्ड की कम से कम कितनी बार सीधी-सीधी कटाई होगी जिससे यह अपने 64 बराबर-बराबर खानों में बंट जाए?

### 24. कोण बड़ा दिखे कितना

आपके पास एक मैग्नीफाइंग ग्लास है जिससे वस्तु चार गुना बड़ी नजर



आती है तो बताएं कि  $2\frac{3}{4}^\circ$  का एक कोण इससे देखने पर कितना बड़ा नजर आएगा?

### 25. ईंटों की कुल संख्या कितनी

शमी हैदर साहब का ताल्लुक ऐसे परिवार से है जिसके पुरखे एक जमाने में ईरान के बादशाह के यहां वजीर हुआ करते थे। वे उस समय हिंदुस्तान आए तो थे किसी जरूरतवश, पर तब से बस यहीं के होकर रह गए। साथ में ऊंटों पर लादकर लाई हुई बेशुमार दौलत तो थी ही, जिंदगी गुजारने के लिए।

इस दौलत में सोने की ऐसी ढेरों ईंटें थीं जिन्हें बेच-बेचकर पूरा परिवार ऐश करता रहा और धीरे-धीरे स्थिति यहां तक आ पहुंची कि अब शमी हैदर साहब के पास सिर्फ दो ईंटें ही बची हैं।

यदि प्रत्येक पीढ़ी में अपना खर्च चलाने के लिए बेची गई इन ईंटों की संख्या घटकर आधी रह जाती हो और हर 25 वर्ष पर मान लें कि

पीढ़ियां बदलती रही हों तो बताएं कि 500 वर्ष पूर्व आए इस कुनबे के पास उस समय कितनी ईंटें रही होंगी?

## 26. पांच अंकों से बनी सौ की संख्या

पांच एक जैसे अंकों की मदद से कम से कम चार तरीकों से 100 की संख्या लिखिए।

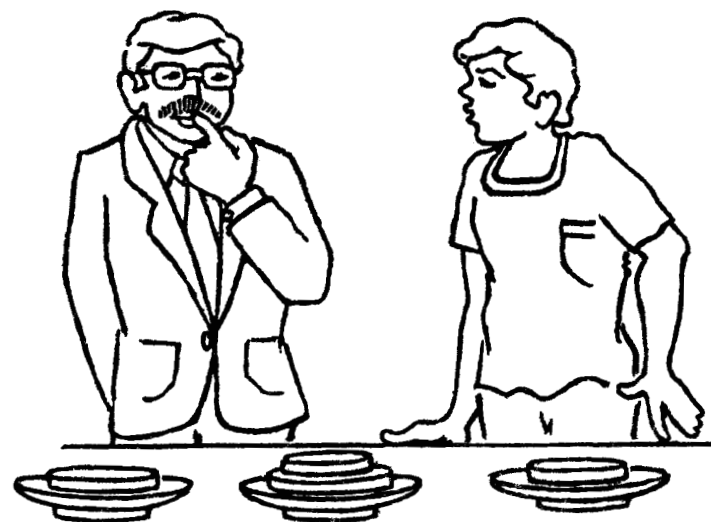
## 27. अशुभ अंक तीन का

परीक्षा में प्रवेश के लिए मिले प्रवेश पत्र पर सात अंकों की संख्या अंकित होनी थी। अजीत को शुरू से ही इस बात का वहम था कि तीन का अंक उसके लिए अशुभ रहता है और वह यही सोच-सोचकर परेशान था कि उसके रोल नंबर में कहीं पर तीन का यह अंक न आ जाए।

अपने को तसल्ली देने के लिए फिर वह यह सोचने लगता कि इन दस अंकों (यानी शून्य से लेकर नौ तक) में से किसी भी अंक की, उसके सात अंकों वाले रोल नंबर में, किसी भी स्थान पर मौजूदगी की संभावना 90 फीसदी के बराबर है और चूंकि उसमें से सिर्फ तीन का ही अंक उसके लिए अशुभ है अतः इस आधार पर दस में से सिर्फ एक बार यह संभावना बनेगी कि तीन का अंक उसके रोल नंबर में आ जाएगा। उसका यह सोचना क्या आपने विचार से सही है?

## 28. समस्या बनारस की कहे या बटन की?

पिछले दिनों बनारस जाना हुआ तो वहां मिले गणित के प्रेमी एक अध्यापक महोदय ने मुझे एक ऐसे मजेदार प्रश्न से अवगत कराया जिसे उन्होंने पढ़ा



तो था मूलरूप में किसी विदेशी पुस्तक में पर वास्तव में वह प्रश्न बनारस से संबंधित था और जुड़ा था हमारे प्राचीन मनीषियों की मेधा से! उन्होंने बताया कि—

सबसे पहले तीन प्लेटें लेकर एक सीध में रख लें और फिर पांच सिक्के या इसी से मिलती-जुलती कोई ऐसी वस्तुएं ले लें जिनका आकार अलग-अलग हो। मान लें कि इनमें सबसे बड़े बटन (सिक्कों की जगह अगर आपको आसानी से मिल जाएं और सुविधाजनक लगें तो) का नाम **A** और सबसे छोटे का **E** है तो इसी तरह बड़े से छोटे की ओर घटते आकारों वाले बीच के तीन बटन होंगे क्रमशः **B**, **C** तथा **D**

अब पहली प्लेट में आकार के क्रम में बटनों को एक के ऊपर एक करते हुए इस तरह रखा जाना है ताकि सबसे बड़ा बटन सबसे नीचे रहे। फिर आपको करना सिर्फ इतना है कि उन बटनों (या जो भी वस्तुएं आपने ली हैं) को कम से कम चाल चलते हुए तीसरी प्लेट में पहुंचाना है पर कुछ खास शर्तों के साथ, जो ये हैं—

- (i) एक बार में सिर्फ एक बटन को ही स्थानांतरित किया जाना है।
- (ii) किसी भी दशा में बड़े आकार के बटन को छोटे के ऊपर नहीं रखा जाना है।

(iii) बटनों के स्थानांतरण की प्रक्रिया के दौरान अस्थायी तौर पर बीचवाली प्लेट का उपयोग किया जा सकता है परंतु अंत में तीसरी प्लेट तक ही सारे बटन पहुंचे हुए होने चाहिए और वह भी ठीक अपनी पूर्व स्थिति की तरह नीचे से ऊपर की ओर, बड़े से छोटे होते हुए।

अध्यापक महोदय ने इतना कहने के बाद मुझे एक बार फिर चेताया कि सारा स्थानांतरण कम से कम चालों में करना है। आपका क्या अंदाजा है, कितनी चालों में पूरा हो जाएगा यह कार्य?

## 29. शर्त नेशनल कंपटीशन की

जिला स्तर के 10 धावक डिस्ट्रिक्ट स्टेडियम में अभ्यास करने रोज पहुंच जाते पर दौड़ने के लिए ट्रैक चुनते समय उनमें रोज ही अनबन हो जाती जिससे सबका मूड खराब हो जाता। दरअसल कोई अपने साथ वाले ट्रैक पर अपने साथी को खड़ा करना चाहता था, तो कोई किनारे वाला या किसी विशेष नंबर वाला ट्रैक चाहता था क्योंकि उसे वह अधिक सुविधाजनक लगता था।

तंग आकर स्पोर्ट्स इंस्ट्रक्टर ने सबसे कह दिया “कल से आप दसों धावक ट्रैक पर इस तरह खड़े होंगे कि पूरी पंक्ति में रोज ही अपनी पिछली स्थितियों से कुछ अंतर अवश्य रहे। इससे एक तो हर नंबर के ट्रैक पर सबको दौड़ने का अभ्यास होगा और साथ ही अगल-बगल वाले धावक साथियों में भी बदलाव होता रहेगा।”

“इस परिवर्तन के दौरान नई तरह से पंक्ति सजाने का विकल्प जब शेष नहीं रह जाएगा तो, उसी दिन मैं आप सबको नेशनल कंपटीशन में उतार दूंगा।”

धावकों को यह शर्त बहुत आसान लगी और उन सबने ही इंस्ट्रक्टर साहब की बात मानते हुए ट्रैक पर अपनी पंक्ति नई तरह से सजाने का काम दूसरे दिन से ही शुरू कर दिया। क्या आप बता सकते हैं कि इस

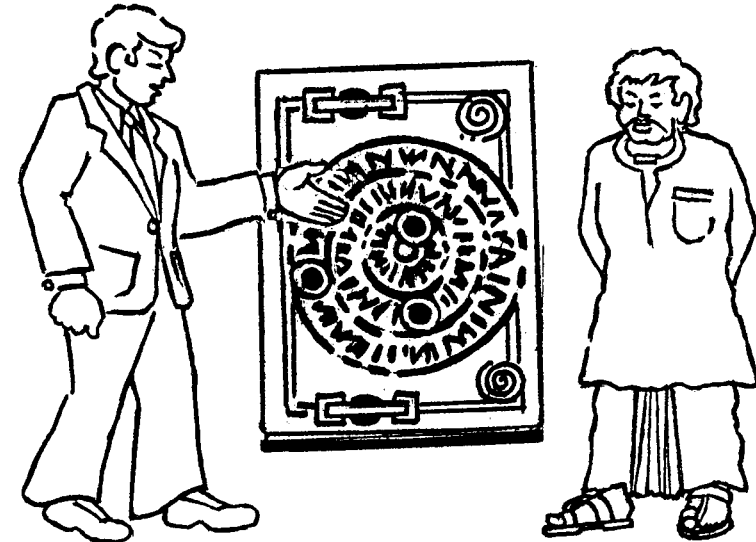
तरह नेशनल कंपटीशन में उतरने की, उन सबकी इच्छा कितने दिनों बाद पूरी हो पाई होगी?

## 30. पुलिस पेट्रोलिंग

अपने ऊपर हुए अन्याय का विरोध करने वाले एक जुलूस के साथ राष्ट्रीय राजमार्ग संख्या 24 पर चलती पुलिस को शांति और व्यवस्था बनाए रखने के लिए जुलूस से आगे सात किमी. लंबे पथ पर पेट्रोलिंग भी करनी है। यदि जुलूस के आगे बढ़ने की गति 3.5 किमी/घंटे की है और पेट्रोलिंग सात किमी/घंटे की रफ्तार से की जाए तो पहली पेट्रोलिंग टीम कितनी देर बाद जुलूस के पास वापस पहुंच जाएगी?

## 31. पुरानी हवेली की तिजोरी

किसी पुरानी हवेली में एक तिजोरी मिली जिसे खोलने के लिए 26 अक्षरों वाली तीन चक्रियां बनी हुई थीं पर वहां ऐसा कोई सूत्र हाथ नहीं आ रहा



था जिससे पता चल सकता कि चक्रियों पर मौजूद किन तीन अक्षरों की जोड़ी से तिजोरी को खोला जा सकता है?

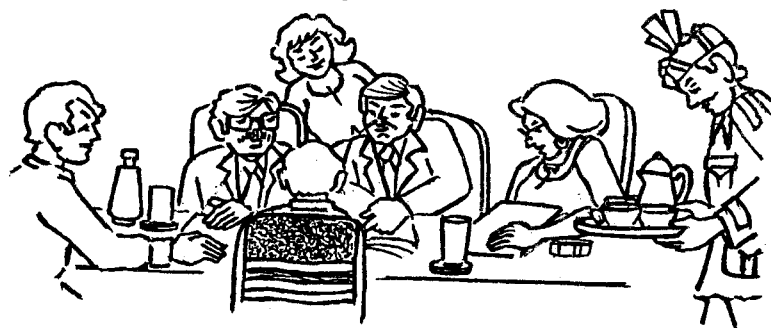
अंत में यह फैसला हुआ कि इन अक्षरों से जितने तरह का संयोजन (combination) संभव है, सबको आजमा लिया जाए।

यदि हर आजमाइश में 10 मिनट लगते हों और यह काम रात दिन चले तो बताएं कि क्या एक सप्ताह के अंदर परिणाम मिल जाने की आशा की जा सकती है?

### 32. सवाल बैठकों का

लवानिया ग्रुप ऑफ इंडस्ट्रीज की बड़ी-बड़ी प्रमुख फैक्ट्रियां जिन पांच शहरों में स्थापित हैं, वे हैं—कानपुर, लखनऊ, इलाहाबाद, भोपाल और नागपुर।

हर नये वर्ष से इनके उच्च अधिकारियों की, अपने निदेशक के साथ एक निश्चित अवधि के अंतराल पर कानपुर में मीटिंग होती है जिसमें कानपुर के अधिकारी हर दो दिन पर, लखनऊ के तीन दिन पर, इलाहाबाद के चार दिन पर, भोपाल के पांच दिन पर तथा नागपुर के छह दिन पर अपनी-अपनी प्रोग्रेस रिपोर्ट प्रस्तुत करते हैं।



पहली जनवरी से शुरू होने वाले इस सिलसिले में यदि पहली जनवरी की मीटिंग को गणना में शामिल न किया जाए तो बताएं कि वर्ष के शुरुआती तीन महीनों में ऐसे अवसर कितनी बार आएंगे जब पांचों स्थानों की एक साथ भागीदारी रहेगी। ध्यान रहे कि यहां सिर्फ उन वर्षों की चर्चा

की जा रही है जो लीप ईयर के अंतर्गत नहीं आते यानी जिनके शुरुआती तीन महीने पूरे 90 दिन के होते हैं।

एक सवाल और भी! इन तीन महीनों के दौरान ऐसे कुल कितने दिन पड़ेंगे जिनमें कोई भी मीटिंग आयोजित नहीं की जाएगी?

### 33. तीसरे साथी का सहयोग

तीन शिकारी, तपनसिंह, रोशनलाल व जोरावर, जंगल में भटककर रात बिताने के लिए जिस खंडहर में शरण लेते हैं वहां चूल्हा जलाने के लिए तपन सिंह लकड़ी के छह लट्ठे उठा लाता है तो उसका दूसरा साथी रोशनलाल भी उसी तरह के 10 लट्ठे ला पटकता है।

इनका तीसरा साथी जोरावर तबीयत ठीक न होने के कारण इस कार्य में अपना सहयोग 16.00 रुपये की नकद राशि देकर करता है।

अब आपको बताना है कि तपन व रोशन इस धनराशि को आपस में किस तरह बांटेंगे?

### 34. रिपोर्ट का टाइपिंग टाइम

एक जिला कार्यालय में टाईपिस्ट के पद पर दो महिलाएं कार्यरत हैं। किसी



आवश्यक और महत्वपूर्ण रिपोर्ट को टाईप करने के लिए इन दोनों टाईपिस्ट को निर्देश मिलते हैं कि वे इसे जल्दी से जल्दी पूरा करें।

इन दोनों टाईपिस्ट में से एक महिला अकेले इस रिपोर्ट को दो घंटे में पूरा कर सकती है जबकि दूसरी तीन घंटे में।

पता यह करना है कि रिपोर्ट को मिल बांटकर इसे पूरी तरह ठीक से टाईप करने में दोनों मिलकर कम से कम कितना समय लेंगी?

### 35. शिकारी और शिकार

गणित की यह समस्या आदिवासी इलाके से संबंधित है जहां दो ऊंचे पेड़ों पर दो शिकारी तीरकमान लेकर बैठे हुए हैं। इनमें एक पेड़ की ऊंचाई 20 फीट और दूसरे की 30 फीट है तथा दोनों पेड़ों के बीच की दूरी 50 फीट है।

अब जैसे ही एक हिरन इन दोनों पेड़ों के बीच पहुंचता है तो उसे देखते ही दोनों आदिवासी शिकारी इसका शिकार करने के लिए इस पर एक साथ अपने-अपने तीर चलाते हैं जो बिल्कुल साथ-साथ शिकार को जाकर लग जाते हैं। इन आंकड़ों के आधार पर बताएं कि हिरन की अंतिम समय में ऊंचे वाले पेड़ से क्या दूरी थी?

