HSC Crackers

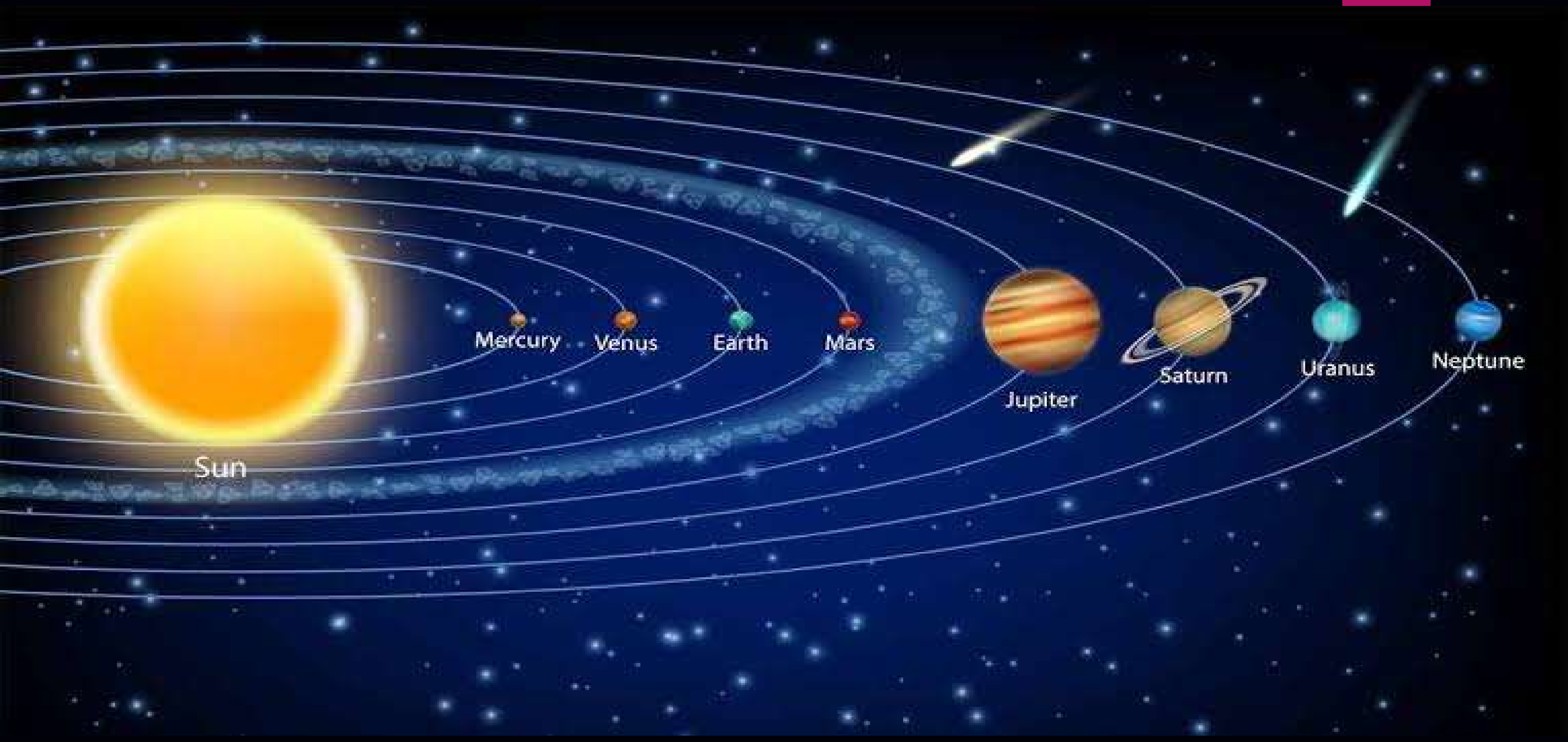
PHYSICS 1ST PAPER

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

Fahim Islam

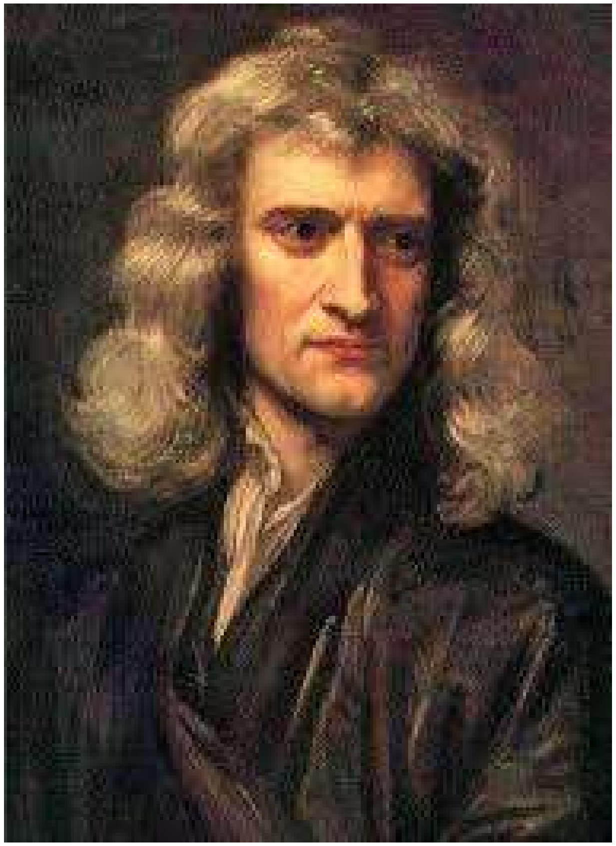
Notre Dame College,Dhaka
HSC-2020

মহাবিশ্ব

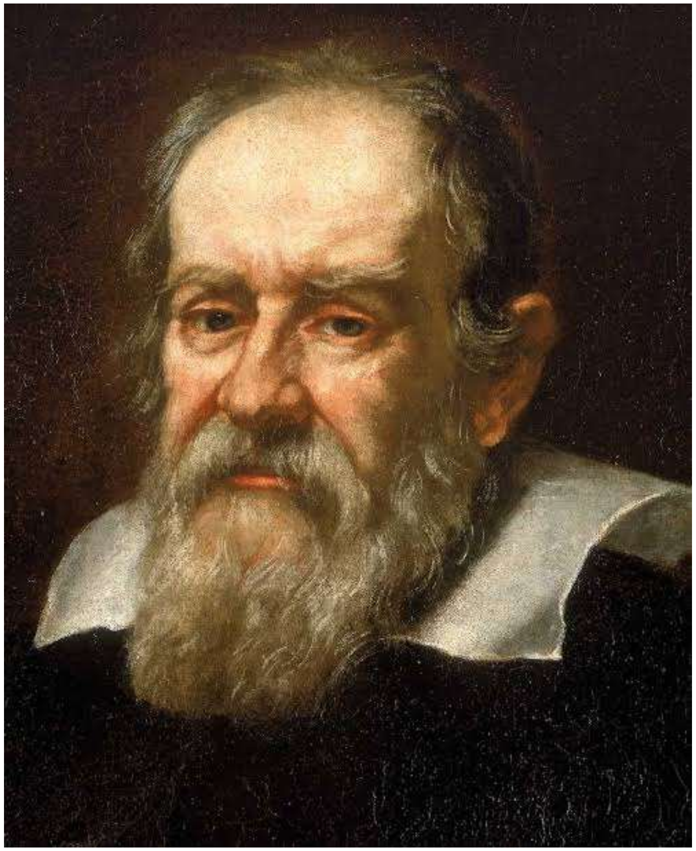

Sun
Mercury
Venus
Earth
Mars
Jupiter
Saturn
Uranus
Neptune

HSC Crackers

নিউটন



গ্যালিলিও



কেপলার

HSC Crackers

পড়ন্ত বস্তুর সূত্রাবলি

পড়ন্ত বস্তু সম্পর্কে গ্যালিলিও তিনটি সূত্র বের করেন।

এগুলোকে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র বলে। এই সূত্রগুলো একমাত্র স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য অর্থাৎ বস্তু পড়ার সময় স্থির অবস্থান থেকে পড়বে, এর কোনো আদি বেগ থাকবে না। বস্তু বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়বে অর্থাৎ এর উপর অভিকর্ষজ বল ছাড়া অন্য কোনো বল ক্রিয়া করবে না। যেমন- বাতাসের বাধা এর উপর ক্রিয়া করবে না।

প্রথম সূত্র: স্থির অবস্থান ও একই উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে।

দ্বিতীয় সূত্র: স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে (t) প্রাপ্ত বেগ (v) ঐ সময়ের সমানুপাতিক অর্থাৎ, $v \infty t$

তৃতীয় সূত্র: স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব (h) অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের (t) বর্গের সমানুপাতিক অর্থাৎ, $h \infty t$^2

HSC Crackers

কেপলারের সূত্র(গ্রহসম্পর্কীয়)

সৌরজগতের কেন্দ্রে অবস্থিত সূর্যের চার দিকে গ্রহদের চলাচলের তিনটি নিয়ম আবিষ্কার করেছিলেন জোহান কেপলার। সূত্রগুলো হল →

