该系列文章是讲解Python OpenCV图像处理知识，前期主要讲解图像入门、OpenCV基础用法，中期讲解图像处理的各种算法，包括图像锐化算子、图像增强技术、图像分割等，后期结合深度学习研究图像识别、图像分类应用。希望文章对您有所帮助，如果有不足之处，还请海涵~

该系列在github所有源代码：https://github.com/eastmountyxz/ImageProcessing-Python
PS：请求帮忙点个Star，哈哈，第一次使用Github，以后会分享更多代码，一起加油。

同时推荐作者的C++图像系列知识：
[数字图像处理] 一.MFC详解显示BMP格式图片
[数字图像处理] 二.MFC单文档分割窗口显示图片
[数字图像处理] 三.MFC实现图像灰度、采样和量化功能详解
[数字图像处理] 四.MFC对话框绘制灰度直方图
[数字图像处理] 五.MFC图像点运算之灰度线性变化、灰度非线性变化、阈值化和均衡化处理详解
[数字图像处理] 六.MFC空间几何变换之图像平移、镜像、旋转、缩放详解
[数字图像处理] 七.MFC图像增强之图像普通平滑、高斯平滑、Laplacian、Sobel、Prewitt锐化详解

前文参考：
[Python图像处理] 一.图像处理基础知识及OpenCV入门函数
[Python图像处理] 二.OpenCV+Numpy库读取与修改像素
[Python图像处理] 三.获取图像属性、兴趣ROI区域及通道处理
[Python图像处理] 四.图像平滑之均值滤波、方框滤波、高斯滤波及中值滤波
[Python图像处理] 五.图像融合、加法运算及图像类型转换
[Python图像处理] 六.图像缩放、图像旋转、图像翻转与图像平移
[Python图像处理] 七.图像阈值化处理及算法对比
[Python图像处理] 八.图像腐蚀与图像膨胀
[Python图像处理] 九.形态学之图像开运算、闭运算、梯度运算
[Python图像处理] 十.形态学之图像顶帽运算和黑帽运算
[Python图像处理] 十一.灰度直方图概念及OpenCV绘制直方图
[Python图像处理] 十二.图像几何变换之图像仿射变换、图像透视变换和图像校正
[Python图像处理] 十三.基于灰度三维图的图像顶帽运算和黑帽运算
[Python图像处理] 十四.基于OpenCV和像素处理的图像灰度化处理
[Python图像处理] 十五.图像的灰度线性变换
[Python图像处理] 十六.图像的灰度非线性变换之对数变换、伽马变换
[Python图像处理] 十七.图像锐化与边缘检测之Roberts算子、Prewitt算子、Sobel算子和Laplacian算子
[Python图像处理] 十八.图像锐化与边缘检测之Scharr算子、Canny算子和LOG算子
[Python图像处理] 十九.图像分割之基于K-Means聚类的区域分割

[Python图像处理] 二十.图像量化处理和采样处理及局部马赛克特效
[Python图像处理] 二十一.图像金字塔之图像向下取样和向上取样

前面一篇文章我讲解了Python图像量化、采样处理及图像金字塔。本文主要讲解图像傅里叶变换的相关内容，在数字图像处理中，有两个经典的变换被广泛应用——傅里叶变换和霍夫变换。其中，傅里叶变换主要是将时间域上的信号转变为频率域上的信号，用来进行图像除噪、图像增强等处理。基础性文章，希望对你有所帮助。同时，该部分知识均为杨秀璋查阅资料撰写，转载请署名CSDN+杨秀璋及原地址出处，谢谢！！

1.图像傅里叶变换
2.Numpy实现傅里叶变换
3.Numpy实现傅里叶逆变换
4.OpenCV实现傅里叶变换
5.OpenCV实现傅里叶逆变换

PS：文章参考自己以前系列图像处理文章及OpenCV库函数，同时参考如下文献：
《数字图像处理》（第3版），冈萨雷斯著，阮秋琦译，电子工业出版社，2013年.
《数字图像处理学》（第3版），阮秋琦，电子工业出版社，2008年，北京.
《OpenCV3编程入门》，毛星云，冷雪飞，电子工业出版社，2015，北京.
百度百科-傅里叶变换
网易云课堂-高登教育 Python+OpenCV图像处理
安安zoe-图像的傅里叶变换
daduzimama-图像的傅里叶变换的迷思----频谱居中
tenderwx-数字图像处理-傅里叶变换在图像处理中的应用
小小猫钓小小鱼-深入浅出的讲解傅里叶变换（真正的通俗易懂）

