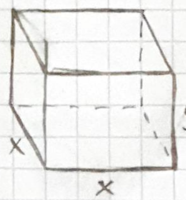
BRUKERKURS OBLIG 2

Oppgave 3

1a. Fordi bunnen av boksen er kvadratisk har vi at $l = b = x$, $h = y$



Vi har oppgitt volum $= V = 8000 = x^2 y$

Da kan vi finne et uttrykk for x:

$$x^2 = \frac{8000}{y} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{8000}}{\sqrt{y}}$$

Vi kan uttrykke overflatearealet ved
$A = 2x^2 + 4xy$

1b. Vi vil finne når A har sin minste verdi

Vi skriver om A med x vi fant over

$$A = 2\left(\frac{\sqrt{8000}}{\sqrt{y}}\right)^2 + 4\left(\frac{\sqrt{8000}}{\sqrt{y}}\right)y$$

$$= \frac{16000}{y} + 4y^{1-\frac{1}{2}}\sqrt{8000}$$

$$= \frac{16000}{y} + 4\sqrt{y}\sqrt{8000}$$

$$\approx \frac{1600}{y} + 357{,}77\sqrt{y}$$

Finner A' og dens nullpunkt

$$A' = \frac{16000 \cdot y - 16000 \cdot y'}{y^2} + 357{,}77 \cdot \tfrac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{0y - 16000 \cdot 1y^0}{y^2} + \frac{178{,}89}{\sqrt{y}}$$ finner så N.P.

$$= -\frac{16000}{y^2} + \frac{178{,}89}{\sqrt{y}} = 0$$, ganger med y^2

$$= -16000 + 178{,}89\, y^{3/2} = 0$$

$$= y^{3/2} = \frac{16000}{178{,}89} = 89{,}44$$

$$= \sqrt{y^3} = 89{,}44 \Rightarrow y^3 = 89{,}44^2$$

$$= \sqrt[3]{y^3} = \sqrt[3]{89{,}44^2}$$

$$y \approx 20$$

Regner ut for $y < 20$ og $y > 20$ for å forsikre at det er et bunnpunkt.

$$-\frac{1600}{y^2} + \frac{178,89}{\sqrt{y}}$$

For $y = 1$:

$$-1600 + 178,89 < 0$$

For $y = 100$

$$-\frac{1600}{1000} + \frac{178,89}{10} = -1,6 + 17,8 > 0$$

Vi får:

y		20	
A'	$- - - -$	0	———

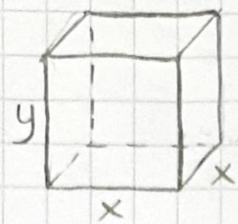
$y = 20$ er et bunnpunkt

Vi finner x fra volum formelen:

$$8000\,cm^3 = x^2 y \Rightarrow x^2 = \frac{8000}{20} = 400 \Rightarrow x = 20$$

Boksen er altså en kube med alle sider lik 20cm

2a Omkretsen av hver side er 60 cm
Bunnen er kvadratisk



$\cancel{xy}$ $2(x+y) = 60 = O$ (omkrets)

V (volum) $= x^2 y$

Finner et uttrykk for y fra omkretsen

$x + y = 30 \Rightarrow y = 30 - x$

Vi har da $V = x^2(30-x) = 30x^2 - x^3$

2b. Deriverer V:

$V' = 2 \cdot 30x - 3x^2 = 60x - 3x^2 = x(60-3x)$

Vi finner da nullpunkter i $x = 0 \vee x = 20$.

$x = 0$ er ikke gyldig da dette ikke er en boks.

Sjekker at $x = 20$ er et toppunkt for V ved å se på fortegnet til V' når $x < 20$ og $x > 20$.

x	- - - 0	——— 20	———
$60-3x$	———	——— 0	- - -
V'	- - - 0	——— 0	- - - - -

Vi ser at $x = 20$ er et toppunkt

Vi finner y:

$y = 30 - x = 30 - 20 = 10$

Boksen har maksimalt volum V når boksen har $l = b = 20$ cm og $h = 10$ cm.