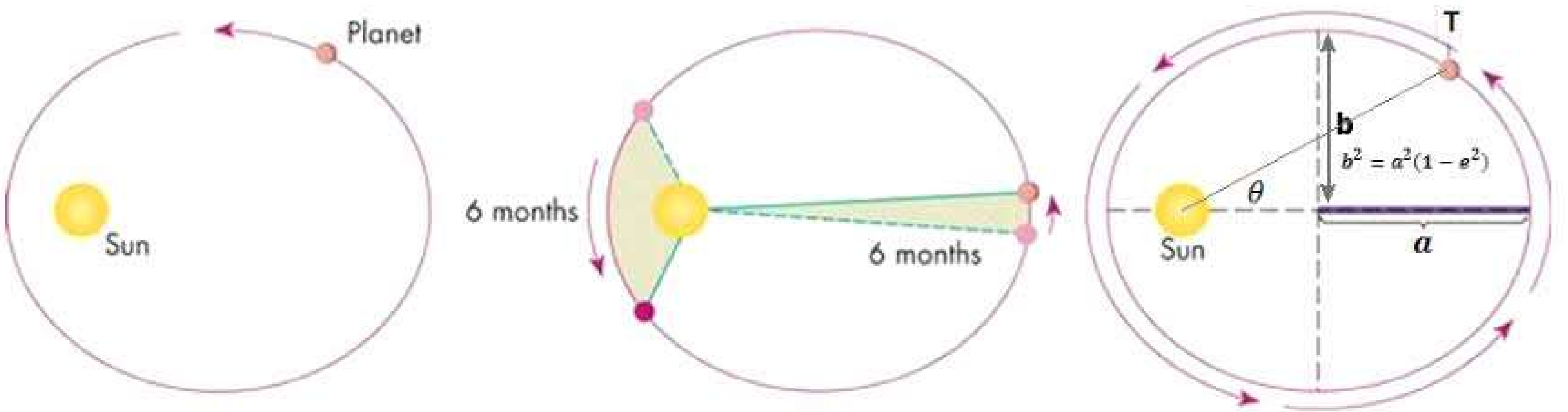
প্রথম সূত্র :প্রতিটি গ্রহ সূর্যের চারিদিকে একটি উপবৃত্তাকার কক্ষপথে পরিক্রম করে। উপবৃত্তটির একটি ফোকাস বিন্দুতে সূর্যের অবস্থান।

দ্বিতীয় সূত্র:সূর্য থেকে কোনও গ্রহ পর্যন্ত একটি সরল রেখা কল্পনা করা হয়, তা হলে গ্রহটি চলাকালে কল্পিত রেখাটি সমান সময়ে সমান ক্ষেত্র রচনা করবে।

তৃতীয় সূত্র: প্রতিটি গ্রহের প্রদক্ষিণের কালপর্বের বর্গ উপবৃত্তটির প্রধান অক্ষের ঘনফলের সমানুপাতিক।

কেপলারের সূত্র(গ্রহসম্পর্কীয়)

Kepler's 3 Laws of Planetary Motion



(1) The orbits are ellipses

(2) Equal areas in equal time

(3) $T^2 \propto a^3$ T = time to complete orbit, a = semi-major axis

HSC Crackers

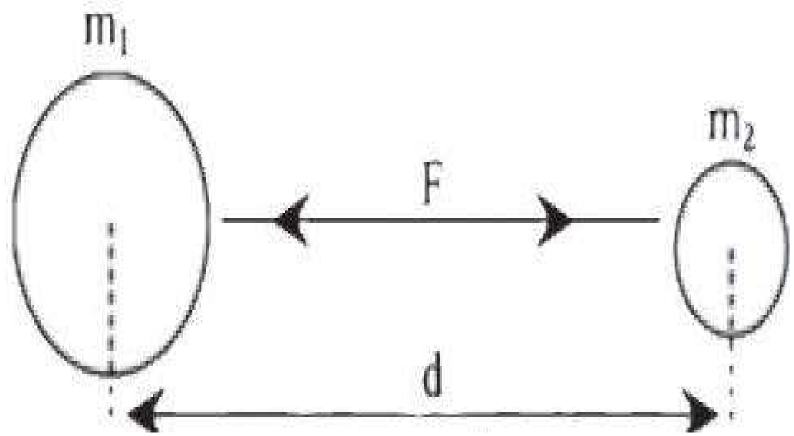
মহাকর্ষ সূত্র

বিজ্ঞানী নিউটন সর্বপ্রথম মহাকর্ষ বলের গাণিতিক ব্যাখ্যা প্রদান করেন। এটি নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র নামে পরিচিত।

সূত্রটি হলো: "এই মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে এবং এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু কণাদ্বয়ের ভরের গুণ ফলের সমানুপাতিক, এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যাস্তানুপাতিক এবং এই বল বস্তুদ্বয়ের কেন্দ্র সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।"

মহাকর্ষ সূত্র

মনেকরি m_1ও m_2 ভরের দুটি বস্তু পরস্পর হতে d দূরত্বে অবস্থিত। বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী আকর্ষণ বল F হলে,



$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

এখানে G একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে বিশ্বজনিন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। G এর মান মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করেনা বিধায় G কে বিশ্বজনিন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলা হয়।

HSC Crackers

অভিকর্ষজ ত্বরণ

পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ ও বস্তুর ওজন অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর উপর নির্ভরশীল। সুতরাং যে সকল কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন ঘটে সে সকল কারণে বস্তুর ওজনও পরিবর্তিত হয়। বস্তুর ওজন বস্তুর মৌলিক ধর্ম নয়। স্থানভেদে বস্তুর ওজনের পরিবর্তন হয়। যে সকল কারণে ওজনের পরিবর্তন হয় নিচে তা বর্ণনা করা হলো।

★ভূ-পৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানে : পৃথিবীর আকৃতি ও আহ্নিক গতির জন্য বিভিন্ন স্থানে বস্তুর ওজন বিভিন্ন হয়।

