BRUKERKURS OBLIG 3

Oppgave 4

Vi modullerer hvordan en smertestillende medisin brytes ned i kroppen.

1a Vi må anta at det ikke gis medisin hver time og at medisinen ikke brytes ned

1.b $y'(t) = -ky(t) \quad , \quad k > 0$

$$\frac{dy}{dt} = -ky(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -k\,dt$$

Integrasjon begge sider:

$$\int \frac{1}{y}\,dy = -k\int dt + c$$

$\ln y = -kt + k' \Rightarrow \ln y + kt = k'$

$k' = \ln c$

$\ln y = -kt + \ln c$

$y(t) = Ce^{-kt}$

1c. Anta at medisinen brytes ned med en halveringstid på to timer. Vis at

$$\int_a^{\infty} y(t)\,dt = \lim_{b \to \infty} \int_a^b y(t)\,dt$$

1c.i. $\int_0^{\infty} y(t)\,dt = \int_0^{\infty} ce^{-kt}\,dt$

$$= c\int_0^{\infty} e^{-kt}\,dt = \frac{ce^{-kt}}{k} + c \Big|_0^{\infty}$$

$$= \frac{ce^{-\infty}}{-k} - \left(-\frac{ce^{-k(0)}}{k}\right) + C$$

$$= \frac{-c}{k} \cdot \frac{1}{e^{\infty}} + \frac{c}{k} \cdot \frac{1}{e^{0}} + C$$

$$= c/k + C$$

1c.ii $\int y'(t)\,dt = \int -ky(t)\,dt$

$$= -k \int y(t)\,dt$$

$$= -k \int c\,e^{-kt}\,dt$$

$$= -k\,c \int e^{-kt}\,dt$$

$$= \frac{-k\,c\,e^{-kt}}{-k} = c\,e^{-kt} = y(t)$$

Integrasjonen gir oss mengden medisin i blodet ved tid t

Oppgave 2

a Siden han får 2 mg medisin per time må dette legges til i likningen og vi får $y'(t) = 2 - ky(t)$

b $y'(t) = 2 - ky(t)$, $y(0) = 0$

$y'(t) + ky(t) = 2$

Ganger begge sider med e^{kt}

$$\underbrace{e^{kt}y' + ke^{kt}y} = 2e^{kt}$$

$$(e^{kt}y)' = 2e^{kt}$$

$$\int (e^{kt}y)'\,dt = \int 2e^{kt}\,dt$$

$$e^{kt}y = \frac{2e^{kt}}{k} + C$$

$$y(t) = 2/k + Ce^{-kt}$$

når $t = 0$,

$$y(0) = 2/k + C$$

$$0 = 2/k + C \Rightarrow C = -2/k$$

$$y(t) = 2/k - 2e^{-kt}/k$$

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{t \to \infty} \left(\frac{2}{k} - \frac{2e^{-kt}}{k} \right)$$

$$= 2/k$$

Etter lang tid vil det være

$2/k$ mg medisin i kroppen