

# Implementación de una matriz cinemática en DSP para un robot Hexápodo

Borghi Orué, Emiliano Javier

*emiliano.borghi@gmail.com*

## 1. Introducción

El objetivo del siguiente documento es presentar un análisis cinemático de un robot hexápodo con el propósito de determinar su espacio de trabajo, contemplando sus restricciones articulares. Para ello se utilizarán simuladores, como el CodeWarrior y el MATLAB, que permiten operar realizar cálculos rápidamente y observar lo propuesto. Para ello, se han analizado las extremidades del robot como una cadena cinemática abierta con 3 grados de libertad cada una.

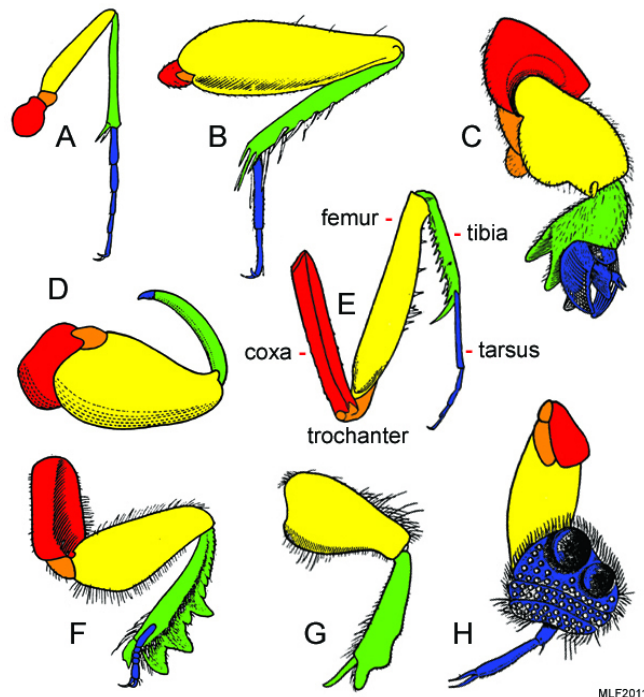
Para hacer un estudio más detallado del mismo se evidencia el método de cálculo de la cinemática inversa y del algoritmo de marcha del robot en su totalidad.

### 1.1. Marco teórico

El hexápodo es un robot de 6 patas biológicamente basado en la morfología de los insectos. Para conocer el por qué de su estructura mecánica, para luego realizar el análisis cinemático, es necesario estudiar la anatomía de dichos animales.

#### 1.1.1. Anatomía de las patas

Cada pata está compuesta básicamente de 3 partes: coxis, fémur y tibia donde, dependiendo de si el animal es mayoritariamente corredor o saltador, el aspecto de dicho miembro va a cambiar. Esta característica puede verse en la siguiente imagen.



Morfología de las patas de los insectos según su función: A-correr, B-saltar, C-escavar, D y E-agarrar, F y G-caminar y escavar, H-agarre de las hembras durante el apareamiento

Históricamente, la mayoría de los científicos se interesaron por analizar los insectos como las cucarachas y este documento no será la excepción.

La mayoría de los investigadores diseñaron los hexápodos de manera tal de imitar el andar de estos insectos con el mayor realismo posible. Para ello se suelen usar patas con tres grados de libertad (DOF), esto quiere decir que existen tres puntos del miembro con movimiento independiente (Ding et al, 2010).

## 1.2. Ventajas

Los robots hexápodos poseen muchas ventajas respecto a los robots cuadrúpedos y con ruedas:

Mientras que estos últimos son más rápidos en un terreno plano, los hexápodos lo son entre los robots con patas ya que tienen una cantidad óptima (Alexandre et al, 1991).

Las patas le permiten al hexápodo atravesar muchos más lugares (Ding et al, 2010).

Los hexápodos con marcha libre, son además, muy robustos ya que, por pérdida de una de sus extremidades, pueden modificar su mecanismo de movimiento (Ding et al, 2010).

Por último, cabe destacar que son más eficientes debido a que son estáticamente estables durante la marcha (Alexandre et al, 1991).

### 1.3. Aplicaciones

Los robots hexápodos poseen un vasto campo de aplicación en la vida real, desde cruzar terrenos potencialmente peligrosos hasta realizar operaciones de búsqueda y rescate en zonas de emergencia o de desastres naturales (Karalarli, 2003).