(১) পৃথিবীর আকৃতির জন্য : পৃথিবী সুষম গোলক না হওয়ায় পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ভূপৃষ্ঠের সকল স্থান সমদূরে নয়। যেহেতু g এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের উপর নির্ভর করে, তাই পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে g এর মানের পরিবর্তন হয়। বিষুবীয় অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ সবচেয়ে বেশি হওয়ায় g এর মান সবচেয়ে কম (৯.৭৮ মিটার/সেকেন্ড২)। সুতরাং বিষুবীয় অঞ্চলে কোনো বস্তুর ওজন সবচেয়ে কম হয়। বিষুবীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলের দিকে যত যাওয়া যায়, ব্যাসার্ধ তত কমতে থাকে এবং g এর মান বাড়তে থাকে(৯.৮৩মিটার/সেকেন্ড২) ।

HSC Crackers

অভিকর্ষজ ত্বরণ

এর ফলে বস্তুর ওজনও বাড়তে থাকে। মেরু অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ সবচেয়ে কম হওয়ায় g এর মান মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশি। ফলে ওজনও সবচেয়ে বেশি হয়।

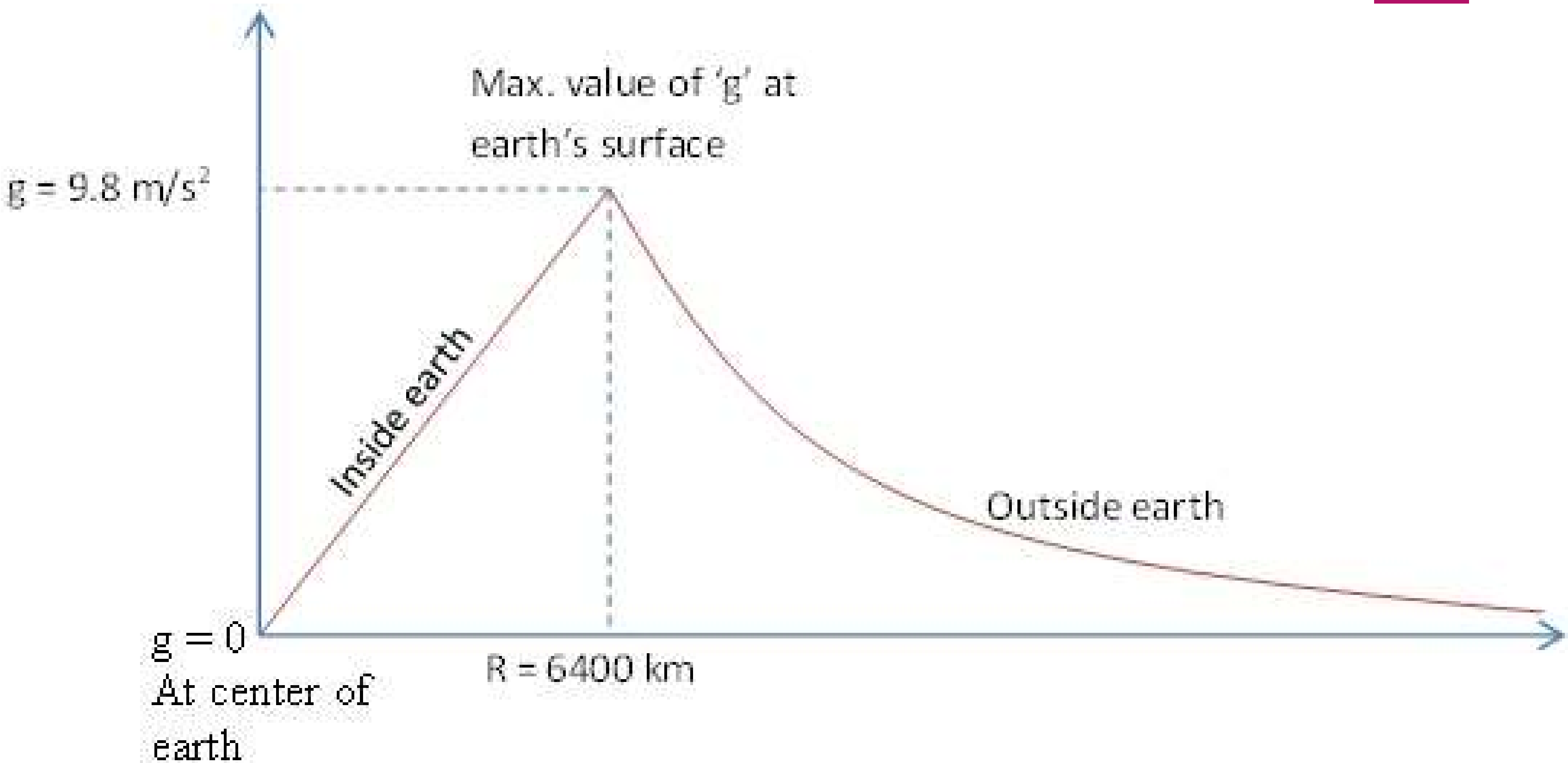
(২) পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য : পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য অভিকর্ষজ ত্বরণ বিষুবীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলের দিকে ক্রমশ বৃদ্ধি পায়। এর ফলে বস্তুর ওজনও বৃদ্ধি পায়।

★ভূপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতর কোনো স্থানে : ভূপৃষ্ঠ থেকে যত উপরে উঠা যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মানও তত কমতে থাকে। এর ফলে ভূপৃষ্ঠ থেকে যত উঠা যায় বস্তুর ওজনও তত কমতে থাকে। এই কারণে পাহাড় বা পর্বতশীর্ষে বস্তুর ওজন কম হয।

★পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে : ভূপৃষ্ঠ থেকে যত নিচে যাওয়া যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে।এ কারণে খনিতে কোনো বস্তুর ওজন কম হয়। পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য। সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে যদি কোনো বস্তুকে নিয়ে যাওয়া যায়, তাহলে বস্তুর উপর পৃথিবীর কোনো আকর্ষণ থাকবে না, অর্থাৎ বস্তুর ওজন শূন্য হবে

HSC Crackers

অভিকর্ষজ ত্বরণ



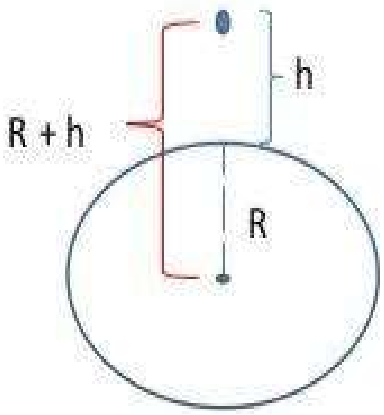
HSC Crackers

অভিকর্ষজ ত্বরণ

Variation of acceleration due to gravity with height

At a height h above the Earth's surface,

$g_h = GM/(R+h)^2$; R- Earth's radius.



$$g = \frac{GM}{R^2} - - - - -(i)$$

when the body is at height h, g' is given by

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} - - - - -(ii)$$

Now

$$\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{R^2}{R^2\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}$$

$$g' = g\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g'^2 = g^2\left(1 - \frac{2\,\omega^2 R\cos^2\varphi}{g}\right)$$

$$g' = g\left(1 - \frac{2\,\omega^2 R\cos^2\varphi}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Applying binomial expansion and neglecting higher powers we get,

$$g' = g\left(1 - \frac{1}{2} \times \frac{2\,\omega^2 R\cos^2\varphi}{g}\right)$$

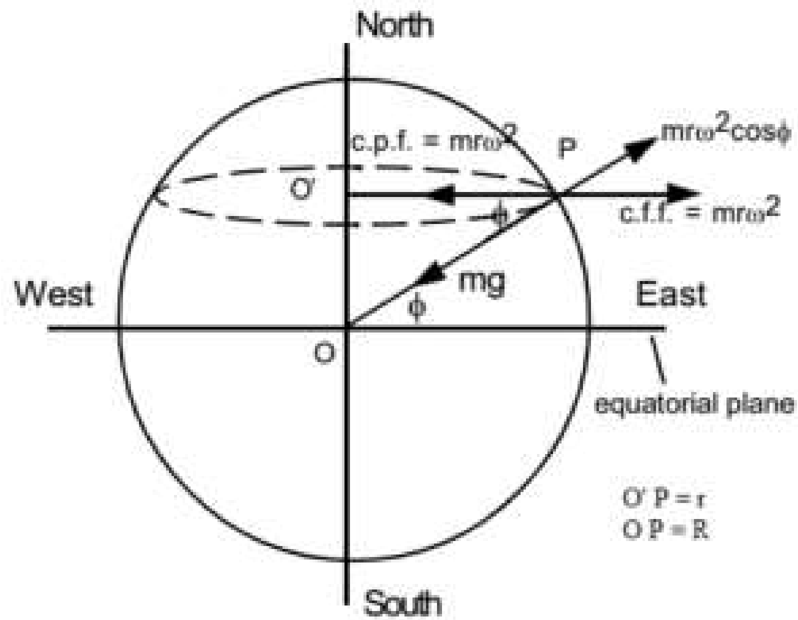
$$g' = g\left(1 - \frac{\omega^2 R\cos^2\varphi}{g}\right)$$

$$\boldsymbol{g' = g - \omega^2 R\cos^2\varphi}$$

This gives the acceleration due to gravity due to rotation of earth.

At equator; $\varphi = 0$

$$g' = g - \omega^2 R$$



HSC Crackers

প্রাবল্য ও বিভব

মহাকর্ষ প্রাবল্য → মহাকর্ষ ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে একক ভরের কোন বস্তু রাখা হলে বস্তুটি যে আকর্ষণ বল অনুভব করে, তাকে ঐ ক্ষেত্রের দরুন ঐ বিন্দুর মহাকর্ষ তীব্রতা বা প্রাবল্য বলা হয়।..ধরাযাক, M ভরের একটি গুরুভার বস্তুর ভরকেন্দ্র থেকে r দূরত্বে একটি ছোট বস্তু আছে।এদের মধ্যবর্তী আকর্ষণ বল $F = \frac{GMm}{r^2}$ এখন m = 1 হলে $F = \frac{GMm}{r^2} = \frac{Gm}{r^2}$এই বলকেই মূলত প্রাবল্য বলা হয়। একে E দ্বারা প্রকাশ করা হয়।$E = \frac{Gm}{r^2}$ এর একক MKS পদ্ধতিতে N/kg

