

诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实
做人。 本人签字：_____

编号：_____

西北工业大学考试试题（A 卷）

2020 —2021 学年第 春 学期

开课学院_____计算机学院_____课程_____离散数学_____学时_____64_____

考试日期_____2021.06.28_____考试时间_____2_____小时_____考试形式（闭）（A）卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

考生班级		学 号		姓 名	
------	--	-----	--	-----	--

一、选择题（共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分，均为单选）

- 设个体域为整数集， $A(x, y)$ 表示“ $x > y$ ”，则“对于任意整数 x 和 y ，如果 $x < y$ ，那么存在某个小于 0 的整数 z ，使得 $xz > yz$ ”的谓词逻辑公式为：（ ）
 A. $\forall x \forall y \exists z (A(y, x) \wedge (A(0, z) \wedge A(xz, yz)))$ B. $\forall x \forall y \forall z (A(y, x) \wedge (A(0, z) \rightarrow A(xz, yz)))$
 C. $\forall x \forall y (A(y, x) \rightarrow \exists z (A(0, z) \wedge A(xz, yz)))$ D. $\forall x \forall y (A(y, x) \rightarrow \exists z (A(0, z) \rightarrow A(xz, yz)))$

- 已知命题逻辑公式 $A = (\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \leftrightarrow \neg q)$ ，其中 p, q 为命题变元，则 A 的主析取范式为：（ ）
 A. m_0 B. $m_1 \vee m_2 \vee m_3$
 C. M_0 D. $M_1 \vee M_2 \vee M_3$

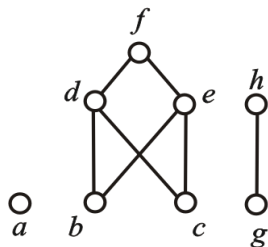
注： $m_0 = \neg p \wedge \neg q$ $M_0 = p \vee q$
 $m_1 = \neg p \wedge q$ $M_1 = p \vee \neg q$
 $m_2 = p \wedge \neg q$ $M_2 = \neg p \vee q$
 $m_3 = p \wedge q$ $M_3 = \neg p \vee \neg q$

注：1. 命题纸上一般不留答题位置，试题请用小四、宋体打印且不出框。

2. 命题教师和审题教师姓名应在试卷存档时填写。

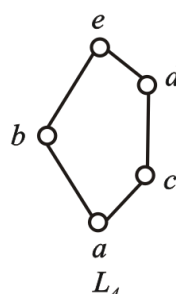
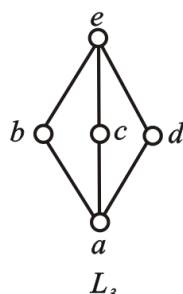
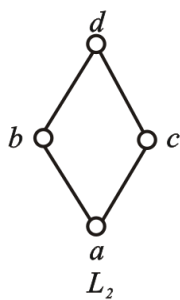
共 5 页 第 1 页

3. 下列等式不成立的是 ()
- A. $\exists x(B \rightarrow A(x)) = B \rightarrow \forall xA(x)$ (注: B 中不含 x)
- B. $\forall x(A(x) \vee B) = \forall xA(x) \vee B$ (注: B 中不含 x)
- C. $\exists x(A(x) \vee B(x)) = \exists xA(x) \vee \exists xB(x)$
- D. $\forall xA(x) \rightarrow \exists yB(y) = \exists x \neg A(x) \vee \exists yB(y)$
4. 设 $A = \{\emptyset, \{a\}\}$, 它的幂集 $P(A)$ 为 ()
- A. $\{\{\emptyset\}, \{\{a\}\}, \{\emptyset, \{a\}\}\}$ B. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{a\}\}, \{\emptyset, \{a\}\}\}$
- C. $\{\emptyset, a, \{a\}, \{\emptyset, \{a\}\}\}$ D. $\{\emptyset, \{a\}, \{\{a\}\}, \{\emptyset, \{a\}\}\}$
5. 已知 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 上的关系 $R = \{ \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle a, b \rangle \}$, 则 R 的对称闭包 $s(R)$ 满足 ()
- A. 反自反性、对称性 B. 自反性、对称性
- C. 对称性、传递性 D. 自反性、传递性
6. 已知 $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, A 的子集 $B = \{c, d, e\}$, 且 A 上的偏序关系的哈斯图如下图, 则 B 的上确界和下确界分别为 ()



- A. 无上确界, 下确界为 c B. 上确界为 f , 下确界为 c
- C. 上确界为 d 和 e , 下确界为 c D. 无上确界, 无下确界
7. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 、 $B = \{a, b\}$, 则 $A \rightarrow B$ 的满射函数的个数为: ()
- A. 16 B. 14 C. 12 D. 10