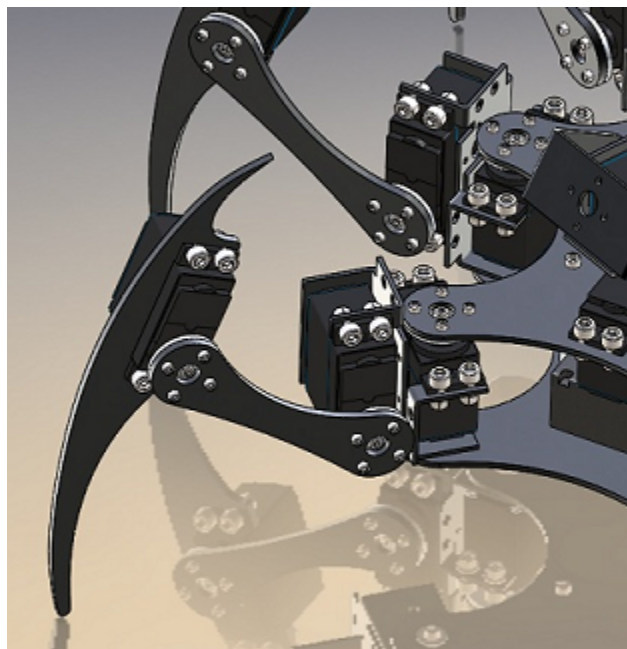
En estas circunstancias es más apropiado utilizar robots en lugar de humanos. Para ello requieren de movilidad, maniobrabilidad y estabilidad.

Otro tipo de aplicaciones podrían ser la inspección de puentes, tuberías o cloacas, pero estos robots son aún limitados para ejecutarlas de manera eficiente (Agheli Hajiabadi, 2013).

## 2. Estudio cinemático de una pata

Un **manipulador**, que en el caso de estudio es una pata del hexápodo, es un conjunto de cuerpos conectados en cadena abierta a través de **articulaciones**. A estos cuerpos se los conoce como **enlaces** y que, para el propósito de estudio, se considerarán como cuerpos rígidos, los cuales relacionan dos ejes articulares vecinos. Para el caso del robot hexápodo analizado, las articulaciones son cilíndricas (Craig, 2006).

Debido a que cada pata posee tres articulaciones, el robot tiene 18 DOF. La siguiente imagen muestra la disposición de los actuadores de un solo miembro.



Si se analiza la pata superior derecha, que es el caso de la figura, la primera articulación está localizada entre la pata y el cuerpo del hexápodo. Esta articulación gira alrededor del eje vertical y se conoce como **Coxis** y, para el caso analizado, se encuentra a 11 cm aproximadamente. Estas distancias varían respecto a las demás

patas debido a que el cuerpo es rectangular. La articulación del coxis que se encuentra a menor distancia es la del medio, a 7,5 cm.

La segunda articulación está a 5 cm de la anterior, independientemente de la pata. Ésta rota alrededor del eje horizontal y se conoce como **Fémur**.

Por último, la tercera articulación está posicionada a 6,5 cm de la anterior articulación y también rota alrededor del eje horizontal.

En esta sección se determinarán las **posiciones** y **orientaciones** de los extremos de las patas como resultado de la combinación de movimientos de tres de sus actuadores sin estudiar las causas que los producen, teniendo en cuenta que se especifican **relativas al sistema de coordenadas del cuerpo**.

Para ello, se empleará la convención de Denavit-Hartenberg, la cual asocia 4 parámetros a cada articulación. Estos relacionan cada uno de estos enlaces con sus adyacentes a través de matrices de rotación y traslación.

