

## Part 4. 이질적 처치효과

---



여홍수 (Hongsu Yea)

**KREAM** 데이터 분석가 인턴  
- 2025년 ~ 현재

가짜연구소 | 10기 러너

2025년 목표: 어떠한 데이터 분석가가 될지 구체화

1. 이질적 처치효과란?
2. 회귀분석으로 CATE 추정
3. CATE 모델 평가
4. 목표 변환으로 편차 지표 구하기
5. 의사결정을 위한 CATE

# 1. 이질적 처치효과란?

## 이질적 처치효과 정의

- 같은 개입(처치)를 하더라도 사용자마다 결과가 다르게 나타나는 현상
- 즉, 누구에게는 효과가 있고, 누구에게는 없거나, 해로울 수도 있는 차이를 분석하는 개념

# 1. 이질적 처치효과란?

## 이질적 처치효과 예시

### 가설

내 웹사이트에 승률 개선 솔루션 버튼을 추가하였을 때,  
유저 리텐션이 올라갈 것이다.

# FC.GG

승률 개선 솔루션 선수 티어 빠칭코 연습실 : SSL 수수료 계산기 커뮤니티 현질을 안 했다면? 후원하기

기본정보 ★

교로텔리

인물루언서

레벨 : 847 최고 티어 :



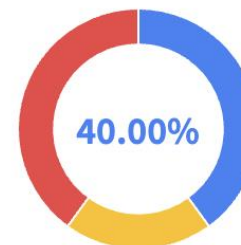
공식경기 친선경기 감독모드 커스텀매치

플레이 스타일

교로텔리님은 크로스 원틀 헤더 날먹의 신입니다!

최근 25경기 승률

총 25전 10승 5무 10패



승률이 좋지않아요.. 지고 계실건가요?

나의 승률을 높이는 방법은?

승률 개선 솔루션

교로텔리님의 스쿼드

[공식경기 기준 스쿼드]



# 1. 이질적 처치효과란?

## 이질적 처치효과 예시

### 가설

내 웹사이트에 승률 개선 솔루션 버튼을 추가하였을 때,  
유저 리텐션이 올라갈 것이다.



### 결과

전체(ATE)  
리텐션이 +1.2p 증가

개별(CATE)  
초보자 : 리텐션 +3.5p 증가  
고인물 : 리텐션 -1.2p 감소

# FC.GG

승률 개선 솔루션 선수 티어 빠칭코 연습실 : SSL 수수료 계산기 커뮤니티 현질을 안 했다면? 후원하기

기본정보 ★

**교로텔리**

인물루언서

레벨 : 847

최고 티어 :

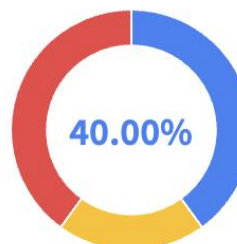


공식경기 친선경기 감독모드 커스텀매치

플레이 스타일

교로텔리님은 크로스 원틀 헤더 날먹의 신입니다!

최근 25경기 승률  
총 25전 10승 5무 10패



승률이 좋지않아요.. 지고 계실건가요?

나의 승률을 높이는 방법은?

승률 개선 솔루션

교로텔리님의 스쿼드

[공식경기 기준 스쿼드]



## 2. 회귀분석으로 CATE 추정

- 개인화를 위한 한 가지 방법은, 이질적 처치효과를 고려해서 조건부 평균 처치효과(CATE)를 추정하는 것
- 예시 : 레스토랑에서 고객에게 할인을 제공해야 하는 **적절한 시기**를 파악하고자 하는 상황

	rest_id	day	month	weekday	...	is_nov	competitors_price	discounts	sales
0	0	2016-01-01	1	4	...	False	2.88	0	79.0
1	0	2016-01-02	1	5	...	False	2.64	0	57.0
2	0	2016-01-03	1	6	...	False	2.08	5	294.0
3	0	2016-01-04	1	0	...	False	3.37	15	676.5
4	0	2016-01-05	1	1	...	False	3.79	0	66.0

- 분석단위 : 고객  $x$ , 요일-레스토랑 조합
- 처치 : 고객 대신 '요일'에 처치(할인 제공)를 하게 됨
- 이를 CATE 추정 문제로 생각해볼 예정