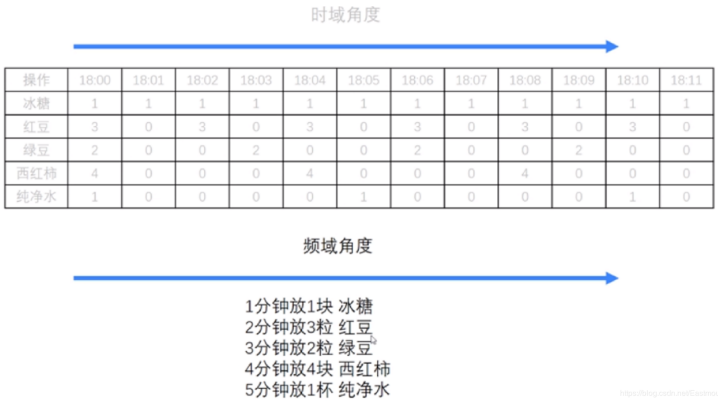
一.图像傅里叶变换原理

傅里叶变换（Fourier Transform，简称FT）常用于数字信号处理，它的目的是将时间域上的信号转变为频率域上的信号。随着域的不同，对同一个事物的了解角度也随之改变，因此在时域中某些不好处理的地方，在频域就可以较为简单的处理。同时，可以从频域里发现一些原先不易察觉的特征。傅里叶定理指出“任何连续周期信号都可以表示成（或者无限逼近）一系列正弦信号的叠加。”

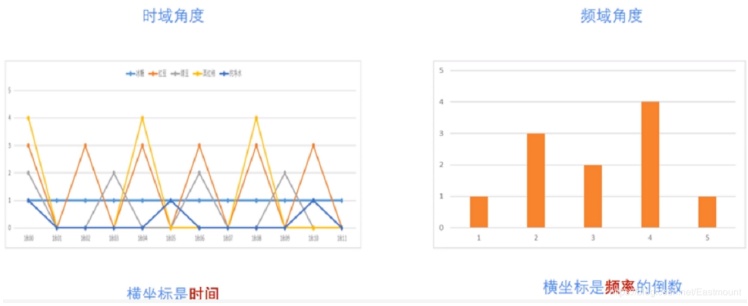
任何连续周期信号，可以由一组适当的正弦曲线组合而成。

——傅里叶

下面引用李老师 “Python+OpenCV图像处理” 中的一个案例，非常推荐同学们去购买学习。如下图所示，他将某饮料的制作过程的时域角度转换为频域角度。



绘制对应的时间图和频率图如下所示：



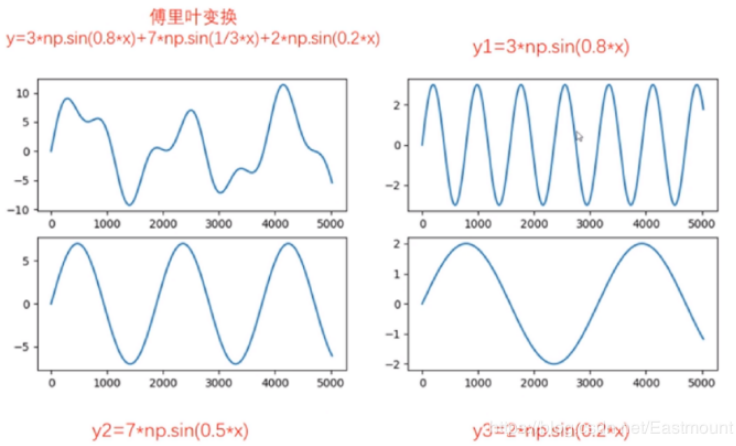
傅里叶公式如下，其中w表示频率，t表示时间，为复变函数。它将时间域的函数表示为频率域的函数f(t)的积分。

$$F(w) = F[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt}dt$$

傅里叶变换认为一个周期函数（信号）包含多个频率分量，任意函数（信号）f(t)可通过多个周期函数（或基函数）相加合成。从物理角度理解，傅里叶变换是以一组特殊的函

数（三角函数）为正交基，对原函数进行线性变换，物理意义便是原函数在各组基函数的投影。如下图所示，它是由三条正弦曲线组合成。

$$y = 3\times \sin(0.8\cdot x) + 7\times \sin(\frac{1}{3}\cdot x + 2) + 2\times \sin(0.2\cdot x + 3)$$



