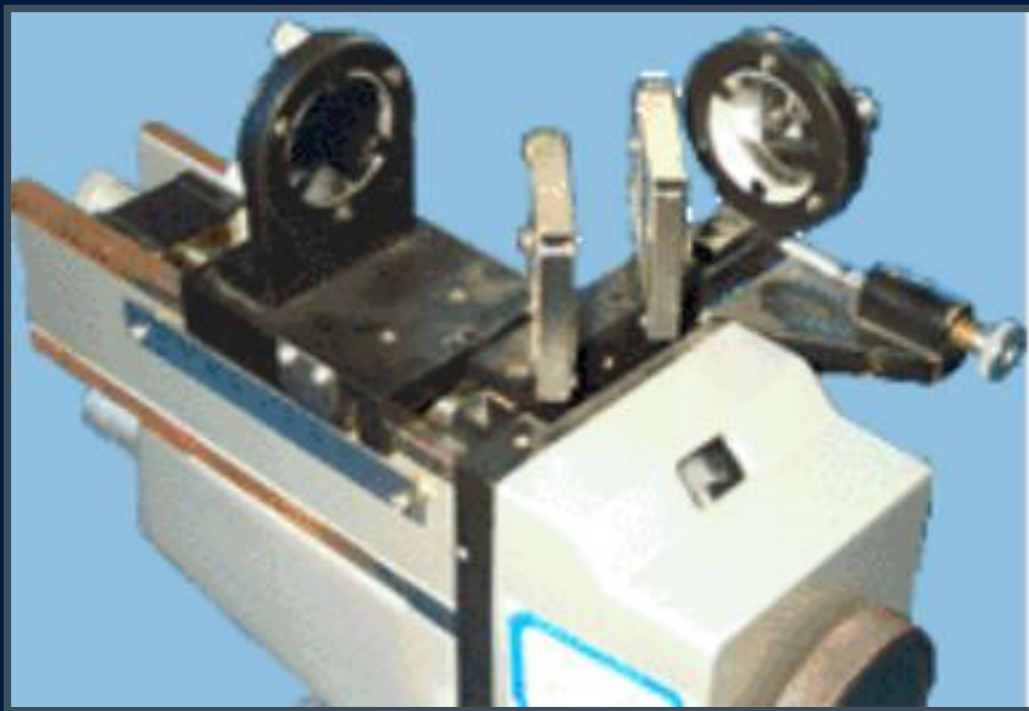


# 波动光学



迈克耳孙干涉仪是根据光的干涉原理制成的精密测量仪器，它可以精密地测量长度及长度的微小变化等。

# 光是电磁波

---

主要内容:

1. 光是一种电磁波
2. 平面简谐电磁波的性质
3. 光源和发光机理

# 1.1 光是一种电磁波

## 1. 电磁波

### ◆电磁波的产生及传播

凡作加速运动的电荷或电荷系都是发射电磁波的波源。

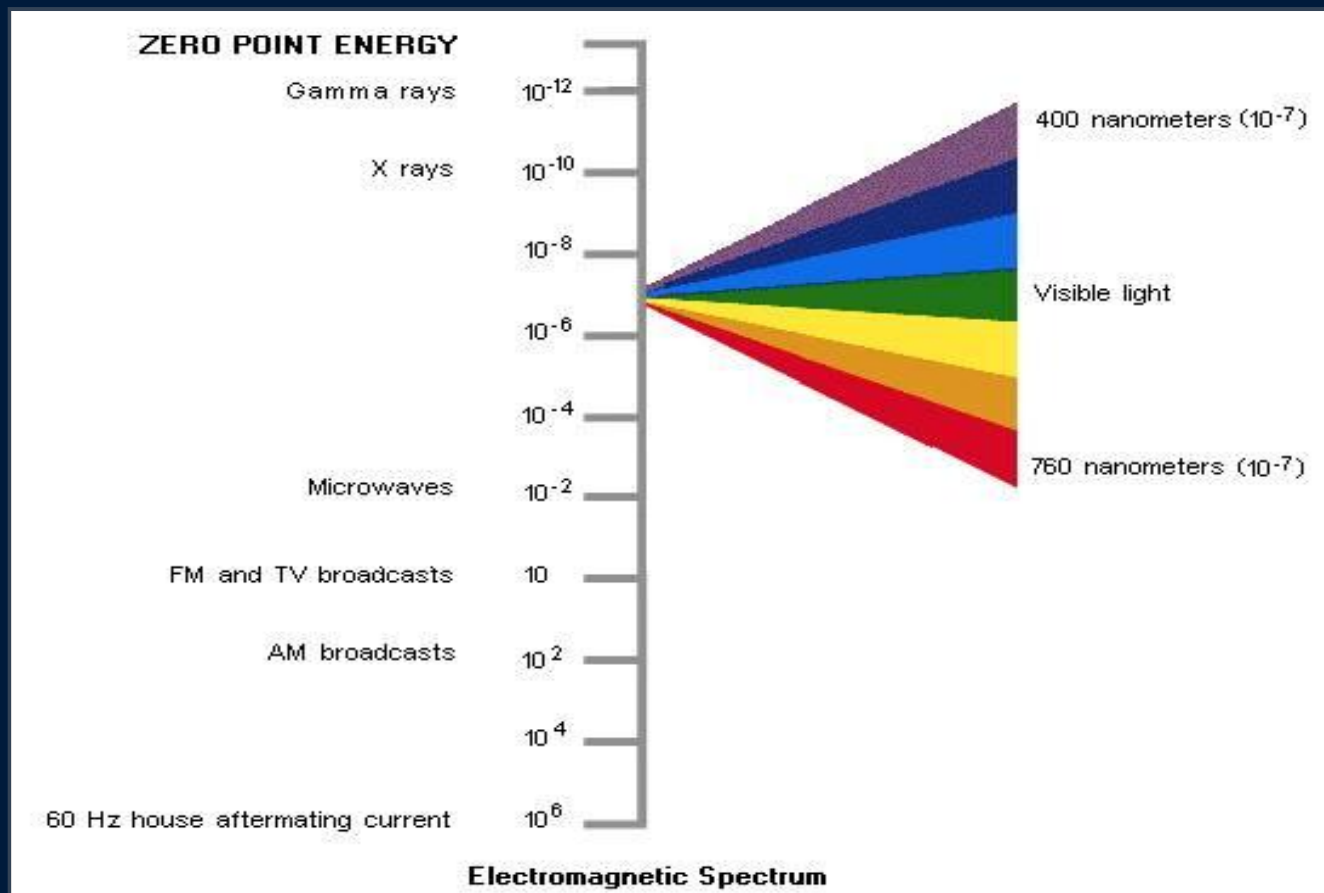
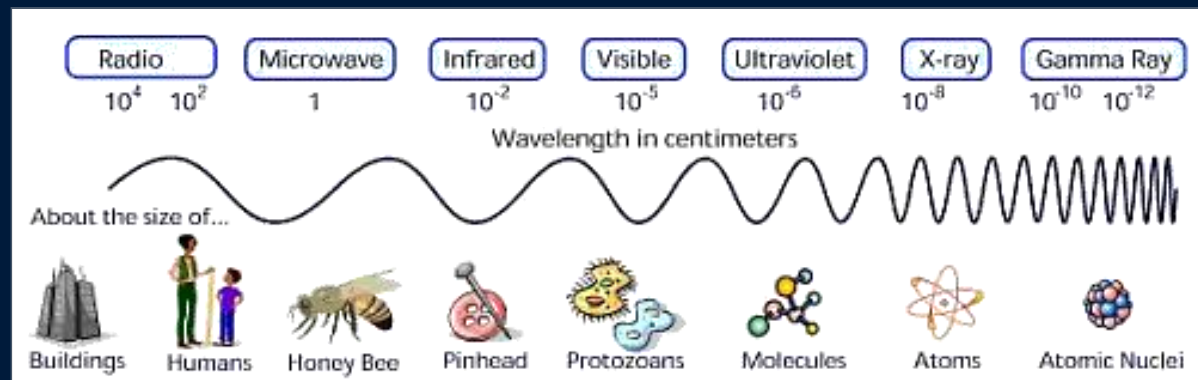
$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

变化磁场可以激发涡旋电场

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$$

传导电流和变化电场可以激发涡旋磁场

# ◆电磁波谱



## 2. 光是电磁波

◆诸多的现象和理论研究表明：光是电磁波。

(1)光与电磁波的传播速度相等；都有反射，折射，干涉，衍射，偏振性质。

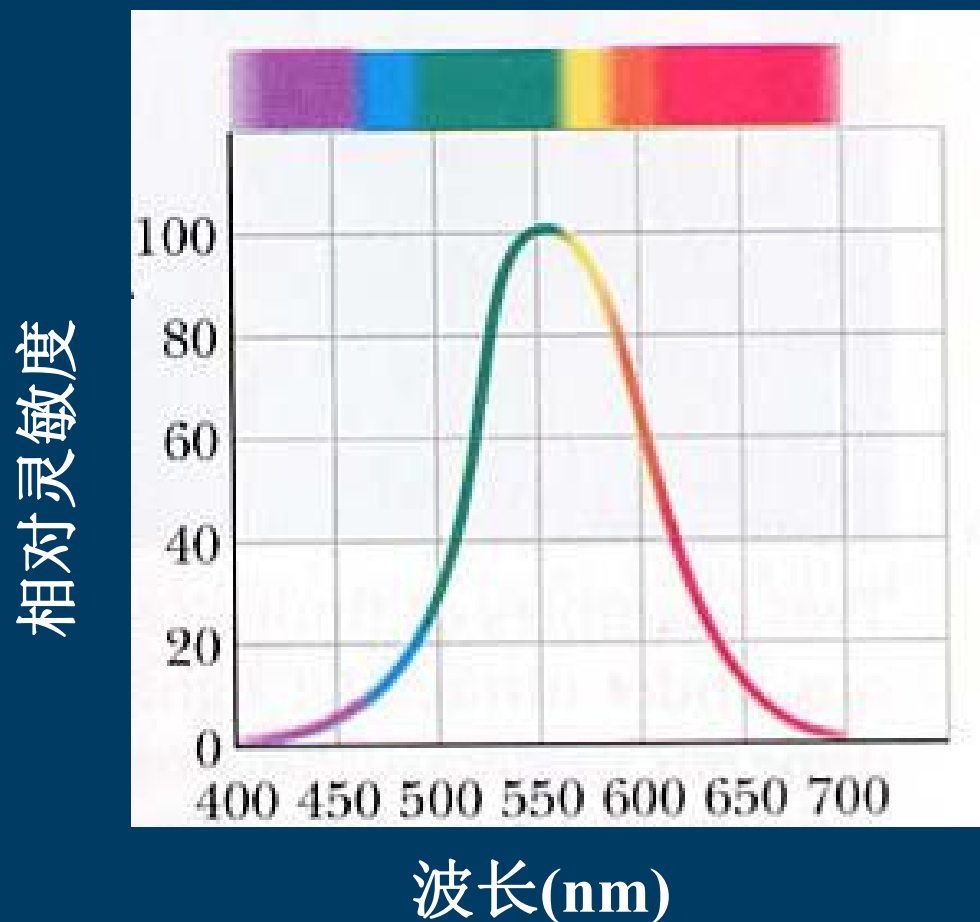
(2)用电磁波理论研究光学现象的结果都说明光是电磁波。

◆可见光七彩颜色的波长和频率范围

光色	波长(nm)	频率(Hz)	中心波长 (nm)
红	760~622	$3.9 \times 10^{14} \sim 4.8 \times 10^{14}$	660
橙	622~597	$4.8 \times 10^{14} \sim 5.0 \times 10^{14}$	610
黄	597~577	$5.0 \times 10^{14} \sim 5.4 \times 10^{14}$	570
绿	577~492	$5.4 \times 10^{14} \sim 6.1 \times 10^{14}$	540
青	492~470	$6.1 \times 10^{14} \sim 6.4 \times 10^{14}$	480
兰	470~455	$6.4 \times 10^{14} \sim 6.6 \times 10^{14}$	460
紫	455~400	$6.6 \times 10^{14} \sim 7.5 \times 10^{14}$	430

## ◆人眼视见函数

反映人眼对不同波长光相对灵敏度的差别。

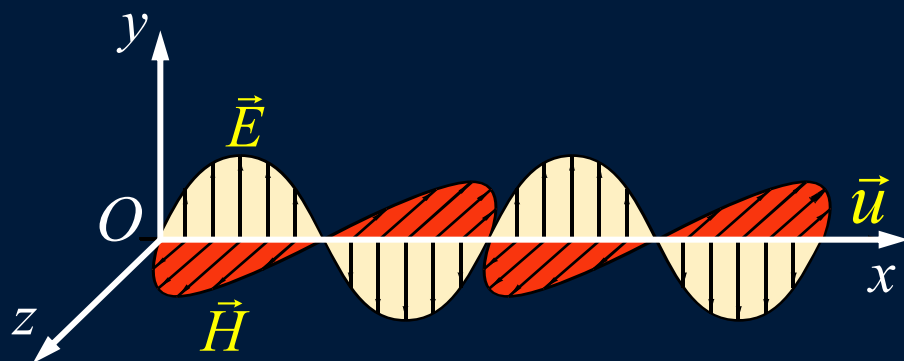


## 1.2 平面简谐电磁波的性质

波函数表示的平面电磁波

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega(t - \frac{r}{u}) \\ \vec{H} = \vec{H}_0 \cos \omega(t - \frac{r}{u}) \end{cases}$$

◆ 电磁波是横波



$$\vec{E} \perp \vec{e}_u \quad \vec{H} \perp \vec{e}_u \quad \vec{E} \perp \vec{H} \quad \vec{E} \times \vec{H} \parallel \vec{e}_u$$

◆  $\vec{E}$  和  $\vec{H}$  同相位，幅值成比例

$$\sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H$$

## ◆电磁波的传播速度

$$u = \sqrt{\frac{1}{\epsilon\mu}}$$

电磁波在真空中的传播速度

$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\frac{1}{8.8542 \times 10^{-12} \times 4\pi \times 10^{-7}}} = 2.9979 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

介质折射率

$$n = \frac{c}{u} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r} \approx \sqrt{\epsilon_r}$$

## ◆电磁波的能量

电磁波能量密度

$$w = \frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2$$



## 电磁波能流密度

$$S = wu = \frac{1}{2}(\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2)\sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}} = EH$$

## 坡印亭矢量

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \vec{E}_0 \times \vec{H}_0 \cos^2 \omega \left( t - \frac{r}{u} \right)$$

## 电磁波平均能流密度 (波的强度)

$$I = \bar{S} = \langle S \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} S dt = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} E_0 H_0 \cos^2 \omega \left( t - \frac{r}{u} \right) dt = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2$$

有时，电磁波的强度也可表示为

$$I = \frac{1}{2} E_0^2$$

## 1.3 光源和发光机理

### 1. 光源

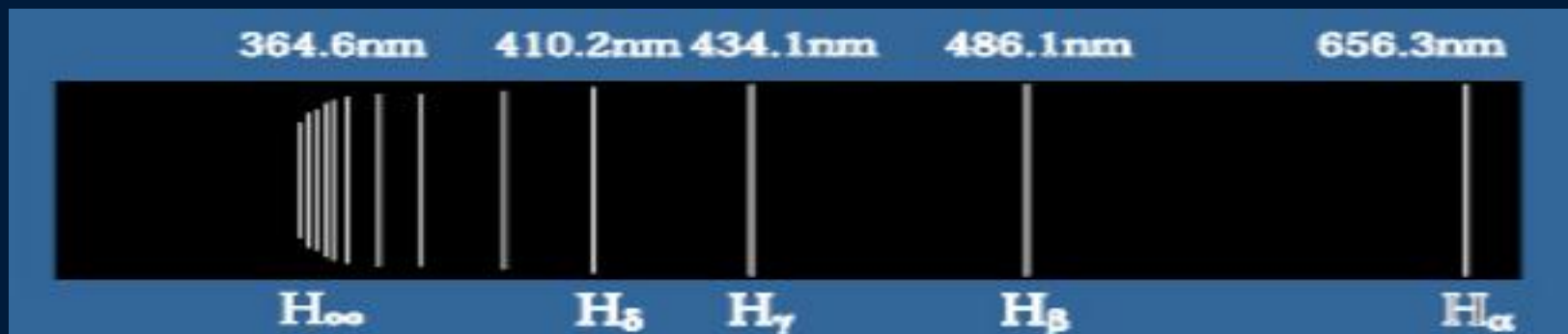
◆光源：任何发光的物体都可以称为光源。

◆光源的分类

光谱：使光波中不同频率的光分开，形成光谱。

按光谱分为 { 线谱光源  
连续谱光源

#### (1) 线谱光源



氢原子的巴耳末线系照片

## (2) 连续谱光源



按激发  
方式分

热辐射

例如：太阳，白炽灯。



电致发光

例如：闪电，霓虹灯，发光二极管等。



光致发光

例如：日光灯，磷光物质。



化学发光

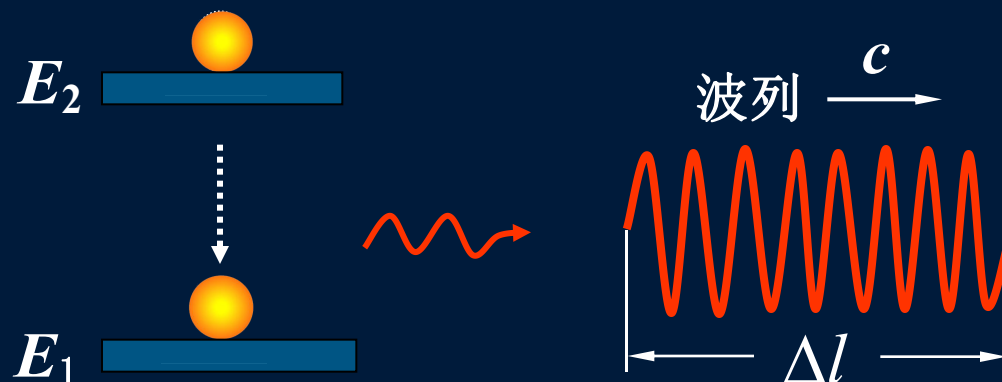
例如：燃烧，磷自燃，萤火虫。



## 2. 光源发光机理

### ◆ 自发辐射

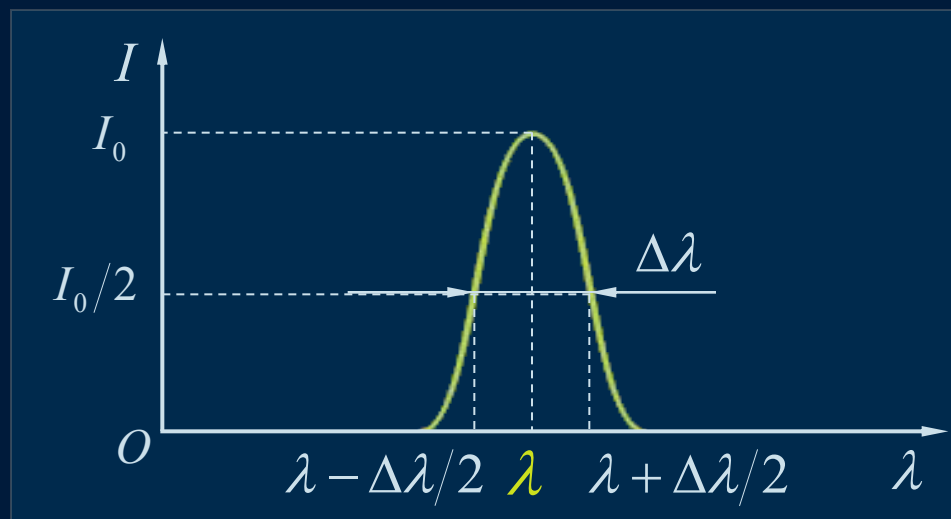
$$\nu = (E_2 - E_1) / h$$



### (1) 光波列长度

$$\Delta l = c \Delta t$$

### (2) 光波列长度与其单色性关系

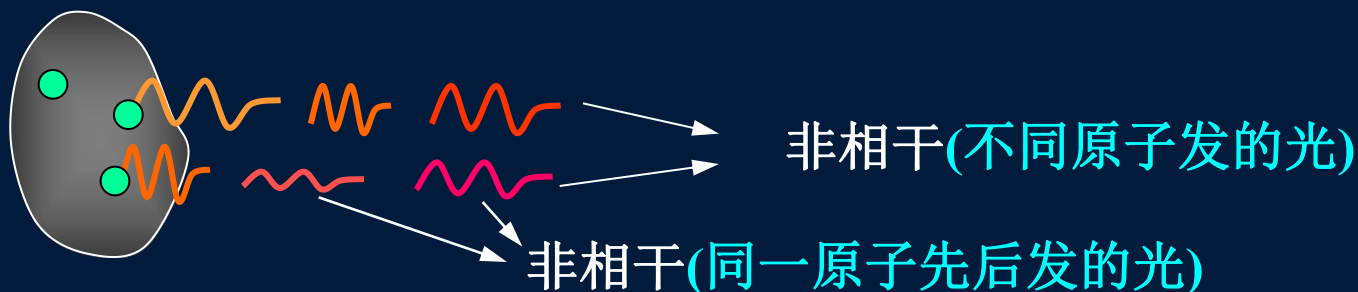


光波单色性

由傅立叶分析可知

$$\Delta l = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

### (3) 光源中各光波列之间关系



#### ◆ 新型光源

(1) 激光：基于特定能级间粒子数反转体系的受激辐射。

激光的特点：高定向性；高单色性；高亮度；高相干性。

(2) 同步辐射光：同步加速器产生的辐射光。

同步辐射光的特点：强度高；方向性好；偏振性好；稳定性好；波谱宽等。

# 光波的叠加

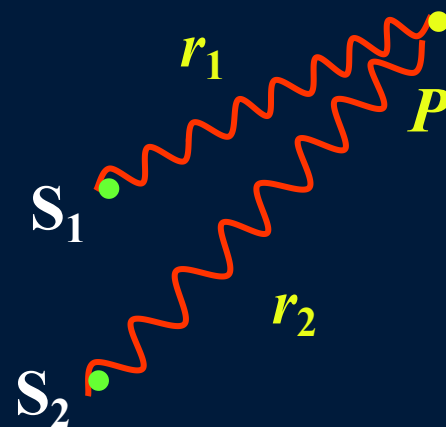
---

主要内容:

1. 光波的叠加
2. 光波的相干条件

## 1.1 光波的叠加

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos(\omega_1 t - \frac{\omega_1 r_1}{c} + \varphi_1) \\ \vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos(\omega_2 t - \frac{\omega_2 r_2}{c} + \varphi_2) \end{cases}$$



$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad \longrightarrow \quad E_P^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = \frac{1}{2} \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \{ & \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + (\varphi_1 + \varphi_2) - \frac{\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2}{c}] \\ & + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2}{c}] \} \end{aligned}$$

**P**点合光强为

$$I_P^2 = I_1 + I_2 + 2 \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle$$

干涉项

## ◆非相干叠加

$$(1) \quad \vec{E}_1 \perp \vec{E}_2 \quad \longrightarrow \quad \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = 0 \quad \longrightarrow \quad \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = 0$$

$$(2) \quad \omega_1 \neq \omega_2$$

$$\begin{aligned} \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = & \frac{1}{2T} \int_t^{t+T} \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \left\{ \cos\left[(\omega_1 + \omega_2)t + (\varphi_1 + \varphi_2) - \frac{\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2}{c}\right] \right. \\ & \left. + \cos\left[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2}{c}\right] \right\} dt = 0 \end{aligned}$$

$$(3) \quad (\varphi_1 - \varphi_2) \text{ 不恒定} \quad \longrightarrow \quad \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = 0$$

## ➤结论

两叠加光波的光矢量相互垂直或频率不相等或相位差不恒定，光波为非相干叠加，**P**点合光强为

$$I_P = I_1 + I_2$$



## ◆相干叠加

如果两光波频率相同；相位差恒定；光矢量振动方向平行，则

$$\begin{aligned} \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = & \frac{E_{01}E_{02}}{2T} \int_t^{t+T} \left\{ \cos\left[2\omega t + (\varphi_1 + \varphi_2) - \frac{\omega(r_1 + r_2)}{c}\right] \right. \\ & \left. + \cos\left[(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{\omega(r_1 - r_2)}{c}\right] \right\} dt \end{aligned}$$

其中  $\int_t^{t+T} \left\{ \cos\left[2\omega t + (\varphi_1 + \varphi_2) - \frac{\omega(r_1 + r_2)}{c}\right] \right\} dt = 0$

$$\begin{aligned} \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle &= \frac{E_{01}E_{02}}{2T} \int_t^{t+T} \cos\left[(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{\omega(r_1 - r_2)}{c}\right] dt \\ &= \frac{E_{01}E_{02}}{2} \cos\left[(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{\omega(r_1 - r_2)}{c}\right] \end{aligned}$$

两光波叠加区域**P**点的光强为

$$I_P = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left[(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{\omega(r_1 - r_2)}{c}\right]$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta \varphi$$
$$\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{\omega(r_1 - r_2)}{c}$$

### ➤ 讨论

(1) 相长干涉(明纹)  $\Delta \varphi = \pm 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$

$$I = I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

如果  $I_1 = I_2 = I_0 \longrightarrow I = 4I_0$

(2) 相消干涉(暗纹)  $\Delta \varphi = \pm(2k+1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$

$$I = I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

如果  $I_1 = I_2 = I_0 \longrightarrow I = 0$

## 1.2 光波的相干条件

### 光的相干的条件

- (1) 光波的频率相同;
- (2) 光矢量振动方向平行, 且振幅相差不大;
- (3) 光波之间的相位差恒定。

#### ➤ 说明

- (1) 各光波的频率相同是任何波动叠加产生干涉的必要条件。
- (2) 对光矢量振动方向平行条件, 一般只要叠加光波的振动方向存在平行分量即可。
- (3) 光波之间的相位差恒定是保证干涉图样稳定所必须的。