## 2. 회귀분석으로 CATE 추정

### 일반적인 선형 모델

- 처치(T)에 대해 미분할 경우

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 t_i + \beta_2 \mathbf{X}_i + e_i$$

$$\text{ATE} \quad \frac{\partial y_i}{\partial t_i} = \beta_1$$

- 처치가 무작위 배정이라면 해당 회귀 계수는 ATE
- 모든 대상에 대해 상수인  $\beta$  추정량 구할 수 있음
- 하지만, 모든 실험 대상(일자-레스토랑 조합)의 기울기 예측값이 동일하므로, 언제 할인을 해야하는지 파악하는데 도움이 되지 않음

### 변형된 선형 모델

- 처치와 공변량 간의 상호작용항 추가 후 미분

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 t_i + \beta_2 \mathbf{X}_i + \beta_3 t_i \mathbf{X}_i + e_i$$

$$\text{CATE} \quad \frac{\partial \hat{y}_i}{\partial t_i} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_3 \mathbf{X}_i$$

- 각기 다른  $\mathbf{X}_i$ 로 정의된 개별 대상마다 기울기 예측값이 다르게 나옴
- 즉, 처치(T)와 공변량  $\mathbf{X}$ 간의 상호작용을 모델에 적용함으로써, 해당 공변량( $\mathbf{X}_i$ )에 따라 효과가 어떻게 변하는지 모델이 학습할 수 있음
- 비록 직접 예측 할 수 없지만, CATE 추정하는데 도움됨



## 2. 회귀분석으로 CATE 추정

- 공변량 = 월, 요일, 휴일 여부, 경쟁업체의 평균 가격
- 공변량(X)에 대한 처치(T)의 매출 민감도를 측정하는 것이 목적

$$sales_i = \beta_0 + \beta_1 discount_i + \beta_2 X_i * discount_i + \beta_3 X_i + e_i$$

```
import statsmodels.formula.api as smf

X = ["C(month)", "C(weekday)", "is_holiday", "competitors_price"] # 월, 요일, 휴일 여부, 경쟁업체의 평균 가격을 공변량으로 정의
regr_cate = smf.ols(f"sales ~ discounts*({'+'.join(X)}",
                    data=data).fit()
```

- 예측된 기울기 :  $\beta_1$  = 할인에 대한 계수,  $\beta_3$  = 상호작용 항에 대한 계수

$$\frac{\widehat{\delta sales_i}}{\delta discounts_i} = \widehat{\beta_1} + \widehat{\beta_3} X_i$$

- 기울기 예측값을 얻는 방법
  1. 적합된 모델에서 해당 매개변수를 추출하기 ( $\beta_1$ ,  $\beta_3$ )
  2. 도함수 정의 사용하기

## 2. 회귀분석으로 CATE 추정

- 도함수의 정의 사용

$$\frac{\delta y}{\delta t} = \frac{y(t + \epsilon) - y(t)}{(t + \epsilon) - t}$$

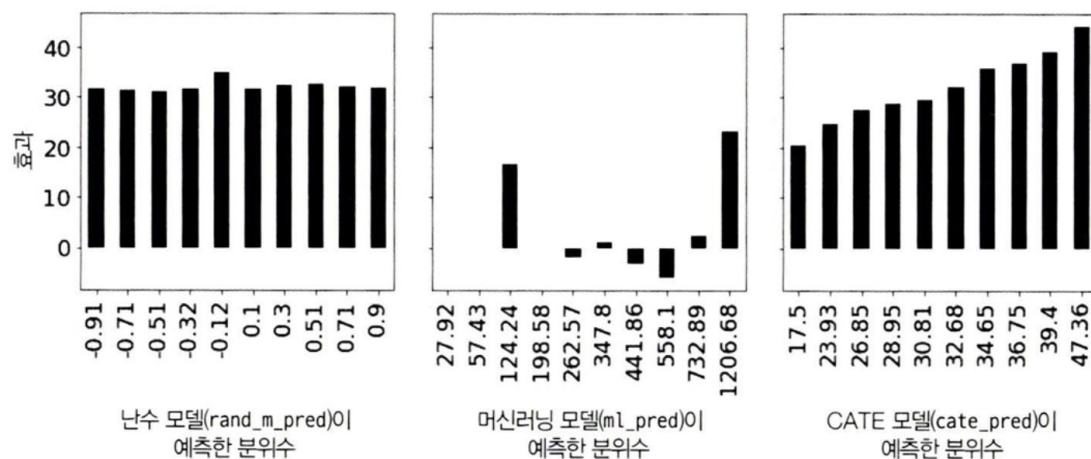
- 도함수는  $\epsilon$ 이 0으로 갈 때이지만, 1로 대체 (여기서  $\hat{y}$ 은 모델의 예측값을 의미하고, 선형 모델이기에 해당 근사치는 정확)

