Gruppe B-Mo2: Abschlussprotokoll

Yuchan Bian, Jiaqi Qin, E. Boateng

Abstract:

1. REGLER

1.1 Reglerauswahl

Durch die Aufgabenstellung der Trajektorien leiten sich die Zielvorgaben des Reglerentwurfs ab. Der Helikopter soll nicht nur stabilisiert werden sondern einer Trajektorienvorgabe möglichst robust und ohne Sollwertabweichung folgen. Zur Erfüllung der Aufgabenstellung werden an den Regler folgende Anforderung gestellt:

- Der geschlossene Kreis soll stabil sein.
- Die bleibende Regelabweichung von α und β soll so gering sein, dass der Helikopter entlang einer vorgegebenen Trajektorie fliegen kann.
- Der Helikopter kann die vorgegebene Position schnell erreichen.

Ein LQR-Regler vereint diese Eigenschaften. Erweitert um einen I-Anteil, der eine Sollwertabweichung der Trajektorie minimiert, ist hier ein Ansatz zu einem LQI-Regelrentwurf beschrieben. Deshalb haben wir einen LQI-Regler ausgewählt.

1.2 Linearisierung

Der Zustandsvektor x, die Schubkraft der Rotoren als Eingangsvektor u und der Ausgang y lauten wie folgend:

$$x = \left[\, \alpha, \beta, \gamma, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma} \,\right]^T \tag{1}$$

$$u = \begin{bmatrix} F_f \\ F_b \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$y = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \tag{3}$$

Um das System leichter zu analysieren und die Basis fuer eine spaetere Regelerauslegung zu generieren, wird das System um eine Ruhelage linearisiert. Als Linearisierungspunkt wird

$$\bar{x} = [\, 0, -3^\circ, 0, 0, 0, 0 \,]^T \tag{4}$$

gewaehlt. Auf Basis des Arbeitspunktes wird die Schubkraft als Eingang fuer die Ruhelage bestimmt.

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} 0.5873 \\ 0.5873 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Für die Systemmatrix A ergibt sich durch Ableiten nach dem Zustandsvektor x und einsetzen des Linearisierungspunktes:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0.6921 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0359 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Die Eingangsmatrix B ergibt sich durch Jacobi-Matrix abgeleitet nach den Eingangsgrößen und einsetzen des Linearisierungspunktes zu:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5832 & 0.5832 \\ 5.5383 & -5.5383 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Die Ausgangsmatrix C ergibt sich zu

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

Die Durchgriffsmatrix D ergibt sich zu Null und ist mit folgender Dimension durch

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

gegeben.

Bei weiteren Untersuchungen eines Beobachters und der Regelerauslegung ist darauf zu achten, dass das linearisierte Modell nun mit den Abweichungen Δx, Δu, Δy der Größen arbeitet.

$$\Delta x = x - \bar{x}, \Delta u = u - \bar{u}, \Delta y = y - \bar{y} \tag{10}$$

Das linearisierte System ist vollständig gegeben durch:

$$\Delta \dot{x} = A\Delta x + B\Delta u \qquad \Delta y = C\Delta x + D\Delta u \tag{11}$$

mit der Anfangsbedingung

$$\Delta x(0) = x(0) - \bar{x} \tag{12}$$

1.3 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit von Systemen sind in Matlab gerechnet und sie haben beiden vollen Rang. Das lineare System ist steuerbar und beobachtbar.

1.4 LQI-Regelstruktur

Die Regelkreisstruktur des linearisierten Systems stellt sich wie folgend dar(Abbildung 1):

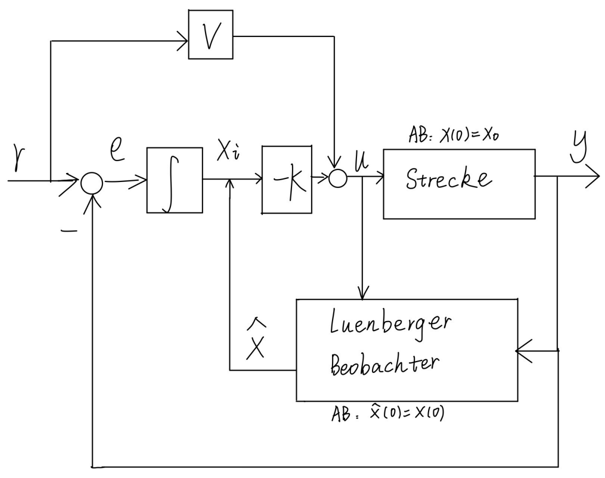

Fig. 1. Regelstruktur des linearisierten Systems

Die Reglerstruktur für das nichtlineare Modell und Black Box Modell stellt sich wie folgend dar(Abbildung 2):

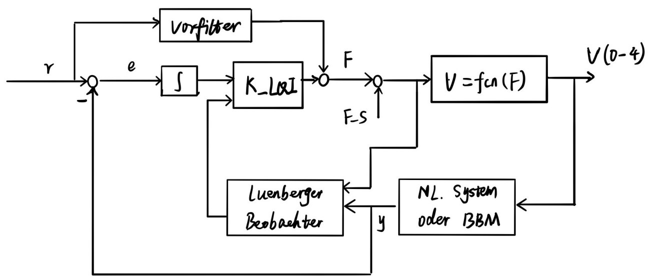

Fig. 2. Reglerstruktur für das nichtlineare Modell und Black Box Modell

Der LQI Regler wird mittels Matlab Befehl "lqi" angewendet. Für eine Strecke mit den Zustandsraumgleichungen:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{x} \\ \Delta\dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\Delta x + B\Delta u \\ \Delta r - \Delta y \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_{neu} & 0 \end{bmatrix}}_{A_{LQI}} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta x_i \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{LQI}} \Delta u + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \Delta r \tag{13}$$

