编号：

# 西北工业大学考试试题答案

**20 17 — 20 18 学年 第一 学期**

开闭

开课学院 计算机学院 课程 离散数学 学时 56

考试日期 **2018.01.02** 考试时间 **2** 小时 考试形式（笔试）（ 闭 ）卷

一、 选择题（每空 1 分共 13 分）(答案写在答题纸上)

1． 下列公式为重言式的是（ C ）。

A. $(P\rightarrow Q)\rightarrow(Q\rightarrow\neg P)$ B. $(P\wedge\neg P)\leftrightarrow Q$

C. $P\rightarrow(P\vee Q\vee R)$ D. $\neg(Q\rightarrow P)\wedge P$

2．量词$\forall x(M(y)\wedge A(x))$的辖域、约束变元和自由变元分别是( C )

**A.** $M(y)\wedge A(x)$、$x$、$x$ **B.** $M(y)$、$x$、$x$

**C.** $M(y)\wedge A(x)$、$x$、$y$ **D.** $M(y)$、$x$、$y$

3. 下列公式中错误的是（ A ）

A. $\exists xA(x)\wedge\exists xB(x)\Rightarrow\exists x(A(x)\wedge B(x))$ B. $\forall xA(x)\vee\forall xB(x)\Rightarrow\forall x(A(x)\vee B(x))$

C. $\forall x\forall yP(x,y)\Rightarrow\exists y\forall xP(x,y)$ D. $\forall x\exists yP(x,y)\Rightarrow\exists y\exists xP(x,y)$

4. 关于关系闭包运算，下列命题中正确的是（ C ）。

A. $st(R)\supseteq ts(R)$ B. $st(R)=ts(R)$ C. $st(R)\subseteq ts(R)$ D. $st(R)\supset ts(R)$

5. 非空集合上的空关系是（ B ）

A.自反的、对称的 、传递的 B.反自反的、对称的、反对称的、传递的

C.自反的、反对称的、传递的 D.自反的、反自反的、对称的、传递的

6． 设 $R_1,R_2$ 是集合 $A=\{1,2,3,4\}$ 上的两个关系，其中 $R_1=\{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 4,4\rangle\}$，$R_2=\{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 4,4\rangle\}$，则 $R_2$ 是 $R_1$ 的（ B ）

A.自反闭包 B.对称闭包 C. 传递闭包 D.以上都不是

7. 设无向图 G 中|V|=6，|E|=22，则图 G 一定是（ D ）

A．完全图 B.正则图 C. 简单图 D.多重图

8. 设 D=<V，E>为有向图，V={a，b，c，d，e，f}，E={<a，b>，<b，c>，<a，d>，<d，e>，<f，e>}是（ C ）。

A．强连通图 B．单向连通图

C．弱连通图 D．不连通图

9.下列集合中属于偏序集合的是（BCD ），属于线序集合的是（ CD ）。

A. $\langle\rho(N),\subset\rangle$ B. $\langle\rho(N),\subseteq\rangle$ C. $\langle\rho(\varnothing),\subseteq\rangle$ D. $\langle\rho(\{a\}),\subseteq\rangle$

10. 设 A={1，2，3}，A 上二元关系 S={<1，1>，<1，2>，<3，2>，<3，3>}，

则 S 是（ B ）

A. 自反关系 B. 传递关系 C. 对称关系 D. 反自反关系

11. 设 A={a,b,c,d}，A 上的等价关系 R={<a，b>，<b，a>，<c，d>，<d，c>}$\cup I_A$，则对应于 R 的 A

的划分是（ D ）

A. {{a},{b, c},{d}}　　　　B. {{a, b},{c}, {d}}

C. {{a},{b},{c},{d}}　　　　D. {{a, b}, {c,d}}

12. 函数 $f:[0,1]\rightarrow[a,b]$，其中 $a< b$, $f(x)=(b-a)x + a$ 则 f 是（ B ）

A. 单射但不满射　　B. 双射　　C。单射　　D。满射

二、填空题（1-9 题每空 2 分，共 27 分）（答案写在答题纸上）

1. 设 $M(x)$:表示 $x$ 是人，$G(x)$: *x 是好人*，$B(x)$: x 是坏人，在一阶逻辑中，
“世界上有好人也有坏人”的符号化形式为___$\exists x(M(x)\wedge G(x))\wedge\exists x(M(x)\wedge B(x))$___。