$$\frac{\delta y}{\delta t} \approx \hat{y}(t + 1) - \hat{y}(t)$$

- 즉, 모델을 활용해 다음의 2가지를 예측한 후 차이를 **CATE 예측값**으로 나타냄
  1. 원본 데이터를 그대로 사용한 예측
  2. 원본 데이터를 사용하지만, 처치를 한 단위씩 증가시킨 예측
- CATE 모델과 예측값을 구하였음. 하지만, 모델의 성능 평가가 필요

### 3. CATE 예측 평가

- 우리가 알고자 하는 것은 처치에 더 민감한 대상과 덜 민감한 대상을 구분하려는 것이다. 이에 모델의 예측값에 따라 데이터를 분위수별로 세분화하고 각 분위수에서 효과를 추정
- 책에서는 3가지 모델을 생성하였음
  - 난수 모델 : 그룹별 추정된 효과가 거의 비슷 (개인화에 활용 불가)
  - 머신러닝 모델 : 판매 예측이 매우 높거나, 매우 낮을 때 효과가 높게 나타나는 경향 존재 (개인화 활용 가능) but 순서 x
  - CATE 모델 : 분위수에 따라 효과가 증가하는 경향을 보이며, 높은 효과와 낮은 효과를 잘 구분함
    - CATE 순서 정렬 측면에서, 계단 모양이 가파를수록 더 나은 모델이라는 의미



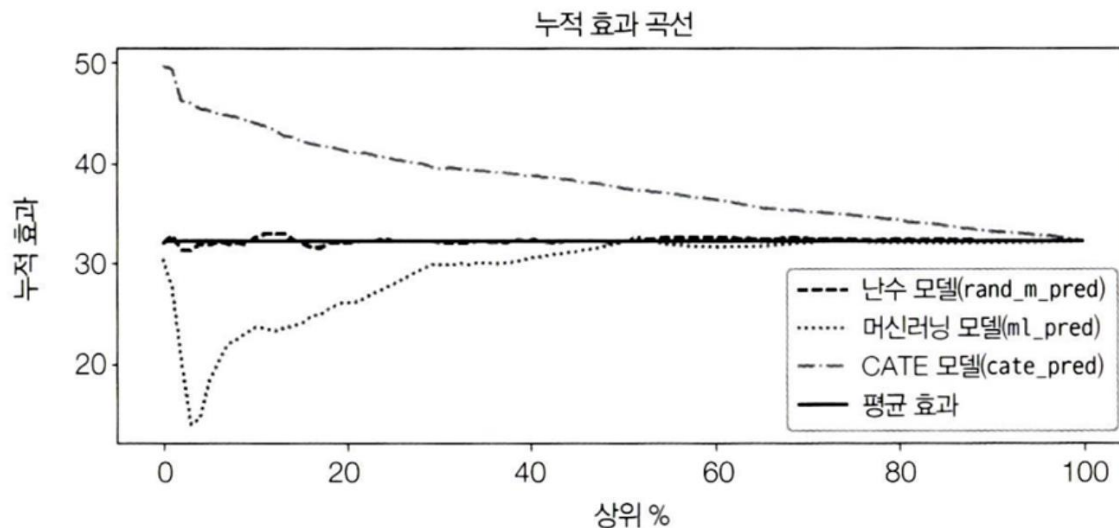
- 할인에 대한 민감도를 순서대로 나열하는 측면에서는 어떤 모델이 나은지 성능 평가 가능. 하지만, 비교가 어렵다면? 모델의 성능을 하나의 값으로 요약하는 것이 필요

