

Projet Tennis – Elliott Bezençon

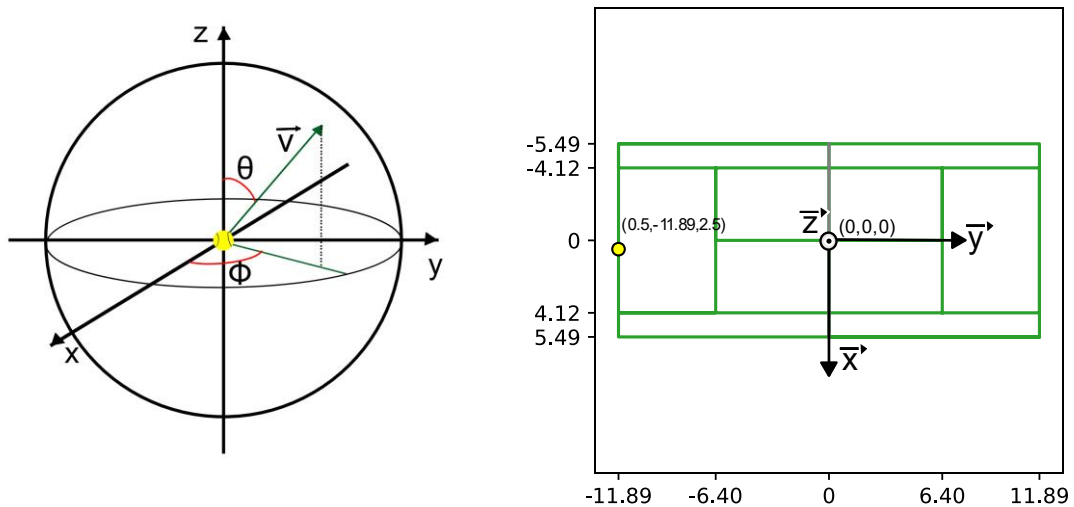


Figure 1 & 2 : schémas représentant le système d'axes utilisé et aidant à poser les conditions initiales.

Modèle de simulation :

Partie physique – forces externes considérées :

Poids : $-mg \vec{e}_z$

Force de traînée¹ : $-\frac{1}{2} \rho_{\text{air}} S C_x \vec{V}$

Avec $S = \pi r^2$ (surface exposée aux frottements)

Effet magnus² : $S_0(\vec{\omega} \times \vec{V})$

Avec : $S_0 = \frac{1}{2} \pi \rho_{\text{air}} r^3$

m	0.057 kg	ρ_{air}	1.2 kg/m^3	C_x	0.5 (pour sphère ³)
g	9.81 m/s^2	r	3.26 cm	$\vec{\omega}$	Vitesse angulaire

Figure 3 : précision sur les constantes utilisées dans les formules et la signification de certaines notations.

Partie numérique :

A l'aide de la connaissance de tous les paramètres ci-dessus et des vitesses (angulaires et linéaires) à un instant donné t, on calcule l'accélération instantanée de la balle grâce à la deuxième loi de Newton :

$$\ddot{\vec{x}} = \dot{\vec{v}} = \vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_{\text{ext}}}{m}$$

¹ 27_mar_2007 (owl-ge.ch)

² [what is the magnus effect \(uaf.edu\)](http://what.is.the.magnus.effect(uaf.edu)) // pour S_0 , je n'ai pas trouvé de consensus sur internet et ai donc opté pour cette option qui était convenante et dans les ordres de grandeurs attendus.

³ [Coefficient de traînée — Wikipédia \(wikipedia.org\)](http://Coefficient.de.traînée(Wikipédia(wikipedia.org)))

On trouve la position et la vitesse à un instant $t+dt$ à l'aide d'un développement limité du deuxième et du premier ordre :

$$x(t + dt) \approx x(t) + \dot{x}(t) \cdot dt + \frac{\ddot{x}(t)}{2} \cdot dt^2 \quad \text{et} \quad v(t + dt) \approx v(t) + \dot{v}(t) \cdot dt$$

On réitère ce procédé jusqu'à ce que la balle impacte le sol, tout en stockant dans un fichier les coordonnées de la trajectoire à chaque instant t .

