

诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人。
本人签字：_____

编号：_____

西北工业大学考试试题（A 卷）

2021 —2022 学年 春 学期

开课学院_____课程_____离散数学_____学时 64

考试日期 2022.06.21 考试时间 2 小时 考试形式（闭）（A）卷

题号	一	二	三	四	五	六	平时	期末	总分
得分									

考生班级	学 号	姓 名
------	-----	-----

一、 选择题（每题 2 分，共 20 分）

- 设论域为整数集，下列公式中值为真的是（ ）

A. $\neg(\exists x\exists y(x+y=0))$

B. $\forall x\forall y(x+y=0)$

C. $\forall x\exists y(x+y=0)$

D. $\exists y\forall x(x+y=0)$
- 设 $A = \{a, \{a\}\}$ ，它的幂集 $P(A)$ 为（ ）

A. $\{\{a\}, \{\{a\}\}, \{a, \{a\}\}\}$

B. $\{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$

C. $\{\emptyset, \{a\}, \{\{a\}\}, \{a, \{a\}\}\}$

D. $\{\emptyset, a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$
- 集合 $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 上的关系 $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x + y = 10 \text{ 且 } x, y \in A \}$ ，则 R 的性质为（ ）

A. 自反的

B. 对称的

C. 传递的、对称的

D. 反自反的、传递的
- 设 R_1 和 R_2 是集合 A 上的二元关系， \circ 是复合运算，则下列命题为真的是（ ）

A. 若 R_1 和 R_2 是自反的，则 $R_1 \circ R_2$ 也是自反的

B. 若 R_1 和 R_2 是反自反的，则 $R_1 \circ R_2$ 也是反自反的

C. 若 R_1 和 R_2 是对称的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是对称的

D. 若 R_1 和 R_2 是传递的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是传递的

5. 关于关系闭包运算, 下列命题中正确的是 ()。

A. $st(R) \supseteq ts(R)$ B. $st(R) = ts(R)$ C. $st(R) \subseteq ts(R)$ D. $st(R) \supset ts(R)$

6. 下列叙述中正确的是 ()

(A) 多重图是线图

(B) 线图是简单图

(C) 简单图是线图

(D) 线图是多重图

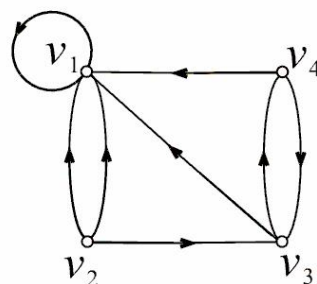
7. 右图是 ()

A. 强连通的

B. 单向连通的

C. 非弱连通的

D. 弱连通但非单向连通的



8. 下列运算中, 关于整数集不能构成半群的是 ()

A. $a * b = |a - b|$

B. $a * b = b$

C. $a * b = \max(a, b)$

D. $a * b = 2ab$

9. 下列代数系统 $\langle S, * \rangle$ 中, 哪个不是群? ()

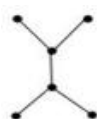
A. S 为非空有限集合 A 上双射函数构成的集合, $*$ 表示函数的复合运算

B. S 为有理数集, $*$ 为算术乘法 C. $S = \{0, 2, 4\}$, $*$ 为模 6 加法

D. S 为整数集, $*$ 为算术加法

10. 下面偏序中能构成格的是 ()

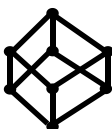
A.



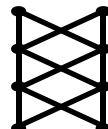
B.



C.



D.



二、简答与演算题（四小题共 20 分）

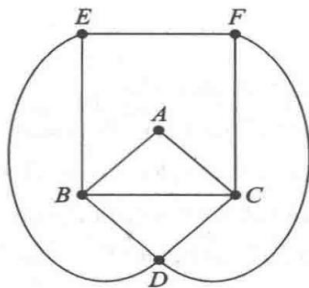
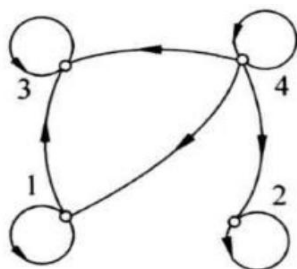
1. (3 分) 设 $A=\{a, b, c, d, e, f\}$, A 上的划分 $C=\{\{a, b, c\}, \{d, e\}, \{f\}\}$, 求出由 C 所诱导出的 A 上的等价关系 R 的集合表达式。
2. (6 分) 试给出有限集和无限集的一种定义, 并以此说明 $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 和 $\{0, 2, 4, 6, \dots\}$ 哪个集合的元素多? 为什么?
3. (3 分) 请简述无向树的概念及其三个显著特征。
4. (8 分) 请分别写出格的两个定义 (偏序格, 代数格)。并简要说明二者是等价的。

三、数理逻辑部分 (18 分)

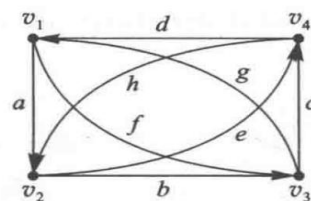
1. (5 分) 证明 苏格拉底三段论: 所有的人总是要死的, 苏格拉底是人, 所以苏格拉底是要死的。
2. (4 分) 求公式 $(P \rightarrow Q \wedge R) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$ 的主析取范式和主合取范式。
3. (9 分) 用反证法证明 $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \vee \exists x Q(x)$

四、集合论部分 (共 12 分)

1. (6 分) 设 R 为实数集合, $f: R \rightarrow R, f(x)=x^3-x+2, g: R \rightarrow R, g(x)=x-5$ 。求 $f \circ g, g \circ f$, 如果 f 和 g 存在反函数, 求出它们的反函数。
2. (6 分) 在集合 $X=\{1,2,3,4\}$ 上有偏序关系 R , 其关系图如下图左, 写出关系 R 的集合表示, 并画出其哈斯图, 求集合 X 的极大元、极小元、最大元和最小元。



(a)



(b) 六(1) 题图

五、代数结构部分（共 18 分，每小题 9 分）

1. （9 分）设两个代数系统 $V_1 = (Z^+, +)$, $V_2 = (Z_n, \oplus_n)$ 。其中 Z^+ 为非负整数集, $+$ 为普通加法; $Z_n = \{0, 1, \dots, n-1\}$, \oplus_n 为模 n 加法, 即: $\forall x, y \in Z_n, x \oplus_n y = (x + y) \bmod n$, \bmod 为取模运算。令

$$f: Z^+ \rightarrow Z_n, f(x) = (x) \bmod n$$

试证明: V_1 和 V_2 满同态。

2. （9 分）设 $(G, *)$ 是群, $a \in G$, 若 H 表示 G 中与 a 可交换的元素构成的集合, 即

$$H = \{x | x \in G \wedge x * a = a * x\}$$

证明 H 是 G 的子群。

六、图论部分（两小题共 12 分）

1. （6 分）请给出一个平面向图能够一笔画的充要条件, 并说明上面的图 (a) (b) 是否能一笔画完?

2. （6 分）已知无向树 T 有 5 片树叶, 2 度与 3 度顶点各 1 个, 其余顶点的度数均为 4, 求 T 的顶点数 n , 并画出满足要求的一颗无向树。