傅里叶变换可以应用于图像处理中，经过对图像进行变换得到其频谱图。从谱频图里频率高低来表征图像中灰度变化剧烈程度。图像中的边缘信号和噪声信号往往是高频信号，而图像变化频繁的图像轮廓及背景等信号往往是低频信号。这时可以有针对性的对图像进行相关操作，例如图像除噪、图像增强和锐化等。

二维图像的傅里叶变换可以用以下数学公式（15-3）表达，其中f是空间域（Spatial Domain）)值，F是频域（Frequency Domain）值

$$\mathrm{F}(k,l) = \sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{N-1} f(i,j)e^{-i2\pi(\frac{ki}{N}+\frac{li}{N})}$$

$$e^{ix} = \cos x + i\sin x$$

对上面的傅里叶变换有了大致的了解之后，下面通过Numpy和OpenCV分别讲解图像傅里叶变换的算法及操作代码。

二.Numpy实现傅里叶变换

Numpy中的 FFT包提供了函数 np.fft.fft2()可以对信号进行快速傅里叶变换，其函数原型如下所示，该输出结果是一个复数数组（Complex Ndarry）。

fft2(a, s=None, axes=(-2, -1), norm=None)

- a表示输入图像，阵列状的复杂数组
- s表示整数序列，可以决定输出数组的大小。输出可选形状（每个转换轴的长度），其中s[0]表示轴0，s[1]表示轴1。对应fit(x,n)函数中的n，沿着每个轴，如果给定的形状小于输入形状，则将剪切输入。如果大于则输入将用零填充。如果未给定’s’，则使用沿’axles’指定的轴的输入形状
- axes表示整数序列，用于计算FFT的可选轴。如果未给出，则使用最后两个轴。“axes”中的重复索引表示对该轴执行多次转换，一个元素序列意味着执行一维FFT
- norm包括None和ortho两个选项，规范化模式（请参见numpy.fft）。默认值为无

Numpy中的fft模块有很多函数，相关函数如下：

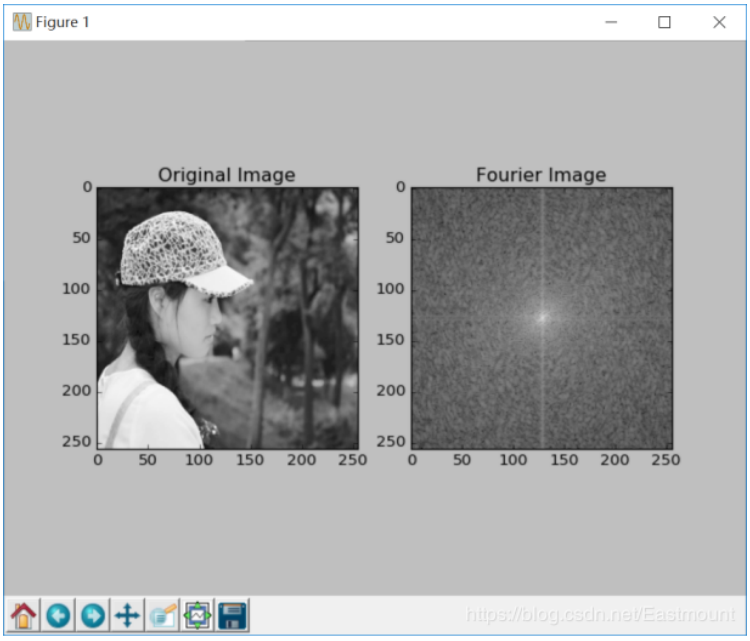
```
#计算一维傅里叶变换
numpy.fft.fft(a, n=None, axis=-1, norm=None)
#计算二维的傅里叶变换
numpy.fft.fft2(a, n=None, axis=-1, norm=None)
#计算n维的傅里叶变换
numpy.fft.fftn()
#计算n维实数的傅里叶变换
numpy.fft.rfftn()
#返回傅里叶变换的采样频率
numpy.fft.fftfreq()
#将FFT输出中的直流分量移动到频谱中央
numpy.fft.shift()
```