**例** 两同相相干点光源 $S_1$ 、 $S_2$ 相距 $d$ ，发射功率相等、波长为 $\lambda$ 的光信号，如图所示。不考虑衰减

**求** (1)  $OX$ 轴上光信号最强的位置；

(2)  $OX$ 轴上光信号最弱的位置。

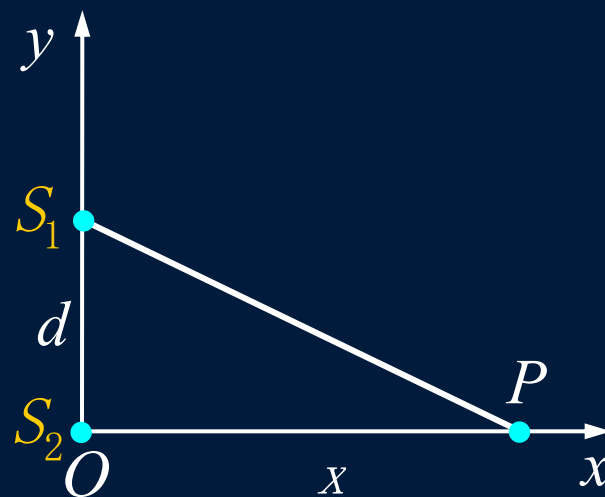
**解** (1) 光程差  $\delta = \sqrt{d^2 + x^2} - x$

加强条件  $\sqrt{d^2 + x^2} - x = k\lambda$

信号加强的位置  $x = \frac{d^2 - k^2 \lambda^2}{2k\lambda}$

(2) 减弱条件  $\sqrt{d^2 + x^2} - x = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$

信号减弱的位置  $x = \frac{d^2 - (2k + 1)^2 \lambda^2}{(2k + 1)\lambda}$



# 分波前干涉

# 空间相干性

---

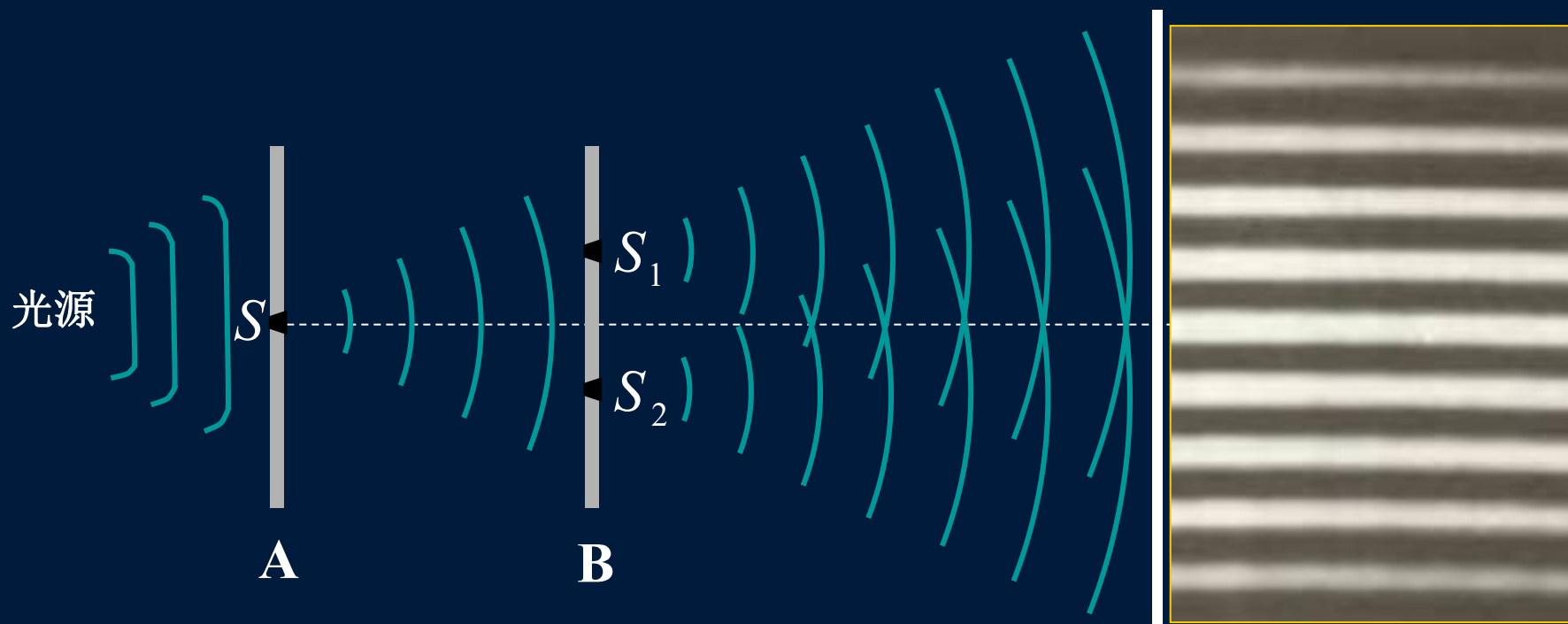
主要内容:

1. 杨氏干涉实验
2. 菲涅耳双面镜实验
3. 劳埃德镜实验
- \*4. 光波的空间相干性

## 1.1 杨氏干涉实验

通过一些技术方法(例如:通过并排的两个小孔)从一个光源发出的同一光波列的波前上取出两个子波源,该获得相干光的方法为分波前法。

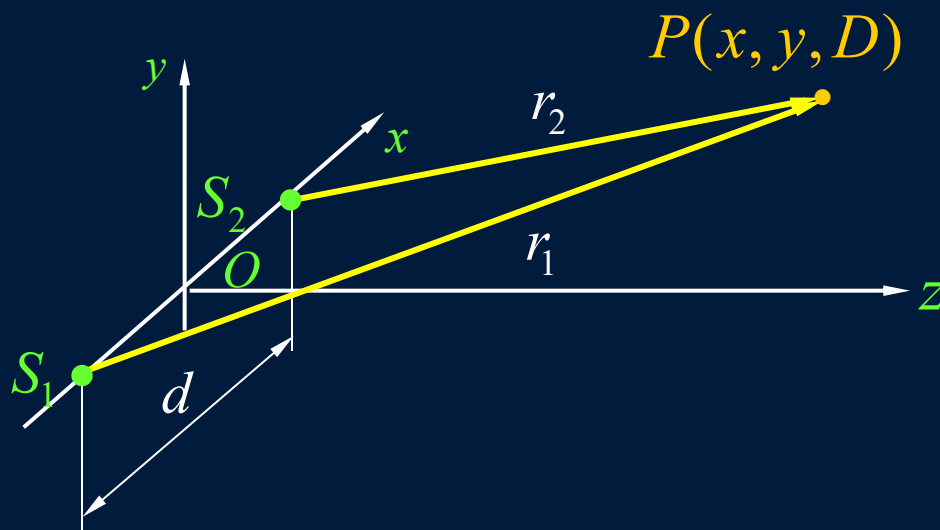
### 1. 杨氏干涉实验装置及实验现象



## 2. 干涉图样

### ◆极值位置

$$\begin{cases} r_1^2 = D^2 + y^2 + (x - \frac{d}{2})^2 \\ r_2^2 = D^2 + y^2 + (x + \frac{d}{2})^2 \end{cases}$$



由上式得  $r_2^2 - r_1^2 = 2xd$

$$\delta = r_2 - r_1 = \frac{2xd}{r_2 + r_1} \approx \frac{xd}{D}$$

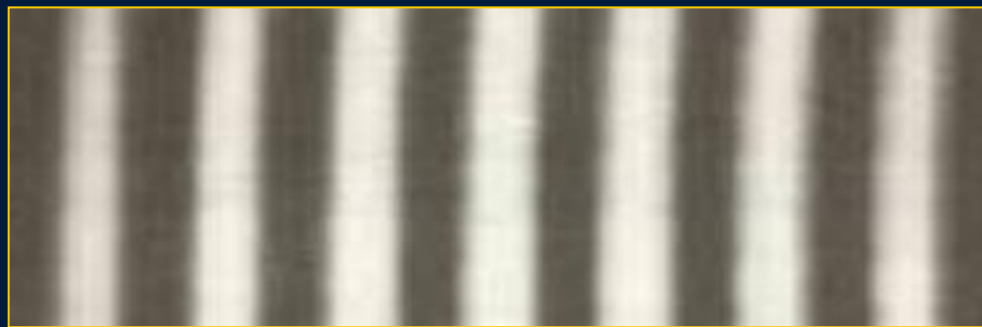
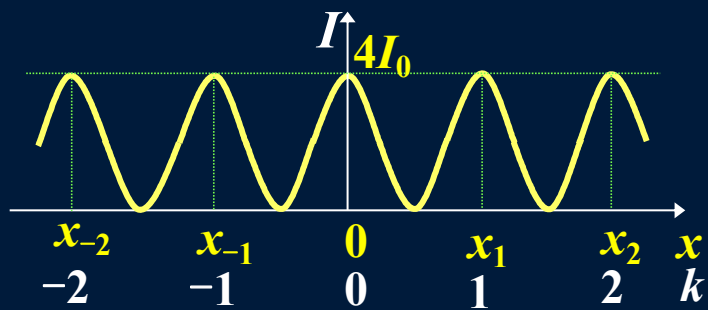
在实际的干涉实验中  $d \ll D$ ，只在z轴附近观察  $x, y \ll D$

$$\begin{cases} \delta = \frac{xd}{D} = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, \dots & \text{光强极大位置} \\ \delta = \frac{xd}{D} = \pm (2k - 1) \cdot \frac{\lambda}{2} & k = 1, 2, \dots & \text{光强极小位置} \end{cases}$$

## ◆ 光强分布图

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta \varphi \\ \Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta \end{cases}$$

→  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} \delta \right)$





## ➤ 讨论

(1) 屏上 $z$ 轴附近分布着一系列平行、等间距、等强度的条纹。

条纹间距

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$$

(2) 干涉条纹中，在极大与极小值之间，光强逐渐过渡变化，且是非线性的变化。

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta \varphi \quad \Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta \quad \text{若 } I_1 = I_2 = I_0$$

有

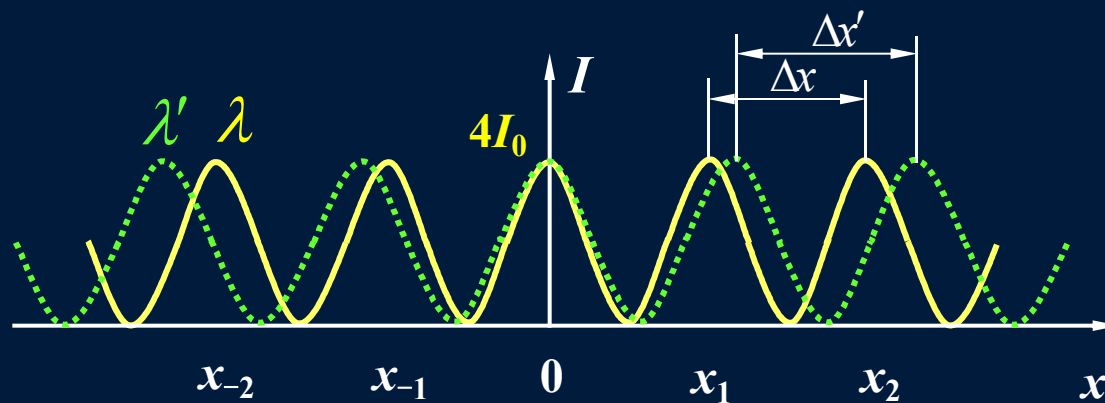
$$I = 4I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi d}{D\lambda} \cdot x \right)$$

(3) 当用白光作为光源时，在中央零级白色条纹两边对称地排列着几条彩色条纹。同级条纹由中心向两侧的色序为

紫  $\longrightarrow$  红。



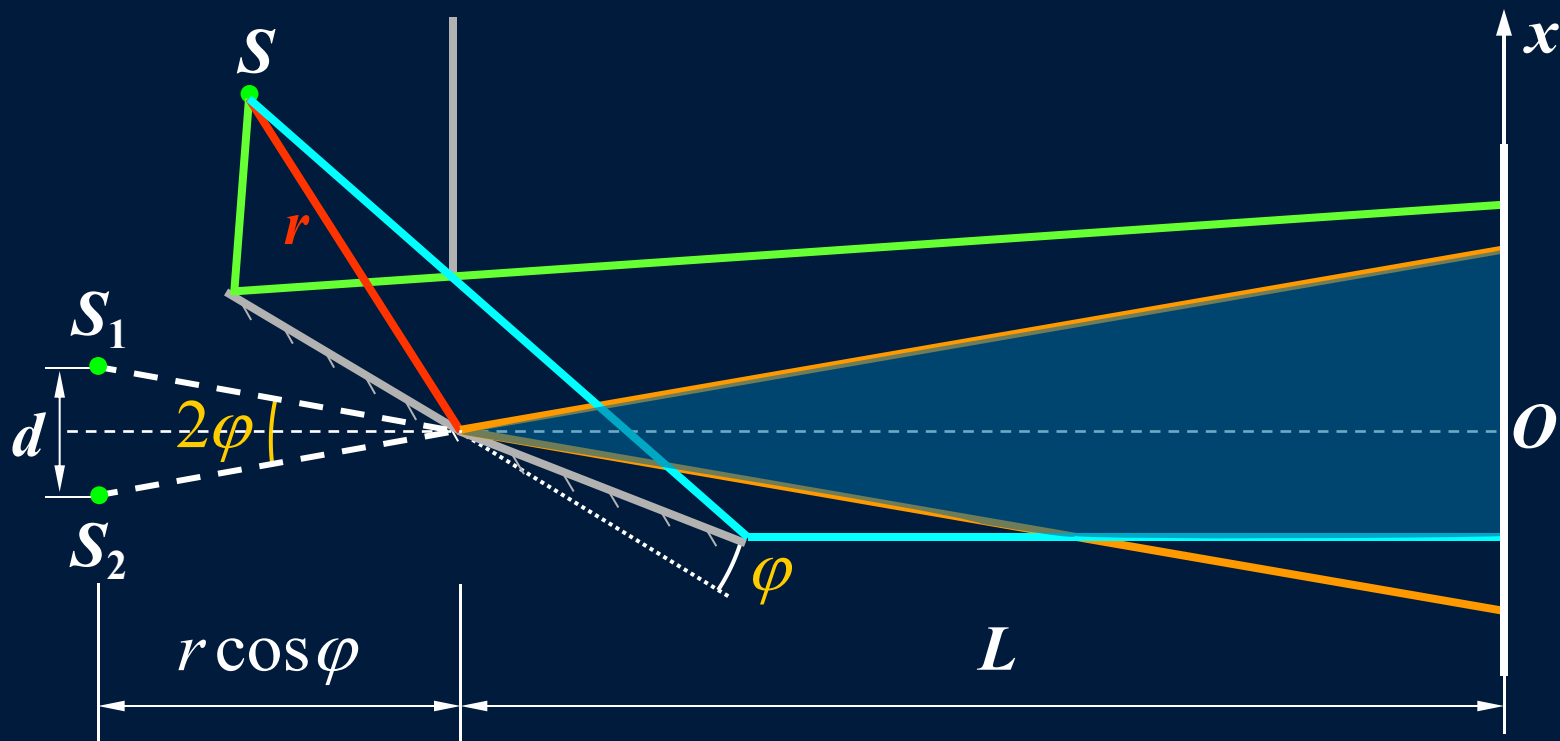
## (5) 间距与波长关系



由于  $\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$ , 当  $d$  和  $D$  保持不变时,  $\Delta x \propto \lambda$

## 1.2 其它分波前干涉

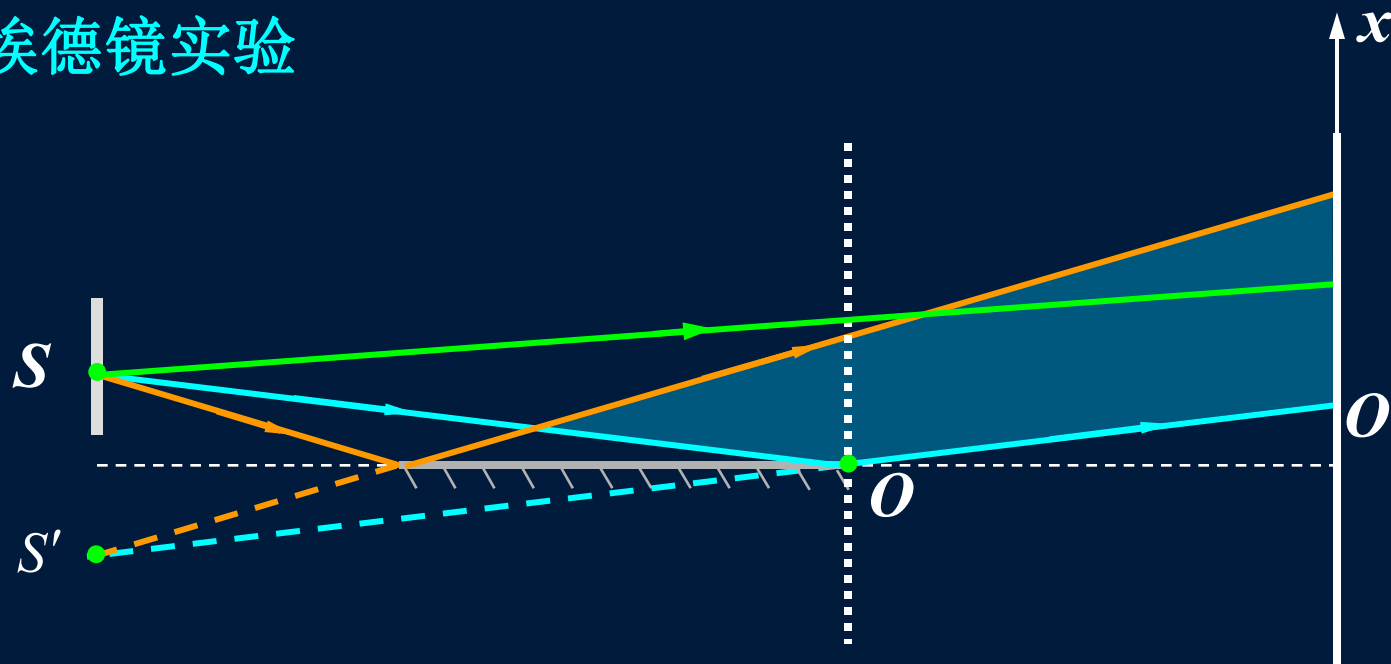
### 1. 菲涅耳双面镜实验



#### 说明

- (1) 调节两平面镜之间的夹角  $\varphi$ ，可改变  $S_1$  和  $S_2$  间距，从而改变屏幕上干涉条纹的疏密程度。
- (2)  $\varphi$  必须很小，否则干涉条纹过密，将观察不到明显的干涉现象。

## 2. 劳埃德镜实验



◆ 接触处，屏上  $O$  点出现暗条纹  $\longrightarrow$  半波损失

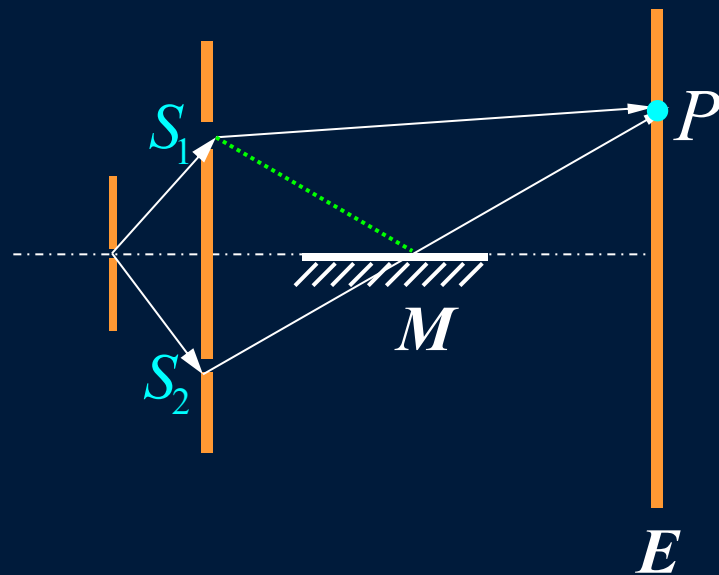
◆ 半波损失：光波从折射率小的光疏介质向折射率大的光密介质入射时，反射光要产生数值为  $\pi$  的相位突变。这相当于反射光波多走了(或少走了)半个波长。

**例** 在双缝干涉实验中，屏幕 $E$ 上的 $P$ 点处是明条纹。若将缝 $S_1$ 盖住，并在 $S_1S_2$ 连线的垂直平分面处放一反射镜 $M$ ，如图所示，则此时

- (A)  $P$ 点处仍为明条纹。
- (B)  $P$ 点处为暗条纹。
- (C) 不能确定 $P$ 点处是明条纹还是暗条纹。
- (D) 无干涉条纹。

**解** 由于在原来光程差上多(少)了半个波长。

所以 $P$ 点处为暗条纹。



**例** 波长为 **600nm** 的平行光垂直入射在间距为 **0.2mm** 的双缝上时，在缝后 **1m** 处的像屏上形成干涉条纹

**求** (1) 第十级明纹中心的位置和第十级明纹的宽度

(2) 波长改为 **400~760 nm** 的白光时，第二级谱线宽度、第二级谱线与第三级谱线重叠部分的宽度和重叠部分各波长范围

**解** (1) 明条纹中心条件为  $\frac{xd}{D} = \pm k\lambda \longrightarrow x = \pm k \frac{D}{d} \lambda$

$$x_{10} = 10 \frac{D}{d} \lambda = 10 \times \frac{1}{0.2 \times 10^{-3}} \times 600 \times 10^{-9} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

相邻条纹间距为  $\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$

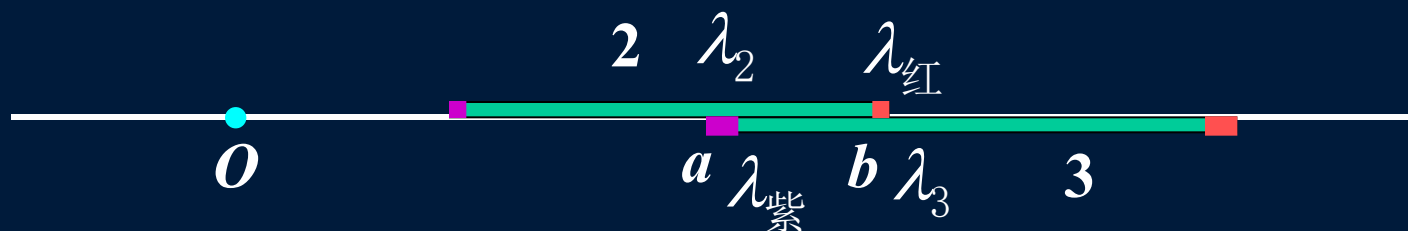
第十级明纹的宽度  $\Delta x = \frac{1}{0.2 \times 10^{-3}} \times 600 \times 10^{-9} = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$

## (2) 明条纹中心条件

$$\frac{xd}{D} = \pm k\lambda \longrightarrow x = \pm k \frac{D}{d} \lambda$$

第二级谱线的宽度为

$$\Delta x_2 = 2 \frac{D}{d} \Delta \lambda = 2 \times \frac{1}{0.2 \times 10^{-3}} \times (760 - 400) \times 10^{-9} = 3.6 \times 10^{-3} \text{ m}$$



第二级 $\lambda_2$ 波长谱线与第三级 $\lambda_3$ 波长谱线重合, 即  $x_2 = x_3$

$$2\lambda_2 = 3\lambda_{\text{紫}} \longrightarrow \lambda_2 = \frac{3}{2}\lambda_{\text{紫}} = \frac{3}{2} \times 400 = 600 \text{ nm}$$

$$\text{同理有: } 2\lambda_{\text{红}} = 3\lambda_3 \longrightarrow \lambda_3 = \frac{2}{3}\lambda_{\text{红}} = \frac{2}{3} \times 760 = 507 \text{ nm}$$

第二级谱线与第三级谱线重叠部分各波长范围为

$$k = 2 : 600 \rightarrow 760\text{nm};$$

$$k = 3 : 400 \rightarrow 507\text{nm}$$

第二级谱线与第三级谱线重叠部分的宽度为

$$\begin{aligned}\Delta x &= k \frac{D}{d} \Delta \lambda \\ &= 3 \times \frac{1}{0.2 \times 10^{-3}} \times (507 - 400) \times 10^{-9} \\ &= 1.6 \times 10^{-3} \text{ m}\end{aligned}$$



# 光程与光程差

---

主要内容:

1.光程

2.光程差

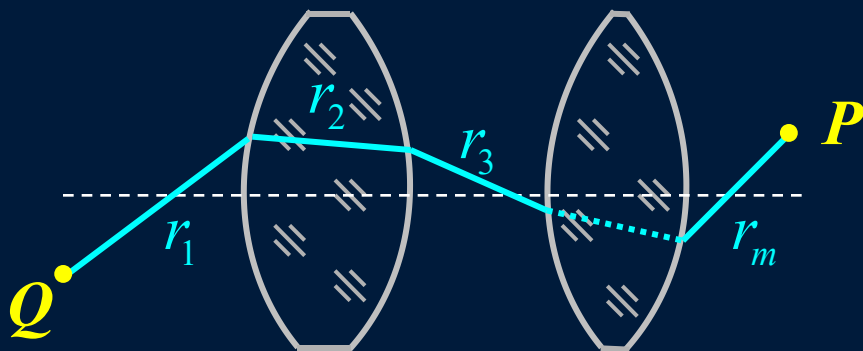
## 1.1 光程

1. 目的：便于研究同一光波在几种不同介质中传播或者计算几个经过不同介质的干涉光相遇时的相位差。
2. 光程：若时间  $t$  内光波在介质中传播的路程为  $r$ , 则相应真空中传播的路程应为

$$x = ct = \frac{cr}{u} = nr$$

光程

可见：光程是一个折合量，将光波在介质中传播的路程折合为同一时间内在真空中通过的相应路程。

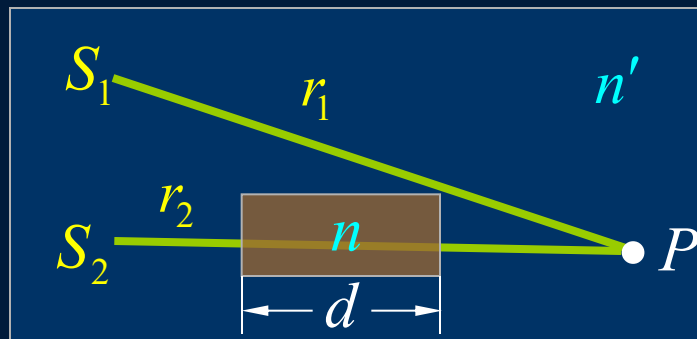


$$L = \sum_i n_i r_i$$

## 1.2 光程差

### 1. 光程差

$$[n'(r_2 - d) + nd] - n'r_1$$

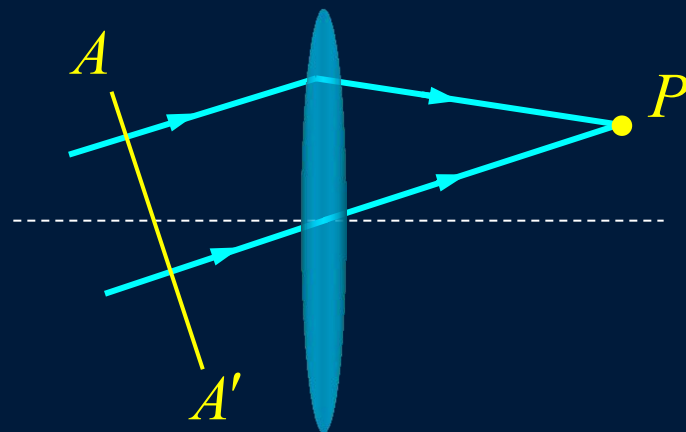
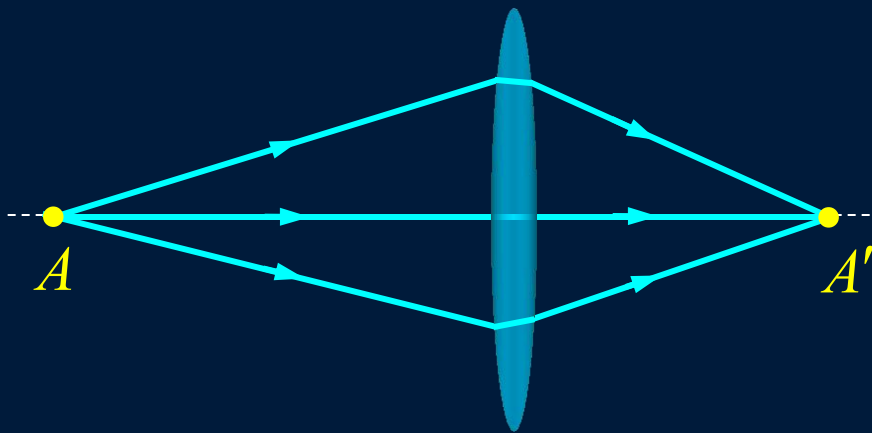


### 2. 相位差与光程差关系

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \delta$$

真空中的波长

### 3. 物象之间的等光程性



**例** 用折射率  $n=1.58$  的很薄的云母片覆盖在双缝实验中的一条缝上，这时屏上的第七级亮条纹移到原来的零级亮条纹的位置上。如果入射光波长为  $550\text{ nm}$ 。

**求** 此云母片的厚度

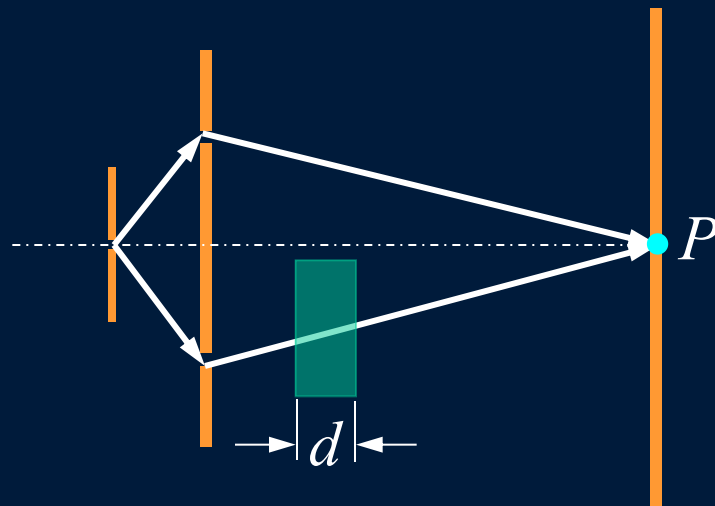
**解** 设云母片厚度为  $d$ 。无云母片时，零级亮纹在屏上  $P$  点，则到达  $P$  点的两束光的光程差为零。加上云母片后，到达  $P$  点的两光束的光程差为

$$\delta = (n-1)d$$

当  $P$  点为第七级明纹位置时

$$\delta = 7\lambda$$

$$d = \frac{7\lambda}{n-1} = \frac{7 \times 550 \times 10^{-6}}{1.58-1} = 6.6 \times 10^{-3} \text{ mm}$$



# 分振幅干涉

---

主要内容:

1. 薄膜的等厚干涉
- \* 2. 薄膜的等倾干涉

# 1.1 薄膜的等厚干涉

## 1. 分振幅法

一束光在界面上反射和折射时，它携带的能量也被反射和折射。

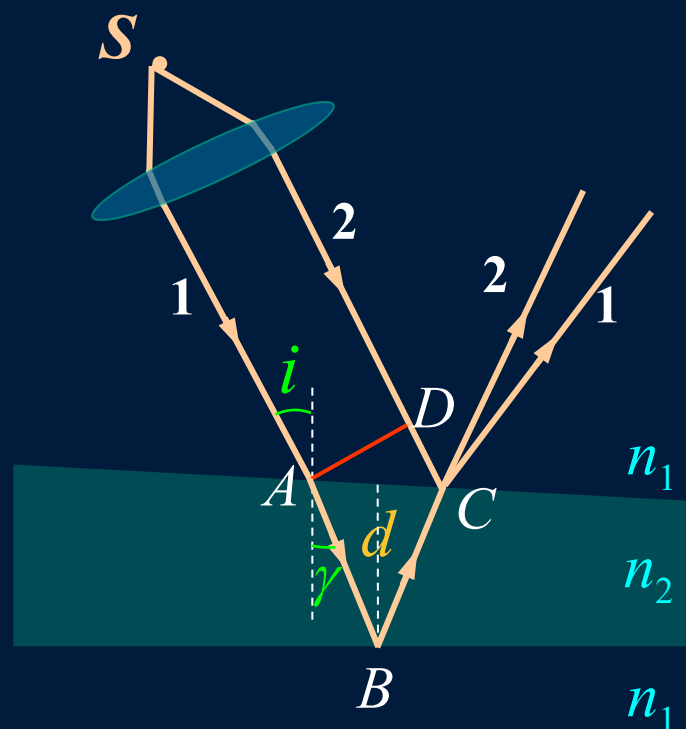
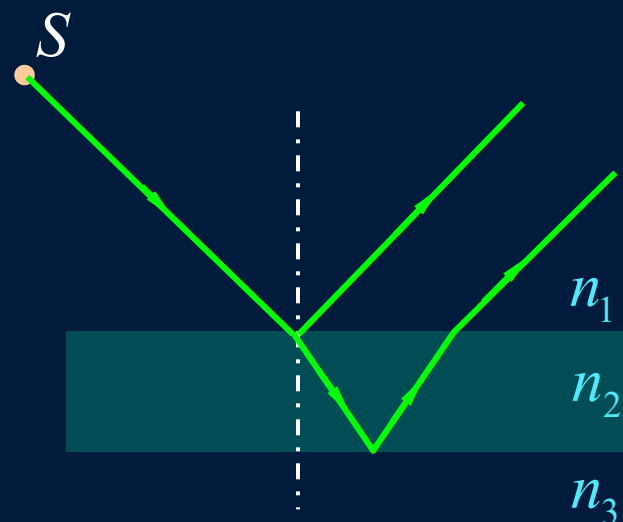
由于 
$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0^2$$

这种光波分割法称为分振幅法。

## 2. 薄膜干涉

光线1.2的光程差

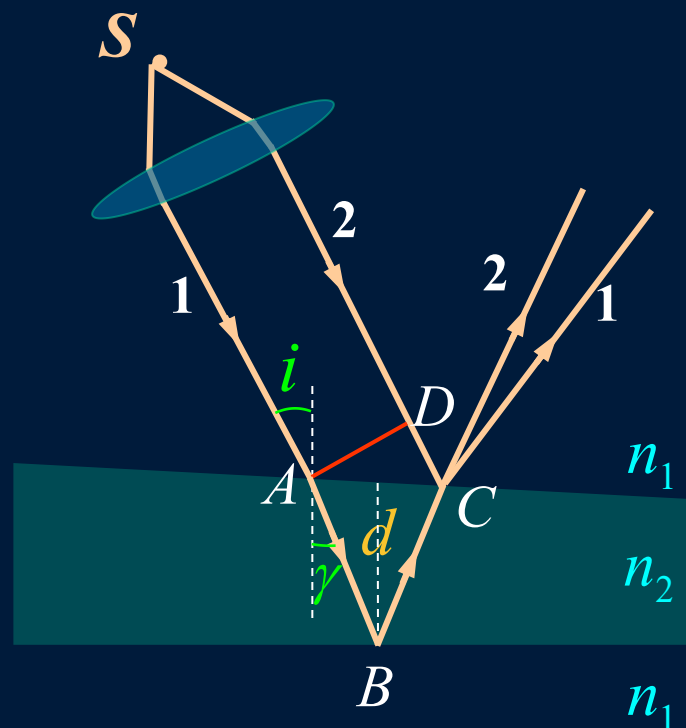
$$\delta = n_2(AB + BC) - n_1 DC$$



$$\begin{cases} AB = BC = \frac{d}{\cos \gamma} \\ DC = AC \sin i = 2d \tan \gamma \cdot \sin i \\ n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma \end{cases}$$

$$\delta = 2n_2 AB - n_1 DC$$

$$= 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} = 2n_2 d \cos \gamma$$



考虑上下界面反射的半波损失，可写为

$$\delta = 2n_2 d \cos \gamma + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \\ (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

$k = 1, 2, 3, \dots$  相长干涉

$k = 0, 1, 2, \dots$  相消干涉

当保持 $n_2$ ,  $\gamma$ 不变时, 可见 $\delta$ 仅仅是 $d$ 的函数。同一条纹对应的薄膜厚度相同, 这种干涉——薄膜等厚干涉, 相应的干涉条纹——等厚条纹。

### ► 讨论

(1) 光垂直入射薄膜表面

$$i = \gamma = 0$$

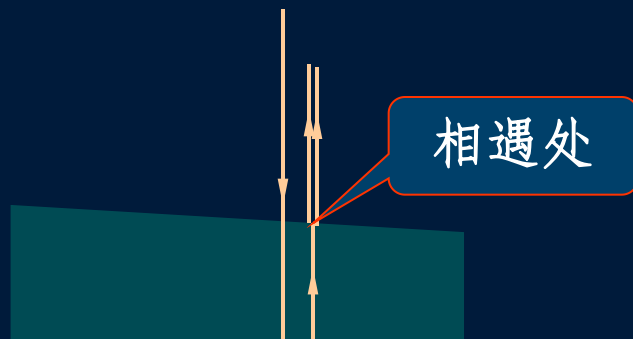
$$\delta = 2n_2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \\ (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

$k = 1, 2, 3, \dots$  相长干涉

$k = 0, 1, 2, \dots$  相消干涉

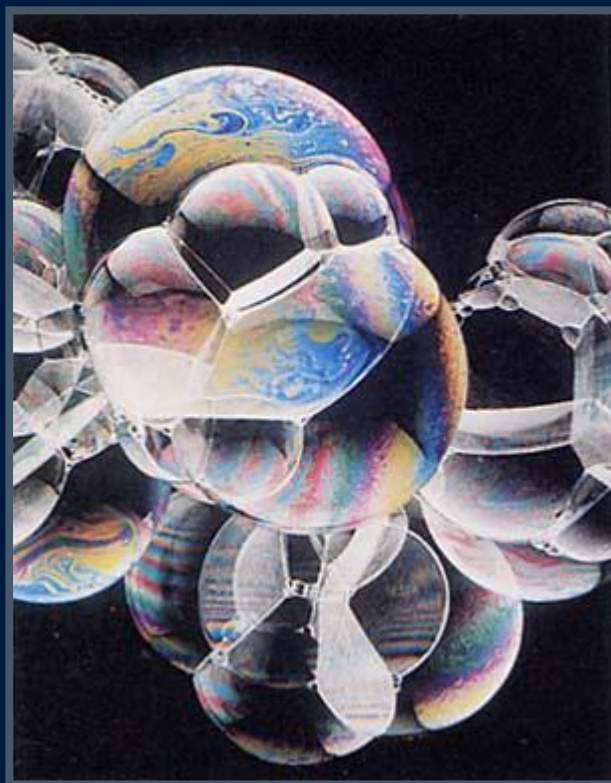
(2) 注意两相干涉光相遇位置。

(3) 是否存在半波损失要具体考虑。





(4) 若光源是非单色的，则在薄膜表面形成色彩斑斓的条纹。



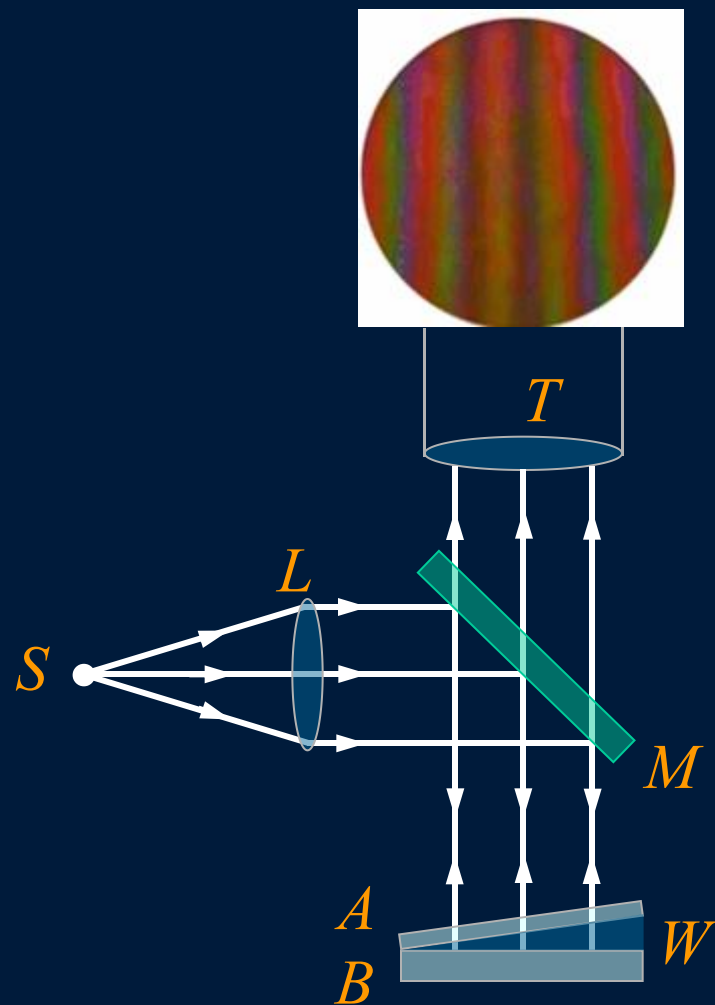
(5) 通过在基底上镀薄膜改变透射光和反射光的强度

增透膜：使反射光相干相消。

增反膜：使反射光相干相长。

### 3. 等厚干涉应用

#### ◆ 劈尖干涉



#### ● 条纹特征

(1) 劈尖棱处是一个暗条纹。

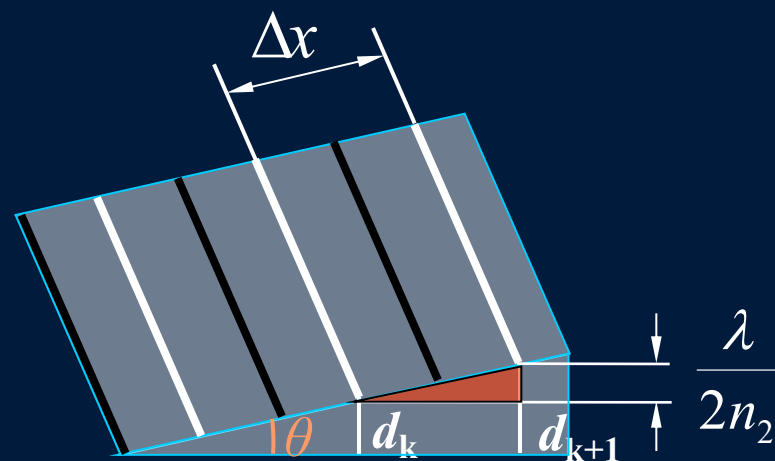
(2) 劈尖干涉的等厚条纹是一些平行于棱的等间距直条纹。

### (3) 两相邻明条纹(或暗条纹)对应的厚度差

两相邻明条纹满足条件

$$\left. \begin{aligned} 2n_2 d_k + \frac{\lambda}{2} &= k\lambda \\ 2n_2 d_{k+1} + \frac{\lambda}{2} &= (k+1)\lambda \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n_2}$$



### (4) 两相邻明条纹(或暗条纹)的间距

$$\left. \begin{aligned} d_{k+1} - d_k &= \frac{\lambda}{2n_2} \\ \Delta x \cdot \theta &= d_{k+1} - d_k \end{aligned} \right\}$$

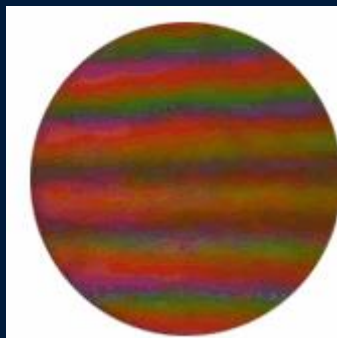


$$\Delta x = \frac{\lambda}{2n_2 \theta}$$

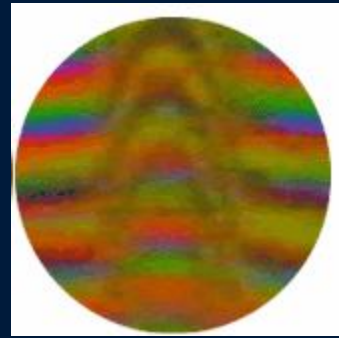
### (5) 薄膜厚度的变化导致条纹发生变化。

- 劈尖干涉的应用

- (1) 检验平面镜工作表面平整度及局部不平整度



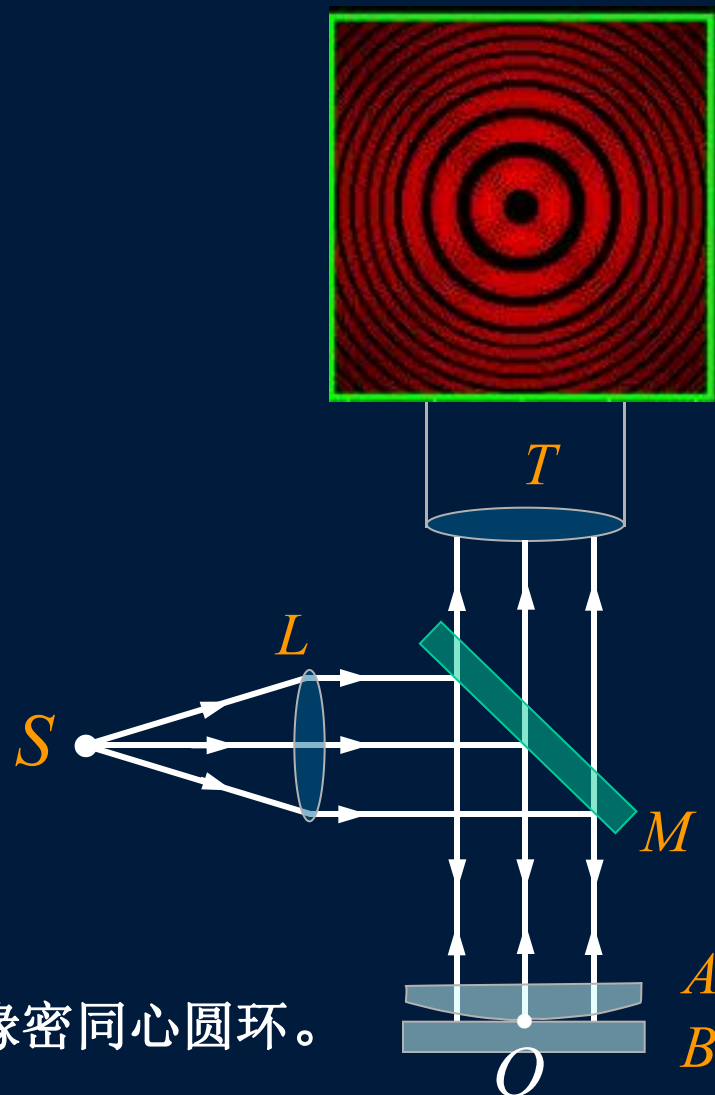
平整度



局部不平整度

- (2) 可测量小角度 $\theta$ 、微位移 $x$ 、微小直径 $D$ 、波长 $\lambda$ 等

## ◆ 牛顿环



### ● 条纹特征

- (1) 以接触点 $O$ 为中心的一组中间疏边缘密同心圆环。
- (2) 若接触良好,中央为暗纹——半波损失。
- (3) 由中心向外,干涉级次 $k$ 增大。

## ● 相关参数之间的关系

光程差  $\delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$  (1)

由几何关系得

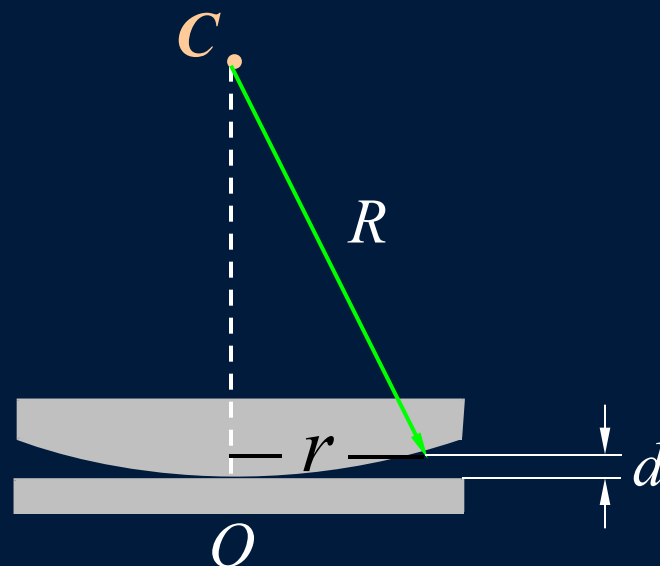
$$R^2 = r^2 + (R - d)^2 \approx r^2 + R^2 - 2Rd$$

$$d \approx \frac{r^2}{2R} \quad (2)$$

将(2)代入(1)得  $\delta = 2 \cdot \frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda}{2}$

牛顿环明，暗纹条件分别为

$$\begin{cases} 2 \cdot \frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda}{2} = 2k \frac{\lambda}{2} & k = 1, 2, 3, \dots \\ 2 \cdot \frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$



牛顿环明，暗半径分别为

$$r = \sqrt{(2k-1) \cdot \frac{R\lambda}{2}} \quad k = 1, 2, 3, \dots \text{明纹}$$

$$r = \sqrt{k\lambda R} \quad k = 0, 1, 2, \dots \text{暗纹}$$

$k$ 级和 $k+N$ 级暗纹半径分别为

$$\begin{cases} r_{k+N}^2 = (k+N)\lambda R \\ r_k^2 = k\lambda R \end{cases} \quad \longrightarrow \quad R = \frac{r_{k+N}^2 - r_k^2}{N\lambda}$$

可见，只要测出任意两条暗环的半径 $r$ ，数出它们之间的级数差 $N$ ，就可以计算该透镜的曲率半径。

**例** 用白光垂直照射浮在水面上的油滴上，如图所示。油折射率  $n=1.20$ ，水折射率  $n=1.33$

**求** (1) 油滴外围最薄处对应亮区还是暗区？



(2) 从油滴边缘数起，第三级波长为  $480\text{nm}$  的蓝色区域油层的厚度。

(3) 为什么干涉图样的色彩随着油层变厚而逐渐消失？

**解** (1) 根据题意，不需考虑半波损失

干涉极大条件  $2nd = k\lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots$

干涉极小条件  $2nd = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, \dots$

油滴外围最薄处 ( $d = 0$ )，满足干涉极大条件，对应亮区。



(2) 第三个蓝区，即

$$\left. \begin{array}{l} k = 3 \\ 2nd = k\lambda \end{array} \right\} \longrightarrow d = \frac{k\lambda}{2n} = 3 \times \frac{480}{2 \times 1.20} = 600\text{nm}$$

(3) 油膜厚到一定程度时，其上下表面反射光的光程差接近或大于光源的相干长度，干涉条纹消失，色彩消失。

**例** 波长**550 nm**黄绿光对人眼和照像底片最敏感。要使照像机对此波长反射小，可在照像机镜头上镀一层氟化镁**MgF<sub>2</sub>**薄膜，已知氟化镁的折射率  **$n=1.38$** ，玻璃的折射率 **$n=1.55$** 。

**求** 氟化镁薄膜的最小厚度。

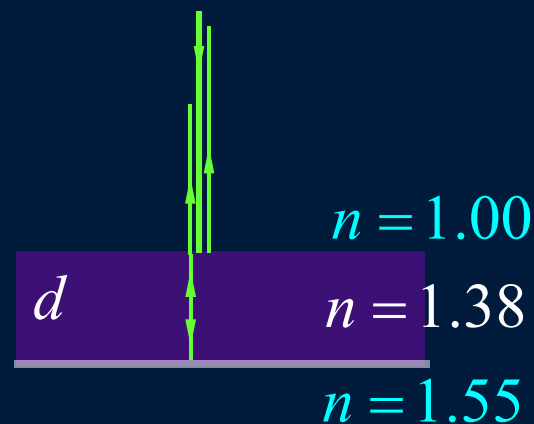
**解** 根据题意，不需考虑半波损失。

两条反射光干涉减弱条件

$$2nd = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

增透膜的最小厚度为

$$d = \frac{\lambda}{4n} = \frac{550}{4 \times 1.38} \approx 100 \text{ nm}$$



**例** 在牛顿环装置的透镜与玻璃板之间充满某种液体的过程中，第十个亮环直径由原来1.40cm变为1.27cm。

**求** 该液体的折射率

**解** 牛顿环明纹半径

$$r^2 = (2k-1)R \frac{\lambda}{2}$$

空气中

$$r_1^2 = (2k-1)R \frac{\lambda}{2}$$

介质中

$$r_2^2 = (2k-1)R \frac{\lambda}{2n}$$

该液体的折射率

$$n = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{1.40^2}{1.27^2} = 1.21$$

