第十五届全国大学生数学竞赛(数学类低年级)一等奖

准备过程：

1. 数学分析：全国大学生数学竞赛对于数学分析的考察主要是数列、级数、中值定理、积分不等式、函数性态分析、常微分方程（低年级决赛）。这方面我主要看了几本书：《数学分析中的问题和反例》汪林，《数学分析范例选解》朱尧辰，《阶的估计基础》潘承洞、于秀源，《积分的方法与技巧》金玉明，《常微分方程》张伟年。
2. 高等代数：全国大学生数学竞赛对于高等代数的考察主要是矩阵量的计算，化标准型计算，特殊矩阵，特征值与多项式，正规矩阵，线性变换，数论与组合。这方面我只看了谢启鸿的《高等代数白皮书》。
3. 解析几何：全国大学生数学竞赛对于解析几何的考察主要是二次曲面类型判断，点的轨迹求解，直纹面，正交变换。这方面我连书都没看，直接知乎+刷题。

当然我看的资料比较杂，不只是前面提到的，与此同时，我还是清疏竞赛班的学员，也是竞赛班这次考得最好的，所以我看的还有清疏竞赛班讲义、数海钓鱼的竞赛班讲义，这都是我考前备考的资料。在考前的二十多天内，我刷过每年的往年题，但是方法和标准答案不大一样，那些看不懂的答案我也直接跳过了，其实这次考试我没有一题和标答一样，但是居然都得分了。考前几天，我每天都刷我备考初赛时做过的模拟题填空题，每天三套，看白皮书，看函数性态分析方法，级数、数列估阶。最后两天我在看清疏讲题，看了七十个视频，了解了别人的思路。

考场体验：

上了考场之后，感觉题目比较简单，但是也有思考量，填空题有点新，第一题是合同标准型，第二题是定积分定义，第三题是积分换序（我在《积分的方法与技巧》看过），第四题是猜常微分方程的解（存在唯一性由《常微分方程》第五章保证）。前两个填空主要就是课内内容。

大题第一题是解析几何，也是正交矩阵的应用，就是要解六个九元一次方程，我直接猜解，结果猜错了，这题基本没人做出。第二题是期末考试类型的题，证明秩不等式，我没想到标准答案用多项式互素，我直接域扩张为复数域，不妨设原矩阵为Jordan标准型进行讨论，这样讨论发现结论是显然的。第三题是Cauchy不等式，第一问很简单，第二问我没证出来，但是待定系数猜到了取等情况，这样也是有不少分的。第四题是特征多项式相似+置换（组合）问题，讨论一下是显然的。第五题是递推数列，单调性是显然的，对于有界性，我一开始的思路是假设无界，运用估阶技巧（《阶的估计基础》里面的思想），再考虑数列差分，做比，判断数列变化趋势，结果发现有界性是显然的，因为增长速度很快趋于0。第六题是微分方程解的性质，我没学过二阶微分方程判定，没做出来，但是我想这种题一般就是积分一下，于是凑出了和答案差不多的形式，混了点分。

总而言之，我基本和标准答案思路不大一样，所以重要的不是硬学、硬背标答，而是培养数学经验和直觉。

我的建议：

1. 在学好平时专业课内容的同时，补充一些竞赛有关的内容，比如我最开始提到的那些，这对专业课的学习也有帮助。
2. 平时多多上网冲浪，多看看别人是怎么证明的，怎么解题的，学习不同的方法，解题思路和方法都不是唯一的。
3. 注重通法的研究与学习，很多时候不能理解一些证明，往往是因为没有用一种通用的方法把这些证明串联起来，再者就是那些证明写得不好，没法理解，所以需要多和同学、老师讨论。
4. 注重思路的提炼，而不是背诵证明过程。实际上，证明的书写并非连续的，而是跳跃的，是先看出一些碎片，拼出结果，再证明那些碎片。
5. 了解出题思路。
6. 放平心态，没啥期待的时候往往能获得比较好的成绩。备考竞赛就算没拿奖，也会为你的数学生涯积累思想和分析的能力。