券商选择问题建模

思路一：建模优化

参考模型：multi-criteria supplier selection model

Notation:

符号	定义
$i \in I$	公司 i
$j \in J$	券商 j
$x_{ij} \in \{0,1\}$	是否采用券商 j 关于公司 i 的调研
$y_j \in \{0,1\}$	最终的调研方案中是否包括券商 j
a_{ij}	券商 j 关于公司 i 研报数量（研究深度）
b_j	券商 j 的研报总数（综合实力）

Model：

$$
\begin{aligned}
&(1)\ \max && \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} a_{ij}x_{ij} && \\
&(2)\ \max && \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} b_j x_{ij} && \\
&(3)\ \max && \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} x_{ij} && \\
&(4)\ \min && \sum_{j\in J} y_j && \\
&(5)\ \text{minmax} && (\sum_{i\in I}) x_{ij}\, y_j && \forall j \in J \\
&s.t. && x_{ij} \le y_j && \forall i \in I, j \in J \\
& && \sum_{j\in J} x_{ij} \le 1 && \forall i \in I
\end{aligned}
$$

这里调用的是 cplex12.8（因为没找到 12.9 版本的学术版），相应的没有多目标优化的函数，考虑到求解可行性的问题，最后把目标函数(3)相应的转换为约束变量$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} x_{ij} \ge 0.8 * 4000$（确保覆盖 80%以上的公司），把对应$a_{ij} = 0$的$x_{ij}$赋值为 0，降低决策变量的维度。

这里采用的是把目标函数(1)(2)(4)分别计算其在单目标函数下的最优值，在其可行域上选取 5 份，对应的生成 125 组可行域空间，对其进行遍历的求解。将该多目标优化问题转换为单目标优化。

修改后的模型：

$$
\begin{aligned}
\text{minmax}\quad & (\sum\nolimits_{i\in I})x_{ij}\,y_j && \forall j\in J\\
s.t.\quad & x_{ij}\le y_j && \forall i\in I, j\in J\\
& \sum_{j\in J} x_{ij}\le 1 && \forall i\in I\\
& 2000(k-1)\le \sum\nolimits_{i\in I}\sum\nolimits_{j\in J} a_{ij}x_{ij}\le 2000k, && k=1,2,3,4,5\\
& \sum\nolimits_{i\in I}\sum\nolimits_{j\in J} x_{ij}\ge 3200\\
& 13(p-1)\le \sum\nolimits_{j\in J} y_j\le 13p, && p=1,2,3,4,5
\end{aligned}
$$

理想状态下的算法（未实现）：

想法一：拟采用 GA，还是觉得穷举法性质的可行性和实际操作性比较强，GA 划分一开始的初始可行域，根据迭代产生的$h(x)$不断缩小可行域，最终得到无法缩小可行域对应的帕累托超平面。

想法二：把问题看成一个多任务训练的问题，用 MGDA（多维梯度下降法），确定一个目标函数损失的上界，不断优化该损失的上界找到一个帕累托解。