

# Gruppe B-Mo2: Protokoll für L2 und H2

Yuchan Bian, Jiaqi Qin, E. Boateng

**Abstract:** Zuerst wird das Reglertyp nach ausgewählten Anforderungen festgelegt. Danach wird der Regler entworfen und die Entscheidung wird durch Simulationsmodell gerechtfertigt.

## 1. SYSTEMANALYSE

Der Zustandsvektor  $x$ , die Schubkraft der Rotoren als Eingangsvektor  $u$  und der Ausgang  $y$  lauten wie folgend:

$$x = [\alpha, \beta, \gamma, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}]^T \quad (1)$$

$$u = \begin{bmatrix} F_f \\ F_b \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$y = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (3)$$

Um das System leichter zu analysieren und die Basis fuer eine spaetere Regelauslegung zu generieren, wird das System um eine Ruhelage linearisiert. Als Linearisierungspunkt wird

$$\bar{x} = [0, -7.5^\circ, 0, 0, 0, 0]^T \quad (4)$$

gewaehlt. Auf Basis des Arbeitspunktes wird die Schubkraft als Eingang fuer die Ruhelage bestimmt.

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} 0.5742 \\ 0.5742 \end{bmatrix} \quad (5)$$

## 2. LINEARISIERTE SYSTEM

### 2.1 Zustandsdarstellung des Linearisierten Systems

Fuer die Systemmatrix  $A$  ergibt sich durch Ableiten nach dem Zustandsvektor  $x$  und einsetzen des Linearisierungspunktes:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0.6783 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0883 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Die Eingangsmatrix  $B$  ergibt sich durch Jacobi-Matrix abgeleitet nach den Eingangsgrößen und einsetzen des Linearisierungspunktes zu:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5839 & 0.5839 \\ 5.5389 & -5.5389 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Die Ausgangsmatrix  $C$  ergibt sich zu

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Die Durchgriffsmatrix  $D$  ergibt sich zu Null und ist mit folgender Dimension durch

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

gegeben.

Bei weiteren Untersuchungen eines Beobachters und der Regelauslegung ist darauf zu achten, dass das linearisierte Modell nun mit den Abweichungen  $\Delta x$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta y$  der Größen arbeitet.

$$\Delta x = x - \bar{x}, \Delta u = u - \bar{u}, \Delta y = y - \bar{y} \quad (10)$$

Das linearisierte System ist vollständig gegeben durch:

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u \quad \Delta y = C \Delta x + D \Delta u \quad (11)$$

mit der Anfangsbedingung

$$\Delta x(0) = x(0) - \bar{x} \quad (12)$$

### 2.2 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit von Systemen sind in Matlab gerechnet und sie haben beiden Vollrank. Das lineare System ist steuerbar und beobachtbar.

## 3. REGLERNTWURF

### 3.1 Anforderungen an den Regler

Zur Erfüllung der Aufgabenstellung werden an den Regler folgende Anforderung gestellt:

- Der geschlossene Kreis soll stabil sein.
- Die bleibende Regelabweichung von  $\alpha$  und  $\beta$  soll so gering sein, dass der Helikopter entlang einer vorgegebenen Trajektorie fliegen kann.
- Der Helikopter kann die vorgegebene Position schnell erreichen.

Als Regler haben wir uns für einen LQI-Regler ausgewählt. Im Folgenden werden der Reglerentwurf und das Verhalten der Simulation in Matlab dargestellt. Der LQI-Regler kann die aufgestellten Anforderungen erfüllen.

### 3.2 LQI-Regelstruktur

Die Regelkreisstruktur stellt sich wie folgend dar (Abbildung 1):