মহাকর্ষীয় বিভব→ যদি অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোন বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে আনতে যে কাজ হয় অর্থাৎ মহাকর্ষ বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলা হয়।মনেকরা যাক, m ভরের কোন বস্তুকে অসীম দূরত্ব থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে আনতে W পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হলে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব V = W/m এবং এর একক MKS পদ্ধতিতে J/kg

প্রাবল্য ও বিভব

Gravitational Potential

It is defined as negative of the work done per unit mass in shifting a rest mass from some reference point to the given point.

$$V = \left(\frac{-W}{m}\right)$$

$$V = \frac{U}{m}$$

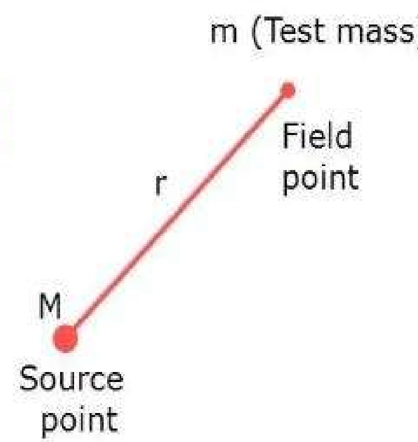
$$\boxed{V(r) = -\frac{GM}{r}}$$ [Gravitational Potential]

Gravitational Field Intensity

It is defined as force experienced per unit mass acting on a test mass supposed to be placed at that point.

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{m}}$$ [Gravitational Field]

$$\boxed{E = \left(\frac{GMm}{r^2}\right)\frac{1}{m} = \frac{GM}{r^2}}$$



Expressions of potential for different bodies

Gravitational potential V due to a spherical shell of mass M and radius R at a point distant r from the centre.

(a) When r > R

$$V = -\frac{GM}{r}$$

(b) When r = R

$$V = -\frac{GM}{R}$$

(c) When r < R

$$V = -\frac{GM}{R}$$

(d) When r = 0

$$V = -\frac{GM}{R}$$

Gravitational potential V due to a solid sphere of radius R and mass M at a point distant r from the centre.

(a) When r > R

$$V = -\frac{GM}{r}$$

(b) When r = R

$$V = -\frac{GM}{R}$$

(c) When r < R

$$V = -GM\left[\frac{3R^2 - r^2}{2R^3}\right]$$

(d) When r = 0

$$V = -\frac{3}{2}\left[\frac{GM}{R}\right]$$

প্রাবল্য ও বিভব

Expressions of gravitational field for different bodies

Gravitational field E due to a spherical shell of mass M and radius R at a point distant r from the centre.

(a) When $r > R$

$$E = -\frac{GM}{r^2}$$

(b) When $r = R$

$$E = -\frac{GM}{R^2}$$

(c) When $r < R$

$$E = 0$$

(d) When $r = 0$

$$E = 0$$

Gravitational field E due to a solid sphere of radius R and mass M at a point distant r from the centre.

