

Temat 1

Zliczanie kropek – *numeracja dwójkowa*

Streszczenie

Dane w komputerach są zapisywane i przesyłane jako ciągi zer i jedynek.

W jaki sposób słowa i liczby mogą być reprezentowane przy pomocy tylko dwóch symboli?

Wiek

- ✓ 7 lat i więcej

Potrzebne materiały

- ✓ Nauczyciel będzie potrzebował zestaw pięciu specjalnych kart (patrz: s. 6) do prezentacji. Mogą to być kartki formatu A4 z naklejkami w kształcie kropki.

Każdemu dziecku potrzebne będą:

- ✓ Zestaw pięciu kart (patrz: s. 6).
- ✓ Karta pracy: Numeracja binarna (s. 5)

Do wykonania zadań dodatkowych każdemu dziecku potrzebne będą karty pracy:

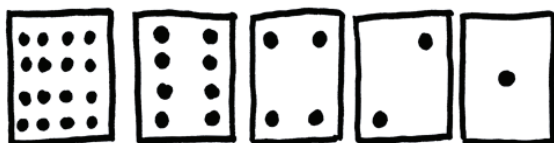
- ✓ Praca z bitami (s. 7)
- ✓ Przesyłanie tajemniczej wiadomości (s. 8)
- ✓ E-mail oraz modem (s. 9)
- ✓ Zliczanie powyżej 31 (s. 10)
- ✓ Więcej o numeracji dwójkowej (s. 11)

Numeracja dwójkowa

Wprowadzenie

Przed rozdaniem kart pracy, wskazane jest zaprezentowanie zasad numeracji binarnej całej grupie.

Do przeprowadzenia tej czynności, będzie potrzebny zestaw pięciu kart, które z jednej strony zawierają odpowiednie liczby kropek (jak na rysunku), a na drugiej stronie są puste. Należy wybrać pięcioro dzieci, które będą trzymać karty, stojąc naprzeciw reszty klasy. Karty powinny być trzymane w następującej kolejności:



Dyskusja

Co szczególnego zauważacie, jeśli chodzi o liczbę kropek na kartach?
(Np. Na każdej kolejnej karcie liczba kropek jest dwa razy większa.)

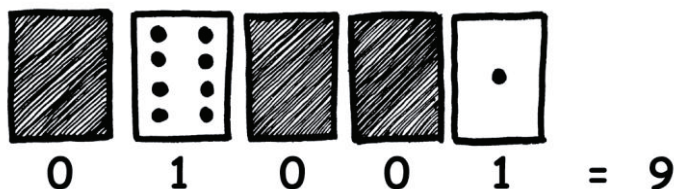
Ile kropek znalazłoby się na następnej karcie, którą położylibyśmy po lewej stronie? (32)
Ile byłoby kropek na następnej...?

Możemy użyć tych kart do utworzenia liczb w następujący sposób: Część kart odwrócimy, a następnie zliczymy wszystkie kropki, które są widoczne.
W jaki sposób uzyskać liczbę 6? ($4 + 2$) 15? ($8 + 4 + 2 + 1$) 21? ($8 + 6 + 4 + 2 + 1$) itd.

Teraz spróbujmy utworzyć w sposób uporządkowany wszystkie liczby począwszy od 0.

Reszta klasy powinna przyglądać się z uwagą kolejnym zmianom położenia kart tak, by dostrzec pewną prawidłowość (każda kolejna karta obracana jest dwukrotnie rzadziej niż karta bezpośrednio z nią sąsiadująca z prawej strony).

Fakt odwrócenia karty opisywać będziemy symbolem (cyfrą) 0, zapisanym na odpowiedniej pozycji. Fakt ukazania strony z kropkami – symbolem (cyfrą) 1. Taka jest zasada numeracji dwójkowej (binarnej).



Jak w numeracji dziesiętnej zapisana byłaby liczba 01001? (9)
Jak w numeracji binarnej zapisana byłaby liczba 17? (10001)

Karta pracy: Numeracja dwójkowa

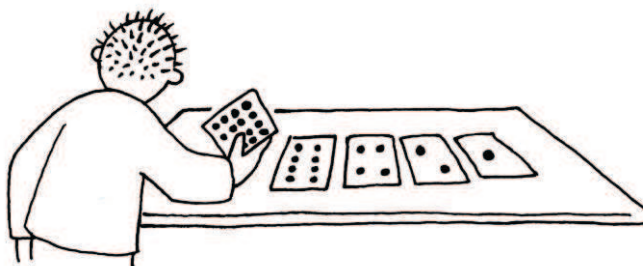
Uczymy się zliczać

Poznasz teraz sposób zapisywania liczb inny od znanego Ci systemu dziesiętkowego.