### 36. पहले था कुल कितना धन

एक ग्रामीण की कहानी सुनकर आप जान पाएंगे कि पहले समय में ठगी भी कितनी होशियारी से की जाती थी।

यह ग्रामीण कचहरी के कार्यवश पहली बार जब शहर पहुंचा तो मंगलवार का दिन होने के कारण सबसे पहले उसे अपने नियम के अनुसार हनुमान जी के किसी मंदिर में माथा टेकने का ध्यान आया। एक अजनबी से जब उसने ऐसे किसी मंदिर का रास्ता पूछा तो वह व्यक्ति उसे रास्ता



दिखाने के बहाने उसके साथ हो लिया। मार्ग में उसने ग्रामीण को बताया कि उस शहर में एक मंदिर ऐसा भी है जिसमें लगा एक पेड़ बड़ा ही अलौकिक है। इस पेड़ के नीचे इच्छानुसार धनराशि रखने के बाद आंखें बंद कर पूरी श्रद्धा से हनुमान नाम सौ बार जपते हुए पेड़ की परिक्रमा करने पर हनुमान वहां रखी गई राशि को दुगुना कर देते हैं।

सीधे-सादे ग्रामीण का इस जानकारी के प्रति उत्सुक होना स्वाभाविक ही था। जब ग्रामीण द्वारा अजनबी से उसी मंदिर में ले चलने की बात हुई तो अजनबी ने एक शर्त रख दी।

“तुम्हारा पैसा तो दुगुना हो जाएगा पर मेरे पास तो इस वक्त कुछ भी नहीं, वहां इतनी दूर जाने का मुझे क्या मिलेगा। यदि तुम वहां जाना चाहते हो तो तुम जितनी बार रुपये दुगुने करोगे उसमें से हर बार मुझे 360 रुपये दोगे।”

ग्रामीण कचहरी के खर्चों के लिए पैसे तो लेकर आया ही था (और यह बात धूर्त ठग ने बातों-बातों में पहले ही पता कर ली थी) अतः लालच में आकर ग्रामीण ने अजनबी का प्रस्ताव मान लिया। इसके बाद अजनबी उसे शहर से बाहर एक बिल्कुल सुनसान जगह पर बने हनुमान मंदिर के पेड़ के नीचे लेकर पहुंच गया।

वहां पहुंचकर ग्रामीण ने अपने गमछे (एक तरह का पतले से कपड़े का तौलिया) में अपनी धनराशि लपेटी और उसे पेड़ के नीचे रखकर विधि अनुसार हनुमान नाम जाप करते हुए पेड़ की परिक्रमा लगा दी। वापसी पर जब उसने गमछा खोलकर राशि गिनी तो वह वास्तव में दुगुनी हो चुकी थी।

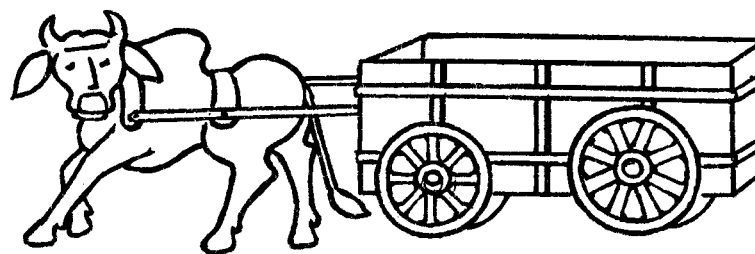
अपनी शर्त के अनुसार अजनबी ने 360 रुपये वाला अपना भाग ग्रामीण से ले लिया तो ग्रामीण ने बाकी राशि को गमछे में लपेटकर पूरी प्रक्रिया एक बार फिर से दोहरा दी। वापसी पर जब उसे इस बार भी बची राशि दुगुनी होकर मिल गई तो उसे इस चमत्कार पर पूरा विश्वास हो गया। इस बार भी शर्त के अनुसार उसे 360 रुपये की राशि अजनबी को देनी पड़ी। अब तो लालच में आकर उसने राशि को दुगुना करने का एक बार फिर से प्रयास किया और पूरी प्रक्रिया दोहराई।

इस बार वहां रखी राशि उसकी वापसी पर दुगुनी होकर तो उसे मिली पर जब उसे शर्त के अनुसार 360 रुपये अजनबी को देने पड़े तो उसने पाया कि गमछे में उसके पास एक भी रुपया नहीं बचा था, सारी राशि अजनबी को तीसरी बार 360 रुपये देने के साथ ही समाप्त हो गई थी और इस तरह निराश ग्रामीण को वहां से खाली हाथ लौटना पड़ा।

यहां इस घटना में यह तो स्पष्ट है कि ग्रामीण द्वारा रखी गई धनराशि कौन दुगुनी कर देता था पर हम तो यह जानना चाहते हैं कि ग्रामीण के पास आखिर कुल कितना धन था जो पहली बार उसने दुगुना करने के लिए गमछे में लपेटकर पेड़ के नीचे रखा था?

### 37. अगली या पिछली?

यदि एक गाड़ी के अगले पहियों की जोड़ी पिछले पहियों की जोड़ी से व्यास में 15 सेमी. छोटी है तो बताएं पहियों की कौन-सी जोड़ी की धुरी अधिक तेजी से घिसेगी? अगली जोड़ी की या पिछली की या फिर



आपके हिसाब से घिसने की यह प्रक्रिया दोनों पर समान रूप से लागू होगी?

### 38. छोटे से छोटा रास्ता

कांच के एक बेलनाकार बर्तन पर, जिसकी ऊंचाई 20. सेमी. और व्यास 10 सेमी. है, एक चींटी बर्तन के बाहरी तरफ ऊपरी किनारे से पांच सेमी. नीचे मौजूद है जिसे मीठे का कोई कण ठीक विपरीत ओर समान ऊंचाई पर बर्तन के अंदर की तरफ नजर आ रहा है। यदि चींटी को मीठे के कण तक पहुंचने के लिए छोटे से छोटा रास्ता चुनना हो तो वह क्या होगा?

### 39. सौ के बदले पांच की रेजगारी

हमारे स्कूल के वार्षिक उत्सव में गणित के नए-नए आए अध्यापक ने उपस्थित समस्त जन समुदाय को मंच पर से संबोधित करते हुए, सबके सामने एक आकर्षक प्रस्ताव रखा। उन्होंने कहा “यदि आप में से कोई भी मुझे 50, 20 और 5 पैसे के 20 सिक्कों में 5 रुपये पूरी रेजगारी के रूप में दे दे तो मैं उसे बदले में 5 रुपये की जगह पूरा 100 रुपये का एक नोट दूंगा।” क्योंकि इस वक्त मुझे इसकी बेदह जरूरत है।



पांच रुपये के बदले सौ रुपये मिलने का अवसर था अतः काफी सारे दिमाग चलने लगे। कुछ के हाथ की कलम-पेंसिलें भी कागज पर गुणा भाग करने लगीं पर काफी देर तक जब कोई नतीजा सामने नहीं आया तो अध्यापक महोदय को अपने प्रस्ताव में सुधार करना पड़ा।

इस बार उन्होंने 100 रुपये के बदले पांच की जगह तीन रुपये ही 20 सिक्कों के रूप में लेने स्वीकार कर लिए। परंतु इतने के बावजूद कोई आगे नहीं आ पाया। यद्यपि तीन रुपये के बदले 100 रुपये जीतने का आकर्षण वहां सबके चेहरों पर स्पष्ट नजर आ रहा था।

अध्यापक जी ने सबको एक बार और अवसर देते हुए तीन रुपये की राशि को घटाकर इस बार दो रुपये कर दिया यानी अब तीन तरह के बीस सिक्कों से सिर्फ दो रुपये तैयार करके अध्यापक महोदय को देने थे और मिलना था, इतने बड़े अवसर पर सबके सामने 100 रुपये जीतने का सम्मान।

गणित के कुशल छात्र ही नहीं, दूसरे अन्य उपस्थित व्यक्ति भी इस अवसर का लाभ उठाने के लिए मन ही मन गणना में व्यस्त थे पर नतीजा कुछ नहीं निकल पा रहा था।

अंत में प्रस्ताव को वापस लेते हुए उन्हें कहना पड़ा कि शायद यहां कोई भी इतने सिक्के लेकर नहीं आया होगा, इसीलिए हल सामने नहीं आ सका पर यदि आयोजन की समाप्ति पर भी कोई सिर्फ कागज पर मुझे इसका हल लिखकर दे दे तो मैं आभारी रहूंगा। बाद में क्या हुआ कोई नहीं जान पाया। पर आप वहां होते तो क्या करते?

#### 40. मूलवेतन और ओवरटाइम

गणपति किसी फैक्टरी में दिहाड़ी पर काम करता है और जब उसके विवाह के लिए आए लड़की वालों ने उसकी आमदनी के बारे में पूछताछ की तो पाया कि कंपनी की ओर से उसे पिछले पूरे सप्ताह ओवरटाइम मिलाकर 260 रुपये प्रतिदिन के हिसाब से मिलता रहा था।

गणपति का मूलवेतन ओवरटाइम से यदि 200 रुपये अधिक रहा हो तो गणपति की बिना ओवरटाइम के आमदनी क्या मानी जाए?

#### 41. उम्र की उलझन

“श्रीमती मेहरोत्रा तो बहुत युवा दिखती हैं। क्या उम्र होगी इनकी?” किटी पार्टी के दौरान श्रीमती मेहरोत्रा को चहकते देख मन ही मन कुढ़ती श्रीमती खन्ना ने मेजवान कविता नारायन से पूछ लिया।

टालने की गरज से कविता नारायन ने मुस्कराते हुए जवाब दिया “सत्रह साल पहले वह अपनी बेटी लतिका से तीन गुना अधिक उम्र की थीं पर अब उम्र का यह फासला कम हो गया है और यह उससे केवल दुगुनी उम्र की रह गई हैं।”

बताइए इससे श्रीमती खन्ना क्या नतीजा निकाल पाई होंगी?

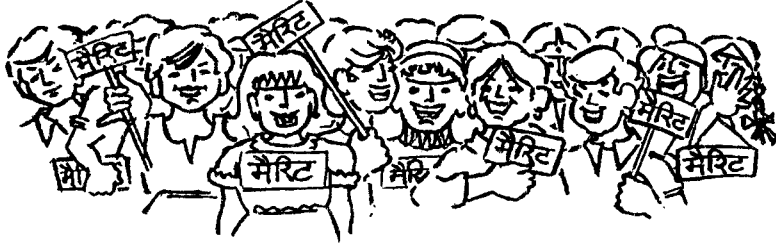
#### 42. किसके पास थी कितनी रकम?

पांच दोस्त अपनी विदेश यात्रा के दौरान एक कैसिनो में चले गए। स्वाभाविक रूप से जैसा कि होता है उन सबके जेब में अलग-अलग धनराशि थी पर इन सबका योग 1144 डॉलर था। परंतु जुआ खेलकर जब वे सब बाहर निकले तो एक दोस्त की धनराशि चार गुनी बढ़ चुकी थी, जबकि दूसरे की चौथाई शेष रह गई थी, तीसरे की में 100 डॉलर की बढ़त हुई थी तो चौथे की में से 200 डॉलर कम हो गए थे।

मजे की बात यह कि पांचवे दोस्त के पास ठीक वही रकम बची थी जितनी वह अपने साथ लेकर आया था और यही रकम सभी दोस्तों के पास बची थी। प्रत्येक के पास पहले कितनी धनराशि थी?

### 43. संख्या मेरिट वाले छात्र-छात्राओं की

एक स्कूल की बारहवीं क्लास में मेरिट में आने वाली हर छात्रा के साथ उसी स्तर की जितनी सहपाठिनें पढ़ती हैं उससे तिगुने उस क्लास में ऐसे छात्र मौजूद हैं जो मेरिट में आते हैं।



दूसरी ओर से देखें तो यह भी कहा जा सकता है कि क्लास में मेरिट में आने वाले हर छात्र के साथ उसी स्तर के जितने छात्र हैं उतनी ही छात्राएं भी हैं।

क्या इन आंकड़ों से मेरिट में आने वाले छात्र-छात्राओं की संख्या ज्ञात की जा सकती है?

### 44. बड़ी से बड़ी संख्या?

आप शायद यह बात तो जानते ही हों कि तीन एक जैसे अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या जिसमें गणित का कोई चिन्ह उपयोग में न लाया गया हो, 999 है। इसके बाद यदि आपसे पूछा जाए कि दो के अंक को तीन बार उपयोग में लाते हुए बिना किसी गणितिया चिन्ह के बड़ी से बड़ी संख्या कैसे लिखी जा सकती है, तो आपका उत्तर क्या होगा?

इसी तरह तीन के तीन अंकों से बनने वाली बड़ी से बड़ी संख्या बताइए जिसमें किसी तरह के गणितिया चिन्ह का उपयोग न किया जाए।

अब यदि नौ, दो और तीन के बाद इसी आधार पर चार के तीन अंकों

से बनने वाली बड़ी से बड़ी संख्या मालूम करती हो, तो वह संख्या बताएं कि कौन-सी होगी?

### 45. तीस लाख कमाये पर कितने गंवाए?

कुछ लोग सिर्फ अपनी किस्मत की बदौलत पैसा कमा लेते हैं और उन्हीं में से एक हैं सरस्वती प्रसाद जैसे मेरे मित्र। बचपन से चूंकि हम साथ पढ़े हैं अतः मैं अच्छी तरह जानता हूं कि मेहनती चाहे वे कितना ही हों पर अक्ल से काम करने की शायद उन्हें कभी जरूरत ही नहीं पड़ी। पैतृक संपदा ही इतनी थी कि उसी को संभालते रहे, नया कुछ करने धरने की कभी कोई जरूरत ही महसूस नहीं हुई।

एक दिन मैं उनके ऑफिस में बैठा किसी समस्या पर उनके साथ विचार-विमर्श कर रहा था कि इसी बीच सरस्वती प्रसाद के निजी सचिव ने आकर बताया कि बाहर से किसी व्यवसायी का सहायक उनसे मिलना चाहता है। मेरे कहने पर सरस्वती प्रसाद ने उस आगंतुक को तुरंत बुला लिया ताकि उसके जाने के बाद अपनी समस्या को हल करने के लिए पूरी तरह ठीक से ध्यान केंद्रित किया जा सके।

निजी सचिव ने जिस व्यक्ति को अंदर भेजा वह बेहद आकर्षक



व्यक्तित्व का एक मेधावी नौजवान था और साथ ही था—बेहद मृदुभाषी। अभिवादन और आत्मपरिचय के बाद उसने बताया कि उसके मालिक श्री ईलाचंद एक बड़े व्यावसायिक प्रस्ताव के साथ मिलना चाहते हैं तो मेरे मित्र ने तुरंत उसे दूसरे दिन ग्यारह बजे मिलने का समय दे दिया।

दूसरे दिन चूंकि मुझे विदेश के लिए रवाना हो जाना था अतः लंबे समय तक हमारी मुलाकात नहीं हो पाई। फिर जब मिले तब पता चला कि उस घटना ने सरस्वती प्रसाद को कंगाल बना दिया था। ठगी के चक्कर में फंसकर उनके द्वारा अपना सब कुछ गंवा बैठने का यह किस्सा आपके सामने इसलिए प्रस्तुत किया जा रहा है ताकि आप ऐसी में परिस्थिति अपने दिमाग का अच्छी तरह उपयोग करें और परिणाम का अनुमान लगाकर ही कोई फैसला लें।

सरस्वती प्रसाद ने जो कुछ बताया वह इस तरह था “दूसरे दिन सबेरे ठीक ग्यारह बजे मेरे कार्यालय में ईलाचंद ने आकर एक ऐसा प्रस्ताव रखा जिसके बारे में बिना ज्यादा सोचे समझे मैंने तुरंत हामी भर दी। प्रस्ताव यह था कि व्यापारी ईलाचंद मुझे रोज एक लाख रुपये देगा और उसके बदले में मैं ईलाचंद को पहले दिन 0.1 रुपये, दूसरे दिन 0.2 रुपये, तीसरे दिन 0.4 रुपये, चौथे दिन 0.8 रुपये, पांचवे दिन 1.6 रुपये यानी हर नये दिन उससे पिछले दिन की दुगुनी राशि देता रहूंगा। यह सिलसिला कम से कम एक महीने तक अवश्य चलेगा और यदि दोनों की सहमति बनी तो इसे और लंबा भी चलाया जा सकता है। परंतु इस करार को एक महीने से पहले समाप्त करने का किसी को अधिकार नहीं होगा।”

“उस समय तो मुझे लगा कि यह व्यक्ति या तो पागल है या फिर नकली नोटों का तस्कर। पर जो भी था, नोट तो मुझे जांचकर ही लेने थे अतः इस प्रस्ताव में कोई हानि नहीं थी, ऐसा सोचकर मैंने अनुबंध पर हस्ताक्षर कर दिए। साथ ही उसके जाने के बाद मैं सोचने लगा कि न जाने यह व्यक्ति घाटे का सौदा जान बूझकर क्यों कर रहा है। फिर लगा कि शायद उसे अक्ल आ जाएगी और वह वापस नहीं लौटेगा।” सरस्वती प्रसाद मुझे बताए जा रहे थे।

