

CÁLCULO VECTORIAL 2010-2011
HOJA 5

1. Hallar los puntos críticos de las funciones dadas y determinar cuáles son máximos locales, mínimos locales o puntos silla.
 - a) $f(x, y) = x^2 - y^2 + xy$
 - b) $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy$
 - c) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2xy$
 - d) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 3xy$
 - e) $f(x, y) = e^{1+x^2-y^2}$
 - f) $f(x, y) = (x - y)(xy - 1)$
 - g) $f(x, y) = x \operatorname{sen}(y)$
2. Considerar la función $f(x, y) = \operatorname{sen}(x^2 + y^2)$. Comprobar que el $(0, 0)$ es un punto crítico de f . ¿Es un máximo local, un mínimo local o un punto silla?
3. Considerar la función $f(x, y) = \cos(x^2 + y^2)$. Comprobar que los puntos $(0, 0)$, $(\sqrt{\frac{\pi}{2}}, \sqrt{\frac{\pi}{2}})$ y $(0, \sqrt{\frac{\pi}{2}})$ son puntos críticos de f . ¿Son máximos locales, mínimos locales o puntos silla?
4. Sea la función $f(x, y) = x^2 + y^2 + axy$, donde $a \in \mathbb{R}$ es una constante. Determinar para qué valores de a el punto $(0, 0)$ es un mínimo local, un máximo local o un punto silla.
5. Hallar los valores máximo y mínimo absolutos de la función $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy$ en el disco $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$.
6. Hallar los valores máximo y mínimo absolutos de la función $f(x, y) = x^2 + y^2$ en el disco $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$.
7. Hallar los valores máximo y mínimo absolutos para $f(x, y) = xy$ en el rectángulo $[0, 1] \times [0, 1]$.
8. Hallar los valores máximo y mínimo absolutos para $f(x, y) = \operatorname{sen}(x) + \cos(y)$ en el rectángulo $[0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$.
9. Hallar el punto en el plano $2x - y + 2z = 20$ más cercano al origen.
10. Escribir el número 120 como suma de tres números, de modo que la suma de los productos tomados de dos en dos, sea máxima.
11. Hallar los extremos de $f(x, y) = x - y$ sujetos a la restricción $x^2 + y^2 = 3$.