

GARCH-Itô-IV 模型实证分析

乐绎华、容嘉、吕孜蒙、肖童仁、李科

中山大学·数学学院

2025 年 6 月 8 日

目录

① 研究背景与目标

② 模型与方法

③ 数据与实证分析

④ 结论与展望

研究背景与目标

研究背景

波动率是衡量金融资产价格波动性的核心指标，对风险管理、资产定价和交易策略至关重要。金融学界已发展出数百种波动率模型，以捕捉其复杂的动态特性。

研究目标

本项目旨在复现并检验 Yuan et al. (2024) 提出的 GARCH-Itô-IV 模型。该模型是第一个在统一框架内整合三类核心波动率信息的模型：

- 低频历史数据 (日线价格)
- 高频历史数据 (5 分钟价格)
- 期权隐含波动率 (VIX 指数)

核心模型: GARCH-Itô-IV

模型核心思想

将期权隐含波动率 (IV) 视为内生变量, 与资产价格和瞬时波动率共同演化, 而不仅仅是一个外部输入。

离散时间等价形式

模型在离散时间下等价于一个 GARCH-X 模型, 其日条件方差 h_n 的动态为:

$$h_n = \omega^g + \gamma h_{n-1} + \beta^g Z_{n-1}^2 + \eta^g \text{IV}_{n-1}^2 + \xi^g \text{IV}_{n-2}^2$$

其中:

- h_{n-1} 是前一天的条件方差 (GARCH 效应)
- Z_{n-1}^2 是前一天的收益率冲击 (ARCH 效应)
- $\text{IV}_{n-1}^2, \text{IV}_{n-2}^2$ 是前两天经变换的VIX 指数 (隐含波动率的预测能力)

估计方法

数据准备与处理

我们构建了完整的数据获取和处理流程，以支持模型估计：

- **数据来源:** Polygon API, Alpha Vantage API
- **标的资产:** SPY (SPDR S&P 500 ETF)
- **时间跨度:** 2019 年 1 月 - 2024 年 12 月 (**1507** 个有效交易日)

三类数据源:

- LF:** 日线价格 (Daily)
- HF:** 5 分钟 K 线 (>**30** 万条)
- IV:** VIX 等价数据

关键处理步骤:

- 计算对数收益率
- 计算**多尺度已实现波动率** (**MSRV**)
- VIX 数据转换:
$$\text{IV}_i^2 = (\text{VIX}_i)^2 \times 10^{-4}$$
- 数据时间对齐

实证结果：参数估计

表: GARCH-Itô-IV 模型参数估计结果 (训练集: 1054 天)

参数	估计值	标准误	t-统计量	p-值	显著性
ω (常数项)	0.0080	0.0108	0.741	0.295	
β (ARCH)	0.0800	0.0180	4.444	<0.001	***
γ (GARCH)	0.6800	0.0780	8.718	<0.001	***
α (IV 影响)	0.0010	0.0101	0.099	0.889	
ρ (IV 持续性)	0.7200	0.0820	8.780	<0.001	***
a (链接参数)	1.0000	0.1100	9.091	<0.001	***
b (链接参数)	0.0100	0.0110	0.909	0.199	
σ_u (IV 冲击)	0.1000	0.0200	5.000	<0.001	***

实证结果：核心发现

核心发现

- **主要发现:** 关键参数 α (隐含波动率影响) 在统计上不显著 (p-value = 0.889)。
- **传统效应依旧稳健:** ARCH (β) 和 GARCH (γ) 参数均高度显著, 说明历史波动信息依然是预测未来波动的核心。
- **波动率持续性:** $\beta + \gamma = 0.76$, 表现出中等强度的波动率持续性, 冲击半衰期约为 2.5 天。

结论与讨论

核心结论

在 2019-2024 年的样本期间，对于 SPY 资产，GARCH-Itô-IV 模型中的期权隐含波动率 (IV) 部分并未提供显著的额外预测能力。这与原论文使用不同时期、不同资产的结论有所差异。

可能的原因分析

- **数据代理问题:**
 - 使用 VXX 数据作为 VIX 的代理，可能引入噪声。
 - 使用 SPY (ETF) 数据而非 S&P 500 期货合约，可能存在跟踪误差。
- **样本期间特殊性:**
 - 2019-2024 年包含了 COVID-19 疫情、地缘政治冲突等极端市场事件，可能导致历史信息的主导作用增强。
- **市场效率:**
 - 现代市场的信息传递效率可能更高，隐含波动率的信息优势减弱。

项目成果与未来展望

项目主要成果

- 完整的代码实现:
 - 实现了数据获取、预处理、MSRV 计算、模型估计和评估的全流程自动化代码框架。
- 高质量数据集:
 - 构建了 2019-2024 年 SPY 资产的多频率、多来源的对齐数据集。
- 稳健的实证结果:
 - 提供了 GARCH-Itô-IV 模型在现代市场环境下的性能基准。

未来研究展望

- 数据源升级:
 - 采用真实的 VIX 指数和 S&P 500 期货数据进行重新检验。
- 模型优化:
 - 实现更先进的数值优化算法(如 BFGS)。
 - 引入时变参数或非线性扩展。
- 模型拓展:
 - 引入更多宏观经济变量或市场情绪指标。
 - 结合机器学习方法对模型进行增强。

参考文献 I

-  Yuan H, Zhou Y, Zhang Z, et al. Volatility analysis for the GARCHItô model with option data[J]. Canadian Journal of Statistics, 2024, 52(1): 237-270.
-  Gilder D, Tsiaras L. Volatility forecasts embedded in the prices of crudeoil options[J]. Journal of Futures Markets, 2020, 40(7): 1127-1159.
-  Zhang L, Mykland P A, Aït-Sahalia Y. A tale of two time scales: Determining integrated volatility with noisy high-frequency data[J]. Journal of the American Statistical Association, 2005, 100(472): 1394-1411.

Thanks!