Spesielle integrasjonsregler $k \in \mathbb{R}$, C = konstant

$$\int k\,dx = kx + C$$
$$\int x^k\,dx = \frac{x^{k+1}}{k+1} + C,\quad k \neq -1$$
$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$$
$$\int e^{kx}\,dx = \frac{e^{kx}}{k} + C$$
$$\int \sin(kx)\,dx = -\frac{\cos(kx)}{k} + C$$
$$\int \cos(kx)\,dx = \frac{\sin(kx)}{k} + C$$

$$\int e^x\,dx = e^x + C$$
$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$$
$$\int \cos x\,dx = \sin x + C$$

Delvis integrasjon

$$\int u(x)\cdot v'(x)\,dx = u(x)\cdot v(x) - \int u'(x)\cdot v(x)\,dx$$

Integrasjon ved substitusjon

$y = y(x)$

$y'(x) = \frac{dy}{dx} \Rightarrow dx = \frac{dy}{y'(x)}$ - setter dx inn i integral

$\Downarrow$

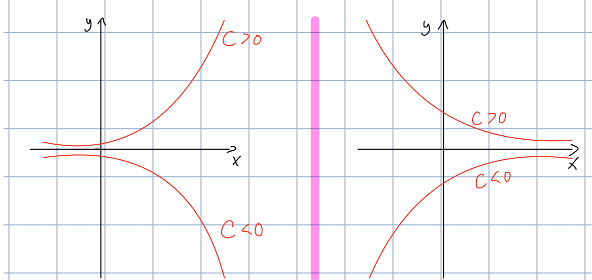
$\int f(y)\,dy$

Integralkurver

$y'(x) = a\cdot y(x)$

$y(x) = C\cdot e^{ax}$, $C \in \mathbb{R}$

(1) Hvis $a > 0$ Hvis $a < 0$



Vertikal asymptote

Hvis $f(x)$ går mot $\pm\infty$ når x nærmer seg et tall a, er linjen $x = a$ en vertikal asymptote for f. Vises med

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = \pm\infty \qquad \lim_{x\to a^-} f(x) = \pm\infty$$

Horisontal asymptote

Hva skjer med verdien av $f(x)$ når x går mot $\pm\infty$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = k \qquad \lim_{x\to-\infty} f(x) = k$$

$y = k$ er horisontal asymptote

Spesielle Derivasjonsregler $a \in \mathbb{R}$

1) $a' = 0$
2) $(a\cdot x)' = a$
3) $(x^a)' = a\cdot x^{a-1}$
4) $(a^x)' = a^x\cdot \ln a$
5) $(e^x)' = e^x$
6) $(\log_a x)' = \frac{1}{x\cdot \ln a}$
7) $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
8) $(\sin x)' = \cos x$
9) $(\cos x)' = -\sin x$
10) $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
11) $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
12) $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
13) $(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$

Generelle Derivasjonsregler

1) $(a\cdot f(x))' = a\cdot f'(x)$

2) $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$

3) $(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$

4) Produktregel
$$(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$$

5) Brøkregel
$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

6) Kjerneregel
$$(f(g(x)))' = f'(g)\cdot g'(x)$$

Kontinuerlig funksjon

$f(x)$ er kontinuerlig i $x = a$ dersom

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

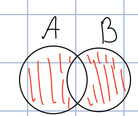
Deriverbar funksjon

$f(x)$ er deriverbar i $x = a$ dersom:

1. $f(x)$ er kontinuerlig i $x = a$
2. $\lim_{x\to a^-} f'(x) = \lim_{x\to a^+} f'(x)$

$A \cup B$

$A \cap B$



Maks og Min punkt

Anta at f er kontinuerlig og deriverbar i $x = a$ og $f'(a) = 0$

- Dersom $f'(x)$ skifter fra + til - i $x = a$, maksimalpunkt for $f(x)$ er $x = a$
- Dersom $f'(x)$ skifter fra - til + i $x = a$, minimalpunktet til $f(x)$ er $x = a$

Alternativ derivasjon:

Leibniz notasjon = infintesimal notasjon

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{df(x)}{dx}$$

Lineære første ordens diff. likning

$$y'(t) + P(t)\cdot y(t) = Q(t)$$

(1) Den integrerende faktoren (ρ = "rho")

$$\rho(t) = e^{\int P(t)dt}$$

(2) $\rho'(t) = e^{\int P(t)dt}\cdot \left(\int P(t)\,dt\right)'$

$= \rho(t)\cdot P(t)$

(3) $y'(t)\cdot\rho(t) + P(t)\cdot y(t)\cdot\rho(t) = Q(t)\cdot\rho(t)$

$$\underbrace{y'(t)\cdot\rho(t) + y(t)\cdot\rho'(t)}_{(f\cdot g)' = f'\cdot g + f\cdot g'} = Q(t)\cdot\rho(t)$$

$$\frac{d}{dt}\left(y(t)\cdot\rho(t)\right) = Q(t)\cdot\rho(t)$$

(4) $y(t)\cdot\rho(t) = \int Q(t)\rho(t)\,dt$

$$y(t) = \frac{1}{\rho(t)}\int Q(t)\rho(t)\,dt$$

Generelle grenselover

$a, b, c \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x\to a} f(x) = b,\quad \lim_{x\to a} g(x) = c$$

1) $\lim_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = b \pm c$

2) $\lim_{x\to a}(f(x)\cdot g(x)) = b\cdot c$

3) $\lim_{x\to a}(f(x)/g(x)) = b/c$

4) Hvis $f(x)$ er kont i $x = c$, da er $\lim_{x} f(g(x)) = f(c)$

Pytagoras

$k_1^2 + k_2^2 = h^2$