

诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人。 本人签字：_____

编号：_____

西北工业大学考试试题（卷）

2019 - 2020 学年第 2 学期

开课学院 理学院 课程 线性代数 学时 40

考试日期 5, 28 考试时间 2 小时 考试形式 (开) (A) 卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

考生班级	学 号	姓 名
------	-----	-----

一、填空题（每题3分）

1. 设3阶方阵 A 满足 $\det(A+E)=0, \det(A-2E)=0, \det(A+3E)=0$, 则 $\det A = ()$.
2. 设方阵 A 满足 $A^2 - 5A - 2010E = O$, 则 $(A+E)^{-1} = ()$.
3. 已知线性方程组 $AX=b$, A 是3阶方阵, $\text{rank } A=2$, 该方程组的三个特解为 η_1, η_2, η_3 , $\eta_1 = (1, 1, 2)^T, \eta_2 + \eta_3 = (1, 2, 1)^T$, 则该方程组的通解是 ()。
4. 设 $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 且 A 与 B 相似, 则 $a = (), b = (), c = ()$.
5. 设向量空间 $V = \{ (x_1, x_2, \dots, x_n) | x_1 = x_2 = \dots = x_n, x_i \in \mathbf{R}, i = 1, 2, \dots, n \}$, 则向量空间 V 的维数 $\dim V = ()$.

注：1. 命题纸上一般不留答题位置，试题请用小四、宋体打印且不出框。

2. 命题教师和审题教师姓名应在试卷存档时填写。

共 6 页 第 1 页

更多考试真题
请扫码获取



6. 设 $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}$ 是向量空间 \mathbf{R}^3 中某两个基之间的过渡矩阵, 则常数 k 应满足的条件是 ()。

7. 已知二次型 $f = \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}$, 其中 $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, 则二次型 f 的矩阵 $A =$ ()。

二. (9分) 计算 n 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & & & \\ 1 & 1 & -2 & & \\ & 2 & 1 & -3 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & n-2 & 1 & -n+1 \\ & & & & n-1 & 1 \end{vmatrix}$$

三、(10 分) 已知二阶方阵 X 满足 $A^2XB^{-1} - A = XB^{-1} + E$ ，其中 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ， $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ ， E 是二阶单位矩阵，求 X 。

四、(15 分) 已知线性方程组

$$\begin{cases} ax_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3bx_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

问： a, b 为何值时，方程组有唯一解、无解、无穷多解？在无穷多解时，求通解。

五. (15 分) 已知 R^3 上的二组基:

(I)

$$\begin{cases} \alpha_1 = (1, 1, 1) \\ \alpha_2 = (1, 0, 0) \end{cases}$$

(II

$$\begin{cases} \beta_1 = (1, 1, 2) \\ \beta_2 = (2, 1, 1) \end{cases}$$

(1) 求: 基 (I) 到基 (II) 的过渡矩阵。

(2) 求: 向量 $\alpha = \beta_1 - 2\beta_2 + \beta_3$ 在基 (I) 下的坐标。

六. (10 分) 已知三对角矩阵 $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & & \\ c_2 & a_2 & b_2 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & c_{n-1} & a_{n-1} & b_{n-1} \\ & & & c_n & a_n \end{pmatrix}$, 且 $b_1 b_2 \cdots b_{n-1} \neq 0$,

证明: A 与对角矩阵相似的充分必要条件是矩阵 A 的 n 个特征值互不相等。

微信公众号: 工大小星球

七、(15 分) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2ax_1x_2 + 2x_1x_3 - 2bx_2x_3$ 通过正交变换化为标准形 $f = 2y_1^2 + y_2^2$, 求参数 a, b 及所用的正交变换。

八、(5分) 设 A 为 $n \times n$ 实对称正定矩阵, λ_0 是 A 的一个特征值, 又 \mathbf{x}_0 是 A 的对应于 λ_0 的实特征向量且 $\|\mathbf{x}_0\| = 1$, 证明: 矩阵 $A - \frac{\lambda_0}{2} \mathbf{x}_0 \mathbf{x}_0^T$ 是实对称正定矩阵。