(a) When $r > R$

$$E = -\frac{GM}{r^2}$$

(b) When $r = R$

$$E = -\frac{GM}{R^2}$$

(c) When $r < R$

$$E = -\frac{GMr}{R^3}$$

(d) When $r = 0$

$$E = 0$$

E

HSC Crackers

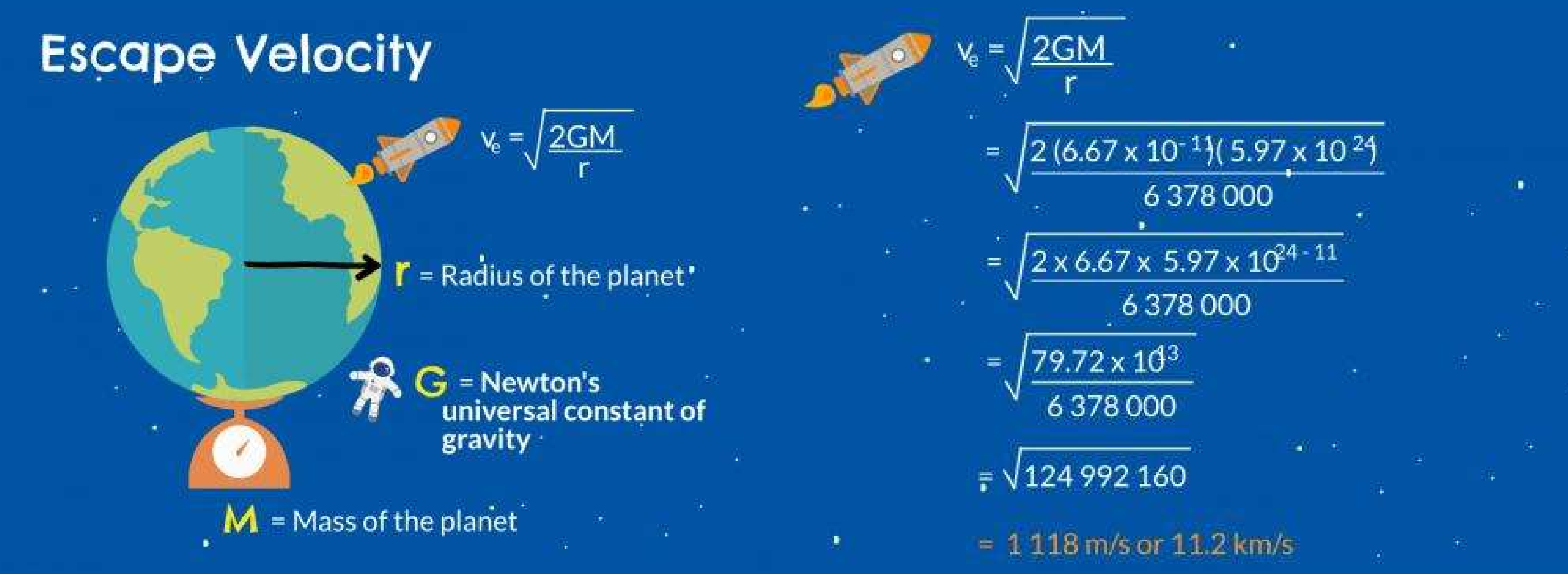
মুক্তিবেগ

মুক্তিবেগ (Escape velocity) বলতে এমন একটি বেগকে বুঝানো হয় মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে যে মানের বেগে নিক্ষিপ্ত কোন বস্তুর গতিশক্তি ও মহাকর্ষীয় বিভবশক্তির সমষ্টি শুন্য হয়। মুক্তিবেগে কোন বস্তুকে কোন মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র থেকে শুন্যে ছুড়ে দেয়া হলে তা আর ঐ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে ফিরে আসে না।

পৃথিবীর ক্ষেত্রে মুক্তিবেগের মান প্রতি সেকেন্ডে ১১.২ কি.মি.। অর্থাৎ কোনো বস্তুকে প্রতি সেকেন্ডে ১১.২ কি.মি. গতিবেগে ওপরের দিকে ছূড়তে পারলে সেটা আর নিচের দিকে না পড়ে, মহাশূন্যে পৃথিবীর চারিদিকে ঘুরতে থাকবে। রকেটের ক্ষেত্রে মুক্তি বেগ প্রযোজ্য নয় কারণ রকেটের নিজস্ব জ্বালানি আছে। তাই রকেট মুক্তি বেগের অনেক কম বেগেই পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে যেতে পারে।