2. 设 A 和 A*是对偶式，P1,P2...Pn 是出现于其中的所有命题变元，于是对偶原理的引理可表达为：

$$\neg A(P_1,P_2,\ldots,P_n)\Leftrightarrow A^*(\neg P_1,\neg P_2,\ldots,\neg P_n)$$ 。

3. 全集 $E=\{a, b, c, d, e\}$，$A=\{a, d\}$，$B=\{a, b, e\}$，$C=\{b, d\}$， 求:
$\rho(A)\cap\rho(B)=$ ___$\{\phi, \{a\}\}$___。

4. 设 f 和 g 是从整数集到整数集合的函数，其定义为 $f(x)=3x+2$ 和 $g(x)=2x+3$，则 $f\circ g(x)=$ ___6x+11___。

5.数学归纳法第一原理以规则形式可表述为
___$P(0),\forall n[P(n)\rightarrow P(n+1)]$ 所以$\forall xP(x)$___。

6．设<H,*>是有限群<G,*> 的子群，则拉格朗日定理表明___一个有限群的任意子群的阶数可以除尽群的阶数___。

7. 设 $A=\{a,b,c,d\}$，$\pi1=\{\{a,b,c\},\{d\}\}$，则它所诱导的等价关系是
$R=\{\langle a,a\rangle,\langle b,b\},\langle c,c\rangle,\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,c\rangle,\langle c,b\rangle, \langle a,c\rangle,\langle c,a\rangle,\langle d,d\rangle\}$___。

8. 设 $A=\{0,1,2,3\}$，$A$ 上的关系 $R_1=\{\langle 0,3\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle\}$，
则 $tsr(R_1)$ =_$\{\langle 0,3\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle$ ， $\langle 0,0\rangle,\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 3,0\rangle,\}$,

9. 设 $G=\langle V, E\rangle$, $G'=\langle V', E'\rangle$ 为两个图(同为无向图或有向图)，若满足___$V=V'$, $E\subseteq E'$___，则称 G’是 G 的生成子图。

10. （3 分）设 G 是 n 个结点 m 条边的无向图，则 G 是无向树的三个特征是 连通 ，无简单回路 ，m=n-1 。(或以下三条也算对：无简单回路,但增加任一新边,得到且仅得到一条基本回路。连通但删去任一边,图便不连通**($n\geq 2$)**。每一对顶点间有唯一的一条基本路径。**($n\geq 2$)**。)

11. （3 分）有向树定义有三条：有向树是结点集合非空的,并符合以下 3 条的有向图。

(1) 有且仅有一个结点叫树根，它的引入次数是 0。

(2) 除树根外每一结点的引入次数是 1。

(3)树的每一结点 *a*，都有从树根到 *a* 的一条有向路径。

12.(3 分) 自然数的归纳定义是

自然数 $N$ 是如下集合：(1)（基础）$\phi \in N$。(2)（归纳）如果 $n\in N$，那么 $n\cup\{n\}\in N$。(3)（极小性）如果 $S\subseteq N$ 且满足条款 1 和 2，那么 $S=N$。

或皮亚诺公设 (1) $0\in N$，(2) 如果 $n\in N$，则恰存在一个 $n$ 的后继者 $n'\in N$，(3) 0 不是任何自然数的后继者，(4) 如果 $n'=m'$，那么 $n=m$，(5) 如果 $S$ 是 $N$ 的子集，使 (i) $0\in S$ (ii) 如果 $n\in S$，那么 $n'\in S$ 那么，$S=N$。

三、 演算（20 分）

1.(6 分) 求下式的主析取范式和主合取范式：$(\neg P\vee\neg Q)\rightarrow(P\leftrightarrow\neg Q)$

课本 P21 习题 3（1）

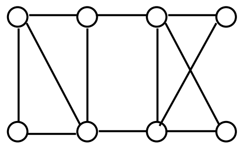
2.（6 分）设 $A=\{1,2,3,4,6,12\}$，$R\subseteq A^2$，且 $R=\{\langle a,b\rangle/\ a$ 整除 $b\}$。

a) 画出 R 的哈斯图；如右图

*b)* 给出集合 *{2, 3, 4, 6}* 的极小元、极大元、最小上界、最大下界。

***极小元 2，3， 极大元 4，6，最小上界 12，最大下界 1***

3.(4 分)请给出一个平面无向图能够一笔画的充要条件，并说明下面的图是否能一笔画完？为什么？




无向连通图 $G$ 具有一条欧拉路径当且仅当 $G$ 具有零个或两个奇数次数的顶点。图中 V1 和 V2 的度数是 3，其余结点度数均为偶数，因此该图存在欧拉路劲，可以一笔画成。