**例** 白光垂直照射在厚度为  $4 \times 10^{-5} \text{ cm}$ ，折射率为 **1.5** 的薄膜表面上。

**求** 可见光谱范围内，反射光中因干涉而加强的光波的波长。

**解** 根据题意，需考虑半波损失

反射光干涉加强的条件 
$$2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

反射光干涉加强的波长 
$$\lambda = \frac{4nd}{2k - 1}$$

$$k = 1: \lambda = 2400\text{nm}; \quad k = 2: \lambda = 800\text{nm}; \quad k = 3: \lambda = 480\text{nm};$$

在可见光范围内，只有波长为 **480nm** 的蓝色光反射加强。

# 迈克耳孙干涉仪 时间相干性

---

主要内容:

1. 迈克耳孙干涉仪
2. 时间相干性

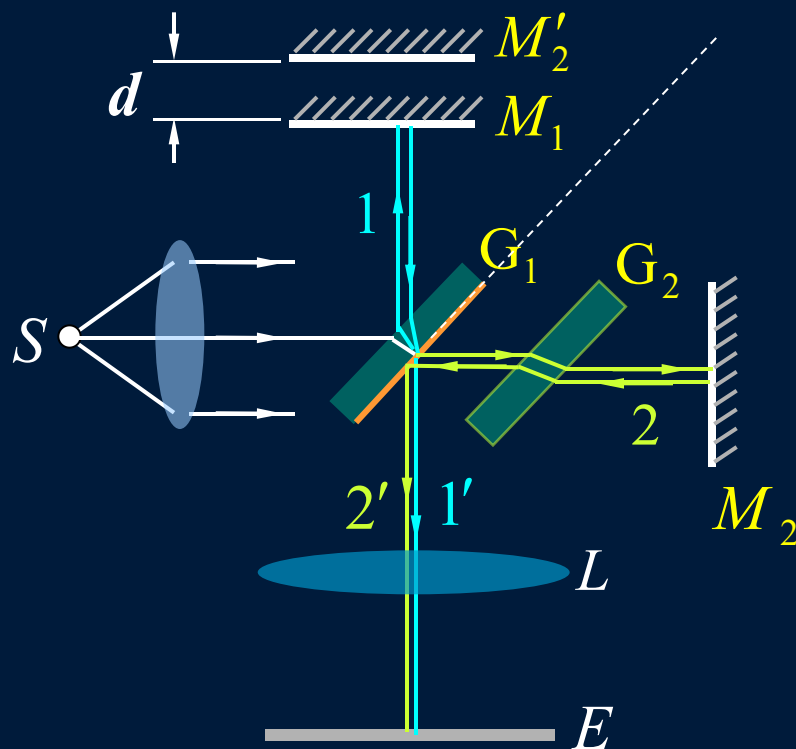
# 1.1 迈克耳孙干涉仪

## 1. 干涉仪结构

## 2. 工作原理

光束1'和2'发生干涉

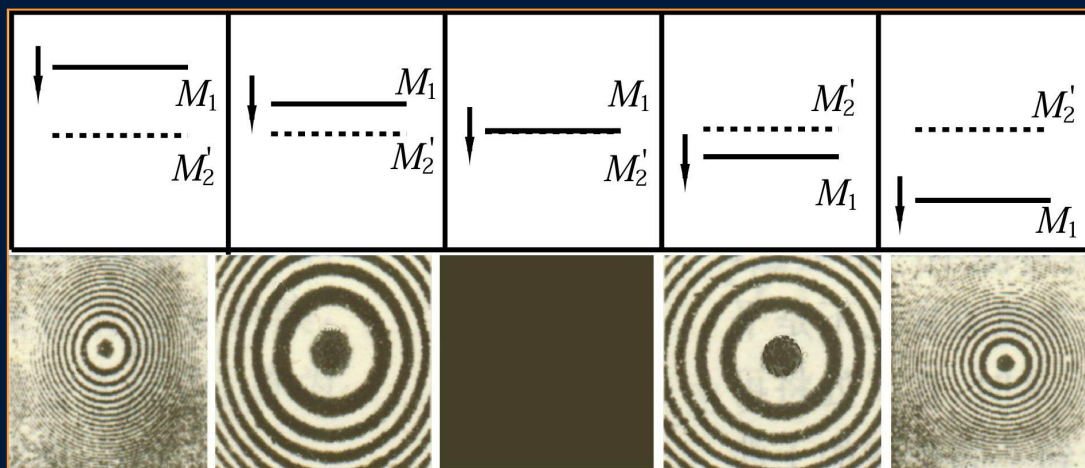
调整 $M_1$ 和 $M_2$ 后面的调节螺钉，即可观察到薄膜干涉的各种情况。



迈克耳孙干涉仪

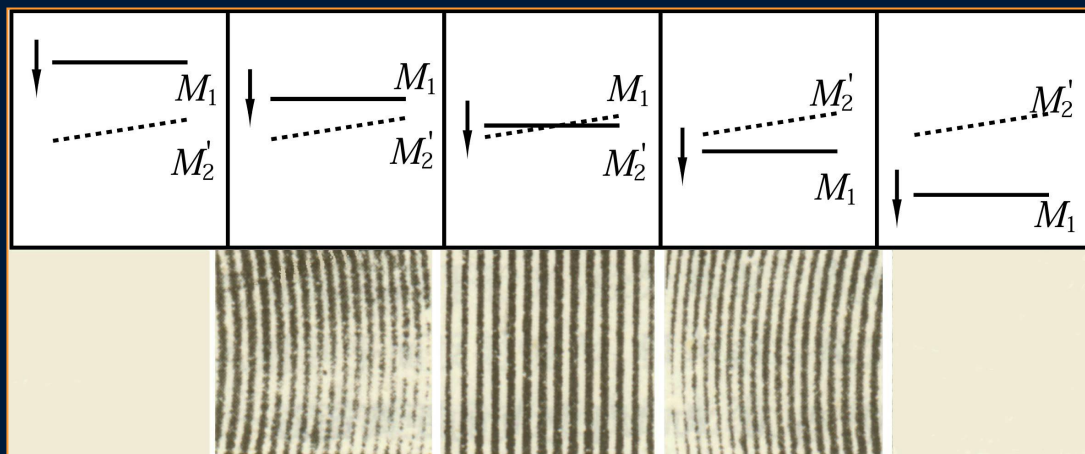
### 3. 条纹特点

◆若 $M_1$ 、 $M'_2$  平行  
等倾条纹。



◆若 $M_1$ 、 $M'_2$  有小  
夹角。

当 $M_1$ 和 $M'_2$  不平  
行，且光平行入  
射，此时为等厚  
条纹。



◆若 $M_1$ 平移 $\Delta d$  时，干涉条纹移过  $N$  条，则有

$$\Delta d = N \cdot \frac{\lambda}{2}$$

## 4. 迈克耳孙干涉仪优点

设计精巧，两相干光路完全分开，可以方便的改变任一光路的光程。

## 5. 应用

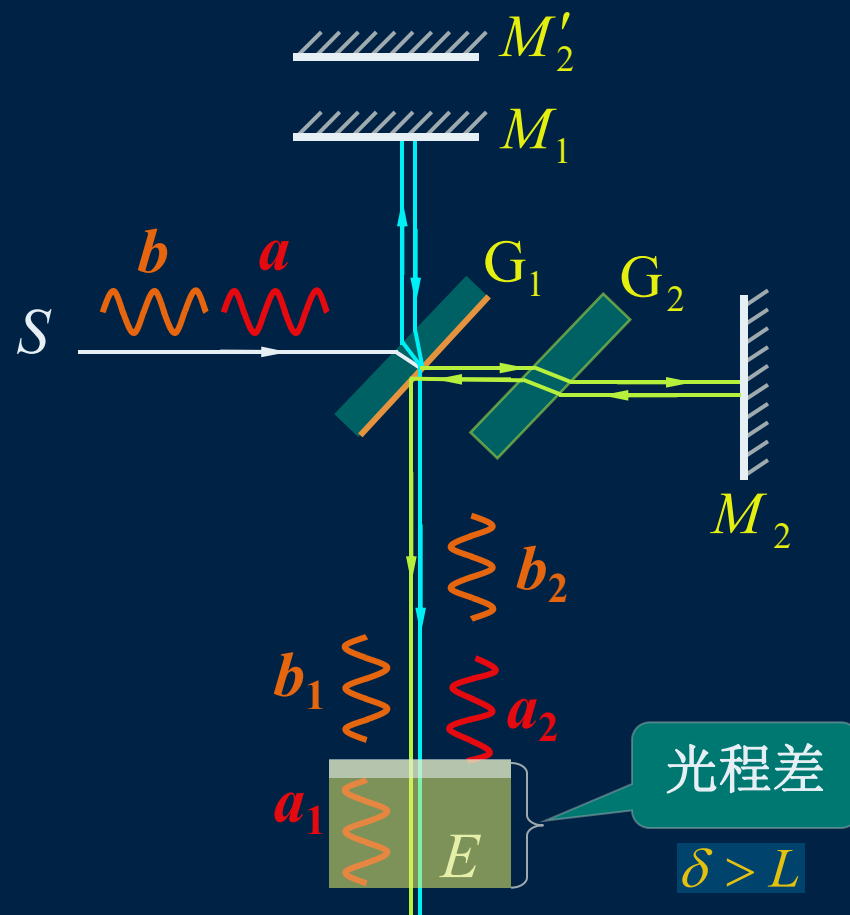
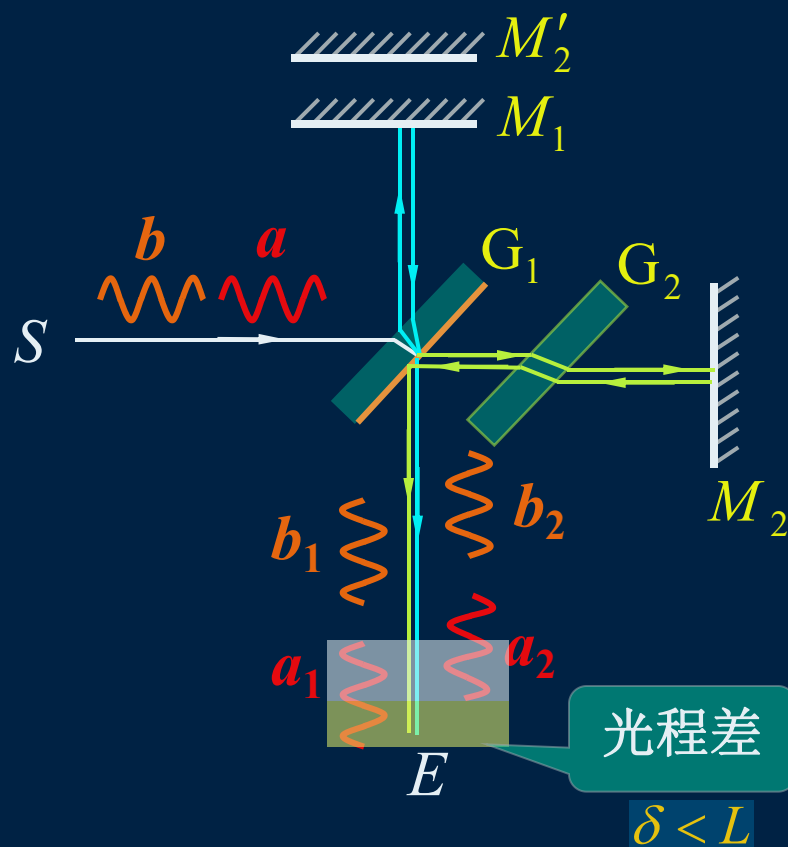
◆微小位移测量  $\Delta d = N \cdot \frac{\lambda}{2}$

◆测波长  $\lambda = \frac{2\Delta d}{N}$

◆测折射率  $(n-1)l = N \frac{\lambda}{2}$



## 1.2 时间相干性



相干长度  $\delta_{\max} = L$  ; 相干时间  $\Delta t = \frac{L}{c}$

只有相遇的光波来自于同一光波列才满足光波相干条件。

# 光的衍射 惠更斯—菲涅耳原理

---

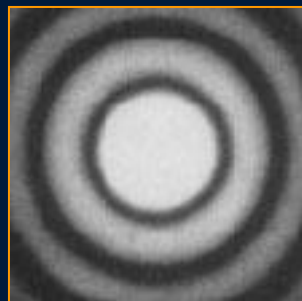
主要内容:

1. 光的衍射现象及其分类
2. 惠更斯—菲涅耳原理
3. 菲涅耳衍射积分公式

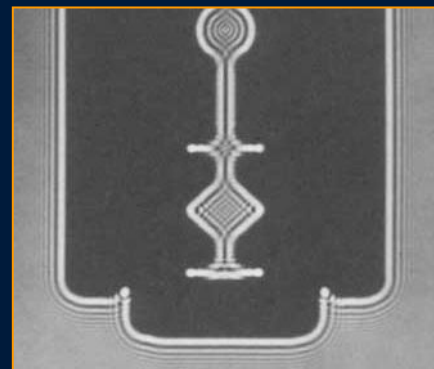
# 1.1 光的衍射现象及其分类

## 1. 光的衍射现象

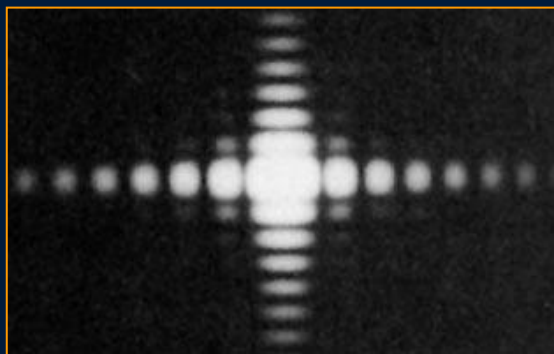
### ◆现象



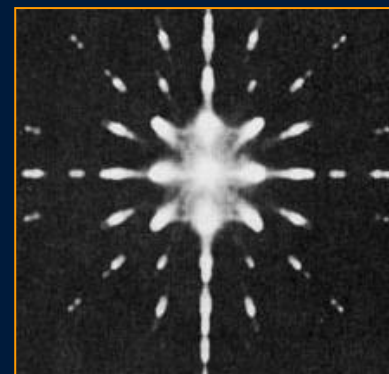
(圆孔衍射)



(剃须刀边缘衍射)



(矩孔衍射)



(矩形网络衍射)

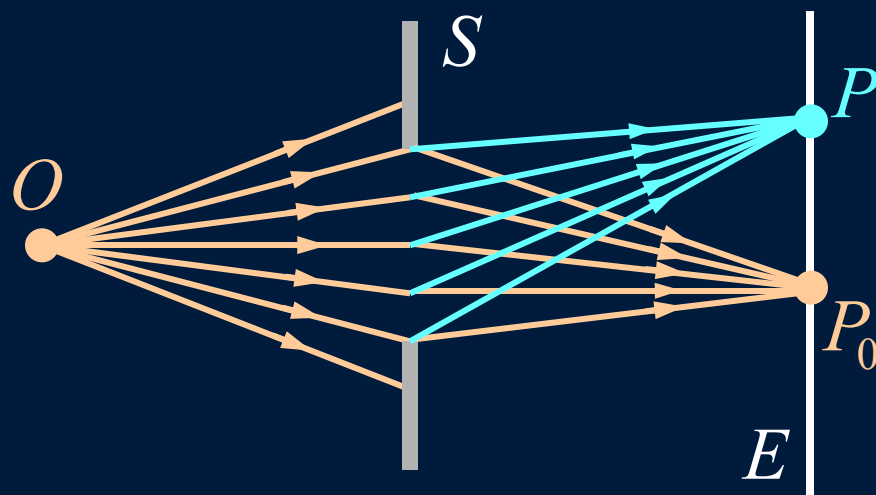
### ◆衍射

光在传播过程中绕过障碍物的边缘而偏离直线传播的现象。

## 2. 光的衍射分类

### ◆ 菲涅耳衍射(近场衍射)

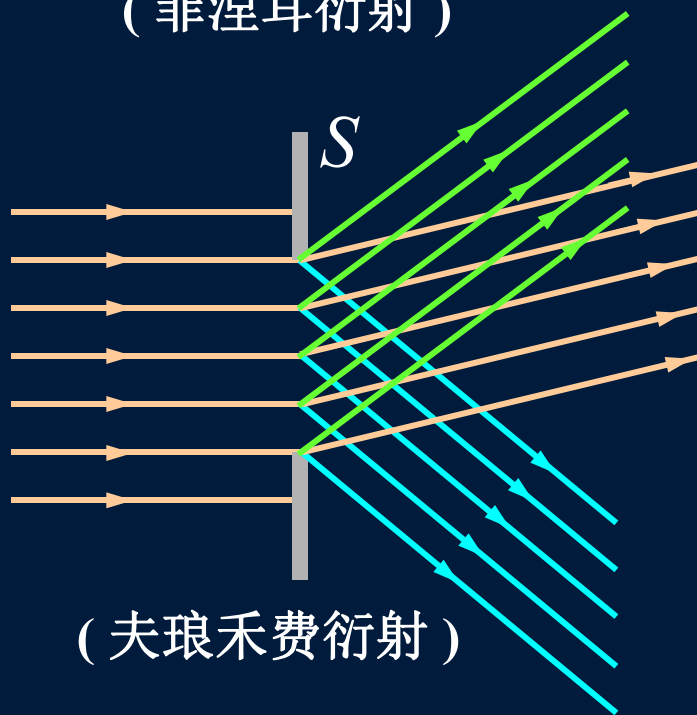
光源 $O$ , 观察屏 $E$  (或二者之一) 到衍射屏 $S$  的距离为有限的衍射。



( 菲涅耳衍射 )

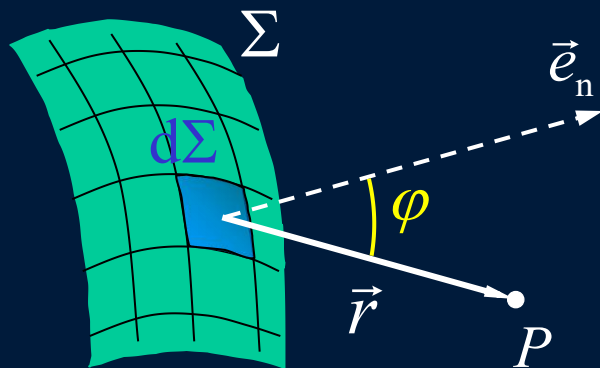
### ◆ 夫琅禾费衍射(远场衍射)

光源 $O$ , 观察屏 $E$  到衍射屏 $S$  的距离均为无穷远的衍射。



( 夫琅禾费衍射 )

## 1.2 惠更斯—菲涅耳原理



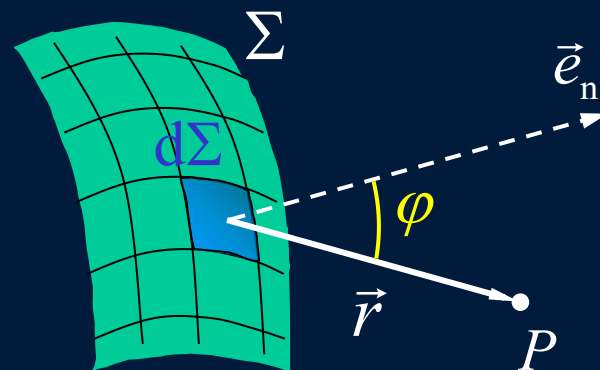
- ◆同一波前上的各点都可以看成是新的振动中心，它们发出的都是相干次波。
- ◆空间某点的光振动是所有这些次波在该点的相干叠加。

### 1.3 菲涅耳衍射积分公式

设初相为零, 面积为  $\Sigma$  的波面, 其上面元  $d\Sigma$  在  $P$  点引起的振动为

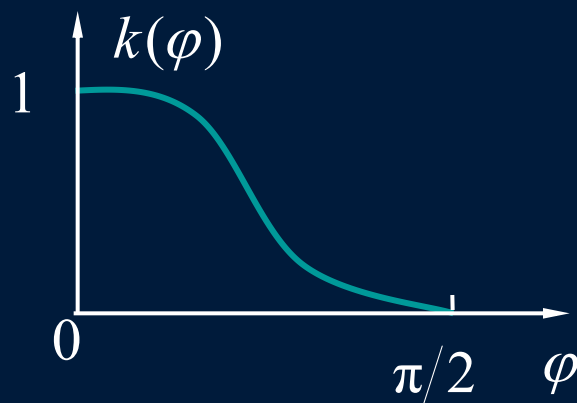
$$dE \propto k(\varphi) \cdot \frac{d\Sigma}{r} \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$

$$dE = F \cdot k(\varphi) \frac{d\Sigma}{r} \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$



$F$  取决于波面上  $d\Sigma$  处的波强度,  $k(\varphi)$  为倾斜因子.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 0, k = k_{\max} = 1 \\ \varphi \uparrow \longrightarrow k(\varphi) \downarrow \\ \varphi \geq \frac{\pi}{2}, k = 0 \end{array} \right.$$



$t$ 某时刻， $P$ 点处的合振动就等于波面 $\Sigma$ 上所有 $d\Sigma$ 发出的次波在 $P$ 点引起光振动的叠加，即

$$E(P) = \int_{\Sigma} Fk(\varphi) \frac{\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})}{r} d\Sigma$$

### ➤ 说明

- (1)对于一般衍射问题，用积分计算相当复杂，实际中常用半波带法和振幅矢量法分析。
- (2)惠更斯—菲涅耳原理在惠更斯原理的基础上给出了次波源在传播过程中的振幅变化及位相关系。

# 夫琅禾费衍射

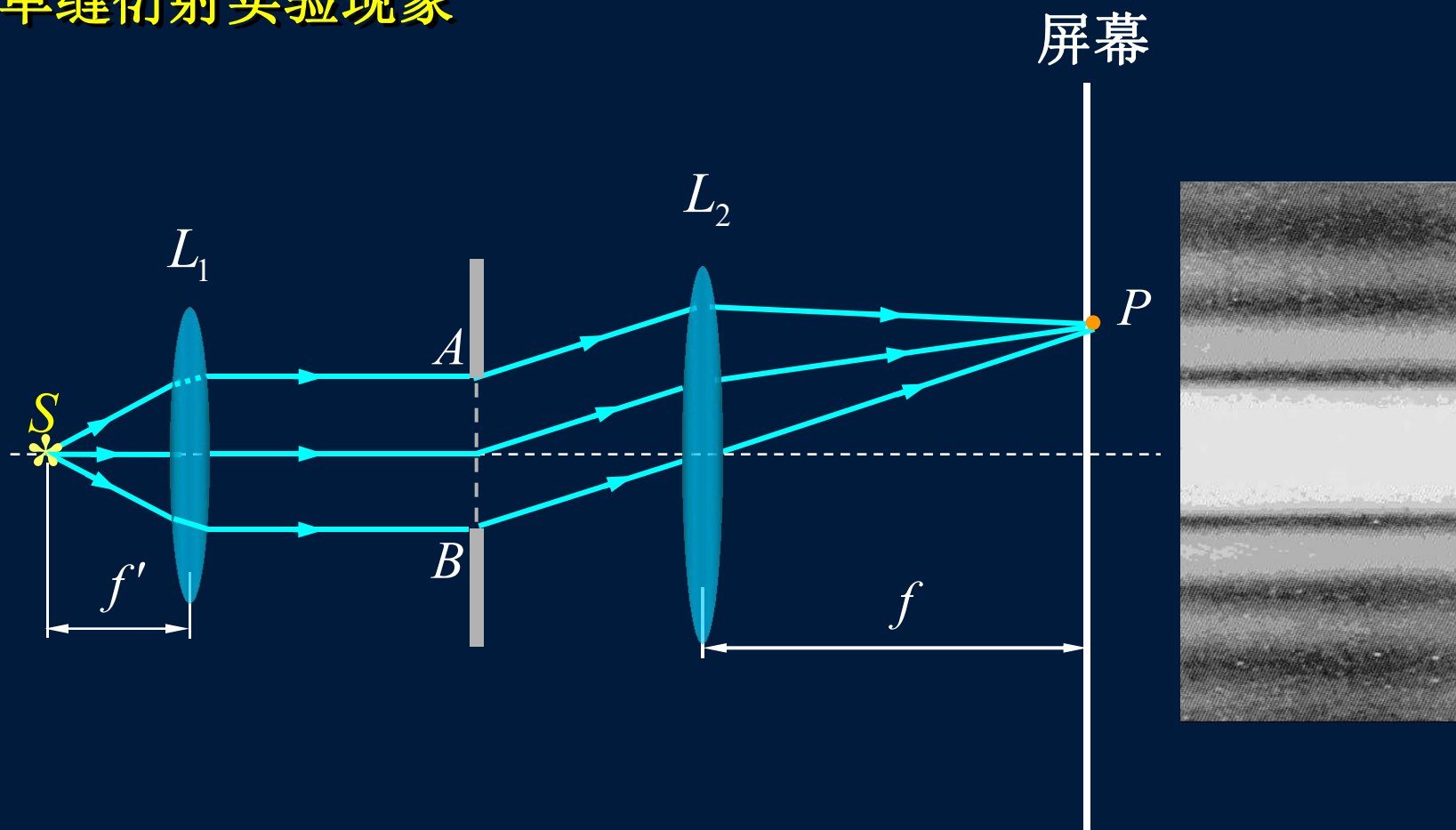
---

主要内容:

1. 单缝衍射的实验现象
2. 单缝衍射图样的特征分析
3. 单缝衍射的光强分布
4. 光学仪器的分辨本领



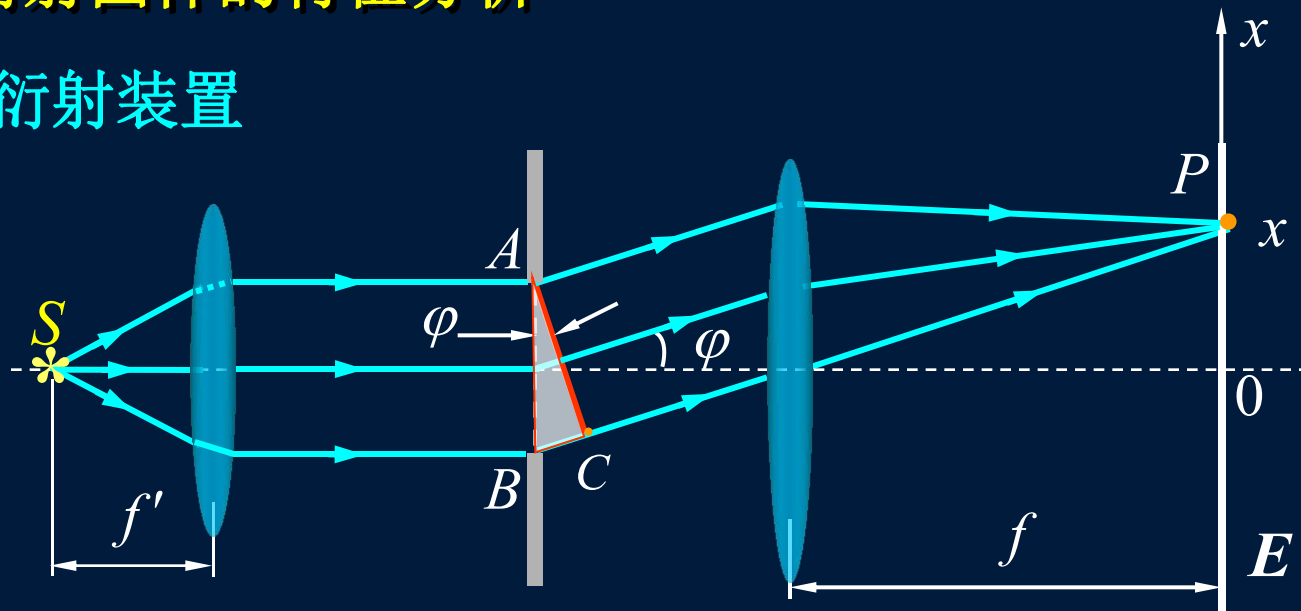
## 1.1 单缝衍射实验现象



➤ **结果：**屏幕上出现中心很亮的明纹，两侧对称分布着一系列强度较弱亮纹。

## 1.2 单缝衍射图样的特征分析

### 1. 单缝衍射装置

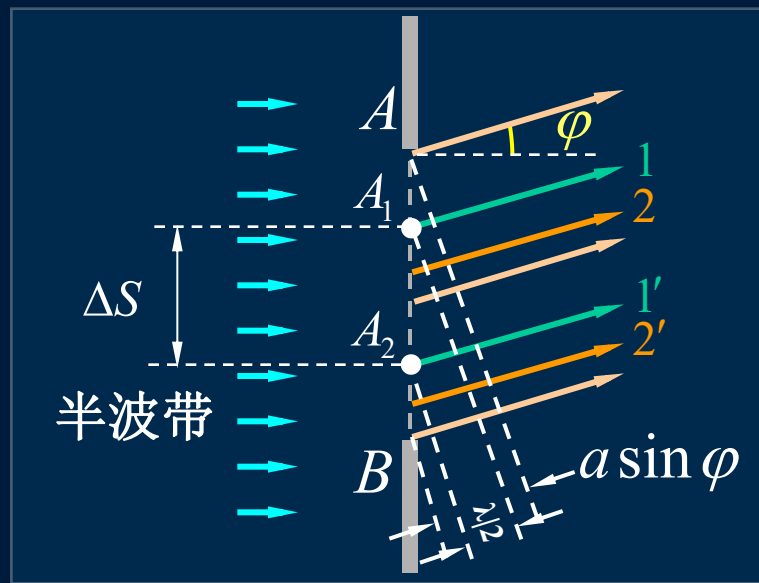


### 2. 菲涅耳半波带法

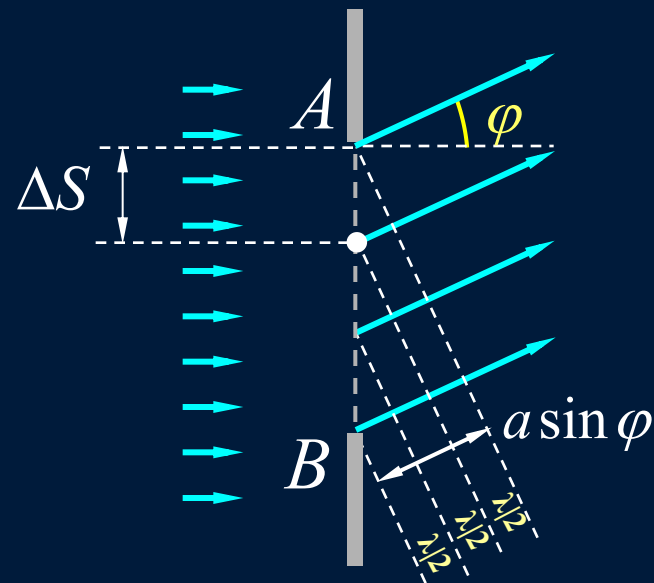
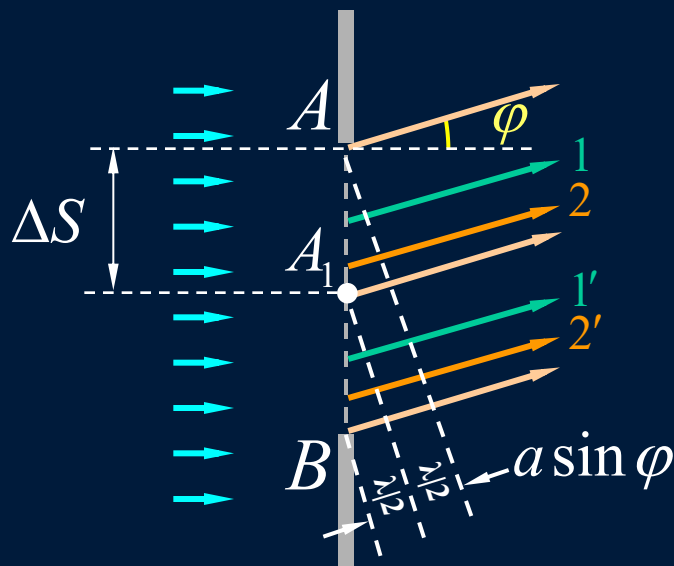
◆ 半波带数目为整数

狭缝波面上的半波带的数目

$$N = \frac{a \sin \varphi}{\frac{\lambda}{2}}$$



暗纹条件:  $a \sin \varphi = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3 \cdots$  (半波带数目为偶数)



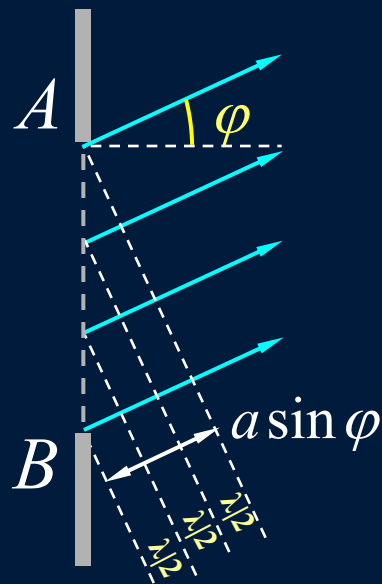
明纹条件:  $a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3 \cdots$  (半波带数目为奇数)

中央明纹中心:  $\varphi = 0 \longrightarrow a \sin \varphi = 0 \longrightarrow k = 0$

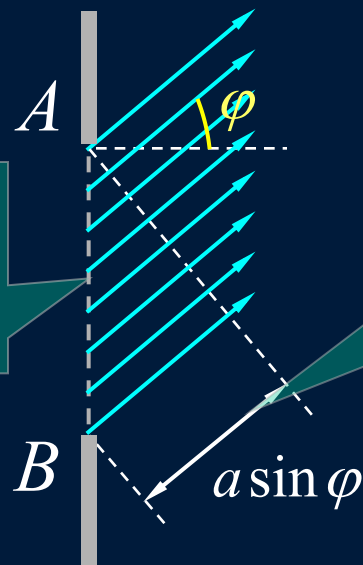
◆ 半波带数目为非整数时, 该点的光强介于明暗之间。

## 说明

- (1) 得到的暗纹和中央明纹位置精确, 其它明纹位置只是近似。
- (2) 随着衍射角 $\varphi$ 的增大, 明条纹的强度减少。



每份半波带的  
能量就愈少

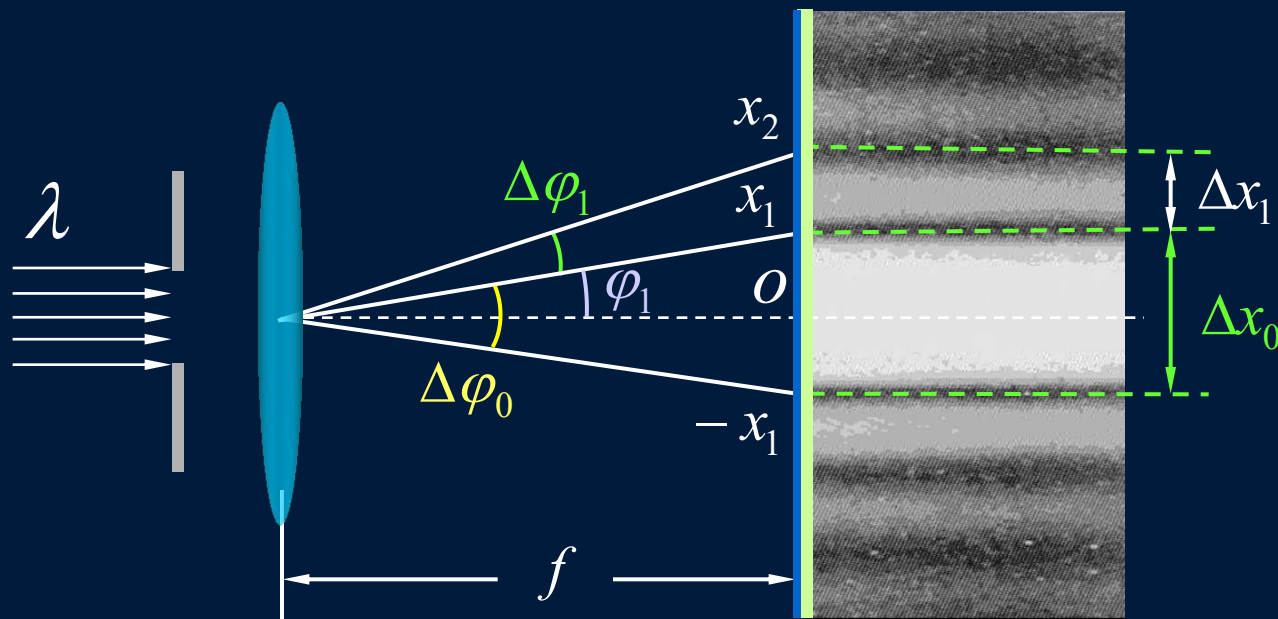


分成  $\lambda/2$  的  
份数愈多

## 3. 单缝衍射明纹角宽度和线宽度

角宽度: 相邻暗纹对应的衍射角之差。

线宽度: 观察屏上相邻暗纹的距离。



中央明纹角宽度:  $\Delta\varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\lambda/a$

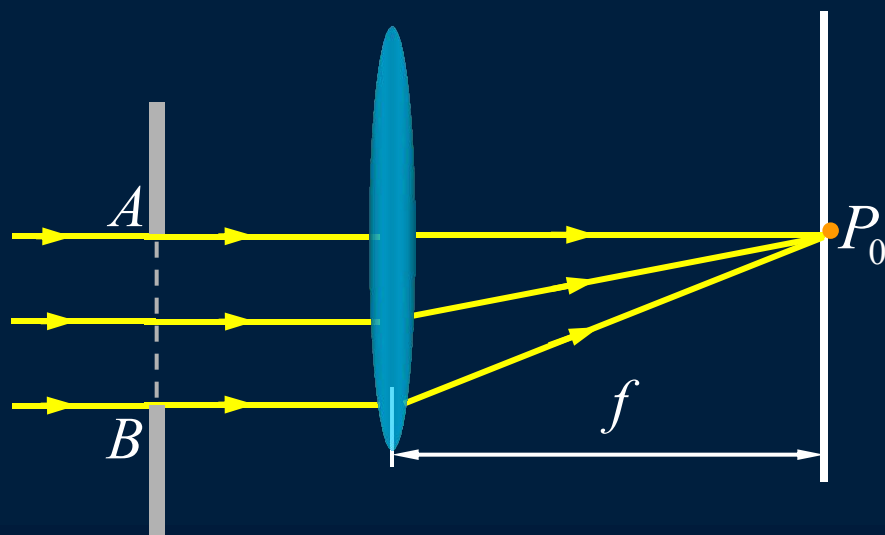
中央明纹线宽度:  $\Delta x_0 = 2f \cdot \tan\varphi_1 = 2f\varphi_1 = 2f\lambda/a$

第 $k$ 级明纹角宽度:  $\Delta\varphi_k = \lambda/a$

➤ **结论:** 中央明条纹的角宽度是其他明条纹角宽度的两倍。

## ➤ 讨论

- (1)  $\Delta\varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\lambda/a$  波长越长, 缝宽越小, 条纹宽度越宽。
- (2)  $\lambda/a \rightarrow 0$   $\Delta\varphi_0 \rightarrow 0$  波动光学退化到几何光学。
- (3)  $\lambda/a \rightarrow 1$   $\Delta\varphi_0 \rightarrow \pi$  观察屏上不出现暗纹。
- (4) 缝位置变化不影响条纹位置分布



**例** 如图示，设有一波长为 $\lambda$ 的单色平面波沿着与缝平面的法线成 $\theta$ 角的方向入射到宽为 $a$ 的单缝  $AB$  上

**求** 写出各级暗条纹对应的衍射角  $\varphi$  所满足的条件

**解** 在狭缝两个边缘处，衍射角为  $\varphi$  的两光的光程差为

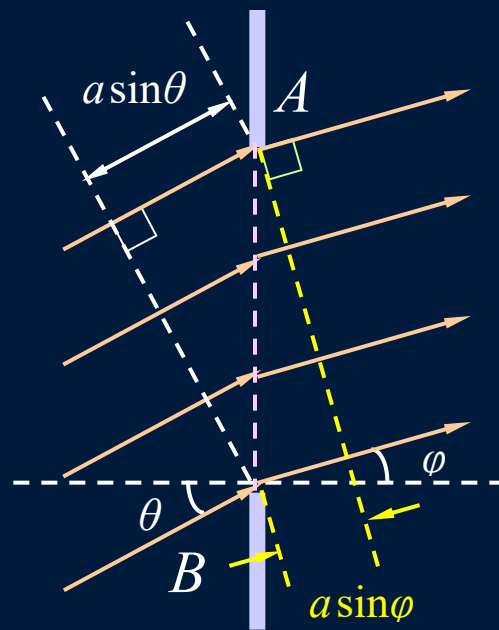
$$\delta = a(\sin \varphi - \sin \theta)$$

对于暗纹

$$\delta = \pm k\lambda$$

则 
$$a(\sin \varphi - \sin \theta) = \pm k\lambda$$

$$\sin \varphi = \pm \frac{k\lambda}{a} + \sin \theta \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$



**例** 用波长为 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的平行光垂直照射一单缝，在距缝很远的屏上观察衍射条纹，如果 $\lambda_1$ 的第一级衍射暗纹与 $\lambda_2$ 的第二级衍射暗纹重合。

**求** (1) 两种波长之间的关系；

(2) 这两种波长的衍射图样中是否还有其它级的暗纹重合

**解** (1) 单缝衍射暗纹条件

$$\begin{array}{l} a \sin \varphi = k\lambda \\ a \sin \varphi_1 = \lambda_1 \\ a \sin \varphi_2 = 2\lambda_2 \\ \text{重合, 即 } \varphi_1 = \varphi_2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} a \sin \varphi = k\lambda \\ a \sin \varphi_1 = \lambda_1 \\ a \sin \varphi_2 = 2\lambda_2 \\ \text{重合, 即 } \varphi_1 = \varphi_2 \end{array}} \right\} \longrightarrow \lambda_1 = 2\lambda_2$$



## (2) 单缝衍射暗纹条件

$$a \sin \varphi = k \lambda$$

$$a \sin \varphi_1 = k_1 \lambda_1$$

$$a \sin \varphi_2 = k_2 \lambda_2$$

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

$$\lambda_1 = 2 \lambda_2$$

重合，即

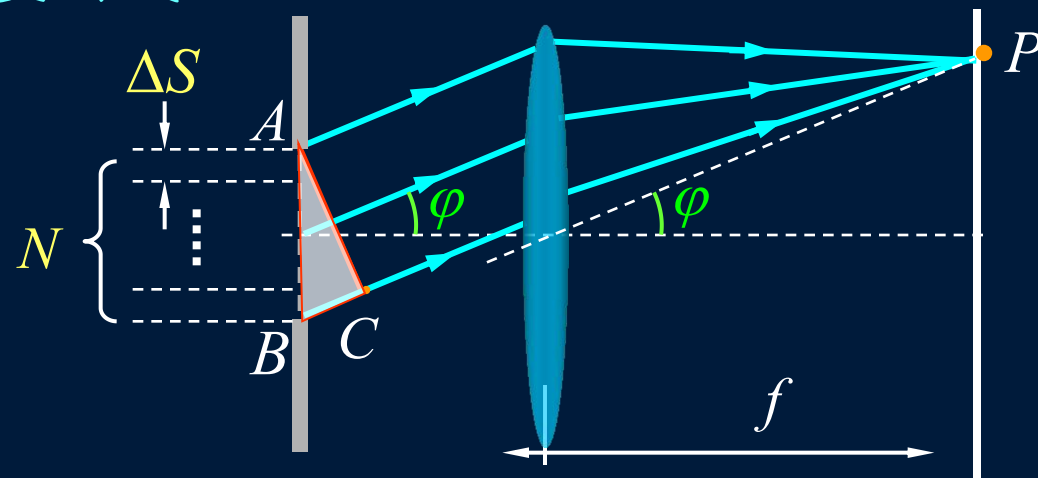


$$k_2 = 2 k_1$$

可见，还有 $\lambda_1$ 的 $k_1$ 级暗纹与 $\lambda_2$ 的 $2 k_1$ 级暗纹重合。

## 1.3 单缝衍射的光强分布

### 1. 单缝衍射强度公式



将缝  $AB$  均分成  $N$  个窄带，每个窄带宽度为  $\Delta S = a/N$

设每个窄带在  $P$  点引起的振幅为  $A$

相邻窄带的相位差为 
$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{a \sin \varphi}{N}$$

$A$ 、 $B$  点处窄带在  $P$  点引起振动的相位差为

$$\beta = 2\pi a \sin \varphi / \lambda = N\delta$$

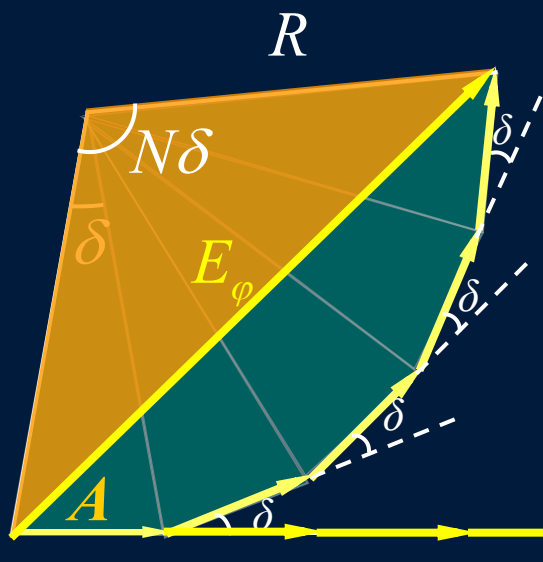
**P** 点形成的光振动： $N$ 个同方向，同频率，同振幅，初相位依次相差  $\delta$  的简谐振动的合成。

由图中几何关系得

$$\begin{cases} A = 2R \sin \frac{\delta}{2} = 2R \sin \frac{\beta}{2N} \\ E_{\varphi} = 2R \sin \frac{\beta}{2} \end{cases}$$

由以上两式得

$$E_{\varphi} = A \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\beta}{2N}} \approx NA \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}} \quad (N \text{ 很大时})$$



若  $\varphi = 0 \Rightarrow \beta = 0 \Rightarrow E_m = NA$

$\vec{E}_m$

$$\text{令 } \alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} \quad \longrightarrow \quad E_{\varphi} = E_m \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

$$I_{\varphi} = I_m \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$I_m$  中央明纹中心处的光强

## 2. 单缝衍射光强分布特点

### ◆ 中央明纹

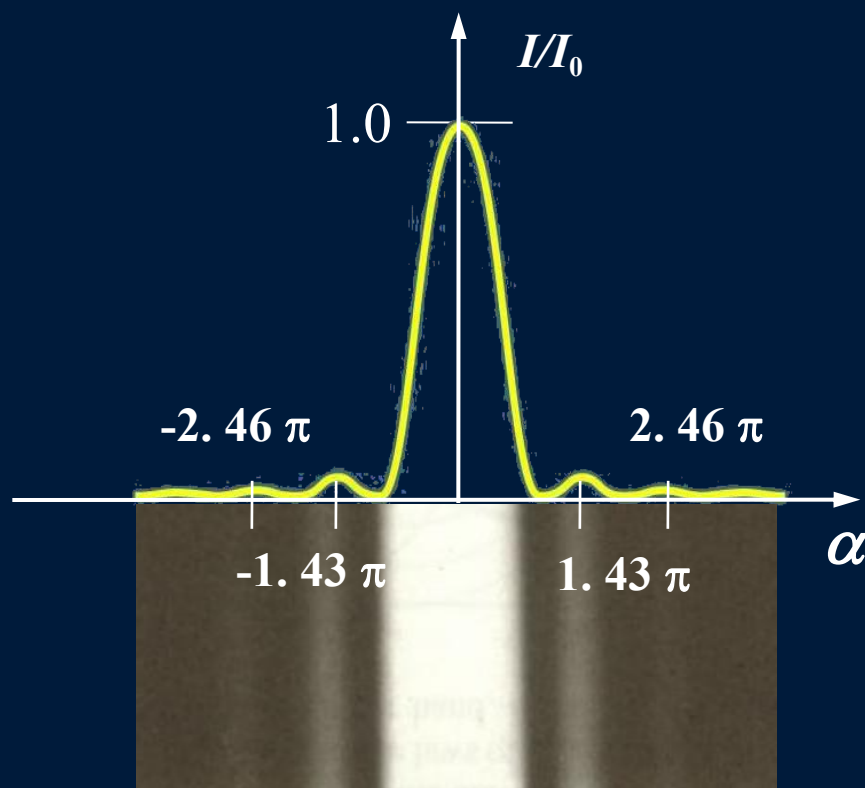
$$\varphi = 0, \quad \alpha = 0$$

$$I = I_m = I_{\max}$$

### ◆ 暗纹条件

$$I = 0 \rightarrow \sin \alpha = 0$$

$$\alpha = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} = \pm k\pi$$



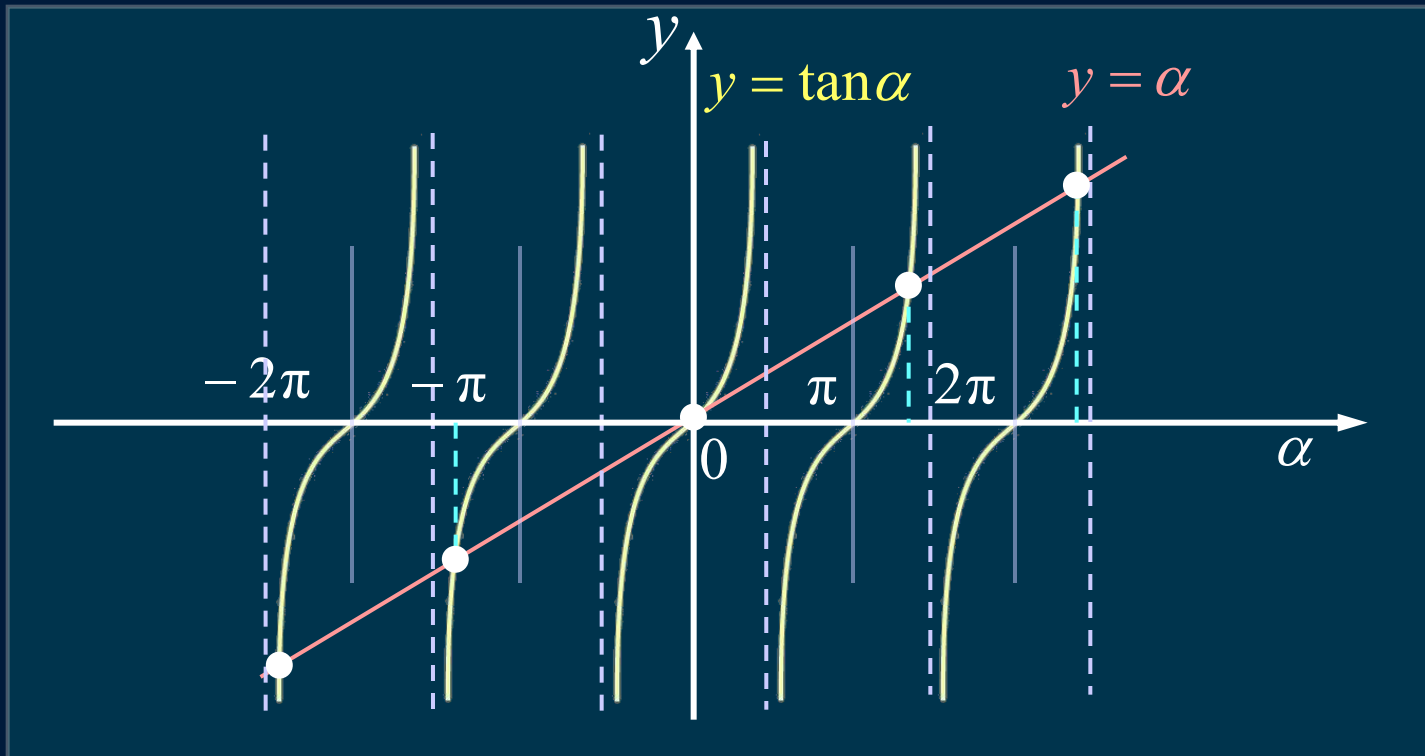
相对光强曲线

$$a \sin \varphi = \pm k\lambda$$

$$k = 1, 2, 3 \dots$$

由上可见：与半波带法得到的暗纹条件一致。

◆次级明纹条件  $\frac{dI}{d\alpha} = 0 \quad \longrightarrow \quad \tan \alpha = \alpha$