## 누적 효과 곡선

- 그룹을 정의해서 그룹 내 효과를 추정하되, 한 그룹을 다른 그룹 위에 누적하는 형태로 효과를 추정하는 방법

- 함수 구현 법

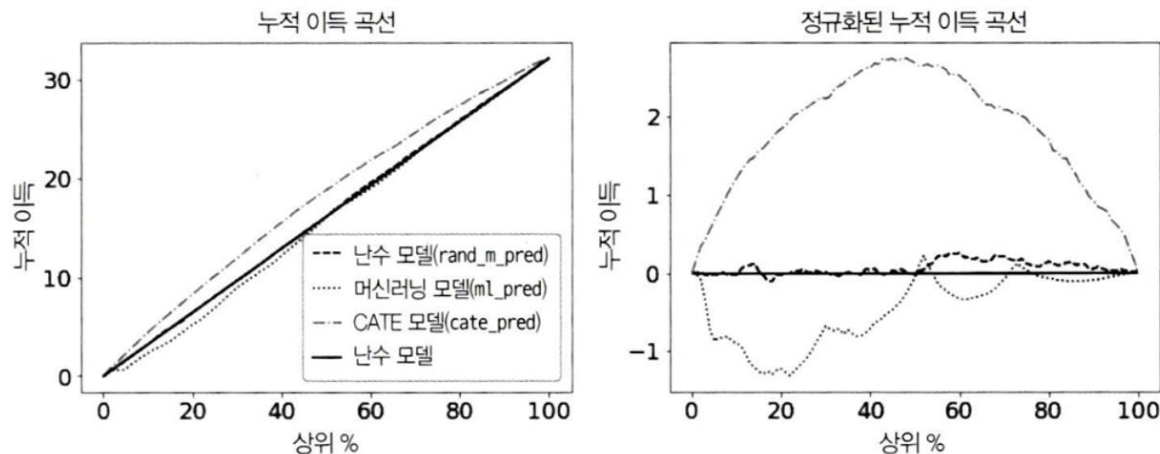
1. 데이터를 점수순으로 정렬
2. 1%씩 추가하여 효과 추정
3. 누적 표본에 따른 효과 곡선 생성



- CATE가 순서를 잘 반영했다면, 점점 ATE에 수렴하는 형태 + 면적이 클 수록 더 좋은 모델
- 하지만, 누적 효과 곡선은 시작 부분이 가장 큰 면적을 차지하는데, 이 부분에서 표본 크기가 작기에 불확실성이 가장 크다. 이 문제를 해결하기 위해 **누적 이득 곡선**을 사용

## 누적 이득 곡선

- 누적 효과 곡선 효과와 같은 원리지만, 각 데이터 포인트에 누적 표본( $N_{cum}/N$ )을 곱하여 생성
- ATE에 대해 1번 더 정규화하여 AUC값으로 CATE 순서 예측 성능 평가 가능 (모델 성능을 단일 숫자로 표현 가능)



- CATE 곡선 사용시 주의할 점
  1. 모든 곡선에서 각 곡선 위의 점은 회귀계수의 추정값이며, 참값이 아님
  2. 곡선은 CATE를 정확히 추정하는데 관심이 없고, 순서가 올바른지에만 관심있음
  3. 가장 중요한 점은, 앞서 모든 방법들에 교란이 없는 데이터가 필요함 (편향이 있다면 ATE같은 추정효과가 잘못될 수 있음. 그래서 처치가 무작위 배정이 아니면, IPW의 직교화로 편향 제거 후 사용 가능)

## 4. 목표 변환으로 편차 지표 구하기

- 인과 모델링에는 예측 모델에서 흔히 사용하는  $R^2$ 나 MSE 같은 요약 지표가 없음. 그래서 편향(bias)을 제거해서 처치 효과( $\tau$ )를 예측 가능한 형태로 만들고자 함

### 목표 변환이란?

- 우리가 예측하고자 하는 "처치 효과( $\tau$ )"를 예측 가능한 형태로 바꾸는 과정
- 실제 처치효과  $\tau$ 를 관측할 수 없지만, 기댓값에서 실제 처치효과를 근사하는 목표 변수를 생성

$$E[Y_i^*] = \tau_i \quad Y_i^* = \frac{(Y_i - \hat{\mu}_y(X_i))(T_i - \hat{\mu}_t(X_i))}{(T_i - \hat{\mu}_t(X_i))^2} = \frac{Y_i - \hat{\mu}_y(X_i)}{T_i - \hat{\mu}_t(X_i)}$$