“दूसरे दिन सबेरे-सबेरे ही व्यापारी ईलाचंद एक लाख रुपये का बैग लेकर जब ऑफिस की जगह मेरे घर पर ही आ गया तो मुझे बेहद आश्चर्य हुआ। मैंने उसके नोटों को अच्छी तरह देखने-परखने और गिनने के बाद शर्त के अनुसार उसे दस पैसे का एक सिक्का दे दिया।”

“अगले दिन ठीक उसी समय वह रुपयों की वैसी ही गड्डी लेकर फिर से हाजिर हो गया और नोटों की जांच के बाद मैंने उसे बदले में दस-दस के दो सिक्के देकर बिदा कर दिया।”

“एक लाख की तीसरी किस्त लेकर ईलाचंद को दस-दस के चार सिक्के दिए जाने थे और मैंने वैसा ही किया। फिर तो धीरे-धीरे करके यह कार्य मेरी दिनचर्या का एक अहम हिस्सा बन गया।”

प्रतिदिन एक लाख रुपये लेकर बदले में अपनी ओर से दी जाने वाली रकम को दुगुना करके ईलाचंद को देकर महीने भर में सरस्वती प्रसाद ने अपना कितना धन गवाया होगा जरा अंदाजा लगाएं।

“रोज मैं उसके लिए एक लाख रुपये गिनता, तिजोरी में डालता और बदले में उसे चंद रुपये देकर मन ही मन भगवान को धन्यवाद देता कि मेरे पिछले जन्मों का न जाने कौन-सा पुण्य मुझे इस तरह फल दे रहा है।”

“कभी-कभी डर भी लगता कि कहीं वह कोई डाकू या लुटेरा तो नहीं है जिसने मेरी सम्पत्ति पर निगाह गड़ाई हुई हो और मौका मिलते ही अपनी रकम के साथ मेरी पैतृक सम्पत्ति भी साफ कर दे क्योंकि सब ही जानते हैं कि इस तरह के धन का कोई लेखा-जोखा नहीं रखा जाता और इसे छिपाकर ही रखना पड़ता है। पर दूसरी ओर चूंकि मैं अपने सुरक्षा इंतजामों के प्रति पूरी तरह आश्वस्त था अतः चिंता की कहीं कोई गुंजाइश मुझे नजर नहीं आती थी। एक-एक दिन करके इसी तरह जब पूरा सप्ताह बीत गया तो मुझे यह देखकर बेहद प्रसन्नता हुई कि सात दिन में 7,00,000 रुपये के बदले मुझे महज  $(0.1 + 0.2 + 0.4 + 0.8 + 1.6 + 3.2 + 6.4 = 12.7)$  बारह रुपये 70 पैसे ही देने पड़े थे। मुझे लगा कि इसी तरह के दो-चार सिरफिरे मुझे और मिल जाएं तो मैं अपने दूसरे काम-धाम बंद कर सिर्फ इतने से ही दुनिया के रईसों में शामिल हो सकता हूं। मुझे इस बात का दुःख

भी था कि मैंने यह शर्त सिर्फ एक माह के लिए ही क्यों स्वीकारी क्योंकि इतने से दिनों में तो मुझे सिर्फ तीस लाख ही मिलने थे। घाटे के कारण अब तो इसे आगे बढ़ाए जाने की दूसरी पार्टी की ओर से कोई संभावना ही नजर नहीं आ रही थी अतः अपनी बेवकूफी पर मुझे पछतावा भी होता।”

एक माह तक चले इस खेल में कौन नुकसान में रहा यह तो आपको पहले से ही पता चल चुका है। अब आपको गणना करके यह देखना है कि जो नुकसान सरस्वती प्रसाद को हुआ है उसकी कुल राशि क्या है? देखें जरा कितनी तेजी से निकालते हैं आप इस सवाल का हल और सच बताएं क्या इतने नुकसान का आपको पुर्वानुमान था?

#### 46. पैदाइश की दर-खतरनाक स्तर!

जीवों में होने वाली जनसंख्या की असीमित वृद्धि पर यदि प्राकृतिक रूप से नियंत्रण न लगा होता तो निश्चित था कि सृष्टि का संतुलन कब का बिगड़ जाता। इस नियंत्रण में होने वाली जरा-सी ढील ने ही कई बार कई देशों में ऐसी स्थितियां पैदा कर दीं जिसे मानव ने अपने संसाधनों द्वारा मुश्किल से संभाला। एक नहीं, ऐसे कई उदाहरण हैं।

अमरीका में गौरैया पक्षी होता ही नहीं था। फसलों को नुकसान पहुंचाने वाले कुछ विशेष कीटों को, जो गौरैया का मुख्य व पसंदीदा आहार है, समाप्त करने के लिए गौरैया पक्षी को इस देश में बड़ी संख्या में आयात किया गया। एक तो इस छोटे-से पक्षी का शिकार करने वाला वहां कोई पशु-पक्षी नहीं था और दूसरे इसे वहां की आबोहवा इतनी माफिक आई कि इनकी संख्या बड़ी तेजी से बढ़ने लगी। बढ़ते-बढ़ते एक समय ऐसा भी आ गया जब आहार के लिए इन्हें कीट आदि मिलने ही बंद हो गए।

अपनी संख्या में असीमित दर से वृद्धि और उसके फलस्वरूप आहार में पैदा हुई कमी के कारण इन पक्षियों को स्थानीय फसलों की ओर रुख करना पड़ता। अमरीका की फसलों को इन गौरैयों ने इतनी क्षति पहुंचाई

कि वहां की सरकार को इनके विरुद्ध युद्धस्तर पर न सिर्फ कार्यवाही करनी पड़ी बल्कि वहां एक कानून भी बनाया गया जिसके अंतर्गत आगे से किसी भी जीव को अमरीका में लाना वर्जित कर दिया गया।

इसी तरह ऑस्ट्रेलिया में इस महाद्वीप की खोज के समय खरगोश मौजूद नहीं थे। यूरोपवासियों द्वारा 18वीं शताब्दी के अंत में पहली बार खरगोश ऑस्ट्रेलिया पहुंचे थे और चूंकि वहां कोई जीव इनका शिकार करना पसंद नहीं करता था अतः इनकी संख्या में बेतहाशा वृद्धि होने लगी। कुछ ही समय में ये पूरे महाद्वीप पर छा गए और उनके द्वारा जब फसलों को लाखों का नुकसान होने लगा तो सरकार और समाज के मिले-जुले प्रयासों से इनका खात्मा किया जा सका।

ऐसी ही मुसीबत का एक बार जमैका भी गवाह बना। एक समय था जब वहां विषैले नागों का जमावड़ा हुआ करता था और इन्हें समाप्त करने के लिए ही सांपों की दुश्मन के तौर पर मशहूर सेक्रेटरी बर्ड आयात की गई। सांपों की संख्या तो इनके आने के बाद से लगातार गिरने लगी, नतीजतन उन चूहों की संख्या जो इन सांपों का आहार थे इतनी तेजी से बढ़ गई कि बचाव के लिए यहां चूहों के दुश्मन इंडियन मौंगूज को लाने की जरूरत पड़ गई। मजेदार तथ्य तो यह रहा कि कुछ समय बाद इन इण्डियन मौंगूज ने भी अपनी संख्या वृद्धि की तीव्र दर से वहां के निवासियों के लिए विकट समस्या उत्पन्न कर दी जिससे बाद में बड़ी मुश्किल से निजात मिली।

इस जीवों की संख्या विस्फोट के एक उदाहरण की गणना यदि हम स्वयं करके देखें तो शायद स्थिति की भयावहता को अच्छी तरह समझा जा सके।

एक साधारण से जीव मक्खी को ही लें और मान लें कि एक बार में एक मक्खी 150 अंडे देती है और इन अंडों से निकली मक्खियां में से आधी मादाएं होती हैं जो 20 दिन में स्वयं अंडे देकर अगली पीढ़ी तैयार कर देती है। अगर ये अंडे किसी तरह नष्ट न हों तो क्या चार महीने में इनकी कुल संख्या की गणना की जा सकती है?

## 47. राधा की खबर, कब पहुंचेगी घर?

राधा अपने दोस्त कबीर के साथ विवाह करने के इरादे से जिस समय सुबह दस बजे वाली ट्रेन पर चढ़ रही थी तो उसी ट्रेन से उतरते उसे मोहल्ले के ही एक व्यापारी रामलाल ने देख लिया।



रामलाल, राधा के बारे में सिर्फ इतना ही जानता था कि वह उसी के मोहल्ले की लड़की है और किसी कॉलेज में पढ़ती है। पर इस तरह किसी अजनबी लड़के के साथ डरी सहमी-सी वह कहां जा रही होगी यह सोचकर रामलाल कुछ सशंकित हो गया। राधा का घर तो उसे पता नहीं था परंतु पंद्रह मिनट की दूरी पर मौजूद अपने घर पहुंचते-पहुंचते उसने रास्ते में मिले अपने पांच पड़ोसियों से इस बात की चर्चा जरूर कर दी।

काम पर जाते इन पड़ोसियों में से प्रत्येक ने अपने-अपने 5 परिचितों को यदि 15 मिनट के अंदर यह सूचना दे दी हो तो क्या आप बता सकते हैं कि एक करोड़ से कुछ ऊपर की जनसंख्या वाले इस शहर में राधा के परिवार वालों को देर से देर में कब तक खबर मिल जाएगी?

## 48. एक कुछ डुबोये, दूसरा लाखों पाये

कुछ दशक पहले समाज में एक विशेष प्रकार की योजना ने बहुत

लोकप्रियता प्राप्त की थी। इस योजना का लाभ कई जानी मानी कंपनियों ने अपने उत्पाद के प्रचार-प्रसार के लिए भी उठाया। विशेष बात यह थी कि इसमें ग्राहक के साथ सीधे तौर पर किसी प्रकार की धोखाधड़ी नहीं की जाती थी और उसे कुछ विशेष प्रयास के बाद वह वस्तु बहुत कम दाम पर हासिल हो जाती थी जिसके आकर्षण से दूसरे और नये ग्राहक भी इस योजना में शामिल हो जाते थे। परंतु इसके साथ ही योजना को अंजाम देने वाला शुरुआती दौर से ही कोई घाटा नहीं उठाता था बल्कि परोक्ष रूप में वह लाभार्थी ही रहता। कैसे हो पाता था योजना का यह कार्य, इसके लिए एक उदाहरण प्रस्तुत हैं।

एक ट्रांजिस्टर कंपनी की योजना के अनुसार उनके 500 रुपये मूल्य का एक मॉडल इच्छुक व्यक्तियों द्वारा सिर्फ 100 रुपये मूल्य में प्राप्त किया जा सकता था, पर शर्त यह थी कि 100 रुपये का मनीआर्डर भेजने पर ग्राहक को जो चार कूपन भेजे जाएंगे वे उसे अपने चार मित्रों-परिचितों को सौ-सौ रुपये में बेचेगा और उसे यह 400 रुपये की राशि कंपनी को प्रेषित करनी होगी। इसी तरह ये चारों अपने एक-एक कूपन को पांच-पांच ऐसे कूपनों में बदल सकेंगे जिन्हें ट्रांजिस्टर के इच्छुक अलग-अलग व्यक्तियों को पुनः बेचना होगा।

ऐसे में प्रत्येक कड़ी जब अपने-अपने हिस्से में मिले पांचों कूपन



बेचकर रकम कंपनी को भेजेगी तो उन्हें भी बदले में ट्रांजिस्टर प्राप्त हो जाएगा।

स्पष्ट है कि ट्रांजिस्टर प्रत्येक ग्राहक को 100 रुपये खर्च पर ही मिल रहा है, यह जरूर है कि उसे इसके साथ दिए कूपन बेचकर कंपनी को उसके उत्पाद के पैसे पूरे कर देने होते हैं। इसी तरह ये कड़ियां आगे जिस ओर सफलतापूर्वक फैलती जाती हैं, ग्राहकों को उनके द्वारा खर्च की गई राशि से बेहतर परिणाम मिलते जाते हैं।

अब इस उदाहरण से देखना यह है कि उत्पाद पूरे दाम पर बेचने के अलावा भी क्या कंपनी को कोई लाभ हो रहा है?

## 49. गणित करे जादू का काम

कौन कहता है गणित में रोचकता नहीं है। गणित सिर्फ शुष्क और उबाऊ विषय है यह सोचना सरासर गलत है। ध्यान दें तो आप पाएंगे कि इसमें सिर्फ माथा पच्ची ही नहीं है बल्कि भरपूर मनोरंजन भी है और साथ ही जादू जैसी मजेदार ट्रिक्स भी। आप नहीं मानते? तो हाथ कंगन को आरसी क्या? एक उदाहरण यहीं देख लें—

गणितिया जादू की इस ट्रिक के लिए सबसे पहले तो आपको तीन ऐसी चीजें ढूंढनी होंगी जिन्हें जेब में आसानी से रखा जा सके। मान लीजिए ये हैं—पेंसिल कटर, चाभी और रुपये का सिक्का। साथ ही एक मेज पर प्लेट में 24 कंकड़ियां (pebbles) या कोई भी ऐसी चीज जिससे गिनती करने में आसानी हो सके, ले लें।

इतना जोड़-बटोरकर लेने के बाद आप अपने तीन साथियों से कहें कि आपके कमरे से बाहर हो जाने के बाद उनमें से प्रत्येक पेंसिल कटर, चाभी व रुपये के सिक्के में से एक-एक चीज उठाकर अपनी जेब में रख लें। यह कार्य आपकी अनुपस्थिति में होना है ताकि आप यह न जान सकें कि आपके किस साथी ने अपनी जेब में क्या रख लिया है। क्योंकि आपको कमरे में वापस लौटने के बाद इन वस्तुओं के बारे में सही-सही जानकारी देनी है तब

ही तो यह खेल जादू का कहलाएगा और वह भी गणित पर आधारित?

कमरे में लौटने पर आपको अपने इन साथियों को प्लेट में रखी कंकड़ियां देनी होंगी जिन्हें इन तीनों को संभाले रखना है। पहले साथी को एक, दूसरे को दो और तीसरे को तीन कंकड़ियां थमाकर आपको यह कहते हुए एक बार फिर कमरे से बाहर हो जाना है कि अब इन साथियों को स्वयं एक निश्चित संख्या में प्लेट से कंकड़ियां उठानी हैं। पेंसिल कटर वाले साथी को ठीक उतनी जितनी उसे अभी आपने दी हैं, चाभी जिसके पास है उसे जितनी पहले मिली थीं उससे दुगुनी उठानी है और रुपये के सिक्के वाले को उस संख्या से चौगुनी उठानी है जितनी उसे पहली बार दी गई हैं। फिर जो बाकी बचती हैं उसकी चिंता इन्हें नहीं करनी है। जब इनका ये काम पूरा हो जाए तो आपको वापस आकर प्लेट पर एक नजर मारनी है और गणित के सहारे आपको तुरंत पता चल जाएगा कि किसकी जेब में क्या है?

## 50. कितना अम्ल—कितना पानी?

एक स्कूल की केमिस्ट्री लैब में एक अध्यापक ने मेरे सामने अपने छात्रों से बड़ा ही रोचक प्रश्न किया और चूंकि केमिस्ट्री टीचर का यह प्रश्न गणित से संबंधित था, अतः मैं भी इसे सुनकर चौंक गया।

प्रश्न था—एक टेस्ट ट्यूब में टीचर ने कोई अम्ल ले लिया और दूसरे में समान मात्रा में सादा पानी। अब इनका घोल तैयार करने के लिए उसने पहले टेस्ट ट्यूब से 30 ग्राम अम्ल दूसरे में उलट दिया और फिर इस घोल का  $\frac{2}{3}$  भाग दूसरे टेस्ट ट्यूब से पहले में वापस डाल दिया जिससे पहले वाले टेस्ट ट्यूब में दूसरे की तुलना में चार गुना अधिक द्रव इकट्ठा हो गया।

इन नतीजों से केमिस्ट्री टीचर ने अपने छात्रों से यह जानना चाहा कि वास्तव में शुरू-शुरू में दोनों परखनलियों में अम्ल और पानी कितना-कितना था?