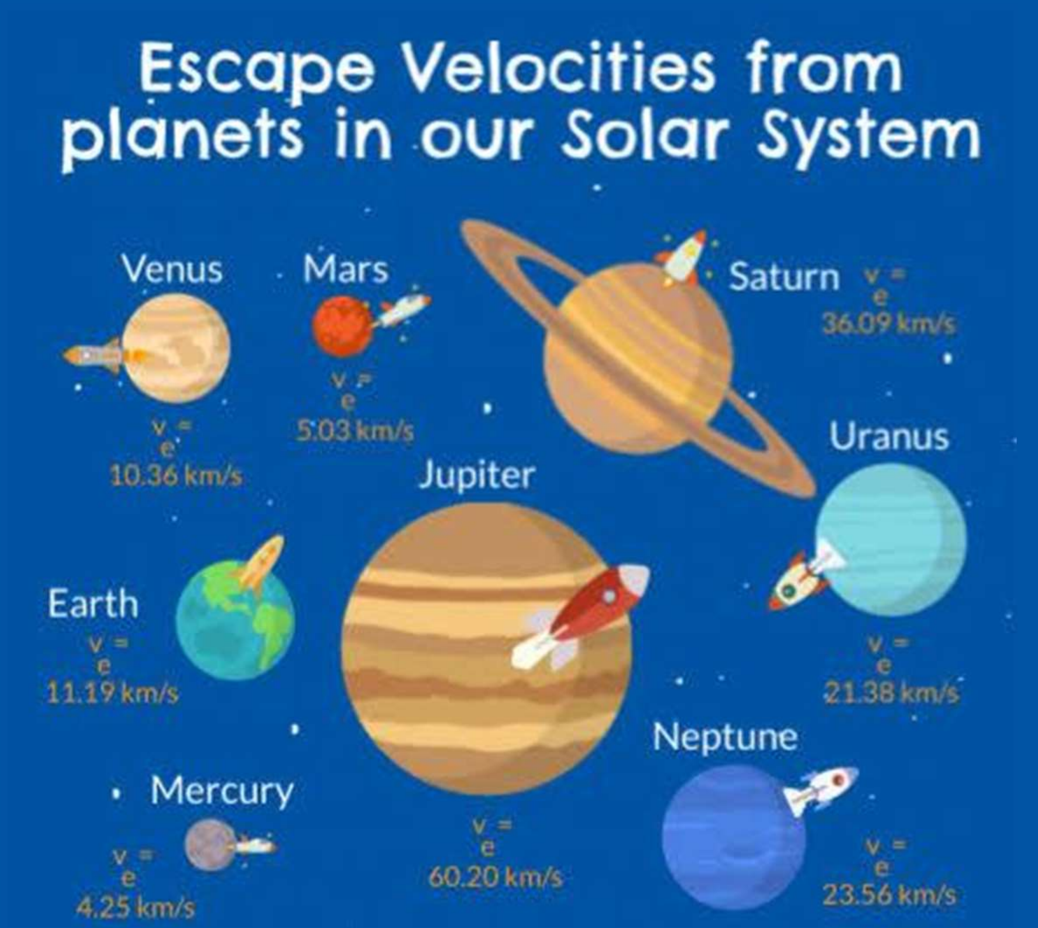
HSC Crackers

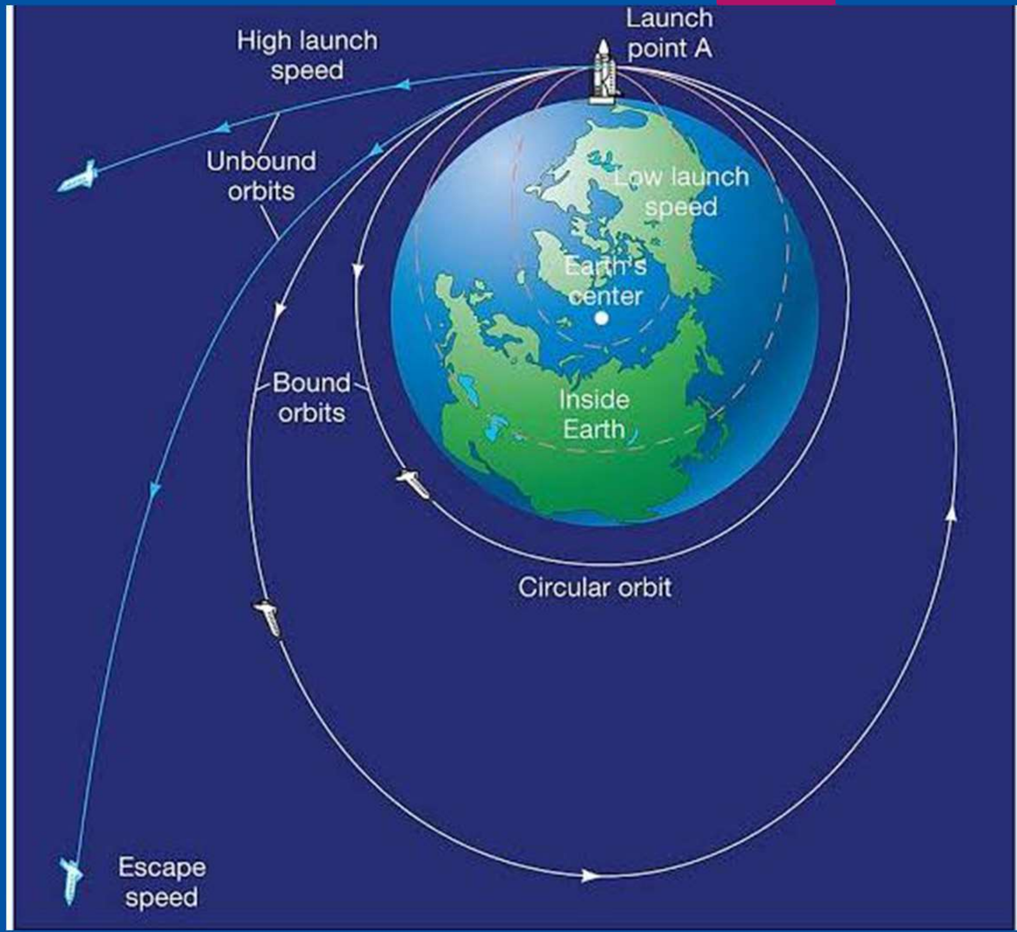
মুক্তিবেগ



HSC Crackers

মুক্তিবেগ





HSC Crackers

Energy of Orbiting Satellites

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} \qquad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$TE = E_p + E_k = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

HSC Crackers

Geostationary Satellite

Time period, $T = \dfrac{\text{circumference of the orbit}}{\text{orbital velocity}}$

$T = \dfrac{2\pi r}{v_o} = \dfrac{2\pi(R+h)}{v_o}$ where r is the radius of the orbit which is equal to $(R+h)$.

$$T = 2\pi\,(R+h)\sqrt{\frac{R+h}{GM}} \qquad \left[\because v_o = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}\right]$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

As $GM = gR^2$, $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R+h)^3}{gR^2}}$

If the satellite orbits very close to the Earth, then $h << R$

$$\therefore\ T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

HSC Crackers

Energy of Orbiting Satellites

Time period of revolution of a satellite is given as

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (R+h)^3}{R^2 g}$$

$$\text{or } (R+h)^3 = \frac{T^2 R^2 g}{4\pi^2}$$

$$\text{or } R+h = \left(\frac{T^2 R^2 g}{4\pi^2}\right)^{1/3}$$

$$\text{or } h = \left(\frac{T^2 R^2 g}{4\pi^2}\right)^{1/3} - R$$

For a geostationary satellite, $T = 24 \text{ hour} = 24 \times 3600 \text{ s}$

Radius of the Earth, $R = 6400 \text{ km}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2 = 0.0098 \text{ km/s}^2$

Substituting the values in the above equation, we get

$$h = \left(\frac{(24 \times 3600 \text{ s})^2 \times (6400)^2 \times 0.0098}{4\pi^2}\right)^{1/3} - 6400$$

$h = 35930 \text{ km}$