A chaque itération, on vérifie que la balle ne soit pas dans le filet ou encore qu'elle ne soit pas sur le point d'atteindre le sol. Si elle atteint le sol, on la fait rebondir en inversant les vitesses verticales et en considérant une certaine perte d'énergie cinétique lors du choc inélastique avec le sol.⁴

Lors de cette simulation, plusieurs cas particuliers sont vérifiés à chaque itération afin de pouvoir donner les informations les plus claires possibles dans le terminal concernant le coup effectué et éviter que la simulation parte dans des scénarios incohérents.

Partie probabilités :

A l'aide de la Box-müller transformation⁵, on génère des conditions initiales aléatoires qui suivent une loi normale centrée en la condition initiale sans aléa et dont l'écart type est celui rentré en paramètre. En plus de ces conditions initiales aléatoires, on rajoute l'aléa du vent dans la simulation en l'implantant dans la force de frottement de l'air en calculant sa norme avec la vitesse relative de la balle par rapport au vent pour le vecteur \vec{v} à la place de la vitesse par rapport au terrain.

On exploite la simulation en la lançant un grand nombre de fois avec ces conditions initiales aléatoirement générées et la prise en compte du vent, et on relève les points d'impacts de chaque coup. Ensuite, on calcule les probabilités de réussir le coup, faire un filet ou faire un coup similaire. Ces probabilités calculées à partir de plusieurs milliers d'observations convergent vers une valeur proche des probabilités théoriques.

Graphiques :

Pour plotter mes données, j'ai opté pour un programme écrit en python utilisant la librairie matplotlib afin de pouvoir faire de beaux graphiques en peu de lignes et également car je connaissais déjà bien l'outil.

Résultats :

Ayant un peu de temps restant avant la date du rendu final, j'ai décidé de finaliser mon projet en le postant sur le serveur du cours et utilisant la possibilité de faire un site web interactif. J'ai donc écrit une partie de code en html pour pouvoir avoir une belle interface graphique et un résultat fonctionnel. Sur le site, vous trouverez ma simulation pour laquelle vous pouvez modifier les paramètres comme bon vous semble. Vous trouverez également des boutons « scénarios » au bas de la page sur lesquels vous pouvez appuyer (ils changeront automatiquement les paramètres et lanceront la simulation) pour pouvoir avoir l'illustration des résultats ci-dessous.

Lien du site : [Projet Tennis \(coursc.ch\)](http://ProjetTennis.coursc.ch)

⁴ Cette manière considérée pour les rebonds est physiquement correcte seulement pour les balles tapées à plat, pas pour les balles avec rotation car le rebonds serait affecté par celle-ci, or la simulation ne prends pas cela en compte. Il faut donc considérer la trajectoire après impact comme un ajout esthétique plutôt que réaliste. ([The Physics of Tennis | Ball Spin During Bounce \(uaf.edu\)](http://ThePhysicsofTennis.com/BallSpinDuringBounce))

⁵ [Box-Muller transform - Wikipedia](https://en.wikipedia.org/wiki/Box-Muller_transform)

Scénarios - Les résultats illustrant les capacités de ma simulation : (Pour les illustrations de chaque partie, lancez directement la simulation depuis la rubrique « scénarios » sur le site.)

1. Les frottements de l'air sont-ils négligeables ou leurs impact est conséquent, voir essentiel ?

En comparant le coup avec et sans frottement, on voit que les frottements contribuent largement à ce que le coup atterrisse dans le terrain avec une bonne marge de sécurité. En effet, la balle sort du terrain sans considérer les frottements alors que les conditions initiales ne sont pas particulièrement extrêmes. Les limites du terrain ainsi que les règles de ce sport ont largement été construites en prenant ce paramètre en compte et l'on voit que en négligeant les frottements la simulation donne un résultat éloigné de la réalité.

2. Les effets : de quelle manière la rotation de la balle autour des axes du repère impacte la trajectoire de celle-ci?

Le scénario présente trois fois le même revers croisé, mais chaque fois avec des effets différents. L'on voit dans cet exemple que la rotation de la balle impacte drastiquement la trajectoire de celle-ci. En effet, dans le cas du lift, la balle atterri bien plus rapidement à cause de l'effet Magnus qui induit une force dans la direction du sol, tandis que dans le cas opposé avec le slice, la balle fuse et atterri au-delà des limites du terrain à cause d'une force induite par l'effet Magnus qui est ascendante. Sans effet, on se retrouve dans un cas intermédiaire. Savoir maîtriser les effets est essentiel pour devenir un bon joueur, car ils rajoutent une dimension bien plus technique au sport et permettent de surprendre l'adversaire et tenter des coups bien plus osés tout en les compensant avec de l'effet pour garder une marge de sécurité. Que ce soit du lift ou du slice, les deux sont utilisés dans des circonstances bien différentes mais ils contribuent totalement à la richesses et la technique de ce sport et sont des paramètres non négligeables dans la simulation.