## 51. रेस लगाती तीन कारें

एक कार रेस की, तीन मुख्य कारों का ही यदि जिक्र किया जाए तो समझिए कि इनमें से पीली कार की गति नीली से 30 किमी/घं. धीमी और लाल कार से छः किमी/घं. अधिक तेज है।

इस रफ्तार से दौड़ते हुए पीली कार अपने अंतिम लक्ष्य पर नीली कार के 12 मिनट बाद तथा लाल कार से तीन मिनट पहले पहुंचती है तो इस आधार पर रेसकोर्स की लंबाई, प्रत्येक कार की गति और रेस के दौरान इनके द्वारा लिया गया समय बताएं।

## 52. फोटोग्राफ नापे दूरी

12 मीटर ऊंचे एक टॉवर का फोटोग्राफ खींचने पर तस्वीर में इस टॉवर की ऊंचाई आठ मिमी. पाई गई। कैमरे के लेंस से यदि फिल्म की दूरी 12 सेमी. रही हो तो टॉवर की उस दूरी की गणना करिए जहां से उसका यह फोटो खींचा गया था।

## उत्तर

### 1. कपड़े की झांय-झांय

अगर कपड़े की लंबाई शुरू में  $x$  मीटर थी तो स्वाभाविक है कि पति द्वारा इसमें से आधा भाग अपने लिए ले लेने के बाद जो बचा वह रह गया  $\frac{x}{2}$ । अब इसमें से गबलू बेटे द्वारा आधा ले लिए जाने पर जो बचा

वह है  $\frac{x}{4}$ ।

जीजाजी द्वारा गुड़ू के वास्ते मांग लिए जाने के बाद जो कपड़ा बचा उसकी लंबाई रह गई  $\frac{x}{8}$ । फिर इस बचे हुए कपड़े का  $\frac{3}{5}$  भाग यानी

$\frac{x}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{3x}{40}$  पिकी द्वारा ले लिए जाने पर बचे हुए कपड़े की कुल लंबाई रह गई—

$$\frac{x}{8} - \frac{3x}{40} = \frac{x}{20}$$

अब चूंकि  $\frac{x}{20}$  उस बचे हुए कपड़े की लंबाई है जो पत्नी के पास

तीन मीटर के रूप में बचा पड़ा है यानी  $\frac{x}{20} = 3$ ,  $x = 60$  मीटर

अतः कपड़े की कुल लंबाई थी 60 मीटर

## 2. अंक दूसरे, परिणाम वही

---

जी हां, ऐसे कई उदाहरण हो सकते हैं। दो तो यहीं प्रस्तुत हैं—

$$(i) 22 + 2 = 24 \quad (ii) 3^3 - 3 = 24$$

## 3. टांगें-मकड़ियों और तिलचट्टों की

---

प्रिया दीदी के लिए यह कोई बड़ी समस्या नहीं थी। उन्होंने थोड़ा-सा हिसाब लगाया और इस बच्चे को जवाब दे दिया। मकड़ियां पांच और तिलचट्टे सात 'कैसे?' के उत्तर में उन्होंने समझाया कि मान लो मकड़ियां A हैं और तिलचट्टे B, तो

$A + B = 12$  (i) अब चूंकि मकड़ियों के 8 पैर होते हैं और तिलचट्टों के छह अतः

$8A + 6B = 82$  (ii) दोनों समीकरण हल करने पर  $A = 5$  और  $B = 7$  यानी मकड़ियों की संख्या पांच और तिलचट्टों की सात है।

## 4. लाभ-कटाई में मिली सुविधा का

---

जी नहीं! इस घन को 64 छोटे भागों में बांटने के लिए घन को तीनों तरफ से कम से कम तीन-तीन बार तो काटना ही पड़ेगा, चाहे कटे हुए टुकड़ों को किसी भी तरह से एक-दूसरे के ऊपर रख लिया जाए।

## 5. घुड़सवार की औसत गति

---

यदि घुड़सवार दोनों तरफ यात्रा करते समय बराबर समय ही लेता तब तो उसकी यात्रा की औसत गति निकालना बहुत आसान होता यानी—

$$\frac{120 + 80}{2} = 100 \text{ किमी/घंटा}$$

परंतु यहां वापसी की हल्की गति स्पष्ट दर्शाती है कि जाते समय की गई यात्रा की तुलना में लौटते समय इसमें अधिक समय लगा है। अतः 100 किमी/घं. सही जवाब नहीं है।

अब यदि समीकरण की सहायता से इस प्रश्न को हल करना चाहें तो हमें दोनों शहरों के बीच की दूरी  $x$  माननी होगी और इसी तरह औसत गति होगी  $S$

$$\text{अब } \frac{2x}{S} = \frac{x}{120} + \frac{x}{80}$$

यहां चूंकि  $x$  दूरी शून्य के बराबर नहीं हो सकती अतः  $x$  से भाग देकर समीकरण का यह रूप प्राप्त किया जा सकता है—

$$\frac{2}{S} = \frac{1}{120} + \frac{1}{80}$$

हल करने पर  $S$  यानी औसत गति = 96 किमी./घंटा

## 6. तीन अंकों की संख्या—जहां शुरू वहीं खतम

---

हमें देखना यह है कि मूल अंकों के साथ ऐसा क्या होता है जो सारी गणना के बाद वे अंक फिर से वहीं के वहीं प्राप्त हो जाते हैं।

उदाहरण के लिए हम तीन अंकों वाली एक संख्या लेते हैं 392 और यही संख्या दोहराने पर छह अंकों की संख्या बन जाती है 392392

ध्यान से देखें तो हमें यह संख्या ऐसी लगेगी मानो मूल संख्या को 1000 से गुणा करके उसमें फिर से उसी संख्या को जोड़ दिया गया है।

$$\begin{array}{r} 392392 = 392 \times 1000 \\ + \quad \quad 392 \\ \hline 392392 \end{array}$$



इस तरह यह तो ज्ञात हो गया कि हम एक तरह से मूल संख्या को 1001 से गुणा कर देते हैं।

ट्रिक के अनुसार जब हम 7, 11 और 13 से बारी-बारी इस छह अंकों वाली संख्या को भाग दे रहे होते हैं तो वास्तव में हम एक तरह से इस संख्या को 1001 से भाग दे देते हैं क्योंकि  $7 \times 11 \times 13 = 1001$  1001 के गुणज (multiple) हैं। अतः स्पष्ट है कि  $(7 \times 11 \times 13 = 1001)$  1001 से गुणा करके 1001 से भाग दे देने पर हर बार वही संख्या तो वापस मिलेगी, जिससे हमने शुरुआत की थी।

## 7. नौ अंकों की संख्या जो ग्यारह से कटे

इसे हल करते समय यह बात ध्यान रखनी चाहिए कि 11 से कटने वाली संख्या में हमेशा दायाँ ओर से एक छोड़ते हुए गिने जाने वाले अंकों और दूसरे बचे अंकों के योग के अंतर को या तो 11 से कट जाना चाहिए या यह शून्य के बराबर हो जाए। उदाहरण के लिए 4 2 3 6 7 1 9 5 8 0

इस संख्या में एक अंक छोड़ते हुए गिने जाने वाले अंकों का योग  $4 + 3 + 7 + 9 + 8 = 31$

बाकी के अंकों का योग  $2 + 6 + 1 + 5 + 0 = 14$

दोनों के परिणामों का अंतर  $31 - 14 = 17$

अतः स्पष्ट है कि उपरोक्त संख्या 11 से नहीं कटेगी। एक और उदाहरण लें 2 8 9 4 1 5 6 1

इस संख्या में एक अंक छोड़ते हुए गिनने पर

$2 + 9 + 1 + 6 = 18$

तथा  $8 + 4 + 5 + 1 = 18$

दोनों का अंतर चूँकि 0 आ रहा है अतः संख्या 11 से कटने वाली है। 11 से कटने वाली अब एक नौ अंकों की संख्या लेकर देखते हैं। 352049786

$3 + 2 + 4 + 7 + 6 = 22$

तथा  $5 + 0 + 9 + 8 = 22$

दोनों के योग का अंतर चूँकि 0 है अतः संख्या 11 से कट जाएगी 9 अंकों की सबसे बड़ी संख्या होगी 987652413 और सबसे छोटी संख्या है 102347586 जो 11 से पूर्णतः विभाजित हो सके।

## 8. अंक बदल जाएं, परिणाम नहीं

$$(i) \quad 3^3 + 3 = 30$$

$$(ii) \quad 33 - 3 = 30$$

$$(iii) \quad 6 \times 6 - 6 = 30$$

## 9. एक से नौ तक सारे अंक मौजूद

कोशिश करें तो आपको ये नौ परिणाम मिल जाएंगे—

$$(i) \quad 12 \times 483 = 5796$$

$$(ii) \quad 42 \times 138 = 5796$$

$$(iii) \quad 48 \times 159 = 7632$$

$$(iv) \quad 27 \times 198 = 5346$$

$$(v) \quad 39 \times 186 = 7254$$

$$(vi) \quad 48 \times 159 = 7632$$

$$(vii) \quad 28 \times 157 = 4396$$

$$(viii) \quad 4 \times 1738 = 6952$$

$$(ix) \quad 4 \times 1963 = 7852$$

## 10. बड़ा ब्लॉक, छोटा ब्लॉक

नाप में चौथाई होने के कारण यदि आप सोच रहे हैं कि इस छोटे ब्लॉक का वजन भी चौथाई यानी 32 किग्रा. होगा तो आप सरासर गलती पर हैं क्योंकि यह ब्लॉक सिर्फ लंबाई में ही नहीं बल्कि चौड़ाई और ऊंचाई

में भी बड़े ब्लॉक का चौथाई है अतः इसका आयतन हुआ—

$$2.5 \times 2.5 \times 2.5 = 15.625$$

अब घनत्व  $D = \text{मात्रा } M / \text{आयतन } V$

और चूंकि घनत्व एक सा है अतः

$$\frac{128}{1000} = \frac{M}{15.625}$$

$$M = \frac{128 \times 15.625}{1000} = \frac{2000}{1000} = 2 \text{ kg.}$$

## 11. परिणाम सिर्फ एक

$$\frac{148}{296} + \frac{35}{70} = 1$$

बीजगणित के रूप में संख्याएं इस तरह भी लिखी जा सकती हैं—

$$123456789^0 \text{ या फिर } 234567^{9-8-1}$$

क्योंकि किसी संख्या के ऊपर पॉवर यदि 0 है तो वह संख्या एक के बराबर होगी।

## 12. नौ का अंक पांच बार, परिणाम 10

दो तरीके निम्न प्रकार हैं—

$$(i) \quad 9 \frac{99}{99} = 10 \quad (ii) \quad \frac{99}{9} - \frac{9}{9} = 10$$

यदि बीजगणित पर आधारित उत्तर भी शामिल करें तो—

$$(i) \quad (9 \frac{9}{9})^{99} = 10 \quad (ii) \quad 9 + 99^{9-9} = 10$$

## 13. दसों अंक मौजूद

दसों अंकों की सहायता से 100 इस प्रकार लिखा जा सकता है—

$$(i) \quad 50 \frac{1}{2} + 49 \frac{38}{76} = 100$$

$$(ii) \quad 80 \frac{27}{54} + 19 \frac{3}{6} = 100$$

$$(ii) \quad 70 + 24 \frac{9}{18} + 5 \frac{3}{6} = 100$$

$$(iv) \quad 87 + 9 \frac{4}{5} + 3 \frac{12}{60} = 100$$

## 14. टप्पे खाती गेंद, कितनी दूरी चले

16 मीटर की ऊंचाई से गिरने के बाद पिंकी की गेंद 8 मीटर ऊंचाई तक उछलेगी और फिर 8 मीटर वापस जमीन पर गिरेगी। दोबारा आधी ऊंचाई यानी 4 मीटर तक फिर उछलेगी और 4 मीटर वापस जमीन तक लौटने में तय करेगी। इसी तरह 2 मीटर की उछाल और फिर 2 मीटर वापसी करते हुए हर बार पिछली बार से आधी उछाल और जमीन तक उतनी ही दूरी की वापसी करते हुए जब यह पूरी तरह उछलना बंद करेगी तब तक तय की गई दूरी होगी—

$$16 + 8 + 8 + 4 + 4 + 2 + 2 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \dots$$

$$= 16 + 2(8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots)$$

$$= 16 + 2(8 + 4) + 2(4)$$

$$= 16 + 24 + 8$$

$$= 48 \text{ (लगभग)}$$

## 15. चूड़ियों के सेट अलग-अलग

इस प्रश्न को हल करने का एक ही तरीका है जो है भी सबसे आसान! वो यह है कि सबसे पहले उन संख्याओं का पता किया जाए जिनमें दो, तीन या चार से भाग देने पर एक बचा रहे और साथ ही ऐसी संख्याएं भी जिनमें पांच से भाग देने पर कुछ भी न बचे यानी ये संख्याएं पांच से पूरी-पूरी विभाजित हो जाएं।

(i) ऐसी संख्याएं जिनमें दो से भाग देने पर एक बच रहे

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39.....

(ii) ऐसी संख्याएं जिनमें तीन से भाग देने पर एक बचा रहे

4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49.....

(iii) ऐसी संख्याएं जिनमें चार से भाग देने पर एक बचा रहे

5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37.....

(iv) ऐसी संख्याएं जिनमें पांच से भाग देने पर कुछ भी न बचे

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40.....

उपरोक्त चारों शर्तों को पूरा करने वाली एक संख्या है 25 अतः यह स्पष्ट हो गया कि जतिन ने अपनी बड़ी बहन शिवानी के लिए 25 चूड़ियां अपने जमा किये हुए पैसों से खरीदी थीं।

## 16. भाव भूल गए लल्लूराम

मान लें कि केक के लिए  $x$  रुपये, 250 ग्राम काजू की बर्फी के लिए  $y$  रुपये तथा 200 ग्राम दालमोठ के लिए  $z$  रुपये खर्च हुए। तो चूँकि लल्लूराम द्वारा किया गया कुल खर्चा—

$$500 - 110 = 390 \text{ रुपये है}$$

$$\text{इसलिए } x + y + z = 390 \text{ (i)}$$

अब चूँकि केक की कीमत बर्फी से 240 रुपये अधिक है

$$\text{अतः } x = y + 240 \text{ (ii)}$$

इसी तरह चूँकि केक व बर्फी की कुल कीमत दालमोठ से 330 रुपये अधिक है

$$x + y = z + 330 \text{ (iii)}$$

तीनों समीकरणों में से (i) व (iii) द्वारा

$$x + y = 390 - z \text{ (i)}$$

$$x + y = 330 + z \text{ (iii)}$$

$$\text{अब } 390 - z = 330 + z$$

$$\text{यानी } 2z = 60$$

$$z = 30$$

इसी तरह समीकरण (i) और (ii) से

$$x + y = 390 - z$$

$$x + y = 390 - 30 = 360 \text{ (i)}$$

$$\text{तथा } x = y + 240 \text{ (ii)}$$

$$x - y = 240$$

हल करने पर

$$x + y = 360 \text{ (i)}$$

$$x - y = 240 \text{ (ii)}$$

$$2x = 600$$

$$x = 300$$

अब

$$x + y + z = 390 \text{ (i)}$$

$$300 + y + 30 = 390$$

$$y = 60$$

परिणामों से स्पष्ट है कि लल्लूराम ने केक 300 रुपये में खरीदा जबकि उसने बर्फी उसने 240 रुपये किलो और दालमोठ 150 रुपये किलो के हिसाब से खरीदी।

## 17. कितना और डूबेगा जलयान

---

पांच पायदान ही डूबे रहेंगे क्योंकि लहरों के साथ जलयान भी उतना ही ऊंचा उठ जाएगा।

## 18. किस पैकेट में कितने डिब्बे?

---

यदि पहले और दूसरे पैकेटों में डिब्बों की संख्या मान लो क्रमशः  $x$  और  $y$  है तो—

पहले पैकेट से दो डिब्बे निकालने पर  $= x - 2$  तथा दूसरे पैकेट में ये दो डिब्बे रखने पर  $= y + 2$

$$y + 2 = 2(x - 2) \quad (i)$$

परंतु इसी तरह दूसरे पैकेट से दो डिब्बे निकाल कर पहले में रखने पर दोनों में डिब्बे बराबर हो जाते हैं अतः  $y - 2 = x + 2$  (ii)

