诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人。　　本人签字：________

编号：________

西北工业大学期末考试试题（A 卷）

2019 —2020 学年第 2 学期

开课学院 理学院 　课程 线性代数 　学时 40

考试日期________ 　考试时间 2 小时 　考试形式（开/闭）（A/B）卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

考生班级		学　号		姓　名	

一、填空题（每题 3 分）

1. 设 3 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $det(A+E)=0,det(A-2E)=0,det(A+3E)=0$，则 $\det\boldsymbol{A}$=（　　）.

2. 设方阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}^2-5\boldsymbol{A}-2010\boldsymbol{E}=\boldsymbol{O}$，则 $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E})^{-1}=$（　　　　）.

3. 已知线性方程组 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{A}$ 是 3 阶方阵，rank $\boldsymbol{A}$=2，该方程组的三个特解为 $\boldsymbol{\eta}_1,\boldsymbol{\eta}_2,\boldsymbol{\eta}_3$，$\boldsymbol{\eta}_1=(1,1,2)^T,\boldsymbol{\eta}_2+\boldsymbol{\eta}_3=(1,2,1)^T$，则该方程组的通解是（　　　　）。

4. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，且 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相似，则 $a=(\quad)$，$b=(\quad)$，$c=(\quad)$.

5. 设向量空间 $\boldsymbol{V}=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\,|\,x_1=x_2=\cdots=x_n,x_i\in\boldsymbol{R},i=1,2,\cdots,n\}$，则向量空间 $\boldsymbol{V}$ 的维数 dim$\boldsymbol{V}$=（　　　　）.

注：1. 命题纸上一般不留答题位置，试题请用小四、宋体打印且不出框。
2. 命题教师和审题教师姓名应在试卷存档时填写。

6．设 $\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 1 & k\\ 1 & k & 1\end{pmatrix}$ 是向量空间 $\boldsymbol{R}^3$ 中某两个基之间的过渡矩阵，则常数 k 应满足的条件是（　　　　　　　）。

7. 已知二次型 $f=\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}$,其中 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 4 & 3 & 5\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}$，则二次型 f 的矩阵 $\boldsymbol{A}$=（　　　　　　　　　　）。

二．（9 分）计算 n 阶行列式

$$D=\begin{vmatrix}1 & -1 & & & & \\ 1 & 1 & -2 & & & \\ & 2 & 1 & -3 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & n-2 & 1 & -n+1\\ & & & & n-1 & 1\end{vmatrix}$$

三、（10 分）已知二阶方阵 $\boldsymbol{X}$ 满足 $\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{X}\boldsymbol{B}^{-1}-\boldsymbol{A}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{B}^{-1}+\boldsymbol{E}$，其中 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 5\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{E}$ 是二阶单位矩阵，求 $\boldsymbol{X}$。

四、（15 分）已知线性方程组

$$\begin{cases} ax_1+2x_2+x_3=2 \\ x_1+3bx_2+x_3=3 \\ x_1+bx_2+x_3=2 \end{cases}.$$

问：a,b 为何值时，方程组有唯一解、无解、无穷多解？在无穷多解时，求通解。

五．（15 分）已知 R^3 上的二组基：

$$\text{（I）}\begin{cases}\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,1)\\ \boldsymbol{\alpha}_2=(1,1,0)\\ \boldsymbol{\alpha}_3=(1,0,0)\end{cases}\qquad\qquad \text{（II）}\begin{cases}\boldsymbol{\beta}_1=(1,1,2)\\ \boldsymbol{\beta}_2=(1,2,1)\\ \boldsymbol{\beta}_3=(2,1,1)\end{cases}$$

（1）求：基（I）到基（II）的过渡矩阵。

（2）求：向量 $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{\beta}_1-2\boldsymbol{\beta}_2+\boldsymbol{\beta}_3$ 在基（I）下的坐标。

六.（10 分）已知三对角矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & & & \\ c_2 & a_2 & b_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & c_{n-1} & a_{n-1} & b_{n-1} \\ & & & c_n & a_n \end{pmatrix}$,且 $b_1 b_2 \cdots b_{n-1} \neq 0$，

证明：$\boldsymbol{A}$ 与对角矩阵相似的充分必要条件是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的 n 个特征值互不相等。

七、（15 分）设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2-2ax_1x_2+2x_1x_3-2bx_2x_3$ 通过正交变换化为标准形 $f=2y_1^2+y_2^2$， 求参数 a,b 及所用的正交变换。

八、（5 分）设 $\boldsymbol{A}$ 为 $n\times n$ 实对称正定矩阵，λ_0 是 $\boldsymbol{A}$ 的一个特征值，又 $\boldsymbol{x}_0$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的对应于 λ_0 的实特征向量且 $\|\boldsymbol{x}_0\|=1$，证明：矩阵 $\boldsymbol{A}-\dfrac{\lambda_0}{2}\boldsymbol{x}_0\boldsymbol{x}_0^T$ 是实对称正定矩阵。