下面的代码是通过Numpy库实现傅里叶变换，调用np.fft.fft2()快速傅里叶变换得到频率分布，接着调用np.fft.fftshift()函数将中心位置转移至中间，最终通过Matplotlib显示效果图。

```
# -*- coding: utf-8 -*-
import cv2 as cv
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

#读取图像
img = cv.imread('test.png', 0)

#快速傅里叶变换算法得到频率分布
f = np.fft.fft2(img)

#默认结果中心点位置是在左上角,
```

```
#调用fftshift()函数转移到中间位置
fshift = np.fft.fftshift(f)

#fft结果是复数, 其绝对值结果是振幅
fimg = np.log(np.abs(fshift))

#展示结果
plt.subplot(121), plt.imshow(img, 'gray'), plt.title('Original Fourier')
plt.axis('off')
plt.subplot(122), plt.imshow(fimg, 'gray'), plt.title('Fourier Fourier')
plt.axis('off')
plt.show()
```

输出结果如图15-2所示，左边为原始图像，右边为频率分布图谱，其中越靠近中心位置频率越低，越亮（灰度值越高）的位置代表该频率的信号振幅越大。



三.Numpy实现傅里叶逆变换

下面介绍Numpy实现傅里叶逆变换，它是傅里叶变换的逆操作，将频谱图像转换为原始图像的过程。通过傅里叶变换将转换为频谱图，并对高频（边界）和低频（细节）部分进行处理，接着需要通过傅里叶逆变换恢复为原始效果图。频域上对图像的处理会反映在逆变换图像上，从而更好地进行图像处理。

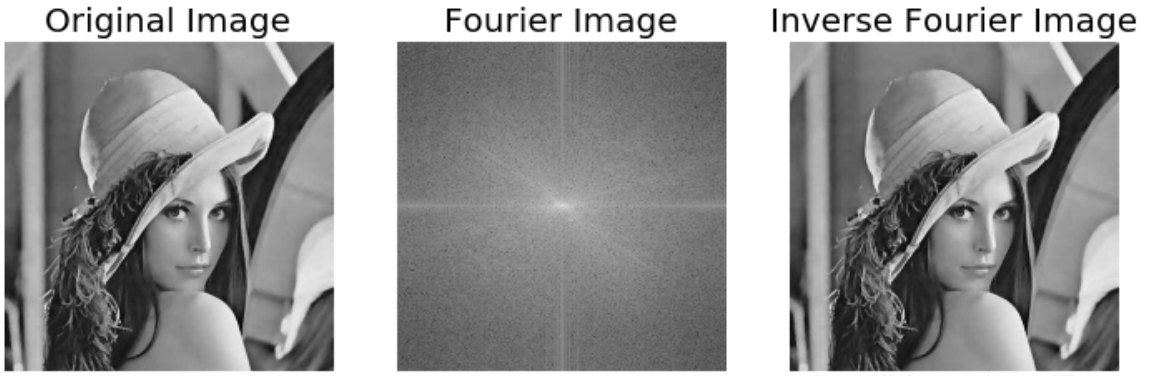
图像傅里叶变化主要使用的函数如下所示：

> #实现图像逆傅里叶变换，返回一个复数数组
> numpy.fft.ifft2(a, n=None, axis=-1, norm=None)
> #fftshit()函数的逆函数，它将频谱图像的中心低频部分移动至左上角
> numpy.fft.fftshift()
> #将复数转换为0至255范围
> iimg = numpy.abs(逆傅里叶变换结果)