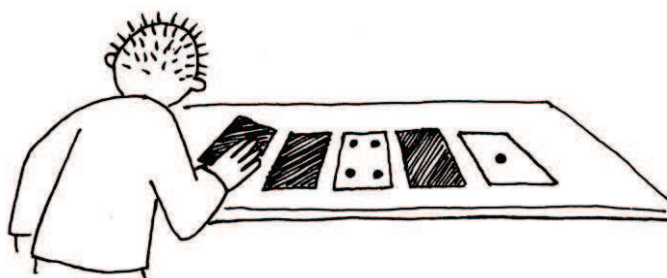
Komputery używają tylko dwóch cyfr: 0 i 1. Wszystko, co możesz usłyszeć i zobaczyć na komputerze — słowa, zdjęcia, liczby, filmy a nawet dźwięk zapisane są przy pomocy tylko dwóch rodzajów cyfr. Poniższe ćwiczenia pokażą Ci w jaki sposób przygotować wiadomość do kolegi, przy użyciu dokładnie takiej samej metody, jaką stosuje komputer.

Instrukcje

Wytnij kartki z kropkami i połącz je przed sobą w następującej kolejności:



Odwróć odpowiednie kartki tak, aby w sumie widocznych było dokładnie pięć kropek!

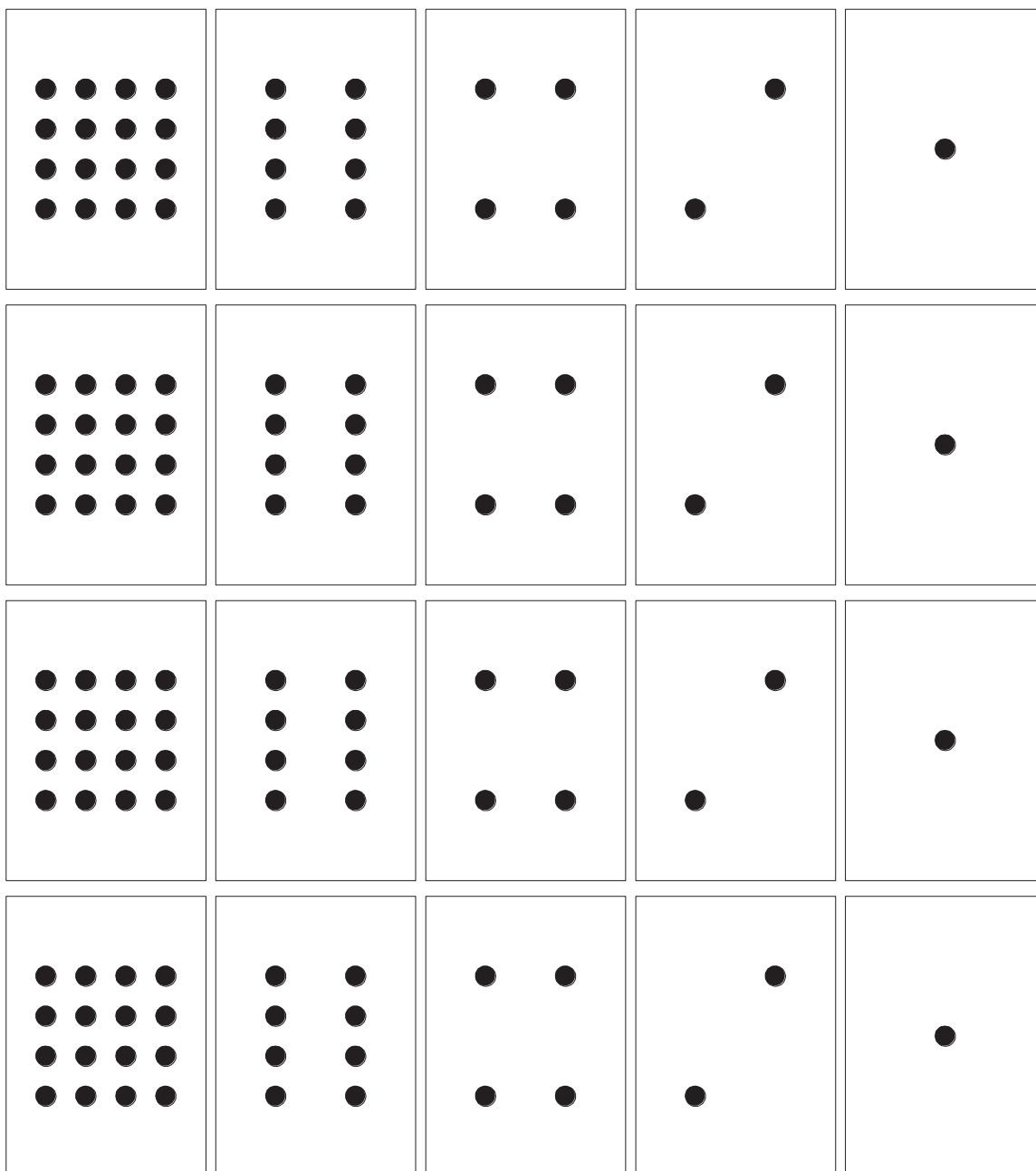


Spróbuj uzyskać kolejno następującą liczbę kropek: 3, 12, 19. Czy można to zrobić na więcej sposobów? Jaka jest największa liczba, którą możesz uzyskać? Jaka jest najmniejsza? Czy jest między nimi taka liczba, której nie da się w ten sposób uzyskać?

Zadanie dodatkowe:

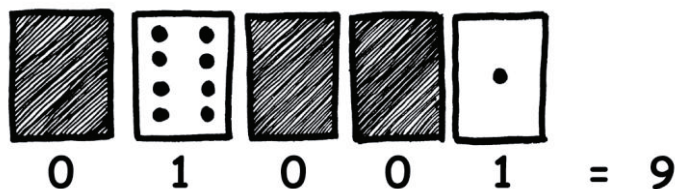
Spróbuj uzyskać kolejno następującą liczbę kropek: 1, 2, 3, 4 itd.
