

CÁLCULO VECTORIAL 2011-2012  
EXAMEN JUNIO 12-06-2012

---

Nombre y apellidos:  
DNI:

---

1. [1, 5 puntos] Sean las funciones  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 : (x, y) \mapsto (xe^y + \cos(y), x, x + e^y)$  y  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 : (x, y, z) \mapsto (2, e^{xyz})$ . Calcula usando la regla de la cadena  $D(g \circ f)(0, 0)$ .
2. [1, 5 puntos] Calcular la longitud de arco de la curva

$$\begin{aligned}\sigma : [1, 2] &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ t &\mapsto \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}t^{\frac{3}{2}}, t \cos(t), t \sin(t)\right).\end{aligned}$$

3. Sea la función

$$\begin{aligned}f : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto x^4 + y^4 - 2x^2\end{aligned}$$

- a)[0,5 puntos] Hallar los puntos críticos de la función  $f$ .
  - b)[2 puntos] Determinar los máximos y mínimos absolutos de  $f$  en la región  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$ .
4. a) [0, 5 puntos] Sea  $R = [0, 1] \times [0, 1]$ . Calcular  $\int_R ye^{xy} dx dy$ .
  - b) [1, 5 puntos] Sea  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y, 1 \leq x, x \leq 2, xy \leq 1\}$ . Dibujar  $D$  y calcular  $\int_D 1 dx dy$ .
5. [1 punto] Sea la función

$$\begin{aligned}f : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}\end{aligned}$$

Estudiar la continuidad de  $f$ .

6. [1, 5 puntos] Sea la función

$$\begin{aligned}f : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}\end{aligned}$$

Hallar las derivadas parciales si es que existen. En caso de que existan, estudiar su continuidad.