下面的代码分别实现了傅里叶变换和傅里叶逆变换。

```
# -*- coding: utf-8 -*-
import cv2 as cv
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

#读取图像
img = cv.imread('Lena.png', 0)

#傅里叶变换
f = np.fft.fft2(img)
fshift = np.fft.fftshift(f)
res = np.log(np.abs(fshift))

#傅里叶逆变换
ishift = np.fft.ifftshift(fshift)
iimg = np.fft.ifft2(ishift)
iimg = np.abs(iimg)

#展示结果
plt.subplot(131), plt.imshow(img, 'gray'), plt.title('Original Image')
plt.axis('off')
plt.subplot(132), plt.imshow(res, 'gray'), plt.title('Fourier Image')
plt.axis('off')
plt.subplot(133), plt.imshow(iimg, 'gray'), plt.title('Inverse Fourier Ir
plt.axis('off')
plt.show()
```

输出结果如图15-4所示，从左至右分别为原始图像、频谱图像、逆傅里叶变换转换图像。



四.OpenCV实现傅里叶变换

OpenCV 中相应的函数是cv2.dft()和用Numpy输出的结果一样，但是是双通道的。第一个通道是结果的实数部分，第二个通道是结果的虚数部分，并且输入图像要首先转换成 np.float32 格式。其函数原型如下所示：

dst = cv2.dft(src, dst=None, flags=None, nonzeroRows=None)

- src表示输入图像，需要通过np.float32转换格式
- dst表示输出图像，包括输出大小和尺寸
- flags表示转换标记，其中DFT _INVERSE执行反向一维或二维转换，而不是默认的正向转换；DFT _SCALE表示缩放结果，由阵列元素的数量除以它；DFT _ROWS执行正向或反向变换输入矩阵的每个单独的行，该标志可以同时转换多个矢量，并可用于减少开销以执行3D和更高维度的转换等；DFT _COMPLEX_OUTPUT执行1D或2D实数组的正向转换，这是最快的选择，默认功能；DFT _REAL_OUTPUT执行一维或二维复数阵列的逆变换，结果通常是相同大小的复数数组，但如果输入数组具有共轭复数对称性，则输出为真实数组
- nonzeroRows表示当参数不为零时，函数假定只有nonzeroRows输入数组的第一行（未设置）或者只有输出数组的第一个（设置）包含非零，因此函数可以处理其余的行更有效率，并节省一些时间；这种技术对计算阵列互相关或使用DFT卷积非常有用

注意，由于输出的频谱结果是一个复数，需要调用cv2.magnitude()函数将傅里叶变换的双通道结果转换为0到255的范围。其函数原型如下：

cv2.magnitude(x, y)

- x表示浮点型X坐标值，即实部

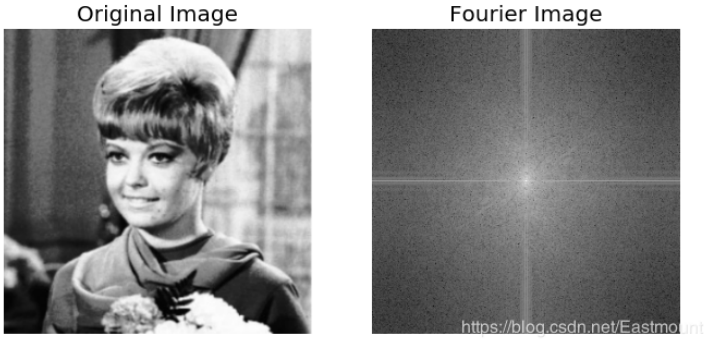
- y表示浮点型Y坐标值，即虚部
  最终输出结果为幅值，即：

$$\mathrm{dst}(I) = \sqrt{x(I)^2 + y(I)^2}$$

完整代码如下所示：

```
# -*- coding: utf-8 -*-
import numpy as np
import cv2
from matplotlib import pyplot as plt

#读取图像
img = cv2.imread('Lena.png', 0)

#傅里叶变换
dft = cv2.dft(np.float32(img), flags = cv2.DFT_COMPLEX_OUTPUT)

#将频谱低频从左上角移动至中心位置
dft_shift = np.fft.fftshift(dft)

#频谱图像双通道复数转换为0-255区间
result = 20*np.log(cv2.magnitude(dft_shift[:,:,0], dft_shift[:,:,1]))

#显示图像
plt.subplot(121), plt.imshow(img, cmap = 'gray')
plt.title('Input Image'), plt.xticks([]), plt.yticks([])
plt.subplot(122), plt.imshow(result, cmap = 'gray')
plt.title('Magnitude Spectrum'), plt.xticks([]), plt.yticks([])
plt.show()
```

