

电磁学

(点电荷 (系)、连续带电体)

静电荷



静电场

对电荷有力的作用

有能量



电势能 (保守力场)



电势

$$U_a = \frac{W_a}{q_0} = \int_a^{b(\text{参考点})} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$



静电场的环路定理

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

无旋场、保守力场



“三条规律”

(实验基础)

场的叠加原理
电荷守恒定律
库仑定律



电场强度

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

(大小、分布)



静电场的高斯定理

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i$$

有源场

三条规律——实验基础

(1) 库仑定律

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}_0$$

(2) 电荷守恒定律

- 电荷在没有与外界交换的系统内，只能从一个物体转移到另一个物体，从物体的一部分转移到另一部分，但电荷总量不变。

(3) 场的叠加原理

- 场强叠加原理： $\vec{E}_a = \vec{E}_{1a} + \vec{E}_{2a} + \dots + \vec{E}_{na}$
- 电势叠加原理： $U_a = U_{1a} + U_{2a} + \dots + U_{na}$



两个概念

(1) 电场强度: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$

□ 电场中某点的电场强度等于位于该点的单位正电荷所受的电场力

□ 在给定带电体分布的电场中, 某点的场强大小和方向与试验电荷所带电量无关, 只是空间位置的函数

(2) 电势: $U_a = \frac{W_a}{q_0} = \int_a^{b(\text{参考点})} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

