

CÁLCULO VECTORIAL 2011-2012
EXAMEN SEPTIEMBRE 11-09-2012

Nombre y apellidos:
DNI:

1. [1'5 puntos] Sean $f(x, y) = (\cos(y) + x^2, e^{x+y})$ y $g(u, v) = (e^{uv}, u - \sin(v))$. Calcular $D(f \circ g)(0, 0)$ usando la regla de la cadena.
2. [1'5 puntos] Calcular el área de una valla cuya base viene dada por la trayectoria $\sigma : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2 : t \mapsto (\cos(t) + 1, \sin(t))$ y su altura por la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto (x - 1)^2 + y^2 + y$.
3. [2 puntos] Sea la función

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto x^2 + y^2 - yx^2 \end{aligned}$$

Hallar los puntos críticos de la función f y determinar si son máximos locales, mínimos locales o puntos silla.

4. [2 puntos] Usando los multiplicadores de Lagrange, hallar el máximo y el mínimo de la función $f(x, y) = x - y$ sujeta a la restricción $x^2 + y^2 = 1$.
5. [2 puntos] Sea $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y, 0 \leq x \leq 1, y \leq -x + 2\}$. Dibujar D y calcular $\int_D 1 dx dy$.
6. [1 punto] Sea la función

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases} \end{aligned}$$

Estudiar la continuidad de f .