Jaką prawidłowość związaną z obracaniem kartek dostrzegłeś?

Do kopiowania: Numeracja dwójkowa



Karta pracy: Praca z bitami

Za pomocą systemu dwójkowego (binarnego) możemy przy pomocy 0 (zera) i 1 (jedynek) zapisać informację o tym, czy karta jest odwrócona czy nie. Użycie **0** oznaczać będzie, że karta jest odwrócona (nie są widoczne kropki), a użycie **1** sytuację, w której widzimy kropki. Oto przykład:

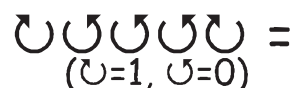
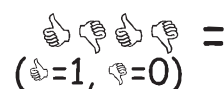
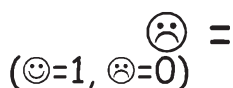
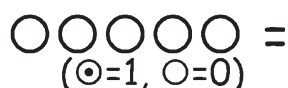
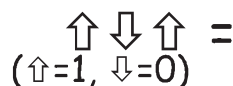
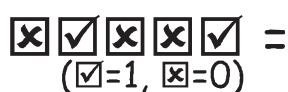


Jaka liczba reprezentowana będzie za pomocą ciągu **10101**?

Jaka – za pomocą **11111**?

W którym dniu miesiąca są Twoje urodziny? Zapisz odpowiednią liczbę w numeracji binarnej. Zrób podobnie z urodzinami przyjaciół.

Spróbuj odkryć, jakie liczby zostały zakodowane poniżej:



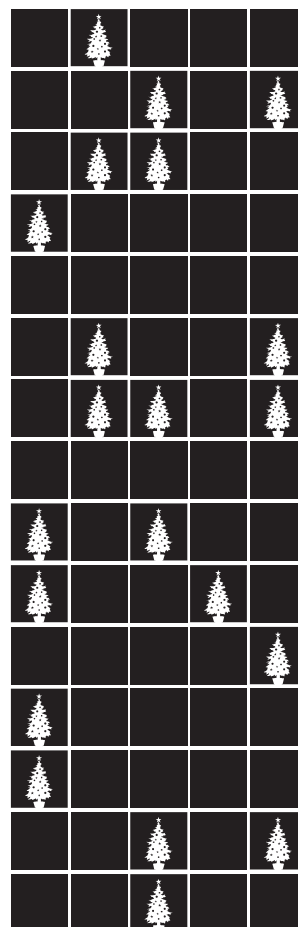
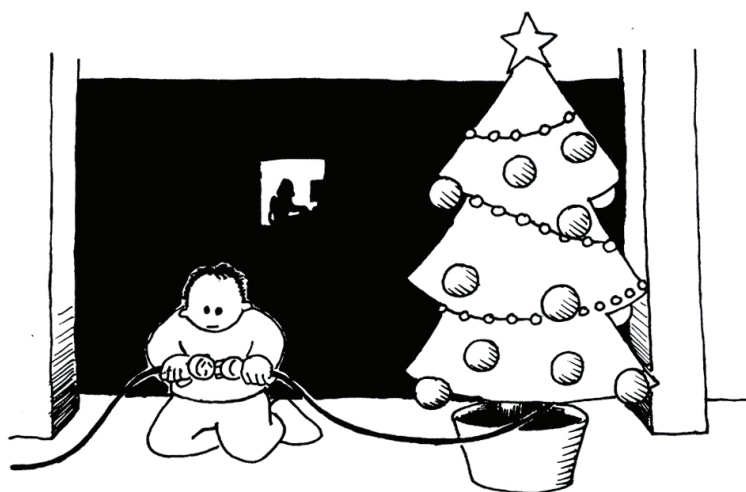
Zadanie dodatkowe: Używając zbioru klocków o długości 1, 2, 4, 8 i 16 pokaż, jak utworzyć odcinek każdej długości aż do 31. Możesz też zaskoczyć dorosłych i pokazać, że za pomocą wagi szalkowej i tylko kilku odważników można zważyć tak ciężkie przedmioty jak np. walizki.

Karta pracy: Tajemnicza wiadomości

Tom utknął na ostatnim piętrze dużego sklepu w Nowym Jorku. Zbliża się Boże Narodzenie i chłopak chce dotrzeć do domu z prezentami. Co może zrobić? Próbował już wołać, nawet krzyczeć, ale nie ma w pobliżu nikogo. Po przeciwnej stronie ulicy widzi budynek firmy komputerowej, w którego oknie dostrzega osobę pracującą, mimo późnej pory przy komputerze.

W jaki sposób mógłby zwrócić na siebie tego informatyka? Tom rozgląda się, aby znaleźć coś, czego mógłby w tym celu użyć. Wpada na genialny pomysł – może użyć światełek choinkowych, aby wysłać wiadomość! Odpowiednie światełka zapala lub wyłącza. Używa prostego kodu binarnego, który osoba z naprzeciwka powinna znać. Potrafisz odczytać wiadomość?

Tom używał oczywiście języka angielskiego.

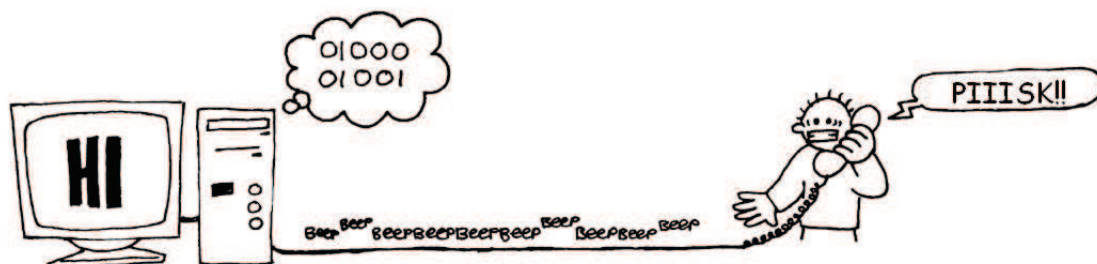


1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z

Karta pracy: E-mail i modemy

Komputery podłączone do Internetu za pomocą modemu także używają numeracji binarnej do przesyłania informacji. Odpowiednie cyfry binarne reprezentowane są za pomocą dźwięków o odpowiedniej wysokości tonu. Dźwięk o wyższym tonie używany jest do zakodowania cyfry 1, a dźwięk o niższym tonie – do zakodowania cyfry 0. Te dźwięki generowane są z tak dużą szybkością, że w przypadku „podsluchiwania” usłyszelibyśmy straszny ciągły pisk (najnowsze modemy wykorzystują częstotliwości niesłyszalnych dla ludzkiego ucha...).

Jeśli nigdy nie słyszałeś takiego dźwięku spróbuj zadzwonić pod numer telefonu obsługiwany przez faks – te urządzenia w podobny sposób wysyłają informacje.