□ 单位正电荷在该场点 a 所具有的电势能

□ 把单位正电荷由场点 a 移到电势零点, 电场力作的功

□ 场强由该场点 a 到参考点的线积分

两类计算

• 电场强度的计算方法

- ① 电荷元+场强叠加法
- ② 高斯定理法
- ③ 场强叠加原理法
- ④ 补偿法：特殊的叠加原理
- ⑤ 电势梯度法

• 电势的计算方法

- ① 电荷元+电势叠加法
- ② 电势定义法
- ③ 电势叠加原理法
- ④ 补偿法：特殊的叠加原理

用高斯定理求电场强度的步骤：

(1) 由电荷分布的对称性，分析电场强度分布的对称性。

- 同心球面——适用于球对称电场
- 圆柱形闭合面——适用于轴对称及面对称电场
- 长方体形闭合面——适用于面对称电场

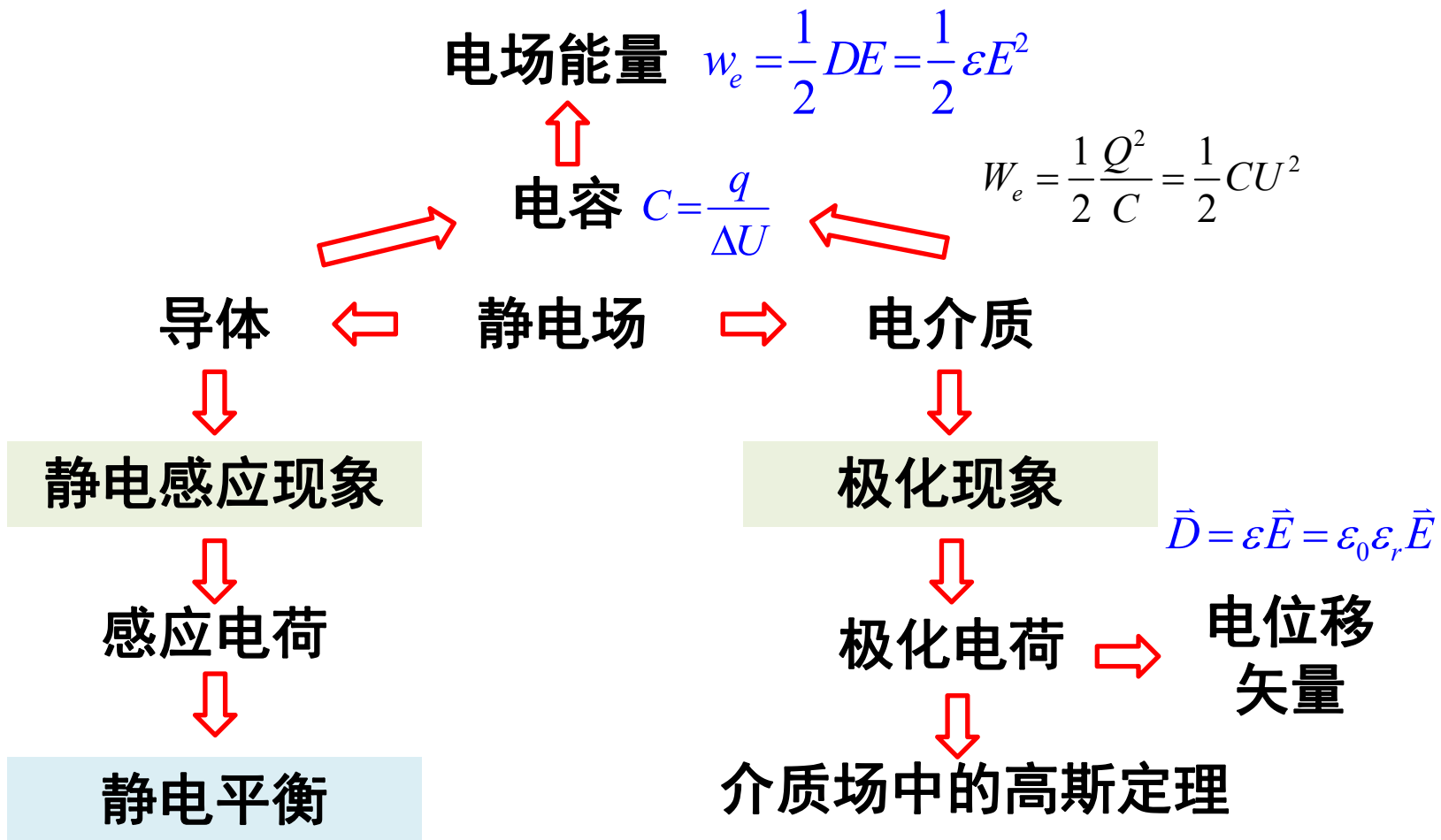
(2) 根据对称性选取适当的高斯面。

- 高斯面必须是闭合曲面
- 高斯面必须通过所求的点
- 高斯面的选取使通过该面的电通量易于计算

(3) 计算通过高斯面的电通量及其内包围的电荷量。

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int E dS \quad \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

(4) 根据高斯定理求电场强度。



解题思路：

1. 静电场中金属导体内部场强为零
2. 电荷守恒定律，即 $q_{\text{全}} = Q$
3. 静电平衡导体是等势体
4. 场的叠加原理

◆ 导体的静电平衡条件

(1) 导体内部任何一点的场强为零，导体表面外无限靠近表面处的点的场强方向垂直于该点处的表面

(2) 静电平衡时，导体为等势体

- 导体处于静电平衡时，导体内部没有净电荷，电荷只能分布在导体表面上
- 空腔内没有电荷时，导体内部和空腔内表面上都没有净电荷存在，电荷只分布在导体外表面
- 空腔内有带电体（电量 q ）时，空腔内表面感应出等值异号电量 $-q$ ，导体外表面的电量为导体原带电量 Q 与感应电量 q 的代数和
- 静电平衡的孤立导体，曲率半径 R 越小（即曲率越大）的地方，电荷面密度 σ 越大

