

考生序号		学号		姓名	
------	--	----	--	----	--

西北工业大学考试试题（卷）

2020-2021 学年第二学期

开课学院：数学与统计学院

课程：高等数学（下）期中

考试日期：2021-5-9

考试时间：2 小时

题号	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							

一、填空题(每小题 4 分，共 40 分)

1. 设函数 $z = x^y$ ，则 $dz =$ _____；
2. 设 $u = f(x + y, yz)$ 具有二阶连续偏导数，则 $u_x =$ _____， $u_{xz} =$ _____；
3. 设函数 $f(x, y) = e^{\sqrt{x^2 + y^4}}$ ，则 $f_y(0, 0) =$ _____；
4. 曲面 $z = 4 - x^2 - y^2$ 在点_____处的切平面平行于平面 $2x + 2y + z = 0$ ；
5. 设螺旋线 $x = \cos t, y = \sin t, z = t$ 在点 $(1, 0, 0)$ 处的切线方程为_____；
6. 设函数 $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ ，则在点 $(1, 1, 1)$ 处的梯度 $\text{grad } f(1, 1, 1) =$ _____；
7. 设 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq y, x \geq 0\}$ ，则 $I = \iint_D f(x, y) d\sigma$ 在极坐标下的二次积分为_____；
8. 设 $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ ，则 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz =$ _____；
9. 设 L 为椭圆 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ ，其周长为 a ，则 $\oint_L (xy + 2x^2 + 3y^2) ds =$ _____；
10. 设 L 为圆周 $x^2 + y^2 = 2$ （逆时针方向）在第一象限部分，则 $\int_L x dy - 2y dx =$ _____.

二、选择题(每小题 4 分, 共 40 分)

1. 函数 $z = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处() .

- A. 无定义; B. 极限不存在; C. 极限存在, 但不连续; D. 连续.

2. $z = f(x, y)$ 的偏导数 z_x, z_y 在点 (x_0, y_0) 处连续是 $f(x, y)$ 在该点可微的() .

- A. 充要条件; B. 必要条件; C. 充分条件; D. 既非必要条件也非充分条件.

3. 对于函数 $z = x^2 - y^2$, 点 $(0, 0)$ () .

- A. 不是驻点; B. 是驻点但不是极值点; C. 是极小值点; D. 是极大值点.

4. 设 D 是由直线 $y = x, x = 1$ 和 x 轴围成的三角形区域, 则二重积分 $\iint_D e^{x^2} d\sigma = ()$.

- A. $\frac{1}{2}(e-1)$; B. $\frac{1}{2}(e+1)$; C. $\frac{1}{3}(e-1)$; D. $\frac{1}{3}(e+1)$.

5. 设区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$, 则二重积分 $\iint_D \frac{1+xy}{1+x^2+y^2} dx dy = ()$.

- A. $\frac{\pi^2}{4}$; B. $\frac{\pi^2}{2}$; C. $\pi \ln 2$; D. $\frac{\pi}{2} \ln 2$.

6. 设 $I_1 = \iint_D \cos(x^2 + y^2) d\sigma$, $I_2 = \iint_D \cos \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$, $I_3 = \iint_D x \cos(x^2 + y^2) d\sigma$,

其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, 则() .

- A. $I_3 < I_1 < I_2$; B. $I_1 < I_2 < I_3$; C. $I_3 < I_2 < I_1$; D. $I_2 < I_1 < I_3$.

7. 设有空间区域 $\Omega_1: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0$, $\Omega_2: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$, 则() .

- A. $\iiint_{\Omega_1} z dv = 4 \iiint_{\Omega_2} z dv$; B. $\iiint_{\Omega_1} y dv = 4 \iiint_{\Omega_2} y dv$;
C. $\iiint_{\Omega_1} x dv = 4 \iiint_{\Omega_2} x dv$; D. $\iiint_{\Omega_1} z dv = 0$.

8. 设 Ω 是由 $z = x^2 + y^2$ 与 $z = 1$ 围成的区域, 则 $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dV \neq$ ().

A. $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{x^2+y^2}^1 f(x, y, z) dz;$

B. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 d\rho \int_{\rho^2}^1 f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta, z) \rho dz;$

C. $\int_0^1 dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\sqrt{z}} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta, z) \rho d\rho;$

D. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^1 f(r \sin \varphi \cos \theta, r \sin \varphi \sin \theta, r \cos \varphi) r^2 \sin \varphi dr.$

9. 设 L 是抛物线 $2y = x^2$ 上由 $(0,0)$ 到 $(2,2)$ 的一段弧, 则第一类曲线积分 $\int_L x ds =$ ().

A. 0; B. $\frac{1}{3}(5\sqrt{5}-1);$ C. $\frac{1}{3}(5\sqrt{5}+1);$ D. $\frac{1}{2}(5\sqrt{5}+1).$

10. 设 $L: x^2 + y^2 = R^2$ (逆时针方向), 则 $\oint_L \frac{(x+y)dx - (x-y)dy}{x^2 + y^2} =$ ().

A. $\pi;$ B. 0; C. $-2\pi;$ D. $2\pi.$

三、(7 分) 求由球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ 与抛物面 $4z = x^2 + y^2$ 所围立体 ($z \geq 0$ 部分) 的体积.

四、(7 分) 确定有向闭曲线 C , 使曲线积分 $I = \oint_C (x^2 + \frac{y^3}{3}) dx + (2y + x - \frac{x^3}{3}) dy$ 达到最大值.

五、(6 分) 求函数 $z = x^3 + y^3 - 3xy$ 的极值.

六、(10 分) 求由半球面 $z = \sqrt{3a^2 - x^2 - y^2}$ 及旋转抛物面 $2az = x^2 + y^2$ 所围立体 Ω 的表面积 A .