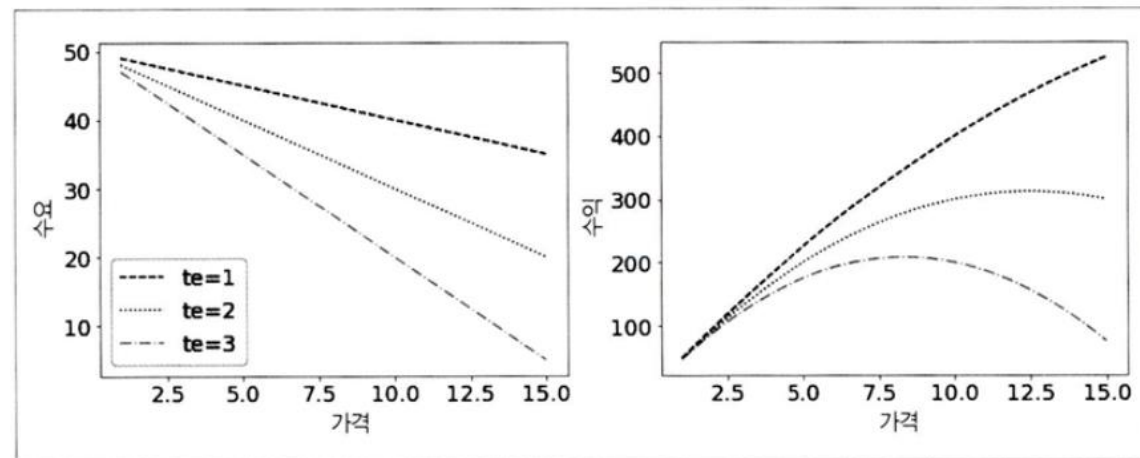
- $\mu^y$ : 결과  $Y$ 를 예측한 모델의 예측값
- $\mu^t$ : 처치  $T$ 를 예측한 모델의 예측값
  - 이 둘을 통해 결과와 처치 사이의 상호작용을 고려한 변형된  $Y$ 를 생성
- 이 목표는 실제 처치효과를 근사하는 것. 따라서, CATE에 대한 모델이 개별 수준 효과  $\tau_i$ 를 예측하는 데 효과적이라면, 이 목표에 대한 모델의 예측 MSE값은 작아야 함
- 근데 이 목표 공식은  $T$ 의 평균 값에 가까워질 수록 분모가 0에 가까워져서 노이즈가 커지기에 가중치 사용해서 MSE 계산

## 5. 의사결정을 위한 CATE

- 실무에서 사실 처치를 무한정 줄 수 있다면, CATE가 양수인 모든 사람들에게 처치하면 됨. 하지만, 리소스의 한계가 있으니 규칙이 필요함
- 또한, 처치가 연속형 이거나 정렬된 경우에는 상황이 더 복잡해짐. 왜냐하면 누구에게 뿐만 아니라, 어느 정도의 처치를 줄 지도 결정해야 하며 사업 특성마다 다를 것이기 때문
- 예를 들어, 레스토랑 예시에서 매일 얼마나 할인해야 할 지에 대한 문제를 **가격 최적화 문제로** 재정의 해 본다면?
  - 레스토랑의 비용과 수익함수
  - $Price = Price(base) * (1 - discount)$
  - $Revenue = \text{레스토랑에서 제공하는 식사 수(수요)} * \text{가격}$
  - $Demand = \text{특정 날짜에 사람들이 구매하려는 식사수는 가격과 반비례}$
  - $\tau(x_i) = \text{해당 날짜에 고객이 가격 인상에 얼마나 민감한지}$ 
    - 클 수록 민감하며  $\tau(x_i)$ 라는 민감도는 가격이 수요에 미치는 CATE임

$$Demand_i = 50 - \tau(X_i)Price_i$$

$$Revenue_i = Demand_i * Price_i$$



- 실험 대상  $i$ 마다 처치 효과  $\tau$  가 다를 수 있음
- 조건부 평균 처치효과(CATE)를 추정해서 개인화에 대한 진전 가능
- 개별 대상 수준에서 관측되지 않더라도 그룹 효과를 추정할 수 있음
  - 처치와 공변량 간의 상호작용 항을 포함한 선형회귀분석을 통해 추정 가능
- CATE는 단일 실험 대상에 대해 정의되지 않아 곡선같은 그룹별 지표에 의존해야 하지만, MSE와 같은 편차 지표(목표 변환)을 통해 계산 가능