Używając tego samego kodu, którego Tom użył w sklepie, spróbuj wysłać e-maila to znajomej osoby. Nie musisz być tak szybki jak prawdziwy modem!



Karta pracy: Zliczanie powyżej 31

Spójrz na karty binarne raz jeszcze. Gdybyś miał zrobić następną w kolejności kartę, ile miałaby kropek? Jaka byłaby liczba kropek na kolejnej? Według jakiej reguły tworzyłybyś kolejne karty? Jak łatwo zauważyć, niewielka liczba kart jest potrzebna do zliczenia bardzo dużych liczb.

Jeśli spojrzysz uważnie na poniżej zapisany ciąg, możesz odkryć bardzo interesującą zależność:

1, 2, 4, 8, 16...

Jaki będzie wynik dodawania: $1 + 2 + 4 = ?$ Jaką liczbę poprzedza ta suma?

A suma $1 + 2 + 4 + 8 = ?$

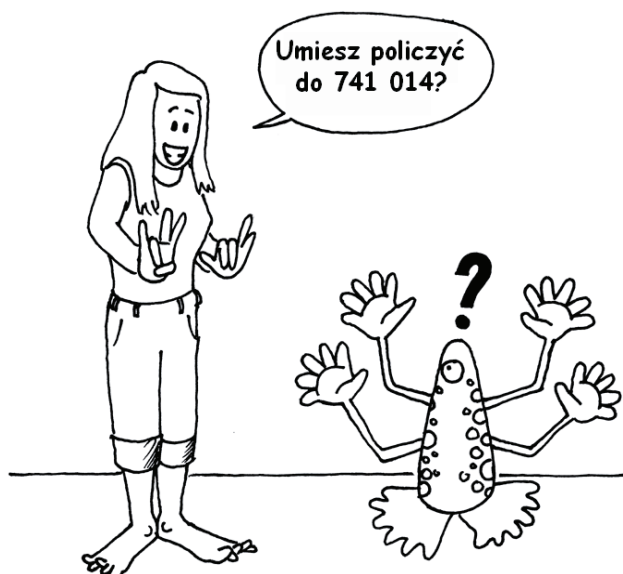
Co się stanie, jeśli dodasz wszystkie kolejne liczby?

Teraz możesz zliczyć na palcach znacznie większe liczby niż liczbę 10 – i wcale nie musisz być kosmitą! Jeśli użyjesz numeracji binarnej i potraktujesz każdy kolejny palec jako odpowiednik kolejnej karty z kropkami, możesz za pomocą palców jednej ręki liczyć od 0 do 31. To razem 32 liczby. (Nie zapominaj, że 0 też jest liczbą!)

Spróbuj policzyć po kolei od 0 do 31, używając palców. Jeśli palec jest podniesiony to oznacza binarną cyfrę 1, a jeśli jest opuszczony, to oznacza 0.

Przy pomocy palców obu rąk, możesz liczyć od 0 do 1023! To aż 1024 liczby!

Jeśli za pomocą jednej ręki można zliczyć 32 różne liczby, a za pomocą dwóch – $32 \times 32 = 1024$ liczby, to ile może ich zliczyć osoba, używająca też palców u nóg?



Karta pracy: Więcej o numeracji binarnej

1. Inną interesującą własnością numeracji binarnej jest to, co dzieje się, kiedy po prawej stronie liczby dopiszemy 0. W przypadku numeracji dziesiętnej, kiedy dopisujesz 0, mnożysz liczbę przez 10. Na przykład 9 staje się liczbą 90, a 30 staje się liczbą 300.

Ale co stanie się z liczbą po dopisaniu z prawej strony cyfry 0 w przypadku numeracji binarnej? Spróbuj:

$$\begin{array}{ccc} 1001 & \rightarrow & 10010 \\ (9) & & (?) \end{array}$$

Sprawdź na kilku innych przykładach swoją hipotezę. Jaka jest ta reguła? Dlaczego? Jak myślisz?

2. Każda z kart, których używaliśmy do tej pory, reprezentuje jeden 'bit' zapisany w komputerze („bit” jest skrótem od „**b**inary **d**igit”). To oznacza, że nasz alfabet kodowy, którego do tej pory używaliśmy, może być zapisany za pomocą pięciu kart, inaczej 'bitów'. Jednakże komputer potrzebuje rozróżniać małe i wielkie litery i zapisywać też inne znaki (cyfry, znaki interpunkcyjne, inne symbole, np. \$ czy ~).