दोनों समीकरणों को हल करने पर

$$y + 2 = 2(x - 2) \quad (i) \quad y + 2 = 2x - 4$$

$$y - 2 = x + 2 \quad (ii) \quad 2x - y = 6 \quad (i)$$

$$x - y = -4 \quad (ii)$$

हल करने पर  $x = 10$  और  $y = 14$

अतः एक पैकेट में मिठाई के दो-दो किलो वाले 10 डिब्बे थे और दूसरे पैकेट में 14 डिब्बे।

## 19. छोटा ड्रम, बड़ा ड्रम

---

बहुत सीधी सी बात है कि मान लें बड़े ड्रम में  $x$  लीटर पानी आता है तो—

$$115 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{9} \times x$$

$$x = \frac{115 \times 2 \times 9}{5 \times 2} = \frac{2070}{10}$$

$$= 207 \text{ लीटर}$$

## 20. कितने की सलवार, कितने का कुर्ता

---

कुर्ता यदि  $x$  रुपये का है और सलवार  $y$  रुपये की तो

$$x + y = 1125 \quad (i)$$

$$\text{और } x = y + 225 \quad (ii)$$

समीकरण (ii) से  $x$  का मूल्य समी. (i) में रखने पर

$$y + 225 + y = 1125$$

$$2y + 225 = 1125$$

$$2y = 900$$

$$y = 450$$

अब चूंकि

$$x + y = 1125$$

$$x = 1125 - 450 = 675$$

यानी कुर्ता 675 रुपये का तथा सलवार 450 रुपये की बैठेगी।

## 21. एफिल टॉवर के लिए बाल-हठ

---

यह तो स्पष्ट ही है कि प्रतिकृति वास्तविक टॉवर से 80,00,000 गुना हल्की होगी और चूंकि दोनों एक जैसी धातु की हैं अतः प्रतिकृति का आयतन भी वास्तविक टॉवर से 80,00,000 गुना ही कम होगा।

यह एक सर्वमान्य तथ्य है कि एक जैसी आकृतियों के आयतन का अनुपात इनकी ऊंचाई के घन (cube) के अनुपात में ही होता है अतः

$80,00,000 = 200 \times 200 \times 200$  इसलिए प्रतिकृति वास्तविक टॉवर से 200 गुना छोटी होनी चाहिए।

अब चूंकि एफिल टॉवर की ऊंचाई 300 मी. है तो प्रतिकृति की ऊंचाई  $= \frac{300}{200} = 1.5$  मीटर होगी।

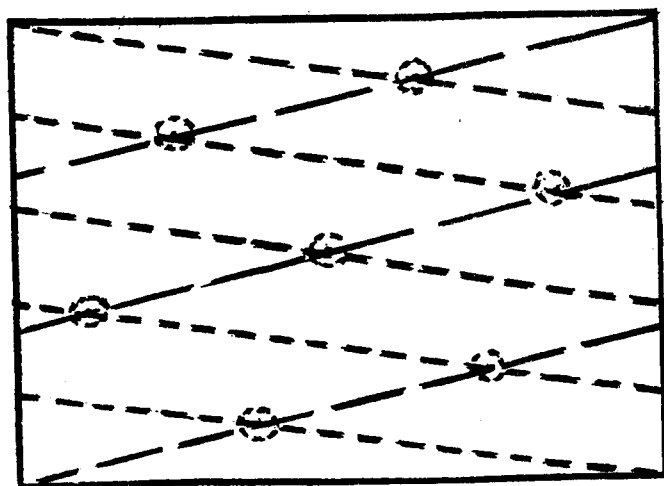
इस तरह गणना से यह तथ्य प्रकट हो गया कि प्रतिकृति की ऊंचाई 1.5 मीटर की रहेगी जो लगभग एक औसत कद की महिला के बराबर ही बैठेगी।

## 22. दो रिबन-मिलान बिंदु कितने

इसके लिए सबसे आसान तरीका है इसे प्रयोगात्मक रूप से समझना।

पहले तो काल्पनिक तौर पर खंबे को एक तरफ से काटकर इसे आयताकार रूप में फैला लें। अब निश्चित ऊंचाई तक एक ओर से इसे पांच बराबर भागों में बांटे और दूसरी ओर से तीन बराबर भागों में।

इस तरह आप स्वयं देखेंगे कि दोनों रिबन एक दूसरे पर से होकर सात जगह से गुजरते हैं अतः स्पष्ट है कि इस काम के लिए दोनों भाइयों को सात अतिरिक्त कीलों की जरूरत होगी।



## 23. न्यूनतम बार कटाई, एक से चौसठ में बंटाई

शतरंज के बोर्ड को काटकर इसके 64 खानों में बांटने के लिए सबसे पहले तो इसको बीच रेखा पर से काटते हुए दो बराबर भागों में विभक्त कर लेते हैं।

इन भागों को एक दूसरे के ऊपर रखकर मध्य की रेखा से एक बार फिर कटाई की जाती है। इस तरह ये चार भागों में बंट जाते हैं। चारों को पहले की तरह फिर साथ रखा जाता है और उसी तरह कटाई की जाती है तो देखने में आएगा कि तीसरी बार की इस कटाई में ये आठ भागों में बंट जाते हैं।

अब दूसरे किनारे की मध्य रेखा पर आरी चलाकर पहले बने आठ टुकड़ों को 16 में बड़ी आसानी से बदला जा सकता है। इस तरह कटाई की हमारी चौथी बारी पूरी हो जाती है। पांचवी बार कटाई के लिए 16 के 16 टुकड़े साथ रख लिए जाते हैं और इन्हें मध्य से काट दिया जाता है। इस तरह हमें मिल जाते हैं 32 टुकड़े और अंत में 32 को छठी बार में काटकर इन्हें पूरे 64 भागों में बांटते हुए अपना लक्ष्य पूरा कर लिया जाता है।

अतः शतरंज के बोर्ड को इसके 64 खानों में बांटने के लिए आपको कम से कम छह बार तो इसकी कटाई करनी ही होगी, इससे कम में काम चलने वाला नहीं है।

## 24. कोण बड़ा दिखे कितना

यदि आपका उत्तर कुछ इस आधार पर निकाला जा रहा है कि

$$2\frac{3}{4} \times 4 = \frac{11}{4} \times 4 = 11^\circ \text{ तो समझिए कि समस्या का हल खोजते समय}$$

आप गलत दिशा में भटक गए हैं।

मैग्नीफाइंग ग्लास वास्तव में कोण के परिणाम (magnitude) को

नहीं बढ़ाता। हां, यह सच है कि कोण से बनने वाला चाप जरूर आकार में बड़ा दिखने लगता है पर साथ ही उसी अनुपात में इसका अर्धव्यास भी बड़ा नजर आने लगता है और इसी के परिणामस्वरूप इनसे बनने वाले कोण के परिणाम में कोई अंतर नहीं आता यानी कोण उतने का उतना ही रहता है।

## 25. ईंटों की कुल संख्या कितनी

500 वर्ष पूर्व यानी  
 $500/25 = 20$  पीढ़ियों पहले  
 ईंटों की कुल संख्या  $= 2^{20}$   
 $= 1048576$

## 26. पांच अंकों से सौ की संख्या

एक जैसे पांच अंकों से 100 इस प्रकार लिखे जा सकते हैं—

- (i)  $111-11=100$
- (ii)  $33 \times 3 + \frac{3}{3} = 100$
- (iii)  $5 \times 5 \times 5 - 5 \times 5 = 100$
- (iv)  $(5+5+5+5) \times 5 = 100$

## 27. अशुभ अंक तीन का

सात अंकों की 0000001 से लेकर 9999999 तक कुल संख्याएं हैं 9999999 जिनमें से हमें यह देखना है कि ऐसी कितनी है जो अजीत

के लिए शुभ होंगी। इन संख्याओं में पहले स्थान पर जो शुभ संख्याएं आ सकती हैं वे हैं 9 (यानी 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8 तथा 9) और इसी तरह संख्या के दूसरे स्थान पर भी इनमें से कोई भी शुभ संख्या आ सकती है जिसकी संभावना होगी  $9 \times 9 = 9^2$

आगे इसी तरह तीन शुभ अंकों के जोड़े भी हम इन नौ में से किसी भी अंक को तीसरे स्थान पर रखकर बना सकते हैं अतः इस तरह इनकी कुल संख्या हो जाएगी  $9^2 \times 9 = 9^3$

ऐसे ही सात शुभ अंकों के जोड़ों की कुल संख्या भी निकाली जा सकती है जो होगी  $9^7$

एक बात यहां ध्यान देने की है। क्योंकि इन नौ अंकों में हमने 0 को भी शामिल किया हुआ है पर चूंकि इससे बनने वाली एक संख्या ऐसी भी है जो किसी भी प्रवेश पत्र आदि में उपयोग में नहीं आती और जो है 0000000 अतः सात शुभ अंकों से बनी कुल संख्याएं—  
 $9^7 - 1 = 4782968$

जो सात अंकों वाली कुल संख्याओं का केवल 48 प्रतिशत के लगभग है परंतु इसे अजीत 90 प्रतिशत समझ रहा था यानी इस तरह शुभ संख्याओं की संभावना आधी से भी कम है।

## 28. समस्या बनारस की कहें या बटन की?

जवाब को शायद प्रैक्टिकल तौर पर समझाने के लिए अध्यापक महोदय ने मेरे सामने तीन प्लेटें रख दीं और इनमें अपने पास पहले से मौजूद पांच बटनों की गड़ढ़ी सजा दी जिसमें लगे बटनों का आकार नीचे से ऊपर की ओर घटता गया था। इसके बाद उन्होंने मेरी ओर देखा।

इशारा समझकर मैंने चाल शुरू की। सबसे ऊपर रखे सबसे छोटे यानी E बटन को मैंने तीसरी प्लेट में रख दिया और फिर D बटन को रखकर देखा बीचवाली यानी दूसरी प्लेट में। पर इस तरह मामला उलझ गया था, यह मैं समझ चुका था क्योंकि अब शर्त के अनुसार C बटन इन दोनों

(E व D) में से किसी के ऊपर नहीं रखा जा सकता था, यह इन दोनों से ही बड़ा जो था।

अध्यापक जी ने ऐसे में मुझे सहारा दिया। 'तीसरी चाल में गड्डी से नया बटन उठाने की जगह आप तीसरी प्लेट में रखा E बटन दूसरी प्लेट के D बटन पर रख सकते हैं। इस तरह अगली चाल में C बटन तीसरी प्लेट में लाया जा सकेगा।'

मैंने ऐसा ही किया पर अभी भी आगे की चालें आसान नहीं हुईं। अबकी B बटन उठाया तो फिर वही उलझन सामने थी। पर इसे मैंने स्वयं जल्दी ही हल कर लिया। अबकी मैंने चालें दुबारा से शुरू कीं।

E बटन को इस बार मैंने दूसरी और D बटन को तीसरी प्लेट में रख दिया। फिर E बटन भी तीसरी के D पर ले आया। इसके बाद C के लिए दूसरी प्लेट खाली हो गई। अब E को मैं वापस पहली प्लेट के B बटन पर ले गया और D को दूसरी में C के ऊपर, जिसके बाद अगली चाल में E को दूसरी प्लेट के D के ऊपर ले आया। कुल चालें हुईं सात और इन सात चालों में A व B को छोड़कर C, D तथा E बटन पूरी तरह व्यवस्थित हो गए। इसी तरह अदला-बदली करते हुए मैंने जब पांचों को पूरी तरह क्रमवार सजा दिया तो अध्यापक महोदय ने मुझसे पूछा कि इस काम के लिए मुझे कम से कम कुल कितनी चालें चलनी पड़ी होंगी?

अब क्योंकि मैंने गिनती तो की नहीं थी अतः मुझे चुप रह जाना पड़ा और फिर उन्हीं ने मुझे बताया कि कम से कम कितनी चालों में इस काम को पूरा किया जा सकता है, यह जानना कम रोचक नहीं होगा।

“पहले तो हम सिर्फ दो बटनों से उदाहरण लें। E और D बस! तब कितनी चालें चलनी होंगी?” उन्होंने पूछा।

‘तीन’ जवाब आसान था क्योंकि पहली चाल में E बीच वाली प्लेट में आएगा, दूसरी चाल में D तीसरी प्लेट में और तीसरी चाल में E, D के ऊपर तीसरी प्लेट में पहुंच जाएगा।

‘बिल्कुल ठीक! अब यदि एक और बटन भी ले लें यानी दो की जगह यदि तीन बटन हों तो फिर कम से कम कितनी चालें होंगी? इसके लिए सबसे पहले तो D व E बटन बीच वाली प्लेट पर शर्त के अनुसार सजाने

के लिए जैसा कि हम जानते ही हैं, तीन चालें चलनी होंगी। इसके बाद C को तीसरी प्लेट में ले जाना होगा यानी चौथी चाल। फिर दो बटनों (D व E) को तीसरी प्लेट में लाने के लिए पुनः तीन चालें होंगी। इसका अर्थ हुआ कुल चालों की संख्या :  $3 + 1 + 3 = 7$

कुछ रुककर अध्यापक महोदय ने इस रोचक श्रृंखला को आगे बढ़ाया “अब मान लीजिए तीन की जगह चार बटन हैं तो, चूंकि तीन बटनों को बीच वाली प्लेट तक लाने में हमें पता है कि सात चालें चलनी पड़ती हैं। इसके बाद B को हम तीसरी प्लेट में ले आएंगे जो हमारी आठवीं चाल होगी। और फिर दूसरी से तीसरी प्लेट तक तीन बटनों को लाने में हमें फिर से सात चालों की जरूरत होगी। इस तरह कुल चालें हुईं  $7 + 1 + 7 = 15$ ”

“तो क्या पांच बटनों पर भी यही फार्मूला काम दे जाएगा यानी  $15 + 1 + 15 = 31$ ?” मैंने उत्सुकतावश अपना गणित ज्ञान लगाते हुए पूछा।

“बिल्कुल! आपने लगता है बात पूरी तरह समझ ली। 3, 7, 15 और 31 यानी जो भी संख्याएं हमें मिलीं वे 2 को इसी संख्या (2) से एक बार या कई बार गुणा करके उसमें से 1 घटाकर मिली है।”

अध्यापक महोदय ने प्रसन्नता व्यक्त करते हुए लिखकर उदाहरण को समझा दिया—

दो बटनों के लिए  $2 \times 2 - 1 = 3$

तीन बटनों के लिए  $2 \times 2 \times 2 - 1 = 7$

चार बटनों के लिए  $2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1 = 15$

पांच बटनों के लिए  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1 = 31$

अब किसी भी संख्या के लिए सीधा-सा उत्तर इस आधार पर प्राप्त किया जा सकता है। मान लें कि बटनों की संख्या रखी गई है 9 तो—

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1 = 511$

इस तरह दिमाग को बिना उलझन में डाले सीधी सादी गणना से चालों की संख्या तो निकल आएगी पर साथ ही इसमें एक और नियम भी लागू होता है, जो गणना करते समय ध्यान में रखा जाना चाहिए। वह है—

“यदि प्लेट में रखी जानी वाली बटन जैसी वस्तु की संख्या विषम है तो पहली चाल चलते समय वस्तु को तीसरी प्लेट में रखा जाना चाहिए परंतु यदि यह संख्या सम है तो चाल दूसरी प्लेट का उपयोग करते हुए शुरू की जाएगी।”

“समस्या का हल तो पूरी तरह समझाया जा चुका था पर मुझे अभी तक यह बात समझ नहीं आई थी कि इसका संबंध बनारस के प्राचीन मनीषियों से कहां से जोड़ दिया गया था?” अभी मैं यह विचार कर ही रहा था कि अध्यापक महोदय ने स्वयं मेरी शंका का समाधान कर दिया।

वे बोले “बटन जैसी वस्तु का उपयोग करके वास्तव में मैंने इस समस्या का आधुनिकीकरण कर दिया है वरना यह है बहुत ही प्राचीन काल से संबंधित। कहते हैं जब ब्रह्मा ने सृष्टि की रचना की तो उन्होंने यहां बनारस में हीरों से जड़ी तीन छड़ियां गाढ़ दीं जिनमें से एक पर उन्होंने सोने के विभिन्न व्यास के 64 छल्ले इस तरह पहना दिए ताकि इनमें सबसे बड़ा सबसे नीचे रखा गया तथा क्रम से घटते हुए व्यास वाले छल्लों में सबसे छोटा सबसे ऊपर। ब्रह्मा का कथन था कि इन छल्लों को एक छड़ी से तीसरी छड़ी पर दूसरी की सहायता लेते हुए फिर से इसी क्रम में सजाने में यदि पुजारी लोग बिना रुके रात-दिन लगातार लगे रहें और इनमें उपरोक्त सभी शर्तों का पालन किया जाए यानी एक बार में सिर्फ एक ही छल्ला स्थानान्तरित किया जाए और छोटे छल्ले पर बड़ा न रखें तो इस तरह जब सारे 64 छल्ले पूरी तरह तीसरी छड़ी पर पहले जैसी स्थिति में आ जाएंगे तो समझ लीजिए कि पृथ्वी की उम्र पूरी हो गई है और उसका अंत आ गया है।”

“तब तो दुनिया अब तक कब की समाप्त हो गई होती।” मेरे साथ अब तक पूरी तरह चुपचाप और उदासीन बैठे मेरे मित्र जिनकी गणित में तनिक भी रुचि नहीं थी एकाएक बोल पड़े।

“आपको अगर यह लगता है कि इन 64 छल्लों को तीसरी छड़ी पर पूर्ववत् अवस्था में स्थानान्तरित कर देने में कोई सदियां तो लग नहीं जाएंगी तो आपकी सोच साधारण रूप से कोई अस्वाभाविक नहीं है। पर वास्तविकता इससे बिल्कुल विपरीत है। मान लें कि एक चाल चलने में

एक सेकेंड ही लगता हो तो एक घंटे में 3,600 चालें चल ली जाएंगी। ठीक?”