电容器的电容的计算

(1) 定义法
$$C = \frac{Q}{U_A - U_B} = \frac{Q}{\Delta U}$$

①设 q ②求 D ③求 E ④求 ΔU ⑤求 C

(2) 电容串并联法

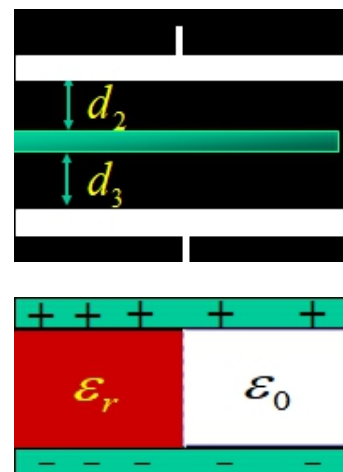
● 串联

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$

● 并联

$$C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$$

(3) 能量法
$$C = \frac{Q^2}{2W_e}$$



● 导体静电感应与电介质极化的比较

	相同	相异
机理	在外场的作用下，电荷重新分布。	导体静电感应时电子产生宏观移动，达到静电平衡； 极化中分子产生位移极化或转向极化，无电荷的宏观移动。
电荷分布	分布在物体表面，体内无净电荷。	导体的感应电荷为自由电荷 介质的极化电荷为束缚电荷
电场分布	可以利用场强与电势的方法计算；满足场的叠加原理。	静电平衡后导体内部电场为零，表面场强方向与表面垂直 介质极化后，内部电场有所减小，但不为零。

电荷的运动



磁场



实验基础

毕-萨定律

场叠加原理



力的作用



运动电荷

洛伦兹力

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$$

载流导线

安培力

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

磁力矩

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$$

磁感应强度

$$\vec{B} = \frac{\vec{F}_{\max}}{q_0 v}$$

高斯定理

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

安培环路定理

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$$

1.回路要通过所求磁场的点

2.回路上（部分环路上）各点的 $B = \text{常量}$

3.回路的形状必须简单，使 $\theta = 0、\pi/2、\pi$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

几种典型载流导体磁感应强度表达式的大小

载流导体		磁感应强度大小
直导线	有限长	$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r} (\sin\beta_2 - \sin\beta_1)$
	无限长	$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$
	半无限长	$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r}$
	延长线上	$B = 0$

几种典型载流导体磁感应强度表达式的大小

圆形导线	轴线上	$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2}{(R^2 + a^2)^{3/2}}$
	圆心处	$B_0 = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R}$
	半圆圆心处	$B_{\text{半}} = \frac{\mu_0}{4} \frac{I}{R}$
	任意圆弧圆心处	$B_{\text{弧}} = \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi R} \quad (\theta \text{ 圆心角})$

圆柱面	内部	$B = 0$
	外部	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
圆柱体	内部	$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$
	外部	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

直螺线管	有限长	$B = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$
	无限长	$B = \mu_0 n I$
	端点处	$B = \frac{1}{2} \mu_0 n I$
	外部	$B = 0$
螺绕环	内部	$B = \frac{\mu_0 N I}{2 \pi r}$
	外部	$B = 0$
无限大载流平面		$B = \frac{\mu_0 \delta}{2}$

磁通量变化



感应电动势



动生电动势

$$\varepsilon = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

非静电力
洛伦兹力

磁场能量

$$W_m = \int_V w_m dV = \int_V \frac{1}{2} BH dV$$

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$



感生电动势

$$\varepsilon_{\text{感}} = \oint_L \vec{E}_v \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

非静电力
涡旋电场力

式中L是S的边界
S是以L为周界的任意曲面

自感

$$\Psi = LI$$

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$

互感

$$\Phi_{m21} = M_{21} I_1$$

$$\varepsilon_{21} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

计算自感/互感系数核心在算磁通量

方向：楞次定律“增则反，减则同”

感应电流*I*的方向与感应电流激发的磁场方向呈右手螺旋关系

动生电动势的计算：

➤ 法拉第电磁感应定律 $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$ (适用于闭合回路)

➤ 动生电动势定义式 $\varepsilon = \int_b^a \vec{E}_K \cdot d\vec{l} = \int_b^a (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$
(适用于任意导线)

(1) 在导线上任选线元 $d\vec{l}$ 并标定其方向

(2) 确定 $\vec{v} \times \vec{B}$ 及 $d\vec{l}$ 的方向及 \vec{v}, \vec{B} 夹角 θ , $\vec{v} \times \vec{B}$ 及 $d\vec{l}$ 夹角 α

(3) 确定导线的动生电动势 ε

$$\varepsilon = \int_L d\varepsilon = \int_b^a vB \sin \theta \cdot dl \cos \alpha$$