Volumet blir da $10\,\text{cm} \cdot (20\,\text{cm})^2 = 4000\,\text{cm}^3$

3a Newtons andre lov sier at akselerasjonen til et objekt er et resultat av alle kreftene som virker på det.

Vi får i dette tilfellet $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_1 = 0$.
På venstre side har vi alle kreftene som virker på boksen. Summen er satt lik 0 fordi boksen er stillestående

m er massen til objektet, i vårt tilfelle 15 kg

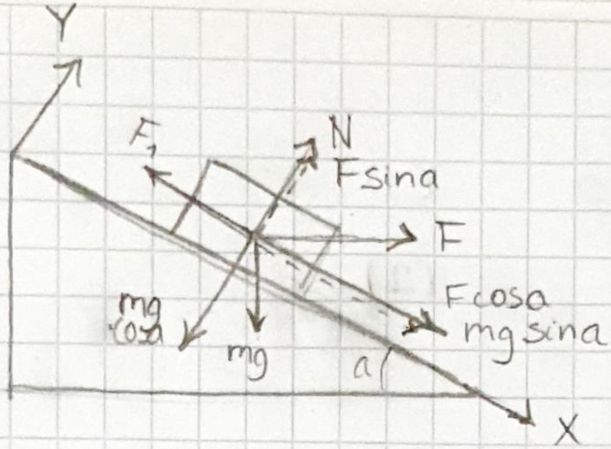
g er tyngdens akselerasjon, akselerasjonen til et objekt ved fritt fall (i vakum)

N er normalkraften og virker 90° fra flaten under et objekt på objektet. Normalkraften er grunnen til at ting ikke faller gjennom gulvet

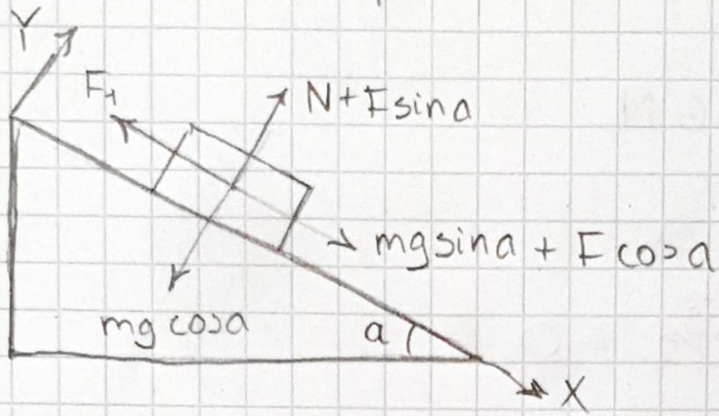
F_1 er friksjonskraften mellom fjellsiden og boksen

F er den kraften vi påfører boksen ved å dra i tauet (10 Newton)

3b



På XY aksene får vi:



Siden boksen er stillestående, akselerasjon = 0 har vi at F = ma langs x-aksen blir F = 0

$$\Rightarrow mg\sin\alpha + F\cos\alpha - F_1 = 0$$

F = ma = 0 langs y-aksen også:

$$N + F\sin\alpha - mg\cos\alpha = 0$$

3c Vi har $F_{fr.} = \mu \cdot N$ og

$mg \cdot \sin a + F \cos a - F_1 = 0$ (1)

$N + F \sin a - mg \cos a = 0$ (2)

Fra 1:

$15 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} + 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - F_1 = 0$

$75 + 5\sqrt{3} - F_1 = 0$

$F_1 = (75 + 5\sqrt{3}) = 83,66\ N$

Fra 2:

$N + 10 \cdot \frac{1}{2} - 15 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$N = 75\sqrt{3} - 5 = 124,90\ N$

Siden $F_{fr} = \mu N$ kan vi finne μ:

$\mu = F_1 / N = 83,66 / 124,90 = 0,67$

$\mu = 0,67$