

姓名		序号		行政 班号	
----	--	----	--	----------	--

西北工业大学考试试题（卷）

2020—2021 学年第一学期期中

成 绩	
--------	--

开课学院 数学与统计学院 课程 高等数学(上) 学时 88
 考试日期 2020 年 11 月 7 日 考试时间 2 小时 考试形式 (闭)(A) 卷

一、填空题(每小题 4 分, 共 48 分)

1. $f(\tan x - \cot x) = \tan^2 x + \cot^2 x$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\tan 3x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = 3$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 设 $f(x) = e^{3-x}$, 则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x[f(1 + \frac{2}{x}) - f(1)] = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. $de^{\sin^2(1-x)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 设 $xy + e^y = x + 1$, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 函数 $f(x) = e^{2x} - 2x$ 在区间 单调增加.

8. 函数 $f(x) = a \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处取得极值, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sec x - \tan x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 设 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$, 则 $f^{(n)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 设周期函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 周期为 3, 又 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = 1$, 则

曲线 $y = f(x)$ 在点 $(4, f(4))$ 处的切线斜率为 .

12. $f(x) = \begin{cases} 0, & -1 \leq x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ 在 $[-1, 1]$ 上满足拉格朗日中值定理条件的 $\xi = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题(每小题 4 分, 共 20 分)

1. 以下结论正确的是 ()

- A. 有界数列必定收敛; B. 无界数列必定发散;
C. 发散数列必定无界; D. 单调数列必定收敛.

2. 函数 $f(x) = \frac{x - x^3}{\sin \pi x}$ 的可去间断点个数为 ()

- A. 1; B. 2; C. 3; D. 无穷多个.

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = x - \sin ax$ 与 $g(x) = x^2 \ln(1 - bx)$ 是等价无穷小, 则 ()

- A. $a = 1, b = -\frac{1}{6}$; B. $a = 1, b = \frac{1}{6}$; C. $a = -1, b = -\frac{1}{6}$; D. $a = -1, b = \frac{1}{6}$.

4. 设 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{(x - 1)^2} = 3$, 则 ()

- A. $f(x)$ 在 $x = 1$ 处可导且 $f'(1) = 3$; B. $f(x)$ 在 $x = 1$ 处不可导;
C. $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取极大值; D. $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取极小值.

5. 曲线 $f(x) = e^{1-x^2}$ 的平行于直线 $y = 2x$ 的切线方程为 ()

- A. $2x - y - 3 = 0$; B. $2x - y + 3 = 0$; C. $2x - y - 1 = 0$; D. $2x - y + 1 = 0$.

三、计算题(每小题 6 分, 共 18 分)

1. 设 $x_n = \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2^2} \cdots \cos \frac{x}{2^n}$, 求极限 $I = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

2. 求极限 $I = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos \sqrt{x})^{\frac{\pi}{x}}$.

3. 设 $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

四、（9 分）求函数 $y = x^{\frac{1}{3}}(1-x)^{\frac{2}{3}}$ 的单调区间和极值.

五、（5 分）设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0) = f(1) = 0$ ， $f(\frac{1}{2}) = 1$.
试证：存在点 $\xi \in (0,1)$ ，使 $f'(\xi) = 1$.