# Práctica 5

**Nombre y Apellidos de los miembros del grupo:**

1. Especificar en los recuadros la operación elemental en filas utilizada en cada paso.

$$\begin{array}{c} A \qquad\quad I \\ \left(\begin{array}{ccc|cc} 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \end{array} \leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 \end{array}\right) \leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \end{array}\right) \leftrightarrow \begin{array}{c} B \qquad\quad Q \\ \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \end{array}\right) \end{array}$$

$\boxed{\phantom{xxxx}}$ $1^a$ Operación $\qquad$ $\boxed{\phantom{xxxx}}$ $2^a$ Operación $\qquad$ $\boxed{\phantom{xxxx}}$ $3^a$ Operación $\qquad$ $\boxed{\phantom{xxxx}}$ $4^a$ Operación

2. Comprueba que $QA = B$ (el objetivo de esta práctica es entender por qué ocurre esta igualdad).

3. Escribir las matrices elementales asociadas a las operaciones del ejercicio 1.

$$\text{Matriz asociada a la } 1^a \text{ operación} \rightsquigarrow E_1 = \left( \qquad \right)_{2\times 2}$$

$$\text{Matriz asociada a la } 2^a \text{ operación} \rightsquigarrow E_2 = \left( \qquad \right)_{2\times 2}$$

$$\text{Matriz asociada a la } 3^a \text{ operación} \rightsquigarrow E_3 = \left( \qquad \right)_{2\times 2}$$

$$\text{Matriz asociada a la } 4^a \text{ operación} \rightsquigarrow E_4 = \left( \qquad \right)_{2\times 2}$$

3. Rellena, y realiza los siguientes productos de matrices (observa que es muy fácil hacer cada fila de productos usando el resultado obtenido en la fila inmediatamente anterior).

$$\underbrace{\left( \qquad \right)}_{E_1} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left( \qquad\qquad \right)$$

$$\underbrace{\left( \qquad \right)}_{E_2} \underbrace{\left( \qquad \right)}_{E_1} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left( \qquad\qquad \right)$$

$$\underbrace{\left( \qquad \right)}_{E_3} \underbrace{\left( \qquad \right)}_{E_2} \underbrace{\left( \qquad \right)}_{E_1} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left( \qquad\qquad \right)$$

$$\underbrace{\left( \qquad \right)}_{E_4} \underbrace{\left( \qquad \right)}_{E_3} \underbrace{\left( \qquad \right)}_{E_2} \underbrace{\left( \qquad \right)}_{E_1} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left( \qquad\qquad \right)$$

4. Relaciona los resultados obtenidos en el Ejercicio 3, con las submatrices que aparecen en la caja de la izquierda de la sucesión del Ejercicio 1.

5. Si has hecho correctamente el ejercicio 3, entonces has llegado a la conclusión de que

$$E_4E_3E_2E_1\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Veamos que $E_1E_2E_3E_4 = Q$. Realiza los siguientes productos (si lo haces correctamente, el último resultado debería ser la matriz $Q$).

$$E_1 = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{E_1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \qquad & \qquad \\ \qquad & \qquad \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{E_2}\underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{E_1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \qquad & \qquad \\ \qquad & \qquad \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{E_3}\underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{E_2}\underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{E_1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \qquad & \qquad \\ \qquad & \qquad \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{E_4}\underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{E_3}\underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{E_2}\underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{E_1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \qquad & \qquad \\ \qquad & \qquad \end{pmatrix}$$

6. Relaciona los resultados obtenidos en el Ejercicio 3, con las submatrices que aparecen en la caja de la derecha de la sucesión del Ejercicio 1.

7. ¿Podrías explicar ahora brevemente por qué $QA = B$?

8.Calcula la inversa, si es posible, de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$