Esta representación implica una transformación compuesta por 4 transformaciones elementales con el siguiente aspecto general:

$${}^{n-1}T_n = \left[ \begin{array}{ccc|c} \cos \theta_n & -\sin \theta_n & 0 & a_{n-1} \\ \sin \theta_n \cos \alpha_{n-1} & \cos \theta_n \cos \alpha_{n-1} & -\sin \alpha_{n-1} & -d_n \sin \alpha_{n-1} \\ \sin \theta_n \sin \alpha_{n-1} & \cos \theta_n \sin \alpha_{n-1} & \cos \alpha_{n-1} & d_n \cos \alpha_{n-1} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

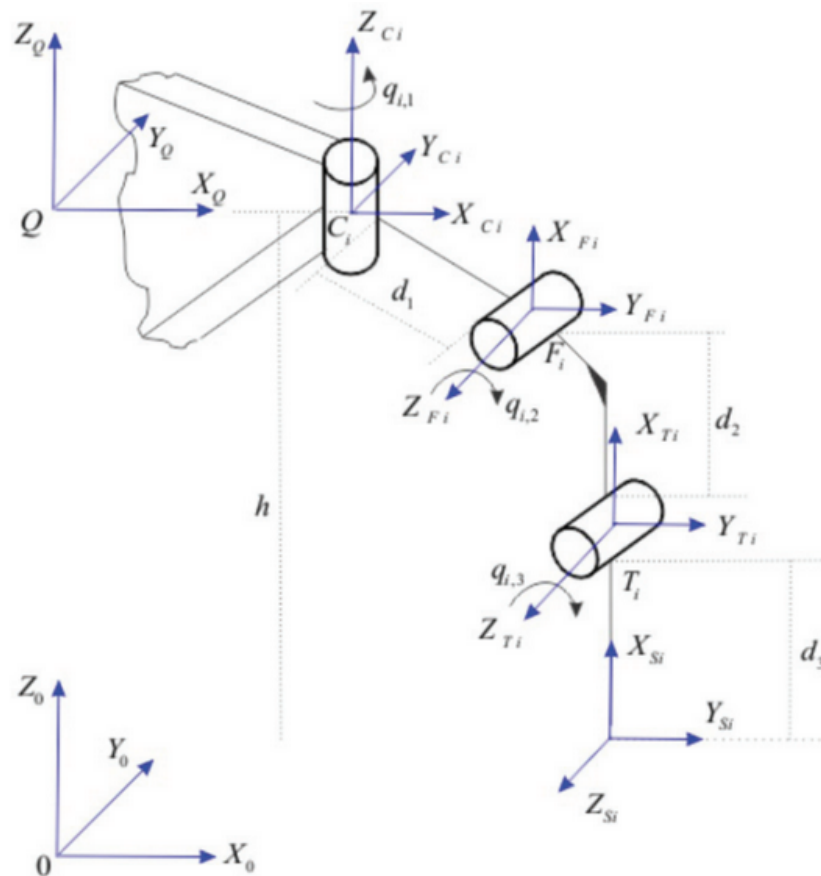
Donde:

- $\alpha_{n-1}$ :  ngulo entre los ejes  $Z_{n-1}$  y  $Z_n$ , medido en un plano perpendicular al eje  $X_n$ , utilizando la regla de la mano derecha.
- $a_{n-1}$ : Distancia a lo largo del eje  $X_n$  que va desde la intersección del eje  $Z_{n-1}$  con el eje  $X_n$  hasta el origen del sistema n-ésimo, en el caso de articulaciones cilíndricas.
- $d_n$ : Distancia a lo largo del eje  $Z_{n-1}$  desde el origen del sistema de coordenadas (n-1)-ésimo hasta la intersección del eje  $Z_{n-1}$  con el eje  $X_n$ .
- $\theta_n$ :  ngulo que forman los ejes  $X_{n-1}$  y  $X_n$  medido en un plano perpendicular al eje  $Z_{n-1}$ , utilizando la regla de la mano derecha. Es un parámetro variable en articulaciones cilíndricas.

Para obtener está matriz es necesario conocer sus parámetros, que relacionan las variables  $q_1$ ,  $q_2$  y  $q_3$ . Una vez obtenida, puede estimarse la posición y orientación cartesianas de la última articulación. Esta parte es la que hace contacto con el piso.

$$[T] = {}^0T_n = \prod_{i=1}^n {}^{i-1}T_i(\theta_i),$$

Basándose en lo anterior, se obtuvo la cinemática de una pata del hexápodo, la cual utiliza 3 articulaciones de rotación, como se muestra en la siguiente imagen.



