CÁLCULO VECTORIAL 2010-2011
EXAMEN SEPTIEMBRE 05-09-2011

Nombre y apellidos:
DNI:

---

1. [1 punto] Sean $f(x,y) = (\cos(y) + x^2, e^{x+y})$ y $g(u,v) = (e^{uv}, u - \operatorname{sen}(v))$. Calcular $D(f \circ g)(0,0)$ usando la regla de la cadena.

2. [1 punto] Calcular el área de una valla cuya base viene dada por la trayectoria $\sigma : [0,\pi] \to \mathbb{R}^2 : t \mapsto (\cos(t), \operatorname{sen}(t))$ y su altura por la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x,y) \mapsto x^2 + y^2 + y$.

3. Sea la función
$$\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R} \\ (x,y) & \mapsto & x^3 - y^3 - 3xy - 2 \end{array}$$
a)[1'5 puntos] Hallar los puntos críticos de la función f. Luego determinar si son máximos locales, mínimos locales o puntos silla.
b)[0'5 puntos] Calcular el campo gradiente asociado a f y su rotacional.

4. [2 puntos] Hallar el máximo y mínimo de la función $f(x,y) = x^2 - y^2$ sujeta a la restricción $x^2 + y^2 = 1$.

5. a) [1 punto] Sea $R = [0,1] \times [0,1]$. Calcular $\int_R y e^{xy} dxdy$.
   b) [1 punto] Sea $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \pi/2, 0 \leq x \leq cos(y)\}$. Dibujar D y calcular $\int_D x sen(y) dxdy$.

6. [2 puntos] Sea la función
$$\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R} \\ (x,y) & \mapsto & \sqrt{x^6 + y^2} \end{array}$$
Estudiar la diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$.