$\Delta x \in R^{6\times1}$ und Δx_i ist der Integratorausgang für Fehler e $\in R^{2\times1}$.

$$\Delta y_{neu} = C_{neu}\Delta x \tag{14}$$

$$y_{neu} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \tag{15}$$

Die neue Matrix A_{LQI} in jetztigen System lautet:

$$A_{LQI} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1\,0\,0\,0\,0 \\ 0 & 0 & 0 & 0\,1\,0\,0\,0 \\ 0 & 0 & 0 & 0\,0\,1\,0\,0 \\ 0 & 0 & -0.6921 & 0\,0\,0\,0\,0 \\ 0 & -0.0359 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0 \\ 0 & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0 \\ -1 & 0 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0 \\ 0 & -1 & 0 & 0\,0\,0\,0\,0 \end{bmatrix} \tag{16}$$

Die Eingangsmatrix B_{LQI}:

$$B_{LQI} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5832 & 0.5832 \\ 5.5383 & -5.5383 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

Die neue Ausgangsmatrix C_{neu} ergibt sich zu

$$C_{neu} = \begin{bmatrix} 1\,0\,0\,0\,0\,0 \\ 0\,1\,0\,0\,0\,0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

Die Matrix D_{neu} lautet:

$$D_{neu} = \begin{bmatrix} 0\,0 \\ 0\,0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

Denn wir brauchen nur die α und β für Trajektorie, das bedeutet,

$$r = \begin{bmatrix} \alpha_r \\ \beta_r \end{bmatrix} \tag{20}$$

Die Zustandsrückfüheung hat die Form

$$\Delta u = -K_{LQI}[\Delta x; \Delta x_i] \tag{21}$$

Und $K_{LQI} \in R^{2\times8}$.

Das resultierende Gain $K_{LQI}(K_{LQR}, K_I)$ ist:

$$K_{LQR} = \begin{bmatrix} -17.9241 & 8.3305 & 6.2126 & -17.4933 & 4.0967 & 1.2735 \\ 17.9241 & 8.3305 & -6.2126 & 17.4933 & 4.0967 & -1.2735 \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$K_I = \begin{bmatrix} 6.3246 & -3.1623 \\ -6.3246 & -3.1623 \end{bmatrix} \tag{23}$$

Und der Vorfilter $V = -(C_{neu}(A - BK_{LQR})^{-1}B)^{-1}$ ist:

$$V = \begin{bmatrix} -17.9241 & 8.3613 \\ 17.9241 & 8.3613 \end{bmatrix} \tag{24}$$

Die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises ergeben sich zu:

$$EW = \begin{bmatrix} -7.7685 \\ -0.4861 + 0.7260i \\ -0.4861 - 0.7260i \\ -0.9196 + 0.2243i \\ -0.9196 - 0.2243i \\ -0.6375 + 0.7327i \\ -0.6375 - 0.7327i \\ -0.8754 \end{bmatrix} \tag{25}$$

Die negativen Realteile der Eigenwerte zeigen alles asympotisch stabiles Verhalten des geschlossenen Regelkreises.

Der LQI-Regler wird durch Matlab-Befehl "lqi" angewandet. Dieses Steuergesetz stellt sicher, dass die Ausgabe y die Referenztrajektorie r gut trackt. Bei MIMO-Systemen entspricht die Anzahl der Integratoren der Dimension der Ausgabe y. [K, S, e] = lqi (SYS, Q, R, N) berechnet die optimale Verstärkungsmatrix K unter Berücksichtigung eines Zustandsraummodells SYS für die Matrizen Q, R, N (In unseren System wählen wir N=0). u und y sind absolute Werte für das linearisiertes Modell. Aber Δu und Δy sollen für das nichtlinearisiertes Modell angewendet werden.

$$Q = \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 88 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 \end{bmatrix} \tag{26}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{27}$$

1.5 Beobachterentwurf

Da die Winkelgeschwindigkeiten des Helikopters nicht messbar sind, ist ein Beobachter erforderlich, welcher diese fehlenden Zustände schätzt. Der Luenberger Beobachter wird angewendet, um die Zustände zu rekonstruieren. Die Pole des Beobachters wurden nach diese Befehl: $p = min(real(EW)) \times 3$ ausgewählt. Die Pole p in unseren System lautet:

$$p = [\,-23, -23.1, -23.2, -23.3, -23.4, -23.5\,]^T \tag{28}$$

Und das resultierende Gain L vom Beobachter ist:

$$L = \begin{bmatrix} 46.9000 & 0 & 0 \\ 0 & 46.3000 & 0 \\ 0 & 0 & 46.3000 \\ 549.9000 & 0 & -0.6921 \\ 0 & 535.8841 & 0 \\ 0 & 0 & 535.9000 \end{bmatrix} \tag{29}$$

REFERENCES

[1] Handbook Control of a 3-DOF Helicopter
IST, University of Stuttgart, Germany
Corona Edition Winter term 2020/21

[2] Regelkreisstrukturen
IST, University of Stuttgart, Germany