4. （4 分）设 R 表示一对称的和传递的关系。下列论证有何错误？说明出错原因。

（ i ）因为 R 是对称的，若 $<x,y>\in R$，则 $<y,x>\in R$。

（ ii ）因为 R 是传递的，若 $<x,y>\in R\wedge<y,x>\in R$，则 $<x,x>\in R$。

（iii）有上述步骤（ ii ）可得，R 是自反的。

（iv）由上述步骤得出，R 是一等价关系。

错误，错在第 2 步，按照传递性定义 若 $\langle x,y\rangle\in R$, $\langle y,z\rangle\in R$，则 $\langle x,z\rangle\in R$

四、 证明题（每题 10 分共 40 分）

1. 请用反证法证明 $\forall x(P(x)\vee Q(x))\Rightarrow\forall xP(x)\vee\exists x\,Q(x)$

P52 课本例题 1.8-4

(1) $\neg(\forall xP(x)\vee\exists xQ(x))$ $P$(假设前提)

(2) $\neg\forall xP(x)\wedge\neg\exists xQ(x))$ $T,(1),E_{10}$

(3) $\neg\forall xP(x)$ $T,(2),I_2$

(4) $\exists x\neg P(x)$ $T,(3),Q_4$

(5) $\neg\exists xQ(x)$ $T,(2),I_2$

(6) $\forall x\neg Q(x)$ T，(5)，$Q_3$

(7) $\neg P(y)$ T，(4)，ES

(8) $\neg Q(y)$ T，(6)，US

(9) $\neg P(y) \wedge \neg Q(y)$ T，(7)，(8)，合取式

(10) $\neg(P(y) \vee Q(y))$ T，(9)，$E_{10}$

(11) $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ P

(12) $P(y) \vee Q(y)$ T，(11)，US

(13) $\neg(P(y) \vee Q(y)) \wedge (P(y) \vee Q(y))$ T，(10)，(12)，合取式，矛盾

2. 证明如果合成函数 fg 是双射的，那么 f 是满射的而 g 是单射的。
P141 课本定理 4.2-2

3. 证明每一个 n 阶有限群同构于 n 次置换群（凯莱表示定理）
课本 P 定理 6.7-15

证 设〈$G$，$*$〉是一个 $n$ 阶群，由定理 6.7-4 知道，〈$G$，$*$〉的合成表中每一行和列都是 $G$ 的一个置换。对应于元素 $a \in G$ 的列的置换是 $p_a(x) = x * a$

记对应于 G 的所有元素的列的置换集合为 $P$，现证明〈$P$，◇〉是一个群。

($a$) 对任意元素 $a$、$b \in G$，

$$(p_a \diamond p_b)(x) = (x * a) * b$$

$$= x * (a * b) = p_{a*b}(x) \qquad (1)$$

所以，$P$ 对运算◇封闭。

($b$) 设 $e$ 是〈$G$，$*$〉的幺元，$a \in G$ 是任一元素，

$p_e \diamond p_a = p_a \diamond p_e = p_a$ 所以，$p_e$ 是幺元。

($c$) 对任意元素 $a \in G$，存在元素 $a^{-1} \in G$，

$P_a^{-1} \diamond p_a = p_a \diamond P_a^{-1} = p_e$ 所以，对任一 $p_a$ 存在逆元 $P_a^{-1}$。

($d$) 置换的合成满足结合律。

现证明〈$G$，$*$〉和〈$P$，◇〉是同构。

作 $h$: $G \rightarrow P$ $h(a) = p_a$

这显然是双射函数。再将已证明的等式(1)改写为 $h(a * b) = h(a) \Diamond h(b)$

4. 设 C 是代数集合，A、A′ 是 C 的任意元素，R 是关系，定义 ARA′ 当且仅当 A 同构于 A′，试证明 R 是 C 上的等价关系。

课本 P178 定理 6.3-1