- 若 $\varepsilon > 0$, 则方向与设定 $d\vec{l}$ 方向相同;
- 若 $\varepsilon < 0$, 则方向与设定 $d\vec{l}$ 方向相反。

感生电动势的计算：

➤ 法拉第电磁感应定律 $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$ （适用于任意闭合回路）

➤ 有对称性的感生电场，可用感生电动势环路定理求解

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- 求解方法与恒定磁场求磁感应强度相似。

- 环路的选取：

闭合环路必须过所求场点

一般为与涡旋电场线同心的圆环

变化电场 \Rightarrow 位移电流 $I_D = \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{j}_D \cdot d\vec{S}$



感生磁场 $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{全}} = I_{\text{传导}} + I_{\text{位移}} = I_{\text{传导}} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

◆ 位移电流与传导电流的比较

(1) 共同之处：位移电流同样具有磁效应

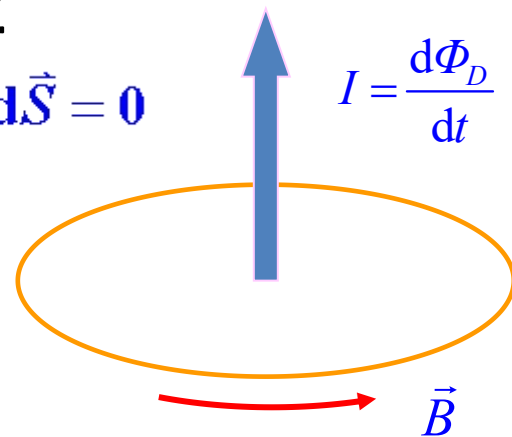
由位移电流产生的磁场也是有旋场 $\oint_S \vec{B}_i \cdot d\vec{S} = 0$

(2) 不同之处

◆ 传导电流表示有电荷作宏观定向运动，位移电流只表示电场的变化

◆ 传导电流通过导体时要产生焦耳热，位移电流在导体中没有这种热效应

◆ 传导电流存在于导线中，位移电流可存在于一切有电场变化的区域中（如真空、介质、导体）



气体动理论

理想气体的微观模型

建立理想气体微观模型的基本思路是：系统由大量分子组成，单个分子的运动遵从经典力学规律，大量分子的集体运动遵从统计规律。

1. 分子力学性质假设

- ✓ 分子大小忽略，看为质点。
- ✓ 分子与分子，分子与器壁间的作用力只考虑碰撞时刻的弹性作用力。
- ✓ 碰撞是完全弹性的。

2. 分子集体的平衡态统计假设

- ◆ 分子取各种可能速率的概率相等
- ◆ 分子在空间各处出现的概率相等。
- ◆ 分子速度的空间方向概率相等。

➤ 理想气体状态方程

$$p = nkT$$

- 气体的压强是大量气体分子对器壁不断碰撞的结果，它与分子数密度 n 和分子热运动的平均平动动能成正比，压强也是一个统计平均值。

理想气体压强公式 $p = \frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}_t$

- 温度标志着物体内部大量分子无规则热运动的剧烈程度，它是大量分子热运动的平均平动动能的量度。

分子平均平动动能 $\bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2}kT$

能量均分定理

在温度为 T 的平衡态下，物质（气体、液体和固体）分子的每一个自由度都具有相同的平均动能，其值为 $\frac{1}{2}kT$

平均平动动能： $\bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2}kT$

总自由度为 i 的分子的总平均动能： $\bar{\varepsilon}_k = \frac{i}{2}kT$

1mol 理想气体的内能： $E_{\text{mol}} = N_A \bar{\varepsilon}_k = \frac{i}{2}(N_A k)T = \frac{i}{2}RT$

质量为 M 、摩尔质量为 μ 的理想气体的内能为 $E = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2}RT$