Spójrz na klawiaturę i spróbuj określić to, ile różnych znaków musi potrafić zakodować. Ile bitów potrzebuje komputer do zapisania wszystkich tych znaków?

Przez wiele lat większość komputerów używała reprezentacji zwanej ASCII (**A**merican **S**tandard **C**ode for **I**nformation **I**nterchange), która używała 7 lub 8 bitów do zakodowania jednego znaku (w przypadku niektórych języków liczba znaków jest większa niż w przypadku języka angielskiego).

Dziś powszechnie stosuje się standard Unicode, który używa większej liczby bitów. Jedna z jego odmian nawet 32.

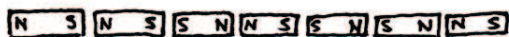


O co w tym wszystkim chodzi?

Komputery używają dzisiaj numeracji binarnej do reprezentowania informacji. Jest ona nazywana binarną (dwójkową), ponieważ są używane tylko dwie różne cyfry. Używa się też nazwy *numeracja o podstawie 2* (ludzie zwykle posługują się numeracją o podstawie 10). Każda cyfra (0 lub 1) nazywana jest bitem (**binary digit**). To rozróżnienie dwóch stanów (a więc bit) jest zazwyczaj zrealizowane w pamięci komputera przy użyciu tranzystora (włączony lub wyłączony) lub kondensatora (naładowany lub rozładowany).



Kiedy dane są przesyłane za pomocą linii telefonicznej lub drogą radiową, używa się wyższych i niższych tonów. W przypadku pamięci magnetycznych (dyskietka, dysk twardy, taśma) bity zapisywane są przy pomocy polaryzacji warstw magnetycznych.



Nośniki typu Audio CD, CD-ROM i DVD przechowują bity z wykorzystaniem własności optycznych — odpowiednia część powierzchni zmienia kierunek promieni światła lasera.



Bity grupuje się zazwyczaj po osiem. Każda taka grupa może być użyta do zapisu liczb z przedziału od 0 do 255. Taki oktet bitów nazywa się bajtem.

Szybkość komputera zależy od liczby bitów przetwarzanych jednocześnie. Dla przykładu komputer 32-bitowy operuje na liczbach 32-bitowych, podczas gdy komputer 16-bitowy musiałby dzielić dane na części, co spowolniłoby pracę.

Za pomocą bitów i bajtów zapisywane są komputery i przesyłane przez sieć komputerową zarówno liczby, tekst jak i wszystkie inne rodzaje danych. W kolejnych podrozdziałach zobaczymy, w jaki sposób mogą być one zakodowane.

Rozwiązania i wskazówki

Numeracja binarna (s. 5)

$$3 = 2 + 1$$

$$12 = 8 + 4$$

$$19 = 16 + 2 + 1$$

Każdą liczbę można zapisać tylko na jeden sposób .

Największą liczbą jest 31, a najmniejszą liczbą jest 0. Każda liczba naturalna między 0 i 31 może być zapisana w jednoznaczny sposób.

Zadanie dodatkowe: Aby zwiększyć liczbę o 1, trzeba odwrócić wszystkie kolejne karty, licząc od prawej strony tak długo, aż odwrócona zostanie karta, która była zakryta

Praca z bitami (s. 7)

$$10101 = 21, 11111 = 31$$

Wysyłanie tajemniczej wiadomości (s. 8)

Zakodowana wiadomość: HELP IM TRAPPED

Zliczanie powyżej 31 (s. 10)

Jeśli dodajesz wszystkie liczby ciągu począwszy od 1, to suma zawsze będzie liczbą o 1 mniejszą od liczby, która byłaby dopisana jako kolejna do tego ciągu.

Taka osoba mogłaby zliczyć $1024 \times 1024 = 1\,048\,576$ liczb — od 0 do 1 048 575!

Więcej o numeracji binarnej (s. 11)

Po dodaniu 0 po prawej stronie liczby zapisanej w numeracji binarnej, otrzymuje się liczbę dwukrotnie większą.

Wszystkie cyfry 1 reprezentują teraz dwukrotnie większą wartość, a więc liczba podwaja się. (W przypadku numeracji dziesiętnej dodanie 0 oznacza mnożenie przez 10.)

W przypadku alfabetu innego niż angielski często komputer potrzebuje co najmniej ośmiu bitów do zapisania wszystkich znaków.