* 이산수학(discrete mathmatics)

Linear algebra · 선형대수학

I. 선형대수와 선형방정식.

⇒ 선형방정식 풀이를 위한 행렬이론(효과적 표현), 벡터공간과 그들 사이의 선형사상에 관한 이론 학습 방법을 다루고 있음.(체계된 영역안에서 선형사상(mapping) 표현에 유용.)

- 선형 방정식 ; $Ax=b$ 형태 ┆ 선형 시스템 : 유한개의 선형 방정식 집합
- 소거법(method of elimination) ; 어떤 식에다 0이 아닌 상수를 곱한 값에다 다른 식을 더함으로써 변수를 소거하는 방법.
  - → 가우스 소거법 ; 선형시스템을 그것과 동치인 선형시스템으로 변환시키는 방법.
  - 가우스-조단 소거법 – 가우스 소거법(전향소거법)과 역대입법을 합하여 부름
    - └→ 새로운 방정식으로부터 변수값을 구한 후 남은 식들에 차례로 대입.
  - ⇒ 복잡한 경우 더 편리.
  - * pivot(피벗) – 중심, 중심축.
- 인공지능 – 신경망의 발달로 행렬·벡터 등 개념을 잘 이해하고 활용해야 함.
  - → 깊게 익혀야 하는 것은 아니지만 개념자체의 이해는 중요하다.

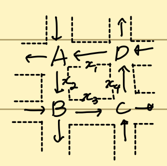
II. 행렬. → NN에서 입력과 연결강도를 표현하고 연산에 편리함 제공.

* MATLAB – 수치해석 및 프로그래밍 환경 제공 공학용 SW.

III. 행렬식.

IV. 선형방정식의 응용

- 선형변환 $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 등. ⇒ 선형변환은 이외에도 확대·축소 등 여러가지 활용.
- 교통흐름 응용.



⇒ $x_1 + 450 = x_2 + 610$ (A)

$x_2 + 520 = x_3 + 480$ (B)

⋮

⇒ $\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 0 & 160 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -40 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 210 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & -330 \end{array}\right]$

V. 벡터.

VI. 벡터공간

VII. 고유값과 고유벡터.

- 고유값과 고유벡터의 응용. → Fourier 행렬등 NN에서도 활용.
  - ⇒ $Ax = \lambda x$의 의미는 무엇일까? 이는 x가 회전 등의 변환을 거치지 않고 단지 스칼라 곱의 결과만 나타내는 것을 의미. 즉, Ax와 x는 동일 선상에 있다는 점.
  - ⇒ 고유값은 선형변환의 대각화에 매우 중요한 개념 제공.

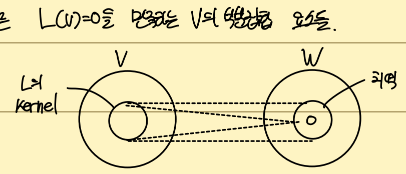
VIII. 벡터의 내적과 외적 → 내적은 NN에서 입력과 연결강도의 곱을 효율적으로 수행. 또는 두 벡터들 사이의 거리를 이용해 패턴을 분석하도록 함.

⇒ " 복잡한 벡터공간에서 수직과 직선 방정식을 구하는데 이용.

외적은 벡터공간에서 면적, 체적을 쉽게 구함.

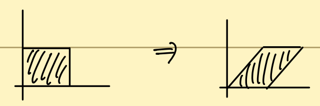
IX. 선형변환.

- linear transformation(linear mapping·선형사상) ; $L: V \to W$, $L(u+v) = L(u) + L(v)$, $L(\alpha u) = \alpha L(u)$ ⇒ L : 선형 연산자
- 함수와 선형변환 – $f: \underset{(\text{정의역, domain})}{X} \to \underset{(\text{상, image})}{Y}$, 상들의 집합 = 치역(range)
  - 단사함수(injective function) – $f: A \to B$, $f(a_i) = f(a_j)$ 일때 $a_i = a_j$ 인 경우.
  - 전사함수(surjective or onto function) – $f: A \to B$, 모든 원소 b에 대하여 $f(a) = b$가 적어도 하나 존재.
  - 전단사함수(bijective function) – 단사인 동시에 전사함수 일때.
  - 1대1 대응함수 – A와 B원소가 1개씩 대응될때.
- 변환(transformation) – 입력과 출력이 모두 벡터인 함수.
  - 선형변환 L의 커널 :
  - $L: V \to W$, Ker(L)로 나타내는 L의 커널(Kernel)은 $L(v) = 0$을 만족하는 V의 부분집합 요소들.



- 사영변환(projection transformation)
  - → $L: R^3 \to R^2$, $L\left(\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$
- 확대·축소 변환 → $L(v) = 2v$, $L(v) = \frac{1}{2}v$ 등.
- 반사변환 → $L\left(\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$ ⇒ 고유값을 구할때 $Ax = \lambda x$로 일종의 선형변환.
- 회전변환 → $L\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$
- 표준행렬 → $L(x) = Ax$, A가 유일한 행렬일때.

- 선형변환 응용.
  - 산업적 응용 ⇒ 두개 상품 A, B $T: R^2 \to R^3$, $T(x) = Px = x_1\begin{bmatrix} 40 \\ 30 \\ 15 \end{bmatrix} + x_2\begin{bmatrix} 35 \\ 35 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{총 재료비} \\ \text{총 인건비} \\ \text{총 경비} \end{bmatrix}$
    - $P = [u, v]$, 단가행렬
    - → $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, 각 제품의 생산량을 나타내는 생산벡터
  - 그래픽 변환 응용 → 회전변환 등.
  - 층밀림 응용(shear transformation) : $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 일때 $T: R^2 \to R^2$ 로의 $T(x) = Ax$.



, 표준행렬 $A = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

- 고유값 분해
- 특이값 분해