3. Le vent : joue t'il en notre faveur, ou est-il rien d'autre qu'un désavantage?

Pour répondre à cette question, on compare l'effet du vent sur un même service impacté par une bise de 12km/h allant dans les 4 directions cardinales.

On compare les probabilités de réussir ce service dans les 4 cas.

	Vent vers le Nord	Vent vers l'Est	Vent vers le Sud	Vent vers l'Ouest
P(mettre le service dans le terrain)	~48.3%	~57.9%	~68.6%	~58.8%

On observe directement que l'effet du vent impacte grandement la probabilité de mettre le service dans le terrain. Dans cette situation en particulier, grâce au vent allant contre la balle, elle est ralentie et atterrit plus facilement dans le carré de service.

Il faut donc toujours adapter son jeu à ce facteur car il a un impact sur notre réussite. Son effet n'est ni désavantageux ni avantageux à priori si l'on adapte pas son jeu, car il peut impacter la balle en bien ou en mal des deux côtés du terrain. Par contre, si on sait l'adopter cela peut être un avantage face à l'adversaire. Il est donc important d'effectuer un changement de côté lors d'un match afin de mettre les chances à parts égales.

4. A quel point faut-il être précis pour maîtriser un coup compliqué ?

Pour pouvoir répondre à cette question, on effectue un service slicé compliqué atterrissant dans le coin gauche du carré de service. On revois les écart-types sur les conditions initiales à la baisse à chaque fois que l'on relance la simulation et l'on observe l'effet sur la probabilité de faire un coup qui atterrisse dans un cercle d'un rayon de 1 mètre centré en le point d'impact sans aléas .

On obtient les résultats suivants :

Probabilité de faire un coup similaire (dans le cercle de similitude)	Écart type sur la vitesse (km/h)	Écart type sur les angles (°)	Écart type sur les vitesses angulaires (tr/min)
25%	8	2	80
50%	3	1.4	60
75%	1	0.9	40

Lors des essais pour obtenir ces probabilités, on remarque rapidement que la probabilité obtenue est la plus sensible à une baisse de l'écart type sur les angles de direction du vecteur vitesse. Cela n'est pas surprenant car une différence de 1° sur la direction du vecteur vitesse impacte énormément l'endroit la balle tombera de l'autre côté du terrain sachant qu'est à plus de 14 mètres de distance. Les écart types rentrés pour obtenir une probabilité de faire un coup dans ce cercle de similitude de 75% sont extrêmement faibles et représentent une précision difficilement accessible en réalité et presque impossible à dépasser. Heureusement que les limites du terrain sont plus flexibles et que dès lors, avec une précision humaine et réaliste (cas à 25%), on obtient tout de même une probabilité de réussir ce coup compliqué d'environ 50% grâce aux coups qui ne finissent pas dans le cercle mais tout de même dans le carré de service.

5. Reproduction du service le plus rapide au monde : fidélité de la simulation avec la réalité

Pour terminer, j'ai à partir d'une vidéo⁶ du service le plus rapide au monde essayé de déduire les conditions initiales de ce celui-ci et les entrer dans ma simulation.

On obtient un résultat à priori plutôt proche de la réalité car pour frapper si fort les effets sur la balle ne doivent pas être importants (difficile de mettre de l'effet en mettant beaucoup de force) et la trajectoire du coup doit logiquement presque suivre une droite car seule une décélération colinéaire à la trajectoire induite par les frottements de l'air doit jouer un rôle non négligeable dans ce laps de temps. (le poids de la balle à côté des frottements de l'air doit presque être négligeable). La simulation nous annonce un temps de vol de 0.29 secondes jusqu'à l'impact ce qui est plutôt similaire à ce que je chronomètre sur la vidéo (environ 0.25 secondes).

La simulation nous fournit donc un résultat assez satisfaisant et fidèle à la réalité.

⁶ [Sam Groth - World's FASTEST Tennis Serve Ever! - 263.4 km/h !!!! \(163.7 mph\) - YouTube](#)