速率分布函数

定义:速率在 v 附近单位速率区间内的分子数占总分子数的百分比称为速率分布函数, 用 $f(v)$ 表示。

$$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$$

dN/N 表示单个分子速率取值在 $v \sim v + dv$ 区间内的概率；

$f(v)$ 表示单个分子速率取值在速率 v 附近单位速率间隔内的概率。

最概然速率：麦克斯韦速率分布曲线的极大值所对应的速率

- 若把整个速率区间分成许多相等的小区间，则分布在含有 v_p 小区间内的分子数所占的比率最大
- 分子速率取 v_p 附近值的概率最大

在相同条件(T 、 m 或 μ 相同)下: $v_p < \bar{v} < \sqrt{v^2}$

$$f(v)dv \qquad \frac{dN}{N} = f(v)dv$$

- 在 $v \sim v+dv$ 速率区间内分子数占总分子数的百分率

$$Nf(v)dv \qquad dN = Nf(v)dv$$

- 在 $v \sim v+dv$ 速率区间内的分子数

$$\int_{v_1}^{v_2} f(v)dv \qquad \frac{\Delta N}{N} = \int_{v_1}^{v_2} f(v)dv$$

- 在 $v_1 \sim v_2$ 速率区间内分子数占总分子数的百分率

$$\int_0^{\infty} vf(v)dv$$

- 在 $0 \sim \infty$ 速率区间内分子的平均速率

玻耳兹曼能量分布律

- 麦克斯韦速率分布律不考虑外力场的作用，气体分子在空间的分布是均匀的
- 如果有外力场（保守力场）存在，需要考虑分子的势能，分子在空间的分布不均匀

分子数密度按重力势能分布 $n = n_0 \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}}$

平均自由程： 分子在连续两次碰撞之间所通过的自由路程的平均值, 用 $\bar{\lambda}$ 表示

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{Z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \quad \bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

平均自由程与分子的有效直径 d 的平方及单位体积内的分子数 n 成反比，而与分子的平均速率无关。

温度一定时，分子的平均自由程与气体的压强成反比。

量子力学

爱因斯坦光子假说及光电效应光程：

光是光子流，每一光子能量为 $h\nu$ ，电子吸收一个光子

$$h\nu = A + \frac{1}{2} m v_m^2 \quad (A \text{ 为逸出功})$$

- 光频率 $\nu > A/h$ 时，电子吸收一个光子即可克服逸出功 A 逸出 ($\nu_0 = A/h$)。
- 光电子最大初动能和光频率 ν 成线性关系。
- 单位时间到达单位垂直面积的光子数为 N ，则光强 $I = Nh\nu$ 。
 I 越强，到阴极的光子越多，则逸出的光电子越多。
- 电子吸收一个光子即可逸出，不需要长时间的能量积累。

光的波粒二象性(爱因斯坦光子理论)

光子的能量: $\varepsilon = mc^2 = h\nu$

光子的动量: $p = mc = \frac{h}{\lambda}$

康普顿效应

康普顿散射公式: $\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0c} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$

电子的康普顿波长: $\lambda_c = \frac{h}{m_0c} = 0.0024\text{nm}$

氢原子光谱

波数公式: $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n > m)$

辐射公式: $\nu = \frac{|E_k - E_n|}{h}$

角动量量子化条件: $L = mvr = n \frac{h}{2\pi} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

微观粒子的波粒二象性和不确定关系

德布罗意波关系式：
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

不确定关系：
$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad \Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

薛定谔方程

定态薛定谔方程：
$$\nabla^2 \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \Psi = 0$$

波函数 Ψ 应满足单值、有限、连续等条件，薛定谔方程是量子力学的基本方程。

一维无限深势阱中的粒子：
$$\Psi = \pm \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x, \quad n=1,2,3,\dots$$

$$E_n = \frac{h^2}{8ma^2} \cdot n^2, \quad n=1,2,3,\dots$$

四个量子数

主量子数： $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

副量子数(角量子数)： $l=0,1,2,\dots, n-1$

磁量子数： $m_l=0,\pm1,\pm2,\dots,\pm l$

自旋磁量子数： $m_s = \pm\frac{1}{2}$

泡利不相容原理：

在一个原子中, 不能有两个或两个以上的电子处在完全相同的量子态, 即它们不能具有一组完全相同的量子数 (n, l, m_l, m_s)。

能量最小原理

原子处于正常状态时, 每个电子都趋向占据可能的最低能级