“जी बिल्कुल!” मेरे दोस्त ने कहा “इसका मतलब हुआ कि एक दिन में अधिकतम चालें होंगी 1,00,000 और दस दिन में 10,00,000 चालें। तो आखिर ऐसी कितनी चालें चलनी होंगी 64 छल्लों के लिए जो पृथ्वी की उम्र से इनकी तुलना की जा रही है।”

“जी नहीं! आप गलत सोच रहे हैं, इन 64 छल्लों को शर्त के अनुसार स्थानान्तरित किये जाने में जो समय लगेगा वह कोई साल दो साल का भी नहीं, बल्कि 50,000,000,000 साल होगा।” अध्यापक महोदय ने पूरे विश्वास से अपना पक्ष रखा।

“ठहरिये, हल तो सीधा-सा है। 2 को 2 से 64 बार गुणा करना है।” कहते हुए मेरे मित्र ने अपना कैलकुलेटर निकाला और पहले 2 को 2 से 16 बार गुणा कर डाला यानी  $2^{16} = 65536$ , नतीजे को इतनी ही संख्या से फिर गुणा किया। इसके बाद जो गुणनफल आया उसे फिर उसी संख्या से गुणा करके एक घटा दिया। परिणाम वाकई चौकाने वाला था। यह था कुल 18 446 744 073 709 551 615 चालें।

इसके साथ ही यह जानकर तो और भी आश्चर्य होना स्वाभाविक है कि हमारे वैज्ञानिकों ने पृथ्वी की अब तक की उम्र की जो गणना की है वह है केवल 3 000 000 000 वर्ष।

देखा, इस लिहाज से अभी कितनी लंबी उम्र और पड़ी है पृथ्वी की।

## 29. शर्त नेशनल कंपटीशन की

नेशनल में उतरने की उनकी इच्छा इस आधार पर कभी भी पूरी नहीं हो पाएगी। इसलिए नहीं कि इंस्ट्रक्टर साहब ने उनको झूठमूठ में फुसला दिया है, बल्कि इसलिए कि इतने ट्रेक्स पर दस धावकों को खड़े होने की इतनी सारी विभिन्न स्थितियां हैं जिनकी संख्या लाखों में आएगी और इस व्यवस्था को पूरा करने के लिए हजारों वर्ष लग जाएंगे। जी हां, चौंकिये मत, वास्तव



में इस कार्य को पूरा करने में सौ दो सौ नहीं बल्कि लगभग 10,000 वर्ष लग जाएंगे।

समस्या को अच्छी तरह से समझने के लिए हम पहले सिर्फ तीन धावकों की बात करें तो बेहतर है। इन्हें कितने तरीकों से खड़ा किया जा सकता है? मान लीजिए ये धावक क, ख और ग हैं। इनमें दो धावक क और ख अपना-अपना स्थान बदलकर सिर्फ दो तरीके से खड़े हो सकते हैं। इन्हें यदि एक जोड़ी मान लिया जाए और फिर ग के साथ खड़े होने की इनकी स्थितियों की संभावना तलाशी जाए तो यह तीन तरह से संभव हो सकती है—

1. जोड़ी के दायें तरफ खड़े होकर
2. जोड़ी के बायें तरफ खड़े होकर
3. जोड़ी के बीच में खड़े होकर और चूंकि इस जोड़ी के अपने ही दो रूप (क ख और ख क) हैं

इसलिए इन तीनों में कुल  $2 \times 3 = 6$  तरह से खड़े होने की व्यवस्था हो सकती है।

अब तीन के साथ एक और चौथा धावक भी यदि जोड़ लिया जाए तो कितनी तरह से इन चारों को विभिन्न स्थितियों में खड़ा किया जा सकता है।

पहले तीन धावकों के साथ चौथे धावक को जिन स्थितियों में खड़ा किया जा सकता है, वे हैं—

- (i) सबसे दायीं ओर
  - (ii) पहले व दूसरे धावक के बीच
  - (iii) सबसे बायीं ओर
  - (iv) दूसरे व तीसरे धावक के बीच
- तीन धावकों को विभिन्न प्रकार से खड़ा करने के पहले ही छह तरीके थे अतः अब—

$$6 \times 4 = 24 \text{ तरीके होंगे।}$$

छह और चार को यदि यहां गुणनखंडों में विभाजित कर दें तो  $6 = 2 \times 3$  और  $2 = 1 \times 2$

अतः विभिन्न प्रकार से चार धावकों के खड़े होने की संभावना है  $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$

इसी फार्मूले को यदि हम 5 धावकों पर लागू करें तो

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

फिर 6 के लिए

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$$

और इसी तरह यदि 10 धावक रोज अपने साथियों और ट्रैक की स्थितियां बदलते हुए खड़े हों तो

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

और यह संख्या होगी  $= 3628800$  यानी लगभग 10,000 वर्ष

यह सवाल और भी पेंचीदा हो जाता यदि धावकों में पुरुषों के साथ आधी महिलाएं भी शामिल कर ली गई होतीं जिन्हें हर पुरुष धावक के साथ खड़ा होना होता।

इसके लिए पहले तो हम एक पुरुष धावक को जिस ट्रैक पर भी वह खड़ा होना चाहे हो जाने दें। अब बाकी के चार पुरुष धावक पहले धावक के बाद एक-एक ट्रैक छोड़ते हुए अगर जैसे चाहें खड़े हो जाएं तो इनकी विभिन्न स्थितियां होंगी

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

अब क्योंकि फील्ड पर कुल 10 ट्रैक हैं अतः पहले धावक के पास 10 विकल्प हैं। इस आधार पर स्पष्ट है कि पुरुषों के ट्रैक पर विभिन्न तरीकों से खड़े होने की कुल संभावनाएं होंगी

$$24 \times 10 = 240$$

बाकी बचे पांच ट्रैक पर महिलाएं जितनी अलग तरह से खड़ी हो सकती हैं वह है।

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

पुरुष धावकों के खड़े होने की विभिन्न 240 स्थितियों के साथ महिलाओं की 120 स्थितियों के आधार पर कुल संख्या हो जाएगी।  $240 \times 120 = 28,800$

10,000 वर्षों की तुलना में महिलाओं के साथ खड़े होने पर यद्यपि ये संभावनाएं बहुत कम हो गईं और इनके पूरे होने में 79 वर्ष से भी कम

का समय लगेगा पर जिस उम्र तक पहुंचकर यह संभव हो पाएगा वह शायद ट्रैक पर धावकों को खड़ा रखने की स्थिति में ही न रह जाए।

### 30. पुलिस पेट्रोलिंग

मान लिया जाए कि पेट्रोलिंग टीम  $x$  घंटे का समय लेती है।

अब इतने समय में जुलूस  $3.5 \times x$  किमी. चल लेगा और पेट्रोलिंग टीम  $7 \times x$  किमी.। इस बीच जुलूस तो सीधा आगे बढ़ता रहेगा जबकि पेट्रोलिंग टीम को 7 किमी. तक जाकर एक निश्चित स्थान तक वापस आना होगा जहां तक जुलूस पहुंच चुका है। इस तरह दोनों ने जो दूरी तय की वह है—

$7x + 3.5x$  यानी कुल दूरी 7 किमी की ठीक दुगुनी  $7 \times 2 = 14$  इस तरह समीकरण बना,

$$7x + 3.5x = 14$$

$$10.5x = 14, x = \frac{14}{10.5} = \frac{140}{105} = 1.33 \text{ घंटे}$$

यानी 1 घंटा 20 मिनट

### 31. पुरानी हवेली की तिजोरी

सबसे पहले तो यह देखना होगा कि तीन चक्रियों पर मौजूद अलग-अलग 26 अक्षरों से कितने संयोजन (combination) बनते हैं।

सिर्फ दो चक्रियों पर यदि इन संयोजनों की संख्या देखें तो पाएंगे कि चूंकि पहली चक्री का प्रत्येक अक्षर दूसरी चक्री के 26 अक्षरों में से प्रत्येक के साथ जोड़ी बनाता है अतः इनकी कुल संख्या होगी,

$$26 \times 26 = 26^2$$

अब इन संयोजनों में से प्रत्येक, तीसरी चक्री के हर अक्षर के साथ

चूंकि जोड़ी बनाएगा अतः 3 चक्रियों की जोड़ियों की कुल संख्या

$$26^2 \times 26 = 17576$$

इस तरह यह तो ज्ञात हो गया कि तिजोरी खोलने के लिए अधिक से अधिक 17576 बार आजमाइश करने पर सफलता मिलनी अवश्यंभावी है परंतु यदि एक आजमाइश में 10 मिनट का समय लग रहा हो तो इस पूरी आजमाइश में जो समय लगेगा वह होगा,

$$17576 \times 10 = 175760 \text{ मिनट}$$

$$= 2929 \text{ घंटे (लगभग)}$$

अब यदि दिन-रात लगातार प्रयास चलता रहे तो 122 दिन यानी 4 महीनों से भी ज्यादा समय लग जाएगा तिजोरी खोलने में।

### 32. सवाल बैठकों का

उत्तर के लिए हमें सिर्फ इतना ही करना है कि दो, तीन, चार, पांच और छः का लघुत्तम (Least common multiple) ज्ञात कर लें जो होगा 60। इस आधार पर यह स्पष्ट है कि सबके साथ 61 वें दिन पहली मीटिंग होगी जिसमें कानपुर 30, लखनऊ 20,

इलाहाबाद 15, भोपाल 12 तथा नागपुर 10 अपनी-अपनी मीटिंगों के अंतराल के बाद शामिल रहेंगे।

इस प्रश्न का दूसरा भाग ऐसा है जिसका हल गणित के किसी तरीके पर आधारित ही नहीं है। इसे हल करने के लिए सिर्फ एक ही तरकीब है जो पूरी तरह गैर पारंपरिक है।

इस संदर्भ में करना यह होगा कि एक से लेकर 90 तक की संख्याएं लिखकर इनमें से पहले वे एक, तीन, पांच, सात, नौ आदि संख्याएं काट देनी हैं जिन पर कानपुर के अधिकारियों की मीटिंग होनी है। इसके बाद लखनऊ के साथ मीटिंग वाले दिन यानी एक, चार, सात दस, तेरह आदि काटे जाने हैं और इसी तरह फिर बाकी के इलाहाबाद, भोपाल व नागपुर के साथ मीटिंग वाले दिनों को काटकर जो दिन बचेंगे वही अभीष्ट संख्याएं

हैं यानी ये संख्याएं जो कटने से बच जाएंगी उन दिनों को प्रदर्शित करेंगी जब निदेशक के साथ पांच में से किसी भी शहर के अधिकारियों की मीटिंग नहीं होगी।

ऐसा करने पर कुल 24 संख्याएं बचेंगी जिन दिनों कोई मीटिंग नहीं होनी है और इनमें जो तारीखें शामिल रहेंगी, वे हैं—

जनवरी में 8 — 2, 8, 12, 14, 18, 20, 24 तथा 30

फरवरी में 7 — 1, 7, 11, 13, 17, 19 तथा 23

तथा मार्च में 9 — 1, 3, 9, 13, 15, 19, 21 तथा 25 व 31

### 33. तीसरे साथी का सहयोग

यदि आप यह सोच रहे हैं कि अपने साथियों द्वारा लाए गए सोलह लट्ठों के साथ चूंकि जोरावर द्वारा 16 रुपये दिए गए हैं अतः एक लट्ठे की कीमत एक रुपया आएगी, तो यह सोच बिल्कुल गलत होगी।

16 लट्ठों द्वारा जलाई गई आग का उपयोग तीनों शिकारियों द्वारा समान रूप से किया गया है अतः यह स्पष्ट है कि 16 रुपये की धनराशि 16 लट्ठों के एक तिहाई मात्रा के एवज में दी गई है।

अतः 16/3 लट्ठे 16 रुपये मूल्य के हुए इसलिए एक लट्ठे का मूल्य

$$\text{हुआ } 16 \times \frac{3}{16} = 3 \text{ रुपये}$$

इस तरह 16 लट्ठों की कुल कीमत :

$$16 \times 3 = 48 \text{ रुपये}$$

अब चूंकि तपन सिंह छह और रौशनलाल 10 लट्ठे लाए हैं अतः एक तरह से तपन ने  $6 \times 3 = 18$  व रौशन ने  $10 \times 3 = 30$  रुपये का योगदान किया।

इस आधार पर प्रति शिकारी द्वारा दिए जाने वाले अपने भाग 16 रुपये से तपन ने 2 रुपये और रौशन ने 14 रुपये ज्यादा दिए हैं जो जोरावर से मिले 16 रुपये में से उन्हें वापस मिल जाएंगे।

### 34. रिपोर्ट का टाईपिंग टाईम

पहली टाईपिस्ट, दी गई रिपोर्ट को अकेले दो घंटे में पूरा कर सकती है अतः स्पष्ट है कि छह घंटे में यह इस रिपोर्ट को तीन बार पूरा कर देगी।

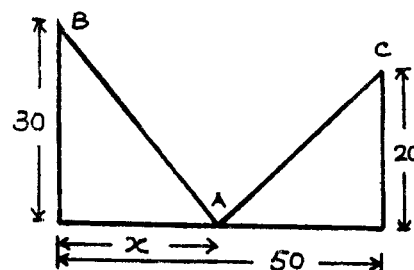
दूसरी टाईपिस्ट इसी रिपोर्ट को अकेले तीन घंटे में पूरा कर पाती है अतः यह छह घंटे में इसे सिर्फ दो बार ही पूरा कर पाएगी।

इससे एक बात स्पष्ट हो गई कि छह घंटे में दोनों मिलकर इस रिपोर्ट को पांच बार टाइप कर लेंगी।

चूंकि पांच बार यह रिपोर्ट दोनों के द्वारा छह घंटे में पूरी होती है तो एक बार यह रिपोर्ट दोनों के द्वारा 6/5 घंटे में पूरी होगी।

इस तरह दोनों टाईपिस्ट मिलकर, दी गई रिपोर्ट को 6/5 घंटे यानी 1.2 (एक घंटा 12 मिनट) में पूरा कर देंगी।

### 35. शिकारी और शिकार



समस्या के आधार पर तैयार किए गए चित्र को यदि हम देखें तो पाइथागोरस के सिद्धांत के अनुसार

$$AB^2 = 30^2 + x^2$$

$$\text{तथा } AC^2 = 20^2 + (50 - x)^2$$

अब चूंकि  $AB = AC$  है क्योंकि दोनों शिकारियों के तीरों द्वारा ये दूरियां एक ही समय में तय की जाती हैं अतः

$$AB^2 = AC^2$$

$$30^2 + x^2 = 20^2 + (50 - x)^2$$

$$900 + x^2 = 400 + 2500 + x^2 - 100x$$

$$100x = 2000$$

$$x = 2000/100 = 20$$

इस तरह बीजगणित के आधार पर हमें पता चल गया कि ऊंचे वाले पेड़ से हिरन की दूरी सिर्फ 20 फीट ही थी।

### 36. पहले था कुल कितना धन

इस सवाल का हल निकालने के लिए हमें उल्टी गणना करनी पड़ेगी। तीसरी व अंतिम बार दुगुना होने पर कुल धनराशि थी 360 रुपये जिसे अजनबी को दे देने के बाद ग्रामीण के पास कुछ नहीं बचा।