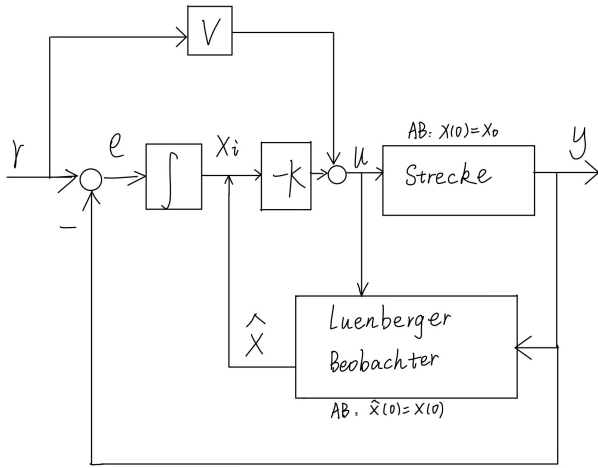


Fig. 1. Regelstruktur

Der LQI Regler wird mittels Matlab Befehl "lqi" angewendet. Für eine Strecke mit den Zustandsraumgleichungen:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{x}_i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A\Delta x + B\Delta u \\ \Delta r - \Delta y \end{bmatrix} \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}}_{A\_LQI} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta x_i \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}}_{B\_LQI} \Delta u + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \Delta r \end{aligned} \quad (13)$$

$\Delta x \in R^{6 \times 1}$  und  $\Delta x_i$  ist der Integratorausgang für Fehler  $e \in R^{2 \times 1}$ .

$$y_{neu} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (14)$$

Die neue Matrix  $A\_LQI$  in jetzigen System lautet:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.6783 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0883 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Die Eingangsmatrix  $B\_LQI$ :

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5839 & 0.5839 \\ 5.5389 & -5.5389 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Die neue Ausgangsmatrix C ergibt sich zu

$$C_{neu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Die Matrix D lautet gleich wie früher:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Denn wir brauchen nur die  $\alpha$  und  $\beta$  für Trajektorie, das bedeutet,

$$r = \begin{bmatrix} \alpha_r \\ \beta_r \end{bmatrix} \quad (19)$$

Die Zustandsrückkopplungssteuerung hat die Form

$$\Delta u = -K[\Delta x; \Delta x_i] \quad (20)$$

$$K = \begin{bmatrix} -2.4430 & 1.6879 & 2.2827 & -3.8667 & 1.8413 & 0.9551 & 0.7071 & -0.7071 \\ 2.4430 & 1.6879 & -2.2827 & 3.8667 & 1.8413 & -0.9551 & -0.7071 & -0.7071 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Und  $K \in R^{2 \times 8}$ .

Die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises ergeben sich zu:

$$EW = \begin{bmatrix} -7.7685 \\ -0.4861 + 0.7260i \\ -0.4861 - 0.7260i \\ -0.9196 + 0.2243i \\ -0.9196 - 0.2243i \\ -0.6375 + 0.7327i \\ -0.6375 - 0.7327i \\ -0.8754 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Die negativen Realteile der Eigenwerte zeigen alles asymptotisch stabiles Verhalten des geschlossenen Regelkreises.

Der LQI-Regler wird durch Matlab-Befehl "lqi" angewendet. Dieses Steuergesetz stellt sicher, dass die Ausgabe y die Referenztrajektorie r gut trackt. Bei MIMO-Systemen entspricht die Anzahl der Integratoren der Dimension der Ausgabe y.  $[K, S, e] = lqi(SYS, Q, R, N)$  berechnet die optimale Verstärkungsmatrix K unter Berücksichtigung eines Zustandsraummodells SYS für die Matrizen Q, R, N (In unseren System wählen wir N=0). u und y sind absolute Werte für das linearisierte Modell. Aber  $\Delta u$  und  $\Delta y$  sollen für das nichtlinearisierte Modell angewendet werden.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

### 3.3 Beobachterentwurf

Da die Winkelgeschwindigkeiten des Helikopters nicht messbar sind, ist ein Beobachter erforderlich, welcher diese fehlenden Zustände schätzt. Der Luenberger Beobachter wird angewendet, um die Zustände zu rekonstruieren. Die Pole des Beobachters wurden nach diese Befehl:  $p = \min(\text{real}(EW)) * 3$  ausgewählt. Die Pole p in unseren System lautet:

$$p = [-20, -21, -22, -23, -24, -25]^T \quad (25)$$

## 4. TRAJEKTORIE

### 4.1 Für set point Transition

Die geplante Trajektorie wurde erstellt, die der Helikopter anfahren soll. Hier kann man zuerst eine einfache Ref-

erenztrajektorie für  $\alpha$  Winkel und  $\beta$  Winkel benutzen, um den Regler zu testen.