$\{S_0\}=(X_0,Y_0,Z_0)$ : Sistema de referencia global  
 $\{S_Q\}=(X_Q,Y_Q,Z_Q)$ : Sistema del cuerpo del robot  
 $\{S_{C_i}, S_{F_i}, S_{T_i}\}$ : Sistemas del coxis, fémur y tibia respectivamente

La trama  $\{S_0\}$  es fija y es una referencia para el cuerpo del robot, el cual a su vez, está referenciado por la trama  $\{S_Q\}$ .

Los parámetros de Denavit-Hartenberg (D-H) para las patas se indican en las siguientes tablas.

i	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	$L_1=3,9 \text{ cm}$	$90^\circ$	0	$\theta_1$
2	$L_2=6,5 \text{ cm}$	0	0	$\theta_2$
3	$L_3=14,2 \text{ cm}$	0	0	$\theta_3$

Parámetros de DH para las patas  
del lado izquierdo del robot

i	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	$L_1=3,9 \text{ cm}$	$-90^\circ$	0	$\theta_1$
2	$L_2=6,5 \text{ cm}$	0	0	$\theta_2$
3	$L_3=14,2 \text{ cm}$	0	0	$\theta_3$

Parámetros de DH para las patas  
del lado derecho del robot

El resultado obtenido es la siguiente matriz de transformación usada para determinar la posición desde el vínculo que toca el suelo hasta el cuerpo del robot.

$$T_{coxa}^{base} = T_{coxa}^{femur} T_{femur}^{tibia} T_{tibia}^{base}$$

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} c\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) & -c\theta_1 s(\theta_2 + \theta_3) & s\theta_1 & (L_1 + L_2 c\theta_2 + L_3 c(\theta_2 + \theta_3)) c\theta_1 \\ s\theta_1 c(\theta_2 + \theta_3) & -s\theta_1 s(\theta_2 + \theta_3) & -c\theta_1 & (L_1 + L_2 c\theta_2 + L_3 c(\theta_2 + \theta_3)) s\theta_1 \\ s(\theta_2 + \theta_3) & c(\theta_2 + \theta_3) & 0 & L_2 s\theta_2 + L_3 s(\theta_2 + \theta_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Esta ecuación representa la cinemática directa del robot y se utiliza para determinar la posición y orientación del extremo de la pata. De aquí se puede obtener cada componente:

$$\begin{aligned} x &= \cos \theta_1 \cdot [L_1 + L_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \cos (\theta_2 + \theta_3)] \\ y &= \sin \theta_1 \cdot [L_1 + L_2 \cdot \cos \theta_2 + L_3 \cdot \cos (\theta_2 + \theta_3)] \\ z &= d_1 + L_2 \cdot \sin \theta_2 + L_3 \cdot \sin (\theta_2 + \theta_3) \end{aligned}$$

Los parámetros  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$  son las distancias de los enlaces, mientras que  $d_1$  es la distancia desde el suelo hasta la articulación del coxis. Esta última no será tomada en cuenta durante las simulaciones ya que los gráficos no se verán alterados en su forma.

### 3. Desarrollo e implementación en CodeWarrior DSP 56800-E

El siguiente programa utiliza la matriz  ${}^0T_3$  para calcular las coordenadas (x,y,z) tomando como entradas las articulaciones del coxis, fémur y tibia.

La matriz implementada para el cálculo matemático fue la siguiente:

```
Cq1 = tfr16CosPIx (q1);
Cq2 = tfr16CosPIx (q2);
Sq1 = tfr16SinPIx (q1);
Sq2 = tfr16SinPIx (q2);
```

```

Cq23 = tfr16CosPIx (q2+q3);
Sq23 = tfr16SinPIx (q2+q3);

H[0][0] = mult( Cq1 , Cq23 );
H[0][1] = negate( mult( Cq1 , Sq23 ) );
H[0][2] = Sq1;
H[0][3] = mult( add( add(L1 , mult(L2,Cq2)) , mult(L3,Cq23) ) , Cq1 );
H[1][0] = mult( Sq1 , Cq23 );
H[1][1] = negate( mult( Sq1 , Sq23 ) );
H[1][2] = negate(Cq1);
H[1][3] = 0;
H[2][0] = Sq23;
H[2][1] = Cq23;
H[2][2] = 0;
H[2][3] = add( mult(L2,Sq2) , mult(L3,Sq23) );
H[3][0] = 0;
H[3][1] = 0;
H[3][2] = 0;
H[3][3] = 1;

```

### 3.1. Resultados de la simulación

El **espacio de trabajo** es el volúmen por el cual el extremo del robot, en este caso, las patas del hexápodo, pueden alcanzar (Craig, 2006).

