Práctica 10 de Métodos Matemáticos de la Ingeniería
Grupo E

Nombre y apellidos de los componentes del grupo:

1. Calcula vectores (x_1, y_1) y (x_2, y_2) linealmente independientes tales que

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \lambda_2 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

para ciertos $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$.

Con los vectores calculados, comprueba la igualdad: $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$

2. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, calcula a ojo tres vectores linealmente independientes v_1, v_2, v_3 tales que $Av_1 = \lambda_1 v_1, Av_2 = \lambda_2 v_2, Av_3 = \lambda_3 v_3$ para ciertos números $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$.

3. Calcula, si es posible, vectores (x_1, y_1) y (x_2, y_2) linealmente independientes tales que

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \lambda_2 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

para ciertos $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$.

4. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 2 \\ -6 & 2 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ se sabe que para los vectores $u = (1, 2, 1)$, $v = (1, 1, 1)$ y $w = (2, 2, 1)$ se cumple que $Au = 0v$, $Av = -2v$ y $Aw = -3w$.

a) Determinar una matriz cuadrada P de orden 3 tal que $AP = P \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

b) Determinar una matriz cuadrada D de orden 3 tal que $A \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} D$