#### 4.2 Für weitere Trajektorieentwurf

### 5. ERGEBNISSE

Das System mit linearisierten Modell und dem Regler wurde in Matlab simulativ getestet. Folgende Abbildung stellt die Ergebnisse dar (Abbildung 2):

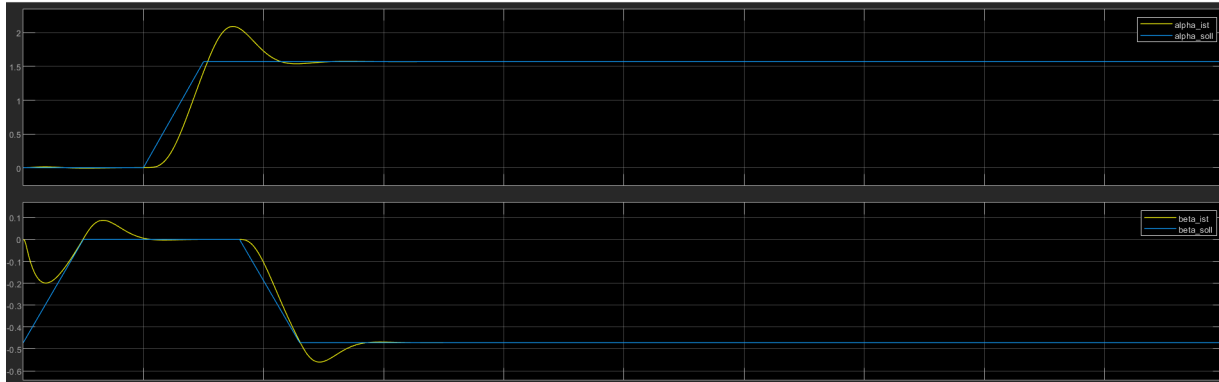


Fig. 2. Ergebnisse in linearisierten Modell

Die obere Teil von Abbildung ist das Ergebnis von Regler fuer  $\alpha$  Winkel und die untere Teil ist fuer  $\beta$  Winkel. Die zwei blaue Linien sind jeweils die Sollwerte von  $\alpha$  Winkel und  $\beta$  Winkel. Und die zwei gelbe Linien sind jeweils die Simulationsergebnisse von  $\alpha$  Winkel und  $\beta$  Winkel.

Aus der Abbildung sieht man deutlich, dass das Verhalten des Reglers gut funktioniert. Aber am Anfang gibt es noch eine Sprung. Der Regler wird weiter entwickelt und dieses Problem soll gelöst werden. Jetzt ist das linearisierte System mit dem Regler stabil. Danach wird der Regler am nichtlinearisierten System weiter getestet werden.

### 6. ARBEITSPLAN FÜR LABWORK 3

In der dritten Laborarbeit geht es hauptsächlich um Testen und Verbesserung des Kontrollers. Dafür wird das Simulationsmodell von dem Teilsystem "Black Box Model" in blackbox-heli.slx ersetzt. Ziel hierbei ist Benutzung unseres Controller in detailliertes Simulationsmodell. Anschließend wird einen weitere Testen mit Black Box Model. Danach sollen einige potenzielle Probleme berücksichtigt werden, wenn die letzte Kontrollaufgabe verfolgt wird. Basierend auf allen Testen, ist die Verbesserung unseres Controllers wichtig. Wenn benötigt, soll das originalen Systemmodell korrigiert und verbessert werden. Die genaue Arbeitsplan mit Zeitplan ist in der unteren Tabelle.

### REFERENCES

- [1] Handbook Control of a 3-DOF Helicopter  
IST, University of Stuttgart, Germany  
Corona Edition Winter term 2020/21
- [2] Regelkreisstrukturen  
IST, University of Stuttgart, Germany

Table 1. Arbeitsplan für Labwork 3

<b>Zeit</b>	<b>Dauer</b>	<b>Ziel</b>	<b>Aufgabe</b>
14 : 00	60min	Regler mit neuen Trajektorie funktioniert	Trajektorie fuer Helikopter erstellen und testen
15 : 00	90min	Regler in "Black Box Modell" funktioniert	Testen des Kontrollers im Simulationsmodell
16 : 30	60min	Potenzielle Probleme loesen	Probleme beruecksichtigen und loesen
17 : 30	30min	Verbesserung des Reglers	Weitere Entwicklung des Reglers