Dicho espacio se verá limitado por el rango de movimiento de los actuadores y por la fuente de alimentación que cargue consigo.

Este espacio de trabajo debe definirse de manera tal que el movimiento de las extremidades del hexápodo se maximice y, a su vez, se minimicen la cantidad de singularidades u otros inconvenientes (Maki, 2007).

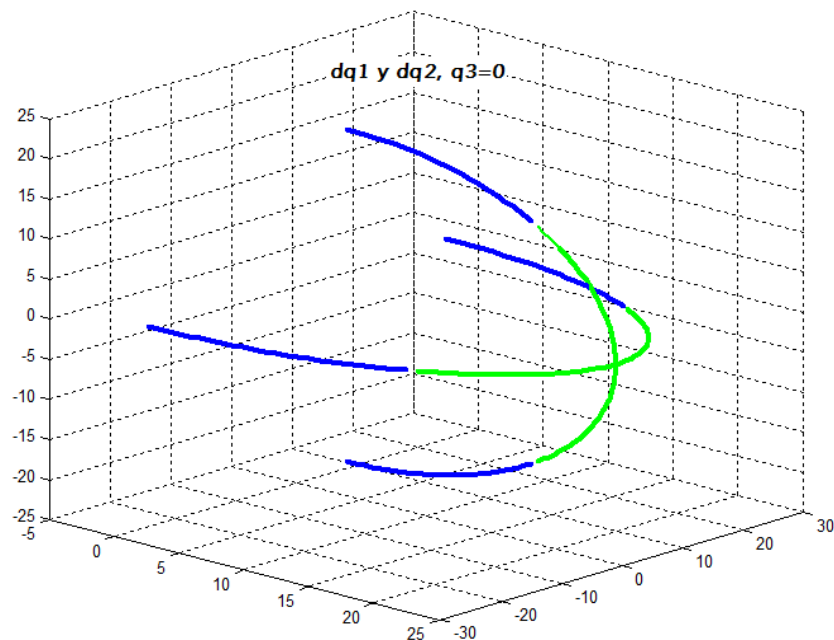
En este caso, donde el robot posee patas muy próximos entre sí, determinar este espacio es útil para prevenir colisiones entre ellas.

Con analizar una sola pata, puede conocerse el comportamiento de las demás debido a que todas tendrán las mismas limitaciones.

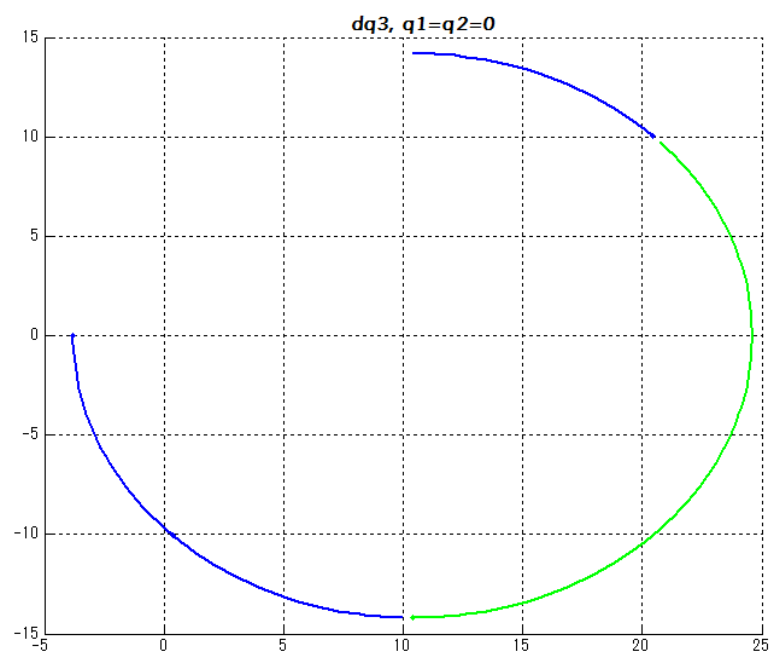
Articulación	Rango
Coxis	$-\pi/4 \leq \theta_1 \leq \pi/4$
Fémur	$-\pi/4 \leq \theta_2 \leq \pi/4$
Tibia	$-\pi/2 \leq \theta_1 \leq \pi/4$

Solo para aclaración se hablará del **volúmen de trabajo restringido (CWV)**, el cual es un subespacio del volumen de trabajo donde para cada pata se asegura la estabilidad del robot (Lee, 1988). En el caso analizado, el CWV se utilizará para evitar que las extremidades colisiones entre sí.

