

# 西北工业大学《线性代数》

(2018 至 2019 学年

A 卷)

一、填空题 (每空 3 分, 共 21 分)

1. 设  $A$  为 3 阶方阵, 数  $\lambda = -2$ ,  $|A| = 3$ , 则  $|\lambda A| =$  \_\_\_\_\_.

2. 设向量组  $\alpha_1 = (1, 2, 3, 4)^T$ ,  $\alpha_2 = (2, 3, 4, 5)^T$ ,  $\alpha_3 = (3, 4, 5, 6)^T$ ,  $\alpha_4 = (4, 5, 6, 7)^T$ , 则

$R(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) =$  \_\_\_\_\_.

3. 已知  $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 2 & a & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B$  是 3 阶非零矩阵, 且  $AB = 0$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

4. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ -2 & x & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$  与  $\Lambda = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$  相似, 则  $x - y =$  \_\_\_\_\_.

5. 若二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + ax_2x_3$  是正定二次型, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

二. 单项选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设  $A$  是 3 阶矩阵, 将  $A$  的第二列加到第一列上, 再交换第二行与第三行得单位矩阵, 记  $P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,

$P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , 则  $A =$  ( )

(A)  $P_1P_2$       (B)  $P_1^{-1}P_2$       (C)  $P_2P_1$       (D)  $P_2P_1^{-1}$

2. 设  $A$  是 4 阶矩阵, 且  $A$  的行列式  $|A| = 0$ , 则  $A$  中 ( )

(A) 必有一列元素全为 0

(B) 必有两列元素成比例

(C) 必有一列向量是其余列向量的线性组合

更多考试真题  
请扫码获取



(D) 任意列向量是其余列向量的线性组合

3. 设  $A$  与  $B$  均为 3 阶方阵, 且  $A$  与  $B$  相似,  $A$  的特征值为 1, 2, 3, 则  $(2B)^{-1}$  的特征值为 ( )

(A)  $2, 1, \frac{3}{2}$  (B)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$  (C) 1, 2, 3 (D)  $2, 1, \frac{2}{3}$

4. 设  $A, B$  均为  $n(n \geq 2)$  阶方阵, 则必有 ( )

(A)  $|A+B| = |A| + |B|$  (B)  $AB = BA$

(C)  $|AB| = |BA|$  (D)  $(A+B)^{-1} = B^{-1} + A^{-1}$

5. 设  $n$  维向量  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m (m < n)$  线性无关, 则  $n$  维向量  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$  线性无关的充要条件为 ( )

(A) 向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  可由向量组  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$  线性表示

(B) 向量组  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$  可由向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  线性表示

(C) 向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  与向量组  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$  等价

(D) 矩阵  $A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$  与矩阵  $B = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)$  等价

三. (每小题 6 分, 共 12 分)

(1) 计算行列式  $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$  的值

(2) 计算矩阵乘积  $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 5 & 7 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

四. (12 分) 已知  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , 若  $X$  满足  $AX + 2B = BA + 2X$ , 求  $X$ .

五. (本题 14 分) 当  $a$  取何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} -x_1 - 4x_2 + x_3 = 1 \\ ax_2 - 3x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + (a+1)x_3 = 0 \end{cases}$$

---

无解，有唯一解，有无穷多解？并在有无穷多解时求其通解。

六. (本题 12 分) 设有向量组  $\alpha_1 = (1, 2, 1, 3)^T$ ,  $\alpha_2 = (-1, -1, 0, -1)^T$ ,  $\alpha_3 = (1, -3, -4, -7)^T$ ,  $\alpha_4 = (2, 1, -1, 0)^T$ , 试求此向量组的一个极大线性无关组，并将其余向量用此极大线性无关组表示出来。

七. (本题 12 分) 已知二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_1x_3$ , 求一个正交变换  $x = Py$ , 把  $f$  化为标准形, 并写出该标准型。

八. (本题 8 分) 设  $n$  阶实对称矩阵  $A$  满足  $A^2 - A - 2E = 0$ , 证明:  $A + 2E$  的所有特征值都不等于零。

微信公众号: 工大小星球