得

$$\alpha = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \cdots$$

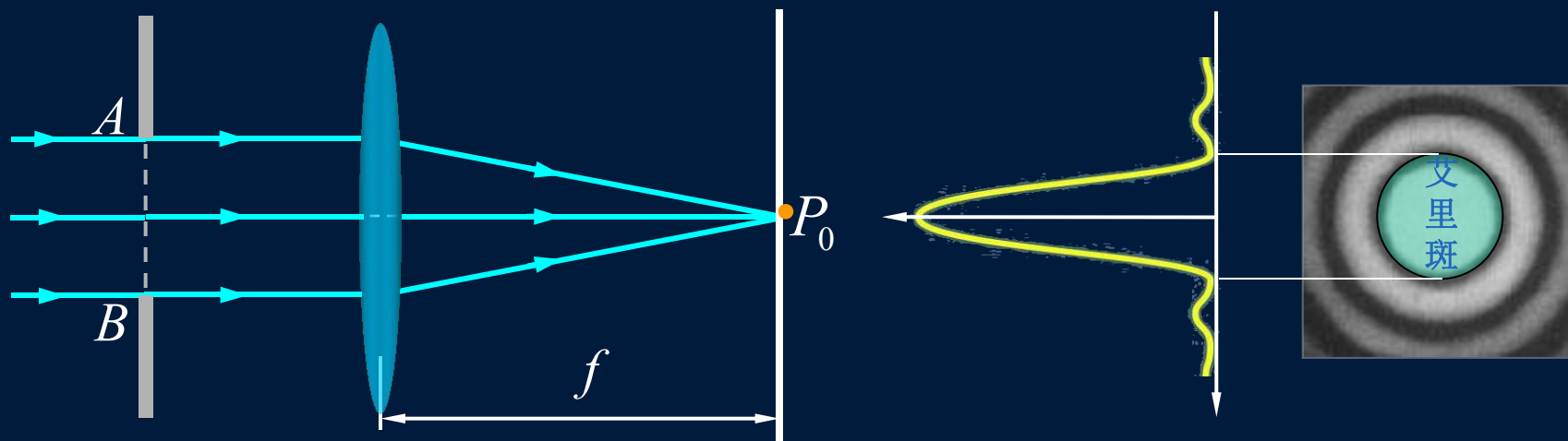
相应

$$a \sin \varphi = \pm 1.43\lambda, \pm 2.46\lambda, \pm 3.47\lambda, \cdots$$

由上可见：次级明条纹严格讲不是等间距分布的。半波带法得到的明纹位置  $a \sin \varphi = (2k+1)\lambda/2$  是一种较好的近似。

## 1.4 光学仪器的分辨本领

### 1. 圆孔的夫琅禾费衍射



2. 艾里斑 由第一暗环所包围的中央亮斑。

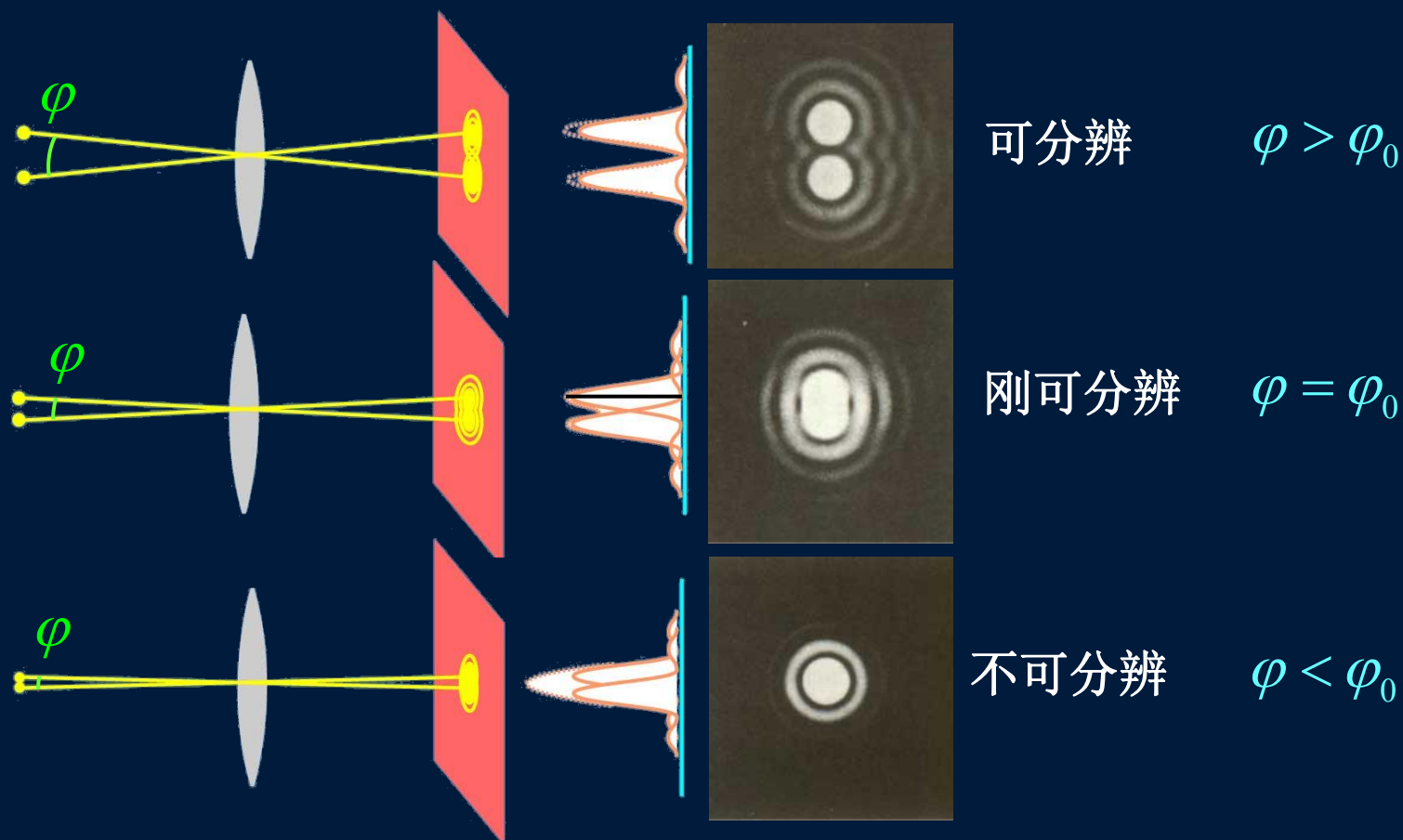
由夫琅禾费圆孔衍射计算可得，艾里斑的半角宽度

$$\varphi_0 \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

## 艾里斑的半径

$$r_0 = f\varphi_0 = 1.22 \frac{\lambda f}{D}$$

### 3. 瑞利判据





## 瑞利判据

对于两个等光强的非相干物点, 如果一个像斑中心恰好落在另一像斑的中央亮斑的边缘(第一级暗纹处)上时, 就认为这两个像刚刚能够被分辨。

## 4. 光学仪器分辨本领

望远镜的最小分辨角

$$\Delta\varphi = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

光学仪器分辨本领

$$R = \frac{1}{\Delta\varphi}$$

**例** 载人宇宙飞船在距地面 **160km** 的轨道上运行时，宇航员恰好能分辨地面上的两点光源，设波长为 **550nm**、瞳孔直径取 **5mm**。

**求** 两点光源之间的距离

**解** 设两点光源之间的距离为  **$x$** 、飞船距地面的距离为  **$L$**

眼睛的最小分辨角  $\delta_{\varphi} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

两点光源对人眼睛的张角  $\delta = \frac{x}{L}$

恰能分辨条件  $\delta_{\varphi} = \delta \longrightarrow 1.22 \frac{\lambda}{D} = \frac{x}{L}$

$$x = \frac{1.22 \lambda L}{D} = \frac{1.22 \times 550 \times 10^{-9} \times 160 \times 10^3}{5 \times 10^{-3}} = 21 \text{m}$$

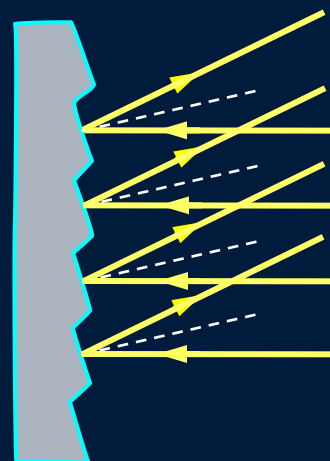
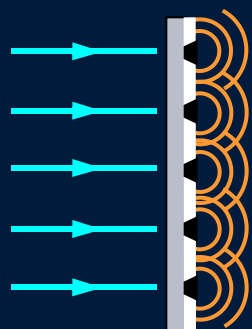
# 衍射光栅      光栅光谱

---

主要内容:

- 1.衍射光栅
- 2.光栅光谱

## 1.1 衍射光栅



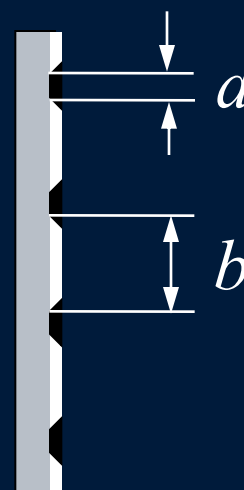
衍射光栅：利用多缝衍射原理使光发生色散的元件。

### 1. 衍射光栅参数

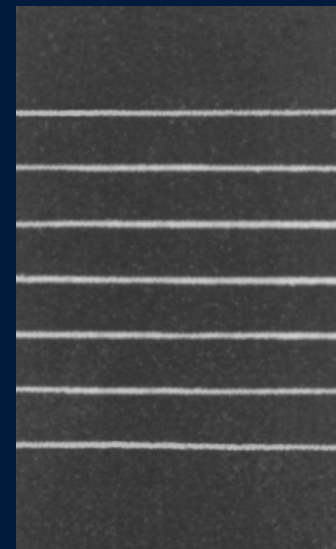
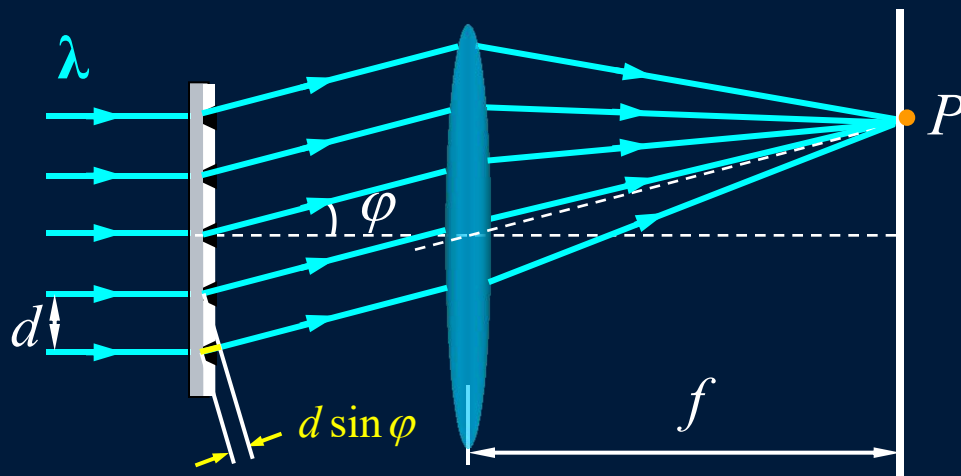
◆ 光栅常数  $d = a + b$

◆ 总缝数

光栅宽度为  $l$  mm, 每毫米缝数为  $m$ , 总缝数  $N = m \times l$



## 2. 光栅衍射现象



## 3. 光栅方程

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

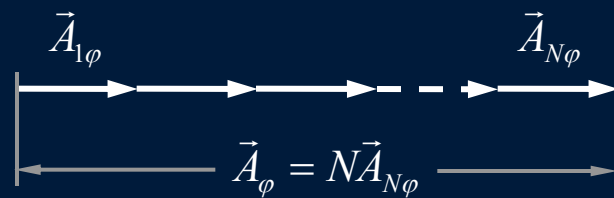
主极大级数

### ●主极大强度

相邻两缝发出的光在 **P** 点引起的光振动相位差为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi = \pm 2k\pi$$

**P** 点光强为  $I_{\varphi} = A_{\varphi}^2 = N^2 I_{N\varphi}$

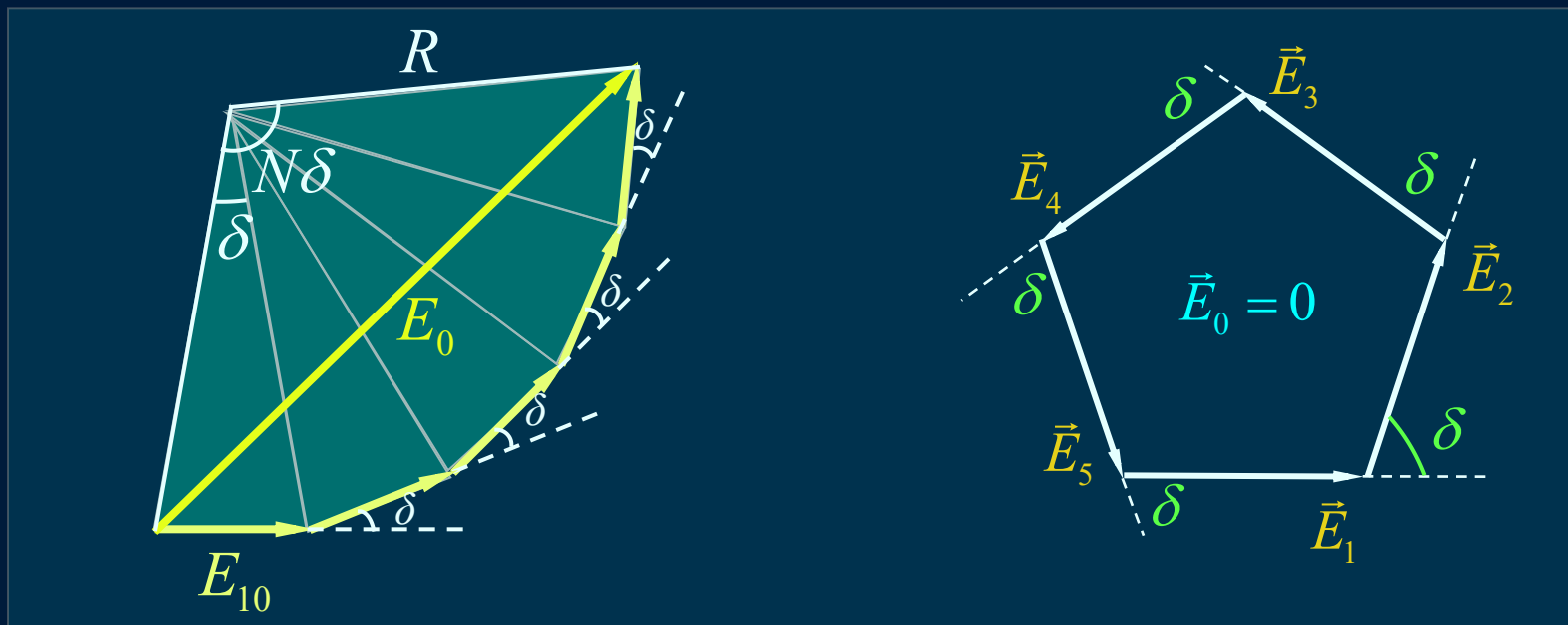


## 4. 暗纹公式

屏幕上任一点的光振动来自于各缝光振动 $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ 的叠加。

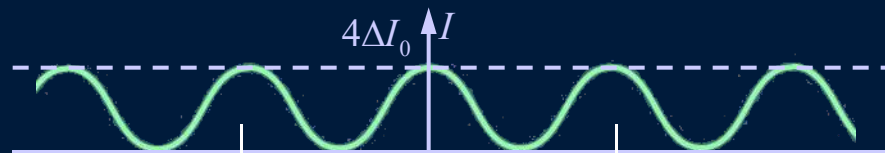
相邻振动相位差  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$

如果  $N \delta = \pm m \cdot 2\pi \quad \longrightarrow \quad \vec{E}_0 = \sum \vec{E}_i = 0$

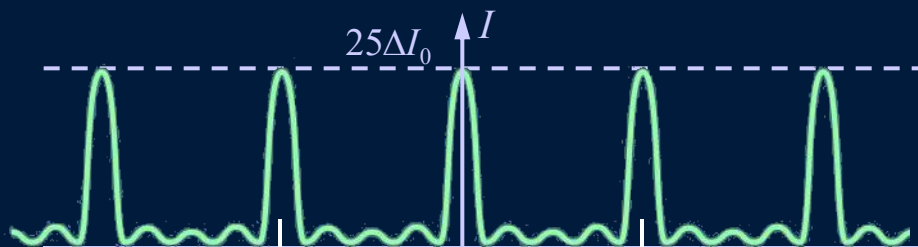


即  $d \sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{N} \quad (m \neq 0, \pm N, 2N, \dots)$

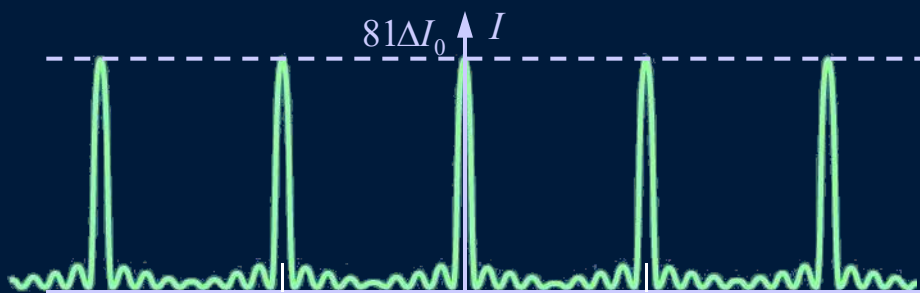
- 说明：
- $N$ 缝干涉，两主极大间有 $N-1$ 个极小， $N-2$ 个次极大。
  - 随着 $N$ 的增大，主极大间为暗背景。



2缝干涉强度分布

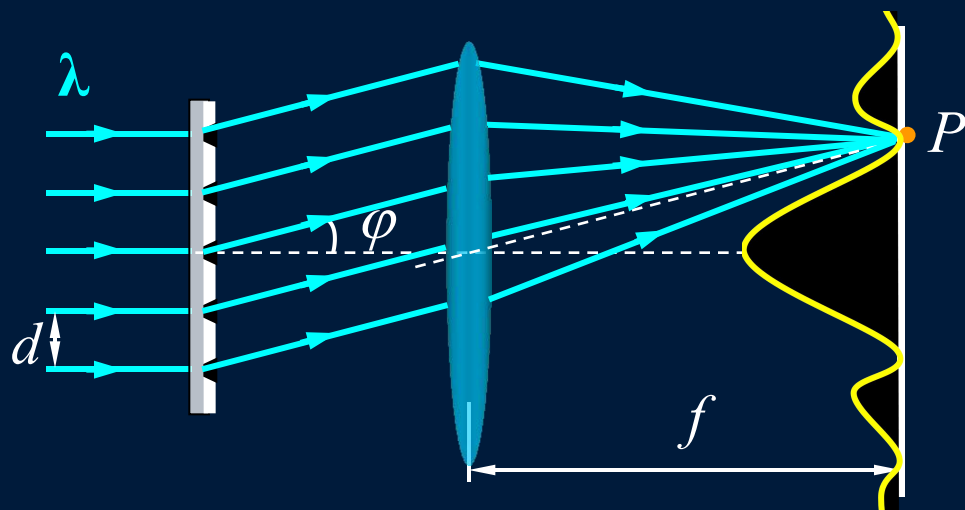


5缝干涉强度分布



9缝干涉强度分布

## 5. 谱线的缺级

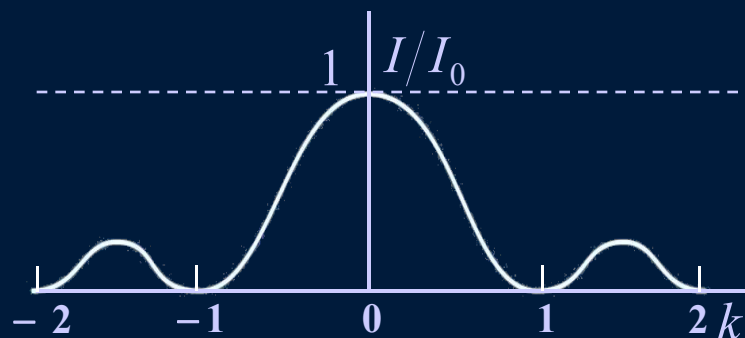


## 单缝衍射振幅曲线

$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi &= \pm k \lambda \\ a \sin \varphi &= \pm k' \lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d}{a} = \frac{k}{k'} \Rightarrow k = \frac{d}{a} \cdot k' \quad (k' \text{ 取非零整数})$$

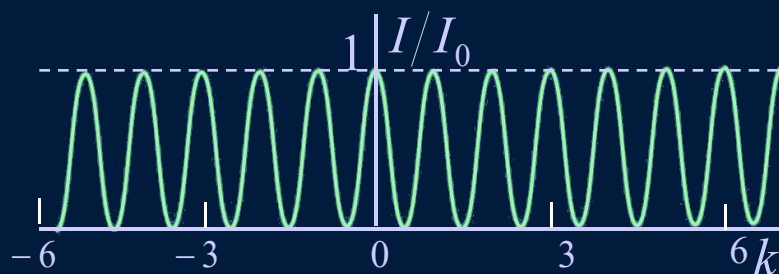
如  $\begin{cases} d/a = 2 \\ d/a = 3/2 \end{cases}$  则  $k = \pm 2, \pm 4, \pm 6 \dots$  缺级  
 则  $k = \pm 3, \pm 6, \pm 9 \dots$  缺级





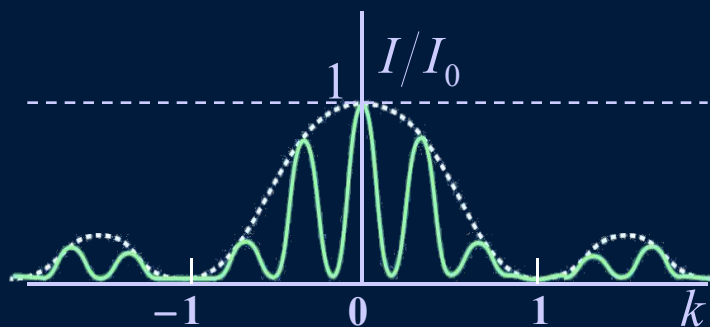
只考虑单缝衍射强度分布

$$d = 3a$$



只考虑双缝干涉强度分布

屏上的强度为单缝衍射和缝间干涉的共同结果。



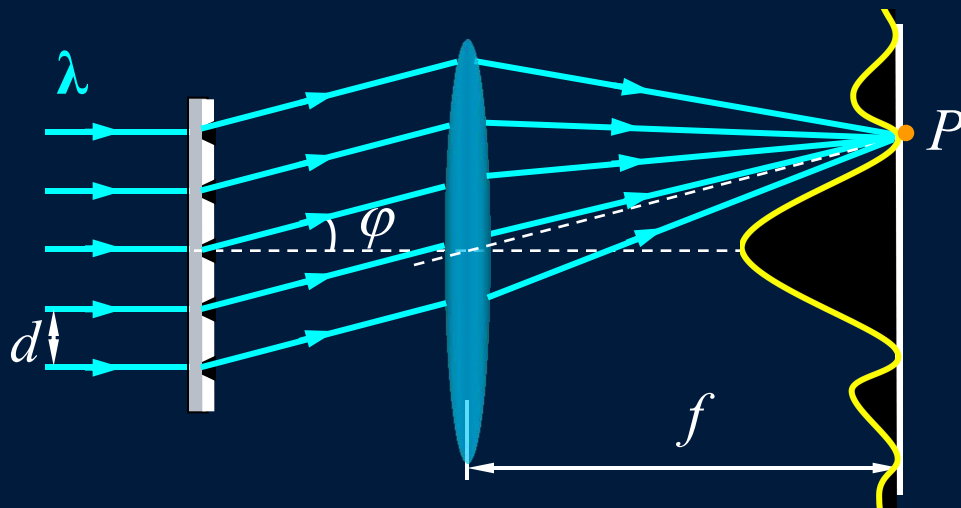
双缝光栅强度分布

## 6. 光栅衍射光强分布公式

单缝衍射的振幅分布  
和强度分布为

$$E_{\varphi} = E_0 \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

$$I_{\varphi} = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad \alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}$$



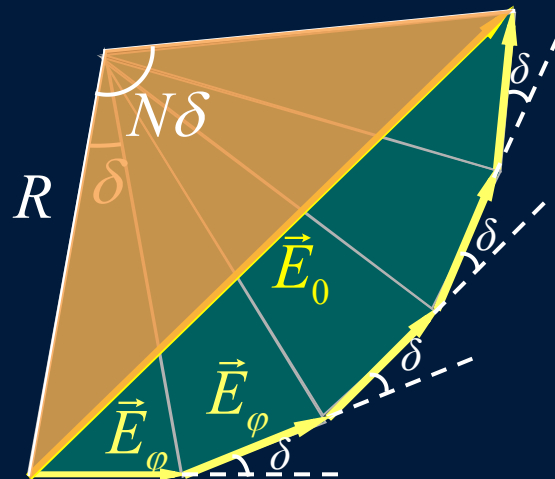
单缝衍射振幅曲线

相邻两缝发出的光在  $P$  点引起的光振动相位差为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (a + b) \sin \varphi$$

由几何关系可得:  $E_{\varphi} = 2R \sin \frac{\delta}{2}$

$$E_0 = 2R \cdot \sin \frac{N\delta}{2}$$



$$E_0 = E_\varphi \cdot \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \longrightarrow I_0 = I_m \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2$$

## 讨论

- $\left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$  单缝衍射因子       $\left( \frac{\sin (N\delta/2)}{\sin (\delta/2)} \right)^2$  多光束干涉因子

## ●主极大位置及光强

$$\text{若 } \delta = 2k\pi \longrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \varphi = 2k\pi \longrightarrow d \sin \varphi = \pm k\lambda$$

$$\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right) = 0 \quad \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = 0 \longrightarrow I = I_m \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cdot N^2$$