अतः इससे स्पष्ट है कि तीसरी बार दुगुना कराने से पहले ग्रामीण के पास जो राशि थी वह थी 180 रुपये की। और यह राशि अजनबी को उसका हिस्सा देने के बाद बची थी। यानी यह थी  $180 + 360 = 540$  रुपये की जो दूसरी बार दुगुना होने के बाद उसके हाथ आई थी।

इस तरह दुगुना होने के पहले यह राशि थी 270 रुपये। स्पष्ट है कि यह 270 रुपये की राशि तब बची थी जब ग्रामीण ने पहली बार अजनबी को 360 रुपये दे दिये थे अतः देने से पहले ग्रामीण के पास थे  $270 + 360 = 630$  जो मूलराशि के पहली बार दुगुना होने के बाद ग्रामीण को प्राप्त हुए थे।

अतः मूलराशि हुई 315 रुपये अब इसी आधार पर सीधी गणना करके भी देख लें—

मूलराशि के पहली बार दुगुना होने पर	$315 \times 2 = 630$
अजनबी को पहली बार भुगतान के बाद	$630 - 360 = 270$
दूसरी बार दुगुना होने पर	$270 \times 2 = 540$
अजनबी को दूसरी बार भुगतान के बाद	$540 - 360 = 180$
तीसरी बार दुगुना होने पर	$180 \times 2 = 360$
अजनबी को तीसरी बार भुगतान के बाद	$360 - 360 = 0$

### 37. अगली या पिछली?

जिन गाड़ियों में पहियों की अगली और पिछली दोनों जोड़ियां समान आकार की नहीं होतीं उन सबमें ही अगली जोड़ी पिछली की तुलना में छोटी रखी जाती है।

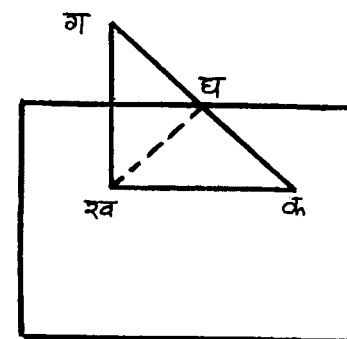
ऐसी गाड़ियों में पहियों की अगली जोड़ी की धुरी तेजी से घिसती है क्योंकि रेखागणित का यह एक सिद्धांत है कि वृत्त की परिधि (circumference) जितनी छोटी होगी वृत्त को एक विशेष दूरी तय करने के लिए उतने ही अधिक चक्कर लगाने पड़ेंगे।

बस, इतना जानने के बाद अब आपके लिए यह समझना भला क्या मुश्किल रह गया होगा कि छोटे पहिये की धुरी अधिक तेजी से क्यों घिसती है?

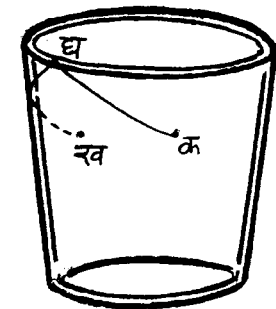
अरे भई, कोई भी दूरी तय की जाए, ऊपर बताया जा चुका है न कि इसके लिए पहियों की छोटी जोड़ी को बड़ी जोड़ी की तुलना में अधिक बार घूमना पड़ेगा जिससे इसकी धुरी को भी अधिक कार्य करना पड़ेगा और इसीलिए इसमें स्वाभाविक है कि घिसाव भी ज्यादा होगा।

### 38. छोटे से छोटा रास्ता

इसको हल करने के लिए सबसे पहले तो आपको इस बेलनाकार बर्तन को खोलकर पूरी तरह फैला लेना होगा जिससे यह एक आयताकार शक्ल



चित्र-1



चित्र-2

ले लेगा और ऐसे में इसकी चौड़ाई होगी 20 सेमी. तथा लंबाई होगी बर्तन की परिधि (circumference) के बराबर यानी—

$$2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 5 = 31.5 \text{ (लगभग)}$$

अब देखना है कि चींटी और मीठे का कण बर्तन पर कहां स्थित हैं? चींटी बिंदु 'क' पर है जो बर्तन के ऊपरी किनारे से 5 सेमी. नीचे स्थित है और इसी तरह मीठे का कण 'ख' बिंदु पर है जो उसी ऊंचाई पर होने के बावजूद बिंदु 'क' से बर्तन की परिधि की ठीक आधी दूरी पर है। यानी  $31.5 \div 2 = 15.75$

अब हमें पता यह करना है कि चींटी को मीठे के कण तक पहुंचने के लिए जो छोटे से छोटा रास्ता पकड़ना है उसके लिए उसे गिलास की बाहरी दीवार से ऊपर चढ़कर कहां से अंदर की तरफ उतरना चाहिए।

इसके लिए पहले तो बिंदु 'ख' से ऊपरी रेखा पर एक लम्ब (perpendicular) खींचेंगे और इसे इतना आगे बढ़ाते हुए ले जाएंगे ताकि यह ऊपरी रेखा के दोनों ओर बराबर-बराबर लंबाई ले ले। इस तरह हमें एक और बिंदु मिल जाएगा 'ग' जिसे हम 'क' के साथ एक सीधी रेखा से जोड़ देंगे।

यहां हम जो 'घ' बिंदु देख रहे हैं वहीं से वास्तव में चींटी को बर्तन के अंदर की ओर उतरना है। बस यही इस चींटी का मीठे के कण तक पहुंचने के लिए सबसे छोटा रास्ता है यह बात अलग है कि बेलनाकार बर्तन पर इस मार्ग की वास्तविक स्थिति चित्र-2 की तरह नजर आने लगेगी और देखने वाले को यह रास्ता और लम्बा नजर आएगा।

### 39. सौ के बदले पांच की रेजगारी

इस तरह का प्रस्ताव यदि आप भी किसी अवसर पर सबके सामने रखना चाहें तो चिंता की कोई जरूरत नहीं। 100 रुपये तो क्या आप इसके लिए कितनी ही बड़ी राशि देने की घोषणा कर सकते हैं क्योंकि यह प्रस्ताव

वहां कोई पूरा कर ही नहीं पाएगा। कर तो तब पाए जब इसका कोई समुचित हल हो।

इस बात का प्रमाण चाहते हैं तो स्वयं गणना करके देख लें। पहले हम पांच रुपये वाले प्रस्ताव को जांचते हैं—

समस्या का हल निकालने के लिए मान लीजिए पचास पैसे वाले सिक्के x संख्या में चाहिए होंगे, 20 पैसे वाले y संख्या में और 5 पैसे वाले z संख्या में। इस तरह जो समीकरण तैयार होगा वह है—

$$50x + 20y + 5z = 500 \text{ (पैसे)}$$

$$\text{हल करने पर } 10x + 4y + z = 100 \text{ (i)}$$

अब चूंकि 3 तरह के कुल 20 सिक्के लिए जाते हैं,

$$\text{अतः } x + y + z = 20 \text{ (ii)}$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$9x + 3y = 80 \text{ या } 3x + y = 26\frac{2}{3}$$

x यानी पचास पैसे के सिक्कों की संख्या तिगुनी करके जो संख्या मिलेगी वह पूर्ण संख्या होगी और उसमें 20 पैसे की संख्या जोड़कर जो योग आएगा वह भी पूर्ण संख्या ही होगी कोई भिन्न (Fraction) नहीं अतः इसका हल निकालना संभव नहीं होगा।

इसी तरह 3 रुपये व 2 रुपये के प्रस्ताव की वास्तविकता भी आप स्वयं जांच सकते हैं। हां, यदि अध्यापक महोदय ने 5, 3 व 2 रुपयों की जगह गलती से भी 4 रुपये कह दिए होते तो शायद उन्हें भारी घाटा उठाना पड़ता क्योंकि ऐसी स्थिति में एक नहीं बल्कि छह सात तरीकों से उन्हें सिक्के प्राप्त हो जाते। जैसे

$$6 \times 50 + 2 \times 20 + 12 \times 5 = 400 \text{ यानी 4 रुपये}$$

$$4 \times 50 + 2 \times 20 + 32 \times 5 = 400 \text{ यानी 4 रुपये}$$

### 40. मूल वेतन और ओवरटाइम

अधिकतर का जवाब होगा 200 रुपये जो कि गलत है। उस स्थिति में

मूल वेतन ओवरटाईम से 140 रुपये अधिक होगा न कि 200 रुपये।

मान लीजिए कि गणपति का प्रतिदिन का वेतन  $x$  और उसका ओवरटाईम  $y$  है तो

$$x + y = 260 \quad (i)$$

$$x = y + 200 \quad (ii)$$

इन दो समीकरणों को हल करने पर

$$x + y = 260$$

$$x - y = 200$$

$$2x = 460$$

$$x = 230 \quad y = 30$$

अतः गणपति की आमदनी बिना ओवरटाईम के 230 रुपये है न कि 200 रुपये जैसा कि साधारण रूप में समझ लिया जाएगा।

#### 41. उम्र की उलझन

मिसेज महरोत्रा की बेटी लतिका मान लिया जाए कि इस समय यदि  $x$  वर्ष की है तो वह स्वयं  $2x$  वर्ष की हुई। 17 साल पहले दोनों की उम्र 17 साल कम थी अतः मिसेज महरोत्रा तब  $2x - 17$  की हुई और लतिका  $x - 17$  वर्ष की परंतु चूंकि मिसेज महरोत्रा उस वक्त लतिका से तीन गुना अधिक उम्र की थीं, इसलिए

$$3(x - 17) = 2x - 17$$

$$3x - 51 = 2x - 17$$

$$x = 34$$

अतः मिसेज महरोत्रा की उम्र हुई  $34 \times 2 = 68$  वर्ष

#### 42. किसके पास थी कितनी रकम?

मान लीजिए कि इनके पास कैसिनो में घुसने से पहले क्रमशः A, B, C, D और E डॉलर धनराशि के रूप में मौजूद थे। जब वे वहां से बाहर

निकले तो तस्वीर बदल चुकी थी। अब इनके पास बचे थे—

पहले दोस्त की रकम चार गुना बढ़ गई यानी  $4A$  हो गई

दूसरे दोस्त की रकम चौथाई घट गई यानी  $\frac{B}{4}$  हो गई

तीसरे की रकम में 100 डॉलर का इजाफा हुआ यानी  $C + 100$

चौथे की रकम में 200 डॉलर कम हो गए यानी  $D - 200$

और पांचवे की रकम जैसी की तैसी बची रही यानी E

परंतु सारे दोस्तों की शेष रकम बराबर-बराबर है।

$$\text{अतः } 4A = \frac{B}{4} = C + 100 = D - 200 = E$$

$$4A = \frac{B}{4} \quad \text{यानी } B = 16A$$

$$4A = C + 100 \quad \text{यानी } C = 4A - 100$$

$$4A = D - 200 \quad \text{यानी } D = 4A + 200$$

$$4A = E \quad E = 4A$$

समीकरण में B, C, D और E का मूल्य रखने पर

$$A + B + C + D + E = 1144$$

$$A + 16A + 4A - 100 + 4A + 200 + 4A = 1144$$

$$29A = 1144 - 100 = 1044$$

$$A = 36$$

अतः एक दोस्त के पास 36, दूसरे के पास 576 तीसरे के पास 44, चौथे के पास 344 तथा पांचवे के पास 144 डॉलर थे जब वे कैसिनो में घुसे थे।

#### 43. संख्या मेरिट वाले छात्र-छात्राओं की

यदि मान लिया जाए कि मेरिट में आने वाले छात्रों की संख्या B और ऐसी छात्राओं की संख्या G है तो

$$3(G - 1) = B \quad (i)$$

$$B - 1 = G \quad (ii)$$

हल करने पर

$$3G - 3 = B \quad (i)$$

$$B - 1 = G \quad (ii)$$

समीकरण (ii) से G का मूल्य समी. (i) में रखने पर

$$3(B - 1) - 3 = B$$

$$3B - 3 - 3 = B$$

$$2B = 6 \quad B = 3$$

B का मूल्य समी. (ii) में रखने पर

$$3 - 1 = G \quad G = 2$$

यानी मेरिट में आने वाले छात्रों की संख्या 3 है जबकि छात्राएं 2 ही हैं।

#### 44. बड़ी से बड़ी संख्या?

हो सकता है कि नौ के तीन अंकों वाले उदाहरण के आधार पर आप तुरंत दो का उत्तर भी उसी तरह ढालने की कोशिश करें और इस तरह आप पाएंगे  $=2^{2^2}$  परंतु यह परिणाम जो 16 के बराबर है, दो के तीन अंकों को सीधे-साधे ढंग से भी यदि लिख दिया जाए यानी 222, उसमें भी कहीं कम है।

वास्तव में दो के तीन अंकों से बड़ी से बड़ी बनने वाली संख्या न तो 222 है और न ही  $2^{2^2}$  (यानी 484)। यह है  $2^{2^2} = 4194304$

तीन के तीन अंकों से बनने वाली बड़ी से बड़ी संख्या के लिए भी नौ वाली तीन मंजिली व्यवस्था वह परिणाम नहीं दे पाएगी जो वास्तव में आपको चाहिए क्योंकि

$3^{3^3} = 3^{27}$  जो कि  $3^{33}$  से कम ही रहेगी अतः 3 के तीन अंकों से बनने वाली बड़ी से बड़ी संख्या होगी  $3^{33}$

अब चार के लिए भी यदि आपने पिछले उदाहरण के आधार पर  $4^{44}$  कह दिया तो समझिए कि आप फिर धोखा खा गए। गणित दिमाग का खेल है, मक्खी पर मक्खी मारने जैसा काम नहीं है। यहां फिर नौ वाली तीन मंजिली व्यवस्था ही काम आएगी क्योंकि  $4^{44}$  की तुलना में  $4^{4^4}$  सबसे

बड़ी संभव संख्या है। चूंकि  $4^4 = 256$  अतः जाहिर है कि  $4^{256}$ ,  $4^{44}$  से कहीं ज्यादा बड़ी संख्या है।

#### 45. तीस लाख कमाये पर कितने गंवाए?

“दिन इसी तरह बीतते गए और प्रतिदिन एक लाख की रकम लेकर अपनी तरफ से मैं ईलाचंद को पिछले दिन दी गई रकम से दुगुना पैसा देता रहा। इस तरह आठवें दिन 12.8, नवें दिन 25.6, दसवें दिन 51.2, ग्यारहवें दिन 102.4, बारहवें दिन 204.8, तेरहवें दिन 409.6, चौदहवें दिन 819.2 तथा पंद्रहवें दिन 1638.4 रुपये जब मैंने दिये तो मुझे कुछ विशेष महसूस नहीं हुआ पर जब पंद्रहवें दिन शाम के समय मैं इस डील का लेखा जोखा देखने बैठा तो 15,00,000 रुपयों के बदले अपने 1 हजार 638.4 रुपयों की रकम देखकर लगा कि इस तरह भी दस-दस पैसों से इतनी रकम बन गई। परंतु यह रकम कितनी बड़ी होने जा रही है इसका अंदाजा ठीक से तब भी लगाने की मैंने कोशिश नहीं की।”

“ईलाचंद रोज सबेरे एक लाख की रकम लेकर पूर्ववत् आता रहा और मैं शर्त के हिसाब से उसे रकम देता रहा।”

सोलहवें दिन	1,00,000 के बदले	3276.8 रुपये
सत्रहवें दिन	1,00,000 के बदले	6553.6 रुपये
अट्ठारहवें दिन	1,00,000 के बदले	13107.2 रुपये
उन्नीसवें दिन	1,00,000 के बदले	26214.4 रुपये
बीसवें दिन	1,00,000 के बदले	52428.8 रुपये

“बीसवें दिन ही यह रकम अच्छा खासा आंकड़ा पार कर चुकी थी और इसने मुझे कुछ-कुछ चिंता में डाल दिया था। पर मजबूरी थी। दिन बीतते रहे और मेरी चिंता बढ़ती गई।

इक्कीसवें दिन	1,00,000 के बदले	104857.6 रुपये
बाईसवें दिन	1,00,000 के बदले	209715.2 रुपये
तेईसवें दिन	1,00,000 के बदले	419430.4 रुपये