输出结果如图15-5所示，左边为原始“Lena”图，右边为转换后的频谱图像，并且保证低频位于中心位置。



五.OpenCV实现傅里叶逆变换

在OpenCV 中，通过函数cv2.idft()实现傅里叶逆变换，其返回结果取决于原始图像的类型和大小，原始图像可以为实数或复数。其函数原型如下所示：

dst = cv2.idft(src[, dst[, flags[, nonzeroRows]]])

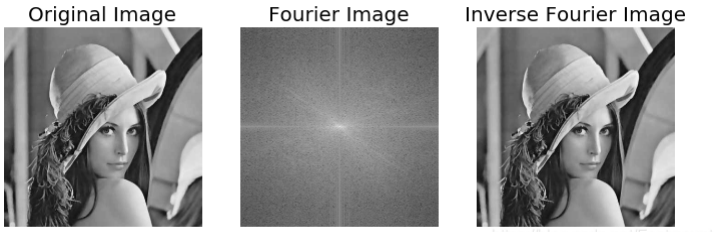
- src表示输入图像，包括实数或复数
- dst表示输出图像
- flags表示转换标记
- nonzeroRows表示要处理的dst行数，其余行的内容未定义（请参阅dft描述中的卷积示例）

完整代码如下所示：

```
# -*- coding: utf-8 -*-
import numpy as np
import cv2
from matplotlib import pyplot as plt

#读取图像
img = cv2.imread('Lena.png', 0)

#傅里叶变换
dft = cv2.dft(np.float32(img), flags = cv2.DFT_COMPLEX_OUTPUT)
dftshift = np.fft.fftshift(dft)
res1= 20*np.log(cv2.magnitude(dftshift[:,:,0], dftshift[:,:,1]))

#傅里叶逆变换
ishift = np.fft.ifftshift(dftshift)
iimg = cv2.idft(ishift)
res2 = cv2.magnitude(iimg[:,:,0], iimg[:,:,1])
```

```
#显示图像
plt.subplot(131), plt.imshow(img, 'gray'), plt.title('Original Image')
plt.axis('off')
plt.subplot(132), plt.imshow(res1, 'gray'), plt.title('Fourier Image')
plt.axis('off')
plt.subplot(133), plt.imshow(res2, 'gray'), plt.title('Inverse Fourier Ir
plt.axis('off')
plt.show()
```

输出结果如图15-6所示，第一幅图为原始“Lena”图，第二幅图为傅里叶变换后的频谱图像，第三幅图为傅里叶逆变换，频谱图像转换为原始图像的过程。



六.总结

傅里叶变换的目的并不是为了观察图像的频率分布（至少不是最终目的），更多情况下是为了对频率进行过滤，通过修改频率以达到图像增强、图像去噪、边缘检测、特征提取、压缩加密等目的。下一篇文章，作者将结合傅里叶变换和傅里叶逆变换讲解它的应用。

时也，命也。
英语低分数线一分，些许遗憾，但不气馁，更加努力。雄关漫道真如铁，而今迈过从头越，从头越。苍山如海，残阳如血。感谢一路陪伴的人和自己。

无论成败，那段拼搏的日子都很美。结果只会让我更加努力，学好英语。下半年沉下心来好好做科研写文章，西藏之行，课程分享。同时，明天的博士考试加油，虽然裸泳，但也加油！还有春季招考开始准备。

最后补充马刺小石匠精神，当一切都看起来无济于事的时候，我去看一个石匠敲石头．他一连敲了100次，石头仍然纹丝不动。但他敲第101次的时候，石头裂为两半。可我知道，让石头裂开的不是那最后一击，而是前面的一百次敲击的结果。人生路漫漫，不可能一路一帆风顺，暂时的不顺只是磨练自己的必经之路，夜最深的时候也是距黎明最近的时刻，经历过漫漫长夜的打磨，你自身会更加强大。

最后希望这篇基础性文章对您有所帮助，如果有错误或不足之处，请海涵！

（By：Eastmount 2019-04-23 周二下午6点写于花溪 https://blog.csdn.net/Eastmount ）