8. 下列代数系统 $\langle S, * \rangle$ 中, 哪个不是群? ()
- A. 设 A 是一个非空集合, S 为 A 上双射函数集合, $*$ 表示函数的复合运算
- B. S 为 n 阶可逆矩阵的集合, $*$ 为矩阵的乘法运算
- C. S 为实数集合, $*$ 为算数加法运算
- D. S 为实数集合, $*$ 为算数乘法运算
9. 下面哪个格不是有补格? ()

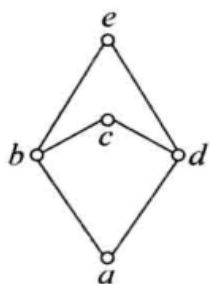


- A. L_1 B. L_2 C. L_3 D. L_4
10. 设有一颗树, 它有 2 个度为 2 的结点, 1 个度为 3 的结点, 2 个度为 4 的结点, 其余结点为树叶, 则该树有 () 个树叶?
- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

二、简答题 (4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

- 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 。A 上的关系 $R = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 5, 2 \rangle, \langle 5, 5 \rangle, \langle 2, 5 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 4, 5 \rangle, \langle 5, 4 \rangle, \langle 2, 4 \rangle \}$, R 是否为等价关系? 若是, 请写出等价类及对应的划分。
- 试说明整数集合和自然数集合等势。
- 试说明任一阶为素数的有限群没有真子群。

4. 请说明格的定义。判定以下哈斯图是否为格？



三、数理逻辑部分（共 18 分）

1. 判断题（3 分）

请指出以下推导过程有何错误？

- | | | |
|---|-------------------------------|---------|
| ① | $\forall x \exists y P(x, y)$ | P（前提引入） |
| ② | $\exists y P(c, y)$ | ①US |
| ③ | $P(c, d)$ | ②ES |
| ④ | $\forall x P(x, d)$ | ③UG |
| ⑤ | $\exists y \forall x P(x, y)$ | ④EG |

2. 演算题（5 分）

求下式的主析取范式和主合取范式。

$$P \vee (\neg P \rightarrow (Q \vee (\neg Q \rightarrow R)))$$

3. 证明题（10 分）

证明 $\forall x (H(x) \rightarrow A(x)) \Rightarrow \forall x (\forall y (H(y) \wedge N(x, y)) \rightarrow \exists y (A(y) \wedge N(x, y)))$

四、集合论部分（共 12 分）

1. 计算题（2 小题，每题 3 分，共 6 分）

- (1) 设有函数 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$, 它们组成的复合函数 $f \circ g: X \rightarrow Z$, 其中 $f \circ g(x) = g(f(x))$, 已知 $X = \{1, 2, 3\}$, 函数 $h: X \rightarrow X$, 且满足 $h \circ h(x) = x$, 举出三个满足该条件的函数 h 。
- (2) X 是一个无限集合, 是否存在函数 $f: X \rightarrow X$, f 是单射但不是满射, 如果有请举例。

2. 证明题（6 分）

设 R 是集合 A 上的二元关系, 证明: $t(R) = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i = R \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots$ 。
其中, $t(R)$ 是 R 的传递闭包。

五、代数系统部分（共 18 分，第一题 10 分，第二题 8 分）

1. 设 $\langle G, * \rangle$ 是一个群， R 是集合 G 上的等价关系，并且对任意的 $a, x, y \in G$ ，有 $\langle a * x, a * y \rangle \in R \Rightarrow \langle x, y \rangle \in R$ 。

证明： $H = \{x | x \in G \wedge \langle x, e \rangle \in R\}$ 是 G 的子群，其中 e 是 G 的单位元。

2. 设 S_n 是正整数 n 的所有因子构成的集合。 $m|n$ 表示 m 整除 n ，试判断： $\langle S_{30}, | \rangle$ 和 $\langle S_{12}, | \rangle$ 是否是布尔代数，并给出判断依据。

六、图论部分（2 小题，每题 6 分，共 12 分）

1. 无向图 $G = \langle V, E \rangle$ ，其中 $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ ， $E = \{(a, b), (a, c), (a, e), (b, d), (b, e), (c, e), (d, e), (d, f), (e, f)\}$ ，对应边的权值依次是 5, 2, 1, 2, 6, 1, 9, 3, 8。

- (1) 画出 G 的图形；
- (2) 写出 G 的邻接矩阵 A ；
- (3) 求出 G 权最小的生成树及其权值。

2. 设 7 个字母在通信中出现的频率如下：

a: 35%	b: 20%
c: 15%	d: 12%
e: 8%	f: 5%
g: 5%	

- (1) 用 Huffman 算法求最佳前缀码，画出最优二叉树；
- (2) 求传输 100 个由以上字母构成的文本需要多少个二进制数字。