

CÁLCULO VECTORIAL 2010-2011
EXAMEN JUNIO 20-06-2011

Nombre y apellidos:
DNI:

1. [1 punto] Sea la función

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto x^2 \end{aligned}$$

Estudiar y dibujar sus curvas de nivel. Estudiar las secciones de la gráfica de f mediante su intersección con los planos $x = 0$ e $y = 0$. Dibujar la gráfica de f .

2. [1 punto] Calcular la longitud de arco de la curva $\sigma(t) = (\frac{2}{3}t\sqrt{t}, \cos(t), \sin(t))$ entre los puntos $(0, 1, 0)$ y $(\frac{2}{3}, \cos(1), \sin(1))$.

3. Sea la función

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(x, y) : xy = 0\} &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto \frac{1}{x} + xy + \frac{1}{y} \end{aligned}$$

- a)[1'5 puntos] Hallar los puntos críticos de la función f . Luego determinar si son máximos locales, mínimos locales o puntos silla.
- b)[0'5 puntos] Determinar la ecuación del plano tangente a la gráfica de la función $z = f(x, y)$ en el punto $(1, -1)$.
4. [1'5 puntos] Hallar el máximo y mínimo de la función $f(x, y) = x - y$ sujeta a la restricción $x^2 + y^2 = 1$.
5. a) [1 punto] Sea $R = [-1, 1] \times [0, \frac{\pi}{2}]$. Calcular $\int_R (x \sin(y) - ye^x) dx dy$.
- b) [1 puntos] Sea $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y, 0 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$. Dibujar D y calcular $\int_D x dx dy$.

6. Sea la función

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto \sqrt{x^4 + y^4} \end{aligned}$$

Decidir razonadamente:

- a)[1 punto] la existencia de las derivadas parciales de f en el punto $(0, 0)$,
- b)[1'5 puntos] la diferenciabilidad de f en el punto $(0, 0)$.