## ●暗纹公式

$$\text{若 } \left( \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2 = 0 \longrightarrow N\delta = \pm m \cdot 2\pi \longrightarrow d \sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{N}$$

$(m \neq 0, \pm N, 2N, \dots)$

## ●缺级条件

$$\text{若 } \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 0 \implies \sin \alpha = 0 \implies \alpha = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} = \pm k\pi$$

$$\text{即 } a \sin \varphi = \pm k' \lambda \quad k' = 1, 2, 3 \dots \quad (1)$$

$$\text{同时 } \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} = 1 \implies \delta = 2k\pi \implies \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \varphi$$

$$\text{即 } d \sin \varphi = k\lambda \quad k = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (2)$$

$$(1)、(2) \text{联立得} \quad k = \frac{d}{a} \cdot k' \quad (k' \text{ 取非零整数})$$

**例** 波长为  $600\text{nm}$  的平行光垂直照射在一光栅上，有两个相邻主极大明纹分别出现在  $\sin\varphi_1=0.20$  和  $\sin\varphi_2=0.30$  处，且第四级缺级。

- 求** (1) 光栅常数；  
(2) 光栅狭缝的最小宽度；  
(3) 实际可观察到的明纹级数和条数。

**解** (1) 由光栅方程，得

$$\left. \begin{aligned} d\sin\varphi_1 &= k\lambda \\ d\sin\varphi_2 &= (k+1)\lambda \end{aligned} \right\} \longrightarrow d(\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1) = \lambda$$

$$d = \frac{\lambda}{\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1} = \frac{600 \times 10^{-9}}{0.30 - 0.20} = 6.0 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(2) 第四级主极大缺级，有

$$4 = \frac{d}{a} k'$$

$k'$ 取1得最小缝宽

$$a = \frac{d}{4} = 1.5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(3) 当 $\varphi=(\pi/2)$ 时，由光栅方程得最高级数

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{6 \times 10^{-6}}{600 \times 10^{-9}} = 10$$

实际可以观察到0,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ ,  $\pm 3$ ,  $\pm 5$ ,  $\pm 6$ ,  $\pm 7$ ,  $\pm 9$ 级共15条谱线。

**例** 设光栅常数为  $d$ ，总缝数为  $N$  的光栅，当入射光波长为  $\lambda$  时，分析其夫琅禾费衍射主极大条纹角宽度与  $N$  的关系。

**解** 暗纹位置满足条件

$$Nd \sin \varphi = \pm m \lambda \quad m = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots$$

第  $k$  级主极大相邻的两暗纹满足

$$m = kN + 1 \quad Nd \sin \varphi_{kN+1} = (kN + 1) \lambda$$

$$m = kN - 1 \quad Nd \sin \varphi_{kN-1} = (kN - 1) \lambda$$

$$Nd (\sin \varphi_{kN+1} - \sin \varphi_{kN-1}) = 2 \lambda$$

$$Nd \cos \varphi_{kN-1} (\varphi_{kN+1} - \varphi_{kN-1}) = 2 \lambda$$

第  $k$  级主极大角宽度

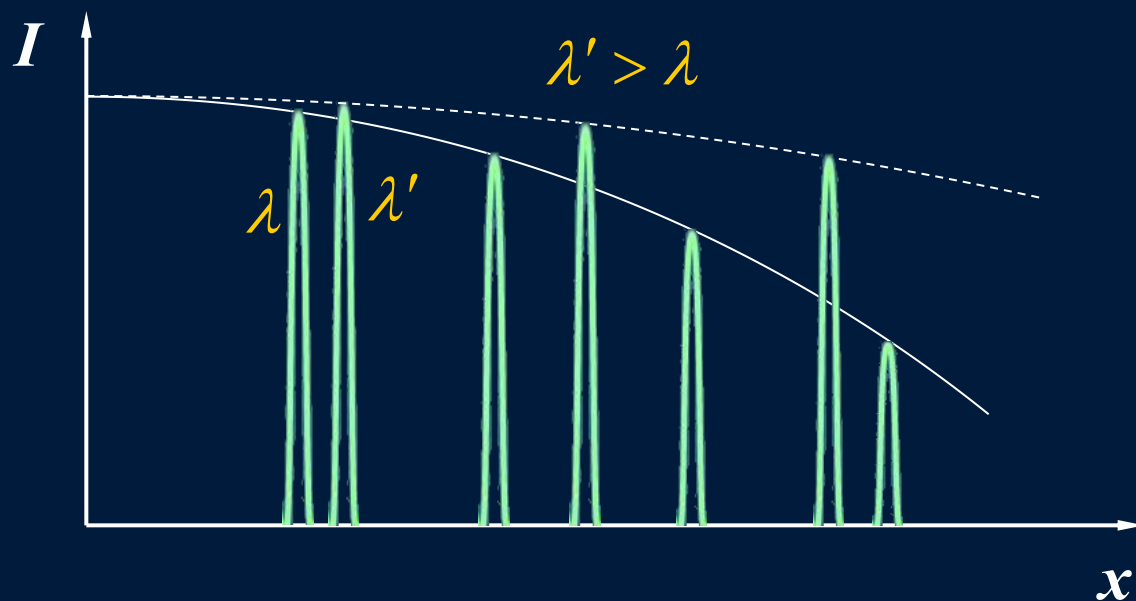
$$\Delta \varphi_k = \varphi_{kN+1} - \varphi_{kN-1} = \frac{2 \lambda}{Nd \cos \varphi_{\text{明}k}}$$

$N$  越大，主极大角宽度越小，条纹越细。

## 15.9.2 光栅光谱

### 1. 光栅色散

由  $d \sin \varphi = \pm k \lambda$  知  $d, k$  一定,  $\lambda \uparrow \longrightarrow \varphi \uparrow$

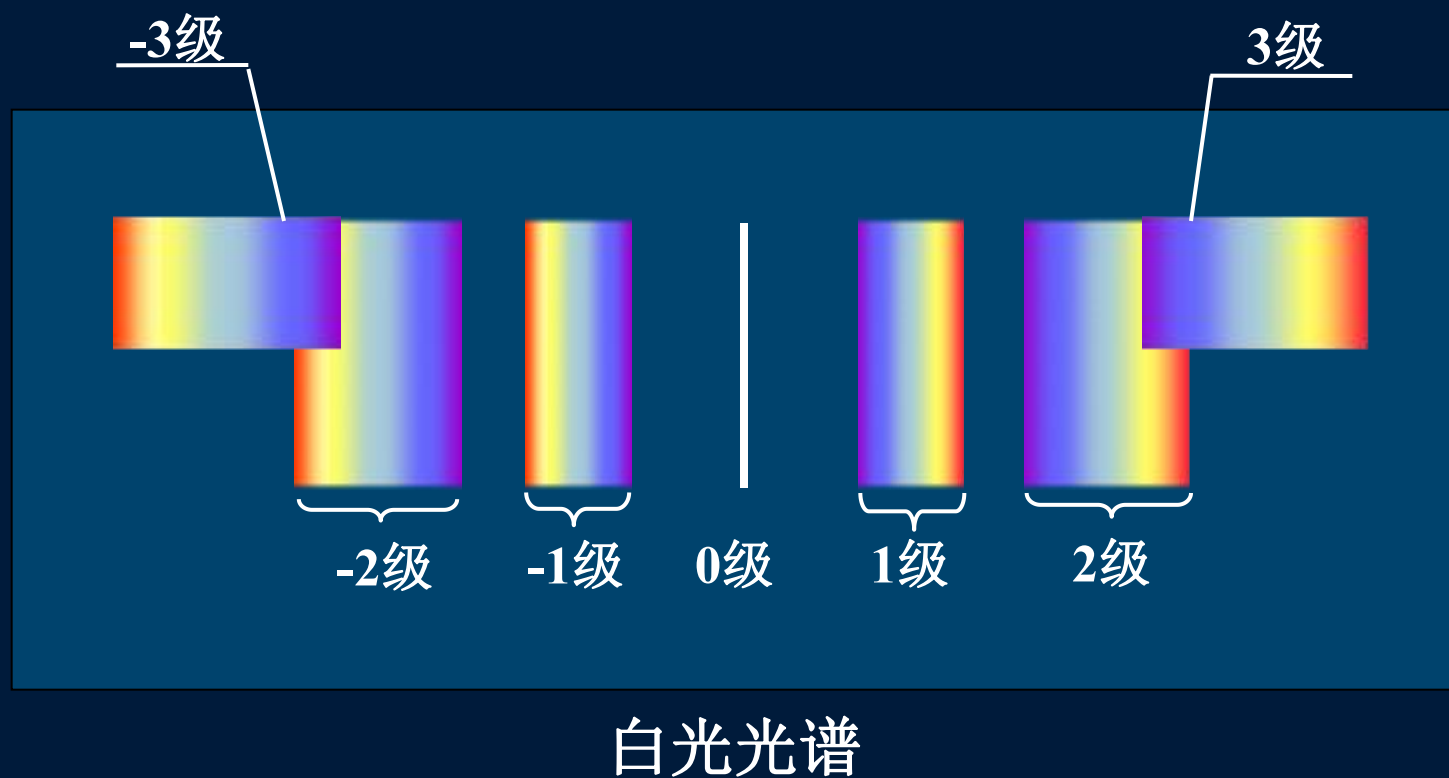


入射光包含几种不同波长的光, 经光栅衍射后除中央主极大重合外, 彼此分开, 该现象称为光栅色散。



## 2. 光栅光谱

光栅衍射产生的按波长排列的谱线。



### 3. 光栅的分辨本领

将波长相差很小的两个波长  $\lambda$  和  $\lambda + \Delta\lambda$  分开的能力。

光栅的分辨本领定义为  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

设：  $\lambda + \Delta\lambda$  的  $k$  级主极大正好与  $\lambda$  的第  $(kN+1)$  极小重合，  
是两谱线能被光栅分辨的极限，则有

$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi &= k(\lambda + \Delta\lambda) \\ d \sin \varphi &= \frac{kN+1}{N} \lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow k(\lambda + \Delta\lambda) = \frac{kN+1}{N} \lambda$$

整理得  $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$  即  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$

➤ **说明：**增大主极大级次  $k$  和总缝数  $N$ ，可提高光栅的分辨率。

**例** 用白光垂直照射一光栅，能在 $30^\circ$ 衍射方向观察到 $600\text{nm}$ 的第二级主极大干涉，并能在该处分辨的 $\Delta\lambda=0.005\text{nm}$ 两条光谱线，可是在 $30^\circ$ 衍射方向却很难测到 $400\text{nm}$ 的主极大干涉

- 求**
- (1) 光栅相邻两缝的间距；
  - (2) 光栅的总宽度；
  - (3) 光栅上狭缝的宽度；
  - (4) 若以此光栅观察钠光谱( $\lambda=590\text{nm}$ )，当光线垂直入射和以 $30^\circ$ 斜入射时，屏上各呈现的全部干涉条纹的级数

**解** (1) 由光栅方程  $d \sin \varphi = \pm k\lambda$  得

$$d = \frac{k\lambda}{\sin \theta} = \frac{2 \times 6 \times 10^{-7}}{\sin 30^\circ} = 2.4 \times 10^{-3} (\text{mm})$$

(2) 由  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$  得

$$N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \cdot \frac{1}{k} = \frac{600}{0.005} \cdot \frac{1}{2} = 6 \times 10^4$$

则光栅的总宽度为  $Nd = 144\text{mm}$

(3) 由  $d \sin \varphi = \pm k\lambda$  可得

$$k = \frac{d \sin \theta}{\lambda} = \frac{2.4 \times 10^{-6} \cdot \sin 30^\circ}{4 \times 10^{-7}} = 3$$

由题意可得相应的缺级级次为：  $\pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots$

则狭缝的宽度为  $a = \frac{1}{3}d = 8 \times 10^{-4}\text{mm}$

(4) 由垂直入射光栅方程  $d \sin \varphi = k\lambda$  可得

$$k_{\max} = \frac{d \sin \frac{\pi}{2}}{\lambda} = \frac{2.4 \times 10^{-6}}{5.9 \times 10^{-7}} = 4.04 \approx 4$$

呈现于屏上的是  $0, \pm 1, \pm 2, \pm 4$  这7条干涉条纹。

由斜入射光栅方程  $d(\sin \varphi + \sin \theta) = \pm k\lambda$  可得

$$k_{\max} = \frac{d[\sin(\pm \frac{\pi}{2}) - \sin 30^\circ]}{\lambda} = \begin{cases} 2.03 \\ -6.1 \end{cases}$$

或

$$k_{\max} = \frac{d[\sin(\pm \frac{\pi}{2}) + \sin 30^\circ]}{\lambda} = \begin{cases} -2.03 \\ 6.1 \end{cases}$$

呈现于屏上的是  $0, \pm 1, \pm 2, 4, 5$  ( $0, \pm 1, \pm 2, -4, -5$ )  
这7条干涉条纹。

## ➤说明

- (1) 斜入射级次分布不对称。
- (2) 斜入射时，可得到更高级次的光谱，提高分辨率。
- (3) 垂直入射和斜入射相比，完整级次数不变。

上题中垂直入射级数： $0, \pm 1, \pm 2, \pm 4$

斜入射级数： $0, \pm 1, \pm 2, 4, 5$  ( $0, \pm 1, \pm 2, -4, -5$ )

- (4) 垂直入射和斜入射相比，缺级级次相同。

$$\left. \begin{aligned} d(\sin \varphi + \sin \theta) &= \pm k \lambda \\ a(\sin \varphi + \sin \theta) &= \pm k' \lambda \end{aligned} \right\} \longrightarrow k = k' \frac{d}{a} \quad k' = 1, 2, 3, \dots$$

# X射线在晶体上的衍射

---

主要内容:

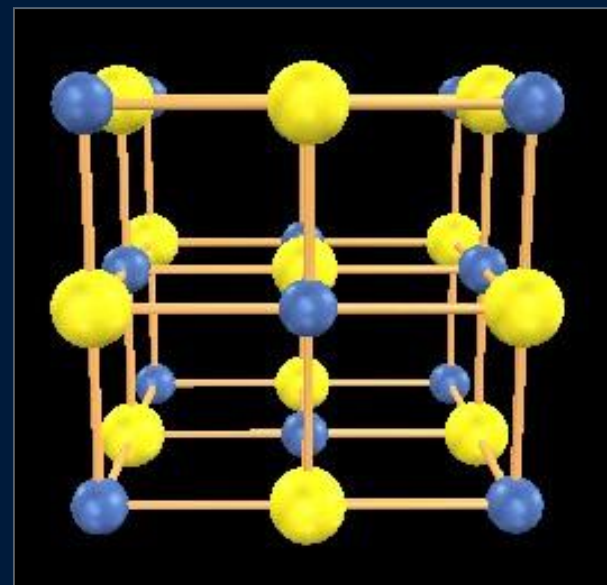
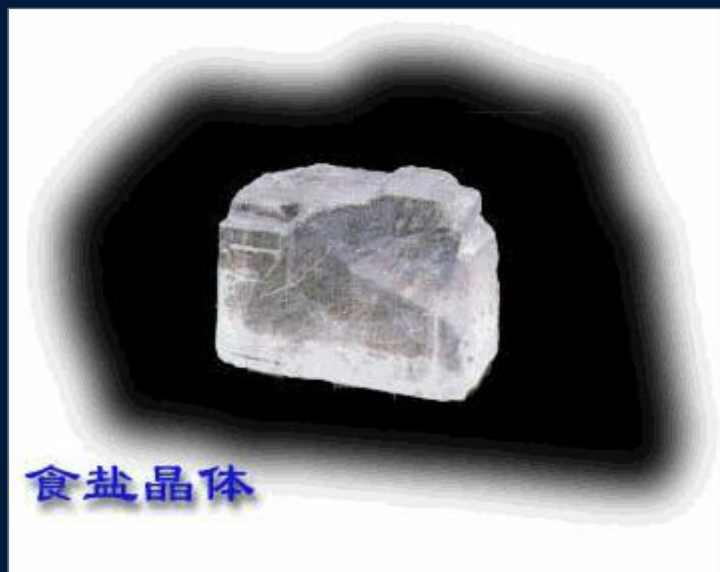
1. X射线

2. 布拉格公式

# 1. X射线

X射线是波长很短的电磁波，波长范围在 $10^{-11}\text{m} \sim 10^{-8}\text{m}$ 。

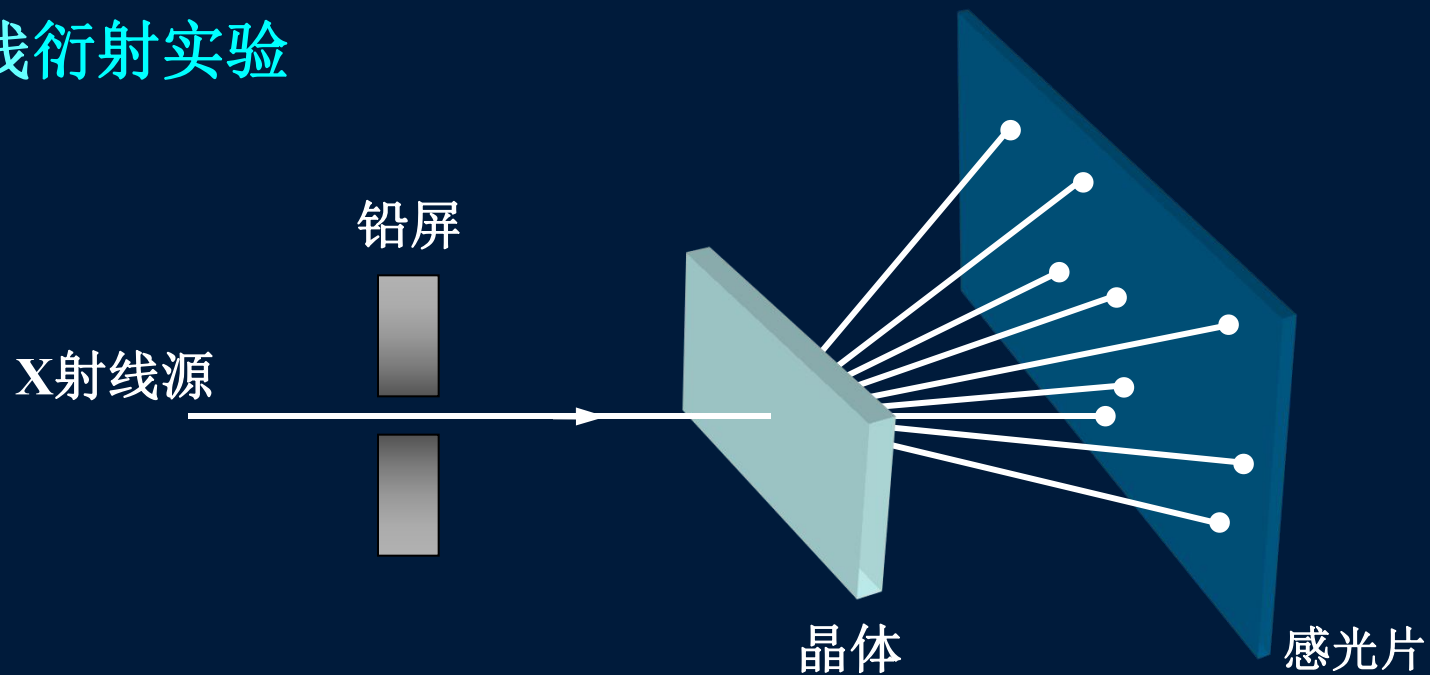
# 2. 晶体



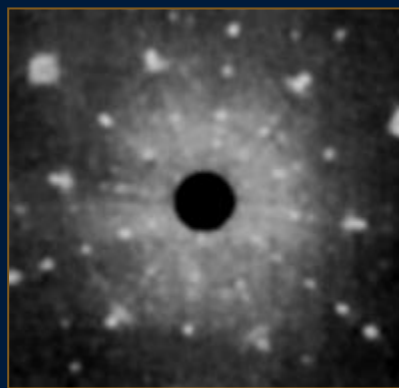
食盐晶体的点阵模型



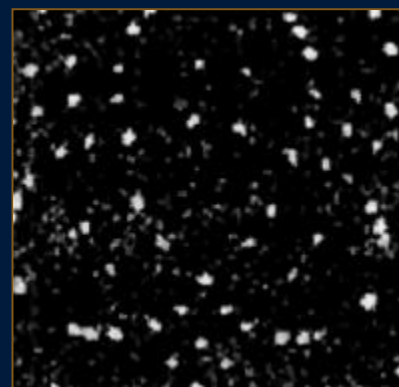
### 3.X射线衍射实验



### X射线衍射图样(劳厄斑)

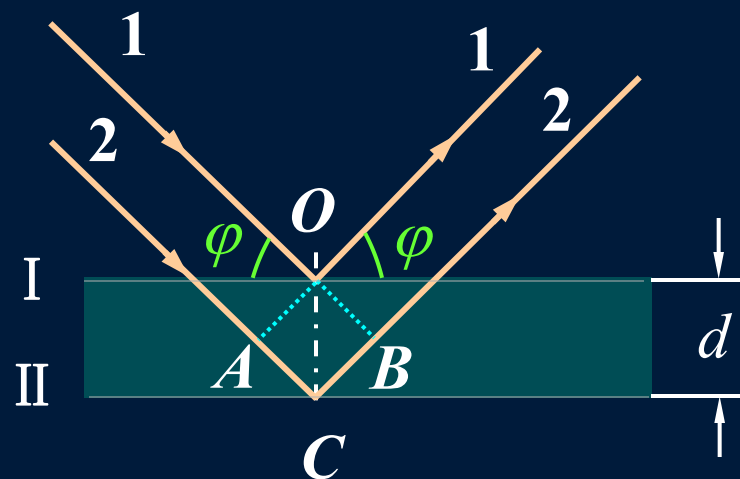
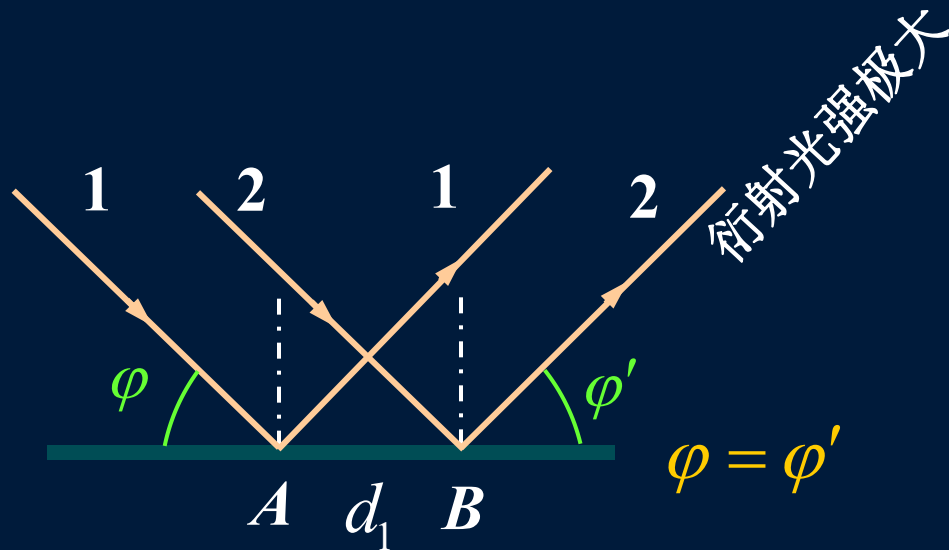


红宝石晶体



硅单晶体

## 4. X射线衍射方程



相邻两层反射波的光程差为  
反射波相干极大满足

$$\overline{AC} + \overline{CB} = 2d \sin \varphi$$

$$2d \sin \varphi = k\lambda \quad k = 1, 2, 3 \dots \quad (\text{布拉格公式})$$

### ➤说明

X射线衍射是研究晶体微观结构和缺陷的重要实验方法。

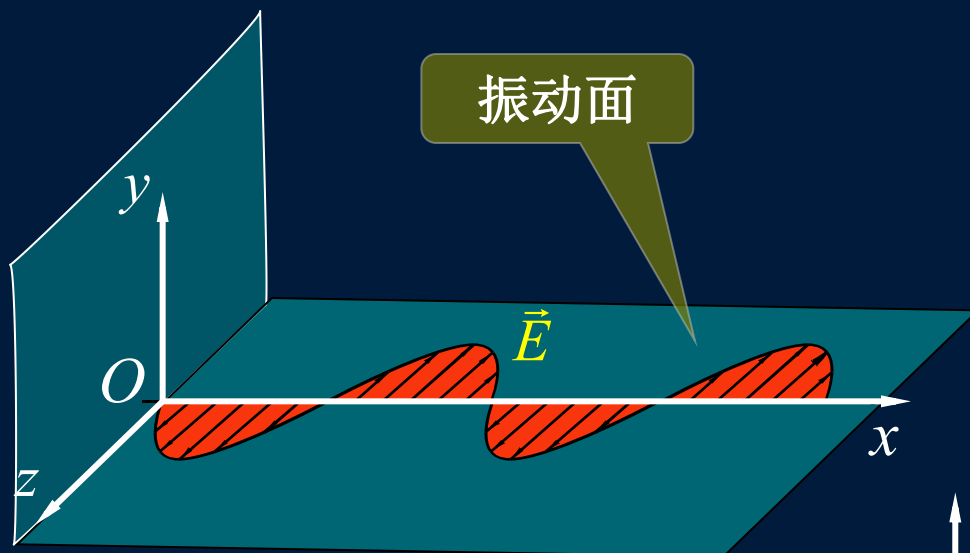
# 光的偏振      线偏振光和自然光

---

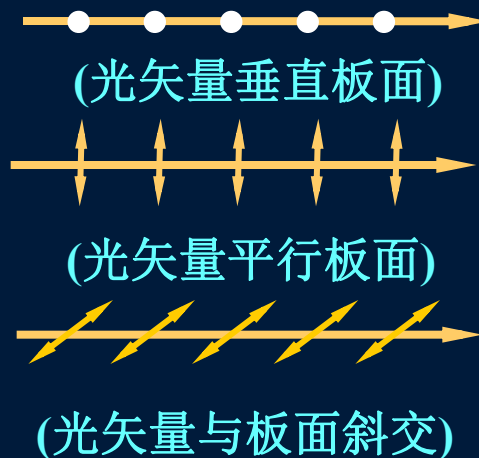
主要内容:

1. 线偏振光
2. 圆偏振光和椭圆偏振光
3. 自然光

## 1.1 线偏振光



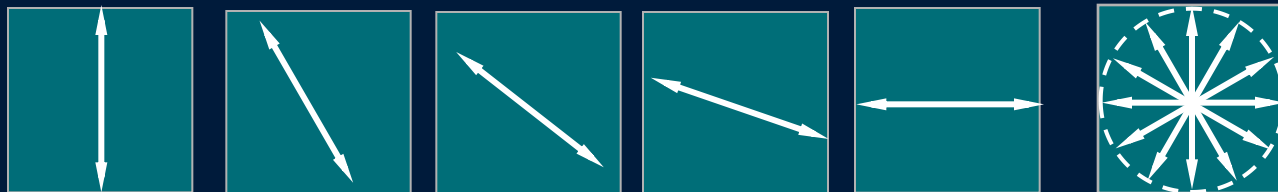
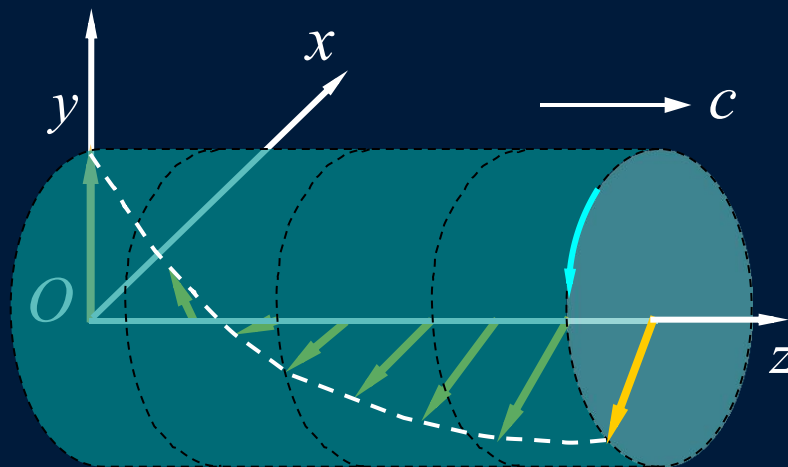
### 线偏振光的表示法



## 1.2 圆偏振光和椭圆偏振光

### 1.圆偏振光

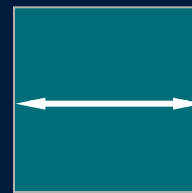
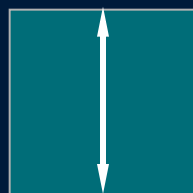
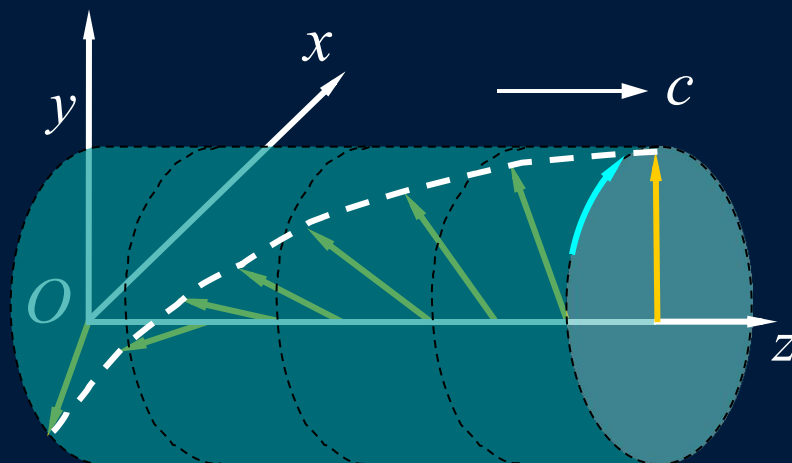
#### ◆右旋圆偏振光



截面图

叠加图

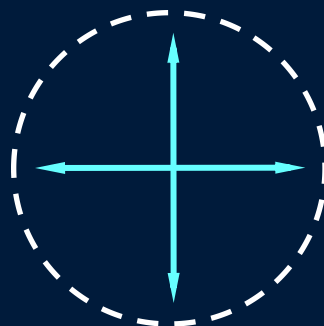
# ◆左旋圆偏振光



截面图

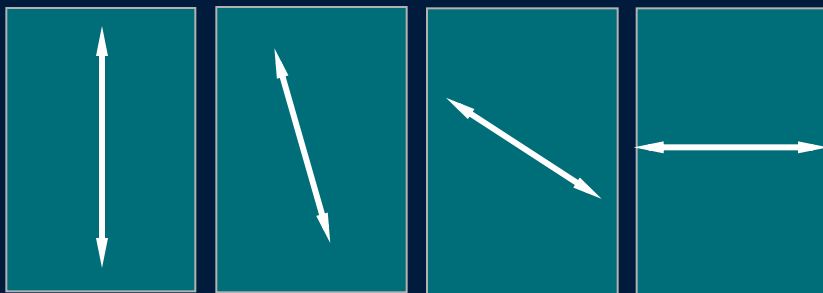
叠加图

圆偏振光的表示法



$$\Delta\varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{或} \quad \Delta\varphi = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$$

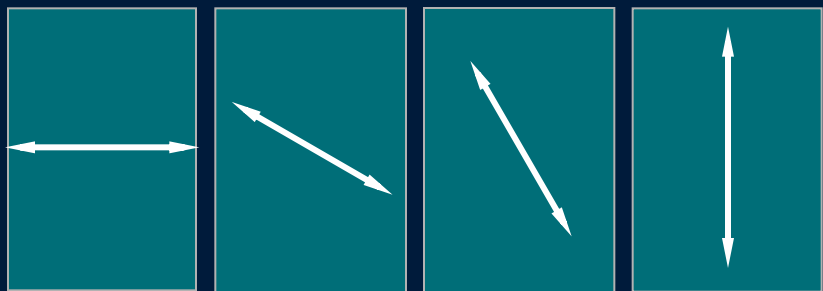
## 2.椭圆偏振光



截面图



右旋椭圆偏振光

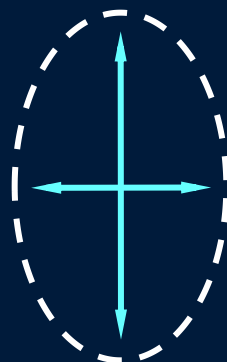


叠加图



左旋椭圆偏振光

椭圆偏振光的表示法



或

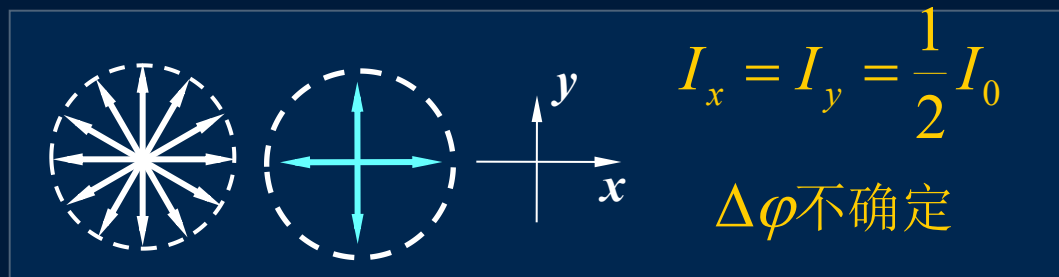
$$2k\pi + \pi < \Delta\varphi < 2k\pi + 2\pi$$

$$2k\pi < \Delta\varphi < 2k\pi + \pi$$

## 1.3 自然光

### 1.自然光

自然光的表示法



### 2.部分偏振光

部分偏振光的表示法



# 偏振片的起偏和检偏      马吕斯定律

---

主要内容:

1. 起偏    检偏
2. 马吕斯定律



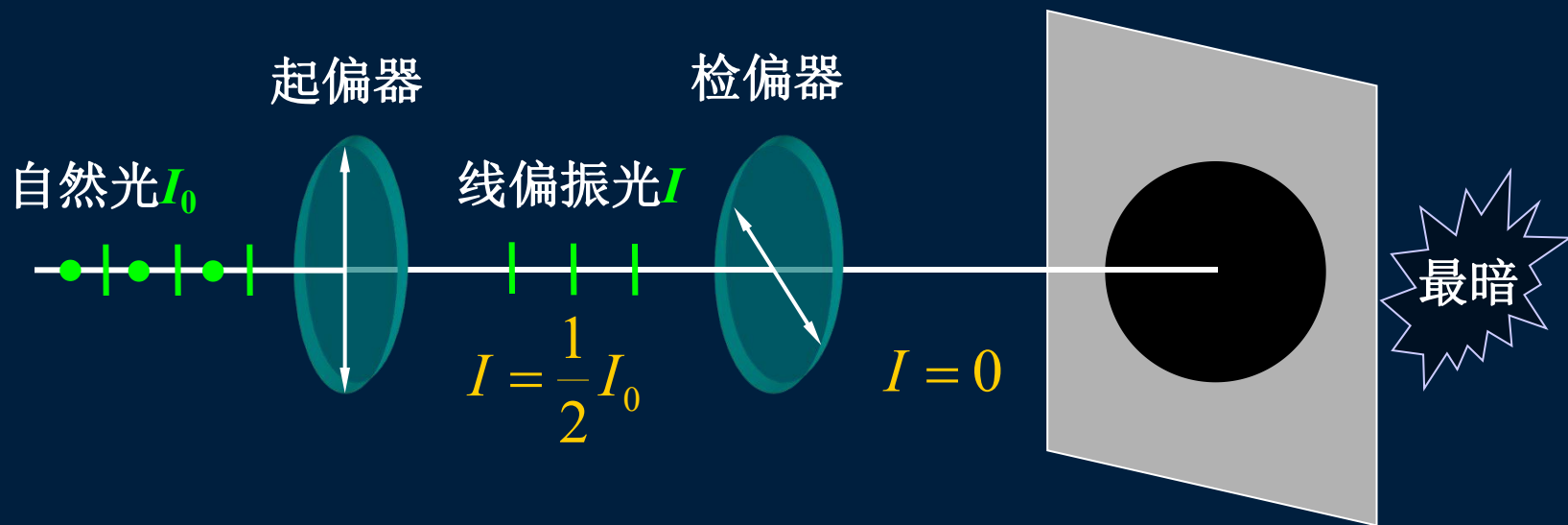
## 1.1 起偏和检偏

### 1. 偏振片

偏振片是一种光学器件。

利用偏振片可以从自然光中获得线偏振光或者改变入射光的偏振态。

### 2. 起偏和检偏



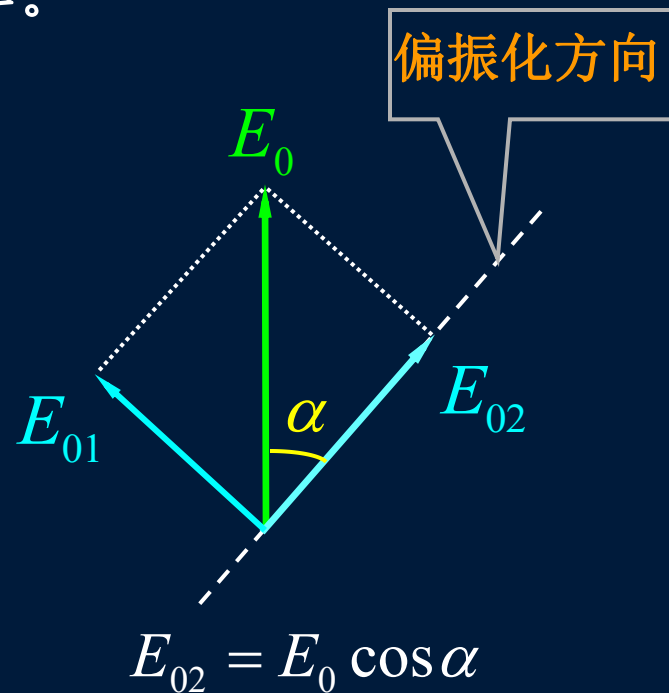
## 1.2 马吕斯定律

它是关于偏振光强度变化的定量定律。

$$I_0 \propto E_0^2$$

$$I \propto E^2 = E_0^2 \cos^2 \alpha$$

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$



### ► 讨论

(1) 当  $\alpha = 0, \pi;$   $I = I_{\max} = I_0$

(2) 当  $\alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2};$   $I = 0$  — 消光

**例** 一束部分偏振光, 当它通过一偏振片时, 发现光强取决于偏振片的取向, 且最大可以变化 5 倍。

**求** 线偏振光的强度  $I_p$  与部分偏振光强度  $I_i$  之比

**解** 部分偏振光可以看成是自然光和一个平面偏振光混合

设自然光强度为  $I_n$ , 则

$$I_i = I_n + I_p$$

依题意得

$$\frac{1}{2}I_n + I_p = 5\left(\frac{1}{2}I_n\right) \quad \longrightarrow \quad I_p = 2I_n$$

$$\frac{I_p}{I_i} = \frac{I_p}{I_p + I_n} = \frac{2}{3}$$

**例** 自然光通过两个偏振化方向成  $60^\circ$  偏振片后的强度为  $I_e$ 。  
若在这两个偏振片之间再插入一个偏振片并令其偏振化方向与前两个偏振片的偏振化方向互成  $30^\circ$

**求** 透过整个系统的光强

**解** 设入射自然光强度为  $I_0$ ，则透过第一个偏振片的偏振光强度

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

根据题意，透过第二个偏振片的偏振光强度为  $I_e$ ，有

$$I_e = I_1 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 60^\circ = \frac{1}{8} I_0$$

即入射光强度

$$I_0 = 8I_e$$

插入偏振片后，透过第一个偏振片的偏振光强度为

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 = \frac{1}{2} \times 8I_e = 4I_e$$

透过第二个偏振片的偏振光强度为

$$I_2 = I_1 \cos^2 30^\circ = 4I_e \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 3I_e$$

通过整个系统后，透射光强度为

$$I = I_2 \cos^2 30^\circ = 3I_e \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 2.25I_e$$

# 光在反射和折射时的偏振

## 布儒斯特定律

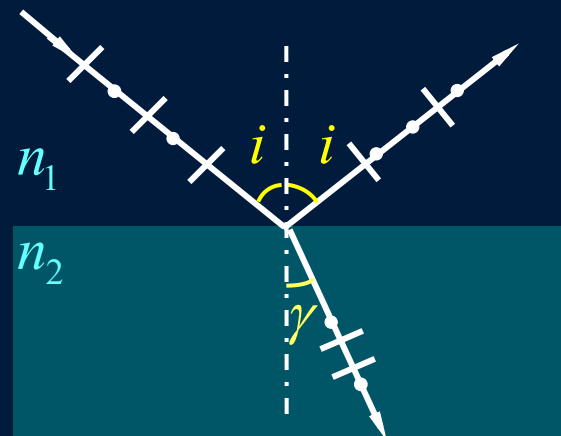
---

主要内容:

1. 反射和折射产生偏振光
2. 布儒斯特定律

## 1.1 反射和折射产生偏振光

自然光反射和折射后产生部分偏振光。



## 1.2 布儒斯特定律

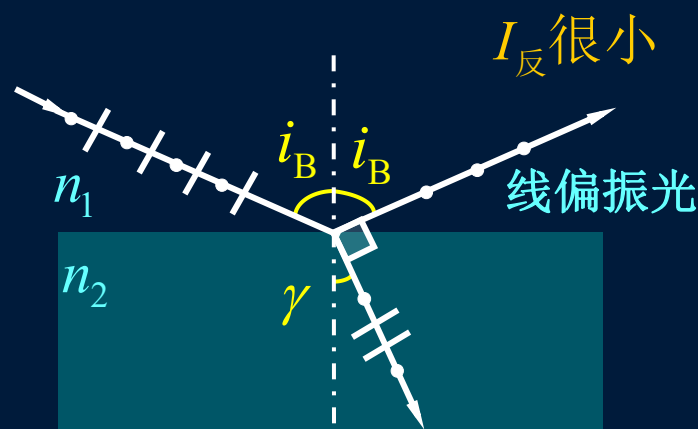
### 1.布儒斯特定律

当  $i_b + \gamma = 90^\circ$  时，反射光为线偏振光

$i_b$  — 布儒斯特角或起偏角

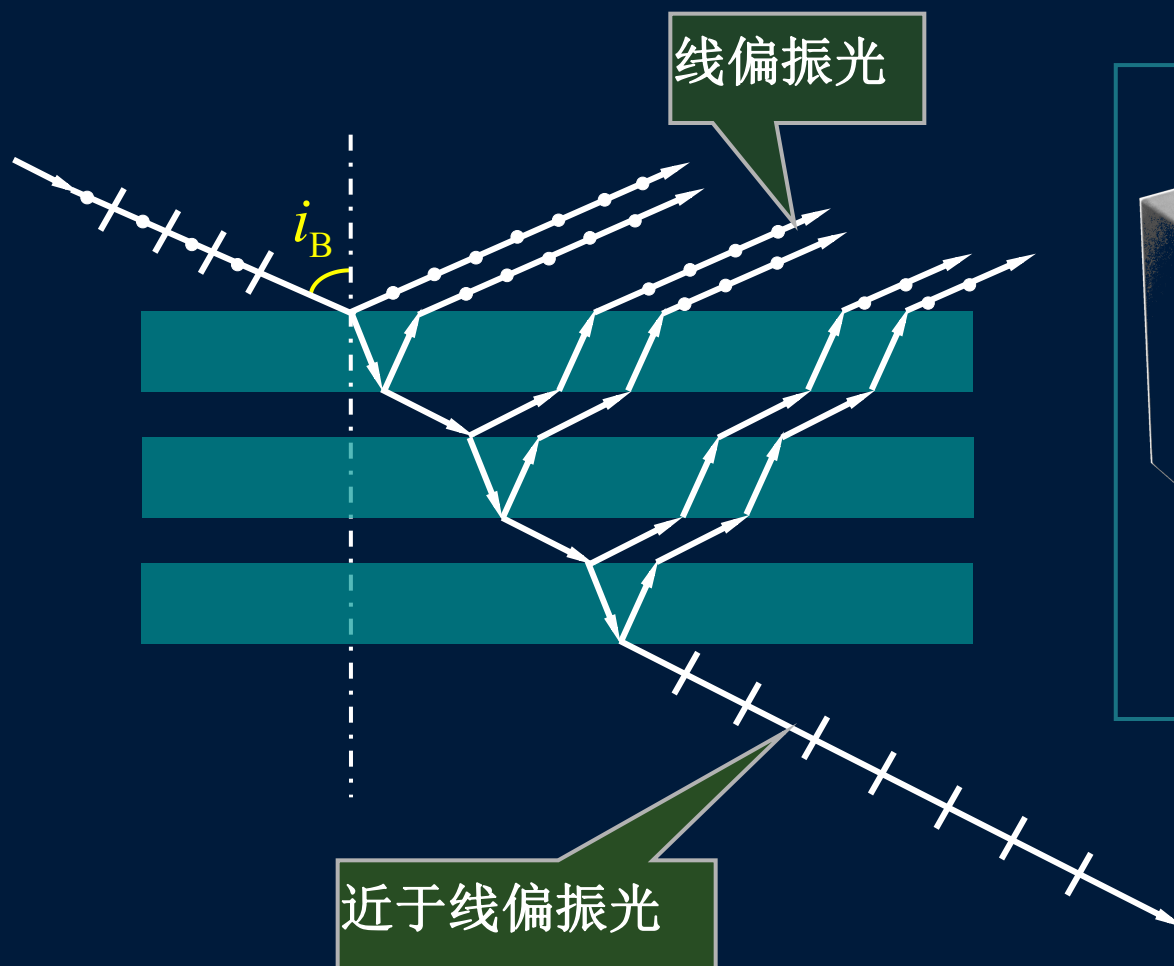
$$n_1 \sin i_B = n_2 \sin \gamma = n_2 \cos i_B$$

$$\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$$



## 2.玻璃片堆

采用玻璃片堆可以获得线偏振光。使反射光的强度较高，同时还可以使折射光的偏振度足够高。

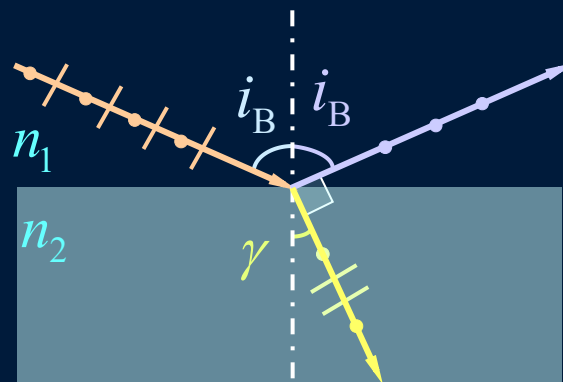
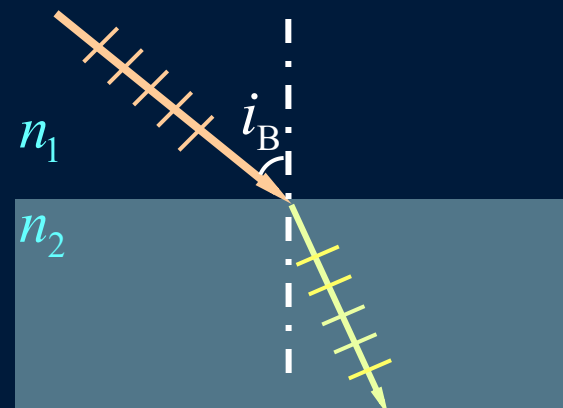
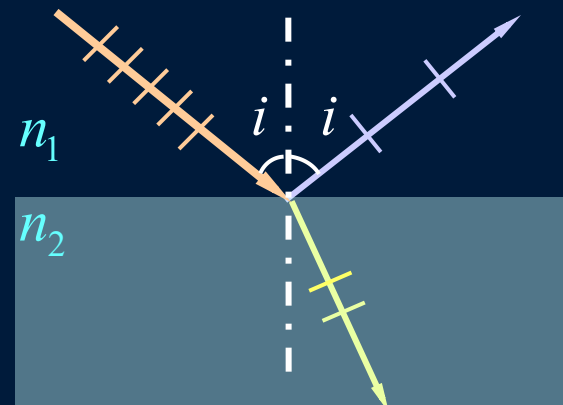
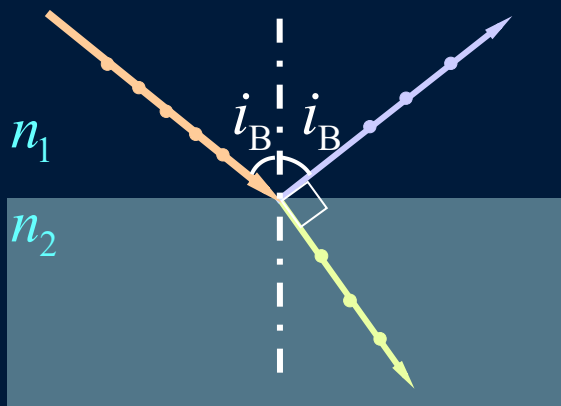
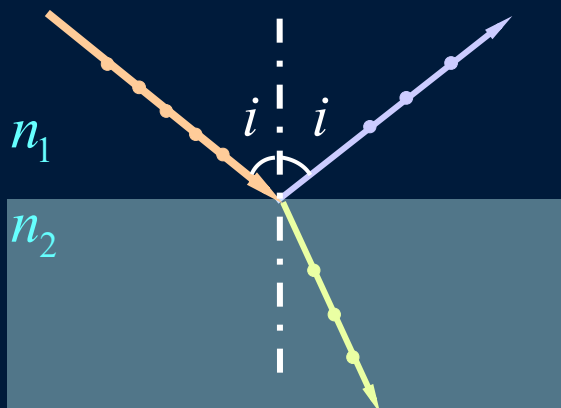


玻璃堆实物



例 画出相应的反射光，折射光的方向及偏振态( $n_2 > n_1$ )

解



**例** 将一块介质板放在水中，板面与水平面之间的夹角为 $\theta$ ，  
水的折射率1.33，空气折射率1.00，介质板折射率1.68

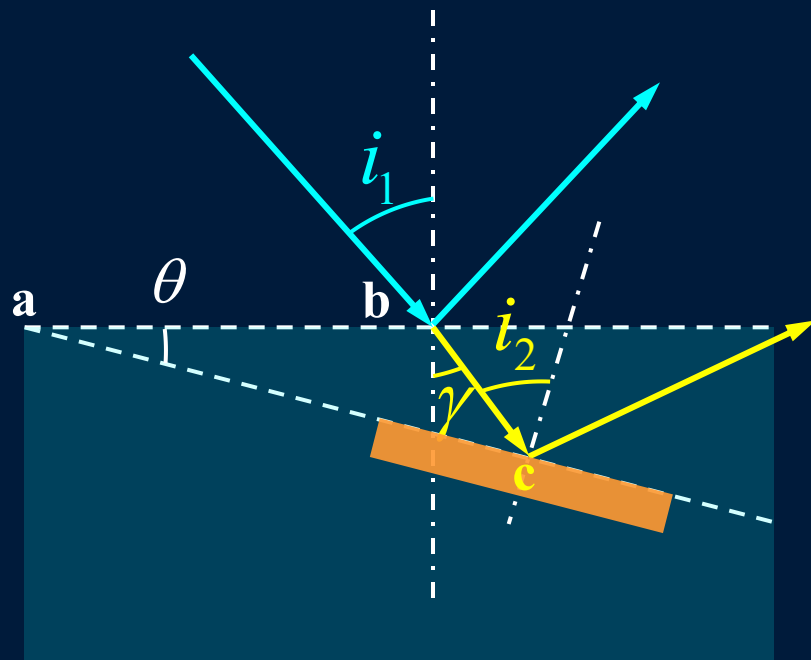
**求** 欲使从水面和介质板表面反射的光均为线偏振光，介质板板面与水平面之间的夹角 $\theta$ 。

**解**  $i_1$ 和 $i_2$ 都为布儒斯特角时，两反射光均为线偏振光。  
由布儒斯特定律，有

$$\tan i_1 = \frac{n_{\text{水}}}{n_{\text{空气}}} = 1.33$$

$$\tan i_2 = \frac{n_{\text{介质}}}{n_{\text{水}}} = \frac{1.68}{1.33}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - i_1$$



在三角形abc中  $\theta + \left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) + \left(\frac{\pi}{2} - i_2\right) = \pi$

$$\theta = i_2 - \gamma = i_2 - \left(\frac{\pi}{2} - i_1\right)$$

$$= \arctan(1.33) + \arctan\left(\frac{1.68}{1.33}\right) - \frac{\pi}{2}$$

$$= 14.71^\circ$$