A continuación se muestran las simulaciones correspondientes al espacio de trabajo respecto de las variaciones de los parámetros articulares. Las longitudes  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$  fueron utilizadas de acuerdo a las tablas de la sección "Estudio cinemático de una pata".

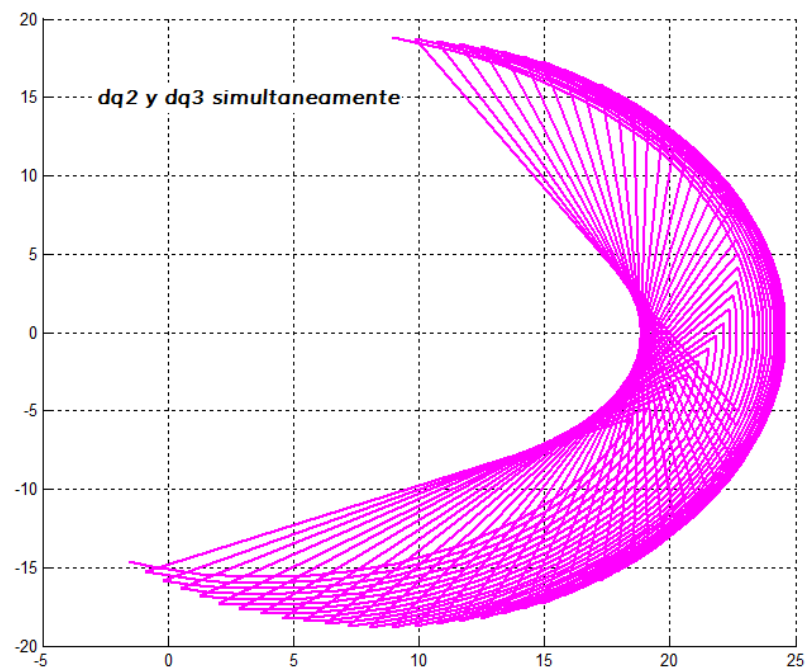
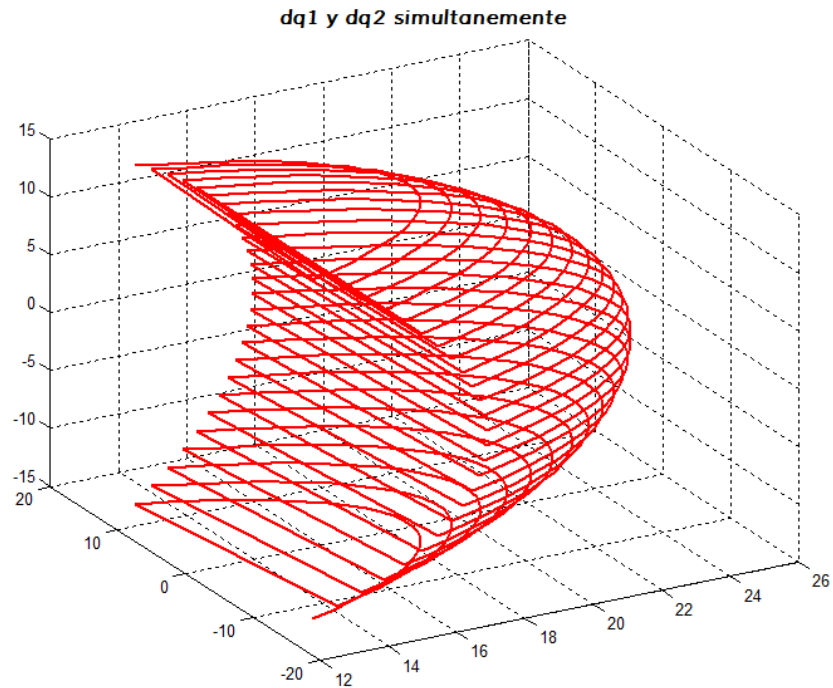


En verde se muestra el espacio de trabajo elegido.  
En azul, un rango extendido para tener noción  
de la limitación mecánica provocada.