चौबीसवें दिन 1,00,000 के बदले 838860.8 रुपये  
 पच्चीसवें दिन 1,00,000 के बदले 1677721.6 रुपये  
 छब्बीसवें दिन 1,00,000 के बदले 3355443.2 रुपये  
 सत्ताइसवें दिन 1,00,000 के बदले 6710886.4 रुपये  
 इक्कीसवें दिन के बाद से तो स्थिति पूरी तरह स्पष्ट और बेकाबू होने लगी थी। जितना मिलता उससे अधिक देना पड़ रहा था। आगे की रकम देते हुए सरस्वती प्रसाद को तो चक्कर आने लगे थे।

अट्ठाइसवें दिन 1,00,000 के बदले 13421772.8 रुपये  
 उन्तीसवें दिन 1,00,000 के बदले 26843545.6 रुपये  
 और फिर आया अंतिम दिन जब एक लाख के बदले सरस्वती बाबू को देने थे 53687091.2 रुपये

अंत में बेहद निराश और और दुखी सरस्वती प्रसाद ने जब कुल घाटे की गणना की तो पाया कि इस डील में उन्होंने 30,00,000 रुपये कमाये पर जो गवाया वह था 107374182.3 रुपये

दस पैसे की बात तो दूर यदि चालाक ईलाचंद 3,00,000 रुपये प्रतिदिन भी देता तब भी वह किसी तरह नुकसान में नहीं रहता।

#### 46. पैदाईश की दर, खतरनाक स्तर!

मान लीजिए कि पहली अप्रैल को मक्खी 150 अंडे देती है जिनमें से 75 मादा मक्खियां 20 दिन में अंडे देने के लिए तैयार हो जाती हैं।

20 अप्रैल को  $75 \times 150 = 11250$  जिनमें 5625 मादा मक्खियां हैं।

10 मई को  $5625 \times 150 = 843750$  इनमें आधी मादा हैं।

30 मई को  $421875 \times 150 = 63281250$  इनमें आधी मादा हैं।

19 जून को  $31640625 \times 150 = 4746093750$  इनमें आधी मादा हैं।

9 जुलाई को  $2373046875 \times 150 = 355957031250$  इनमें आधी मादा हैं।

29 जुलाई को  $177978515625 \times 150 = 26696777343750$  इनमें आधी मादा हैं।

इस तरह यह तो स्पष्ट हो गया कि चार माह में एक मक्खी से बढ़कर कितनी मक्खियां पैदा हो सकती हैं (यदि इनके अंडे नष्ट न हों और ये अपेक्षित संख्या में अंडे देती रहें तो) पर इस भारी संख्या का अंदाजा सही ढंग से सब लगा सकें इसके लिए एक काम और करेंगे। इन मक्खियों को यदि एक पंक्ति में व्यवस्थित किया जा सके तो देखना है कि यह कितनी लंबी बनती है।

इसके लिए मान लें कि एक मक्खी पांच मिमी. जगह घेरती है तो चार माह में उपरोक्त दशा में पैदा होने वाली मक्खियों से विषुवत रेखा पर बनी पंक्ति इतनी लंबी होगी जो पृथ्वी को तीन हजार से भी तीन-चार सौ बार से ज्यादा ही लपेट लेगी।

#### 47. राधा की खबर, कब पहुंचेगी घर

दस बजे सिर्फ रामलाल अकेला ऐसा व्यक्ति था जिसने राधा को एक अजनबी के साथ सबसे पहले देखा था। पंद्रह मिनट के अंदर यानी सवा दस बजे तक उसने अपने पांच मोहल्लेवासियों को भी यह खबर दे दी और इस तरह सवा दस बजे तक यह खबर छह लोगों को पता लग चुकी थी। यानी

प्रातः 10.15 बजे तक  $1 + 5 = 6$  लोगों को

प्रातः 10.30 बजे तक  $6 + 5 \times 5 = 31$  लोगों को

प्रातः 10.45 बजे तक  $31 + 5 \times 25 = 156$  लोगों को

प्रातः 11.00 बजे तक  $156 + 5 \times 125 = 781$  लोगों को

प्रातः 11.15 बजे तक  $781 + 5 \times 625 = 3906$  लोगों को

प्रातः 11.30 बजे तक  $3906 + 5 \times 3125 = 19531$  लोगों को

प्रातः 11.45 बजे तक  $19531 + 5 \times 15625 = 97656$  लोगों को

अब 12.00 बजे तक  $97656 + 5 \times 78125 = 488281$  लोगों को

अब 12.15 बजे तक  $488281 + 5 \times 390625 = 2441406$  लोगों को

अब 12.30 बजे तक  $2441406 + 5 \times 1953125 = 12207031$  लोगों को



इस तरह राधा के परिवार वालों को उसके द्वारा दस बजे वाली ट्रेन पकड़ने के अधिक से अधिक ढाई घंटों में यानी 12.30 बजे तक यह खबर अवश्य मिल जाएगी।

## 48. एक कुछ डुबोये, दूसरा लाखों पाए

पहला व्यक्ति जो कंपनी को इस योजना के अंतर्गत ट्रांजिस्टर प्राप्त करने के लिए 100/- का मनीऑर्डर प्रेषित करता है उसे कोई नुकसान नहीं होता क्योंकि बदले में मिलने वाले 4 कूपन वह आसानी से चार ऐसे व्यक्तियों को सौ-सौ रुपये में बेचकर इनसे प्राप्त रकम कंपनी को भेज देता है जो ट्रांजिस्टर प्राप्त करने के इच्छुक होते हैं। प्रारंभ में पूरे शहर में चार ऐसे व्यक्ति ढूँढ़ना कोई कठिन कार्य नहीं होता।

अब शुरू होती है चार व्यक्तियों की दूसरी कड़ी जिनमें प्रत्येक 5-5 कूपन प्राप्त करता है ताकि वह इन्हें बेचकर पांच-पांच सौ रुपयों की राशि कंपनी को भेज सके।

इस तरह इन चार व्यक्तियों से  $(4 \times 5) 20$  दूसरे इच्छुक ग्राहक तैयार हो जाते हैं। फिर इन बीस से  $(20 \times 5) 100$  तथा 100 से  $(100 \times 5) 500$  ग्राहक कड़ी दर कड़ी बढ़ते हुए जब  $(500 \times 5) 2,500$  तक पहुंचते हैं तो ऐसे में सिर्फ 500 ग्राहकों को ही ट्रांजिस्टर मिल पाता है बाकी 2000 ग्राहक ऐसे होते हैं जो 100-100 रुपये खर्च कर ट्रांजिस्टर प्राप्त करने की आशा में ही होते हैं।

वास्तव में कंपनी को लाभ मिलने का सिलसिला तो तब ही शुरू होता है जब कड़ियां शुरुआती दौर से काफी आगे बढ़कर वृहद रूप में फैल चुकी होती हैं क्योंकि ऐसे में कूपन धारक ग्राहकों को दूसरे नये 5-5 ग्राहक ढूँढ़ना बहुत कठिन होता जाता है।

इसी कारण इन कड़ियों का फैलाव धीरे-धीरे समाप्त होने लगता है जो कंपनी के लिए लाभ का माध्यम बनता जाता है।

एक बार जरा इन कड़ियों के बढ़ाव की ओर देखें—

1, 4, 20, 100, 500, 2,500, 12,500, 62,500, 3,12,500, 15,62,500, 78,12,500, 3,90,62,500 इस तरह सिर्फ बारहवीं कड़ी तक पहुंचते-पहुंचते ग्राहकों की संख्या करोड़ से भी ऊपर पहुंच जाती है।

किसी साधारण शहर की बात तो दूर इतनी संख्या में बने ग्राहकों के लिए बड़े से बड़े शहरों में भी दूसरे नये ग्राहक बना पाना और श्रृंखला को आगे बढ़ाना बेहद कठिन हो जाता है।

अंत में होता यह है कि कुल बने ग्राहकों में से एक बटा पांच भाग ही उत्पाद प्राप्त कर पाता है बाकी का चार बटे पांच भाग योजना की असफलता का शिकार हो अपना पैसा डुबो देता है जो कंपनी के खाते में चला जाता है और वह भी कोई छोटी-मोटी राशि नहीं बल्कि लाखों-करोड़ों का शुद्ध मुनाफा।

यदि 12 कड़ियों तक ही योजना चल पाए और इनमें शामिल कुल सदस्यों की संख्या हो जाए 3,90,62,500 तो इनमें से केवल  $1/5$  यानी 78,12,500 को ही ट्रांजिस्टर प्राप्त होगा बाकी 3,12,50,000 सदस्य अपना पैसा जो रुपये 3,12,50,00,000 के बराबर है गंवा चुके होंगे।

## 49. गणित करे जादू का काम

मान लो आपके ये साथी हैं देवेन्द्र (x), सुरजीत (y) तथा पायस (z) और जो चीजें इनके जेबों में रखी जानी हैं वे हैं पेंसिल कटर (A), चाभी (B) तथा रुपये का सिक्का (C)।

वास्तव में होता क्या है कि ये तीनों चीजें इन तीन साथियों के बीच सिर्फ 6 तरीकों से मौजूद हो सकती हैं—

	x	y	z
1.	A	B	C
2.	A	C	B
3.	B	C	A
4.	B	A	C
5.	C	A	B
6.	C	B	A

इस तरह तीनों साथियों के पास ये तीन चीजें मौजूद होने के सिर्फ यही छह तरीके हो सकते हैं। इनके अलावा और कोई तरीका संभव नहीं है।

तीन दोस्तों की विभिन्न प्रकार से बनी जोड़ियों के आधार इनके द्वारा उठायी गई कंकड़ियों के बाद बची कंकड़ियों की संख्या—

ABC	1 + 1 = 2	2 + 4 = 6	3 + 12 = 15	23	1
ACB	1 + 1 = 2	2 + 8 = 10	3 + 6 = 9	21	3
BAC	1 + 2 = 3	2 + 2 = 4	3 + 12 = 15	22	2
BCA	1 + 2 = 3	2 + 8 = 10	3 + 3 = 6	19	5
CAB	1 + 4 = 5	2 + 2 = 4	3 + 6 = 9	18	6
CBA	1 + 4 = 5	2 + 4 = 6	3 + 3 = 6	17	7

यहां आपने देखा कि प्लेट से कंकड़ियां उठाने के बाद हर बार बची हुई कंकड़ियों की संख्या अलग-अलग रह जाती है। कमरे में जाते ही आपको प्लेट में बची कंकड़ियों पर निगाह डालनी है और इन्हीं बची हुई कंकड़ियों के आधार पर आप यह आसानी से बता पाएंगे कि किस साथी के पास कौन सी चीज है।

इस कार्य के लिए आपको यहां दी गई तालिका को रटने की भी कोई जरूरत नहीं है। बल्कि प्लेट पर नजर मारने के बाद आप कमरा छोड़कर फिर से जा सकते हैं जहां प्लेट में बची कंकड़ियों के आधार पर तालिका की सहायता से अपने दोस्तों की उस जोड़ी के बारे में जान सकते हैं जिसके आधार पर यह पता चल जाएगा कि किसकी जेब में क्या है?

उदाहरण के लिए यदि प्लेट में तीन कंकड़ियां बची हैं तो आपका उत्तर ACB के आधार पर होगा देवेन्द्र पेंसिल कटर, सुरजीत के पास रुपये का सिक्का तथा पायस के पास चाभी मिलेगी।

बस सावधानी यह रखनी है कि अपने किस साथी को आपने शुरू में अपने हाथ से कितनी कंकड़ियां दी थीं यह अच्छी तरह याद रखना है।

## 50. कितना अम्ल कितना पानी?

मान लीजिए कि पहले टेस्ट ट्यूब में  $x$  ग्राम अम्ल था और चूंकि दोनों टेस्ट ट्यूबों में अम्ल व पानी की मात्रा बराबर थी अतः दूसरे टेस्ट ट्यूब में पानी भी  $x$  ग्राम ही था।

पहली बार उलट पलट करने पर टेस्ट ट्यूब में अम्ल रह गया  $x - 30$  ग्राम और दूसरे टेस्ट ट्यूब में अम्ल व पानी का घोल मिलकर हो गये  $x + 30$  ग्राम।

फिर दूसरी उलट-पलट के बाद दूसरे टेस्ट ट्यूब में घोल रह जाएगा  $\frac{1}{3}(x + 30)$  ग्राम तथा पहले में हो जाएगा,

$$(x - 30) + \frac{2}{3}(x + 30) = \frac{5x - 30}{3}$$

अब अंतिम शर्त के अनुसार

$$\frac{4}{3}(x + 30) = \frac{5x - 30}{3}$$

अतः  $x = 150$  ग्राम

शुरु में क्योंकि दोनों परखनलियों में अम्ल व पानी बराबर मात्रा में था, अतः पहले में 150 ग्राम अम्ल था तथा दूसरे में 150 ग्राम पानी।

## 51. रेस लगाती तीन कारें

यदि पीली कार की गति  $x$  मान ली जाए तो नीली कार की गति  $x + 30$  तथा लाल कार की  $x - 6$  हो जाएगी।

इसी तरह रेस कोर्स की लंबाई यदि  $y$  मान ली जाए तो तीनों कारों द्वारा इस दूरी को तय करने में लगाया गया समय

$$\text{नीली कार द्वारा } \frac{y}{x + 30}$$

पीली कार द्वारा  $\frac{y}{x}$

लाल कार द्वारा  $\frac{y}{x-6}$

अब दिए गए तथ्य के आधार पर—

पीली कार नीली की तुलना में 12 मिनट ( $\frac{1}{5}$  घं.) का अधिक समय

लगाती है अतः  $\frac{y}{x} - \frac{y}{x+30} = \frac{1}{5}$  (i)

इसी तरह लाल कार, पीली की तुलना में वही दूरी तय करने में तीन मिनट ( $\frac{1}{20}$  घं.) का अधिक समय लेती है। अतः

$$\frac{y}{x-6} - \frac{y}{x} = \frac{1}{20} \quad (\text{ii})$$

अब दोनों समीकरणों में दायें हाथ की तरफ वाली संख्याओं को बराबर करने के लिए दूसरे समीकरण को 4 से गुणा करना होगा तथा फिर पहले में से घटाने पर,

$$\frac{y}{x} - \frac{y}{x+30} - 4\left(\frac{y}{x-6} - \frac{y}{x}\right) = 0$$

$$\text{हल करने पर, } \frac{y}{x} - \frac{y}{x+30} - \frac{4y}{x-6} + \frac{4y}{x} = 0$$

$$\frac{1}{x} + \frac{4}{x} - \frac{1}{x+30} - \frac{4}{x-6} = 0$$

$$\frac{5}{x} - \frac{1}{x+30} - \frac{4}{x-6} = 0, \frac{5(x+30)(x-6) - x(x-6) - 4x(x+30)}{x(x+30)(x-6)} = 0$$

$$5x^2 + 150x - 30x - 900 - x^2 + 6x + 4x^2 - 120x = 0$$

$$6x = 900 \quad x = 150$$

$x$  का मूल्य पहले समीकरण में रखने पर

$$\frac{y}{150} - \frac{y}{150+30} = \frac{1}{5} \quad y = 180$$

इस तरह तीनों कारों की गति—

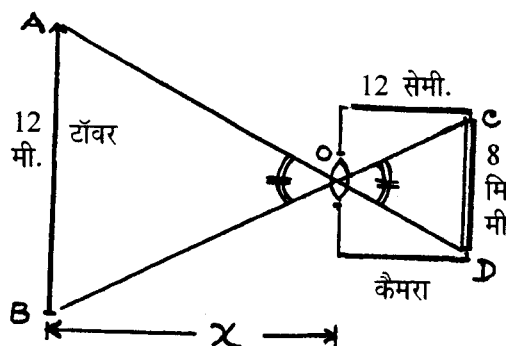
नीली कार 180, पीली कार 150 तथा लाल कार 144 किमी/घं. रेसकोर्स की लंबाई = 180 किमी.

नीली कार पूरा मार्ग तय करने में 1.00 घंटे का समय लेगी

पीली कार पूरा मार्ग तय करने में 1 घंटा 12 मि. का समय लेगी

लाल कार पूरा मार्ग तय करने में 1 घंटा 15 मि. का समय लेगी

## 52. फोटोग्राफ नापे दूरी



चूंकि कोण  $\angle AOB = \angle COD$

अतः

$$\frac{12000}{x} = \frac{8}{120}$$

जहां  $x$  लेन्स से टॉवर की दूरी मानी गई है।

$$x = \frac{12000 \times 120}{8} = \frac{1440000}{8} = 180 \text{ मीटर}$$