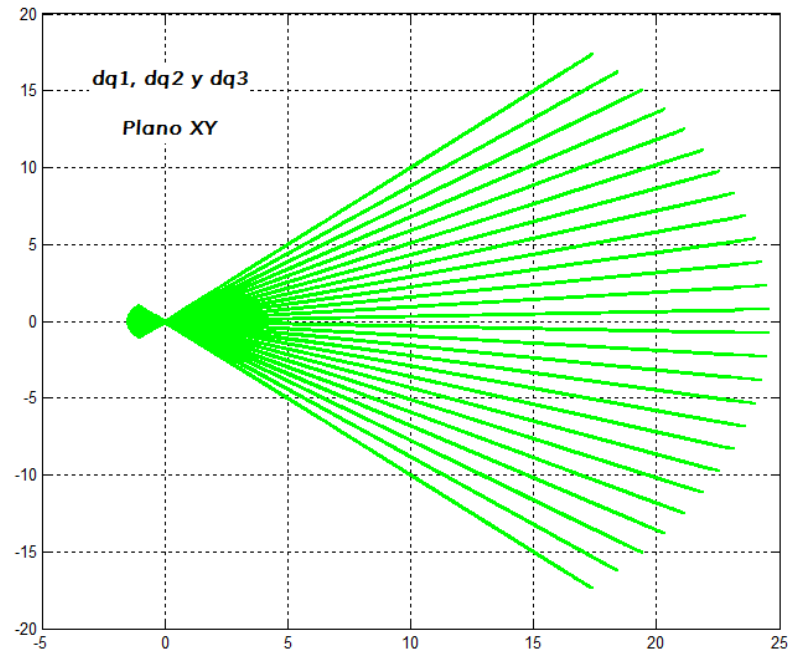


Selección del rango para el actuador que regula la altura del extremo.

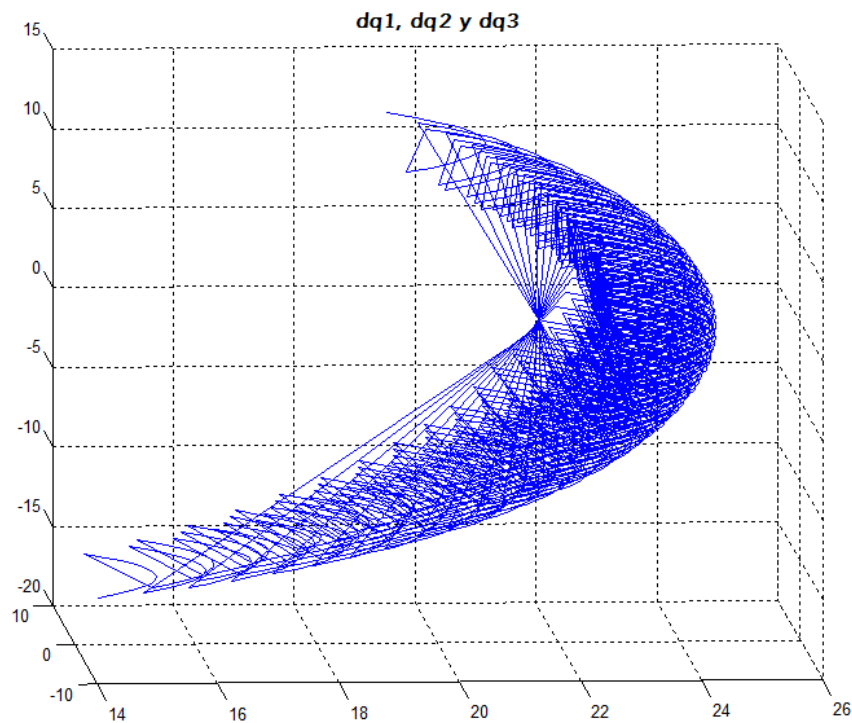




Vista frontal del movimiento de la pata sin mover el coxis.



Vista superior del espacio de trabajo completo  
variando  $q_1$ ,  $q_2$  y  $q_3$  simultáneamente



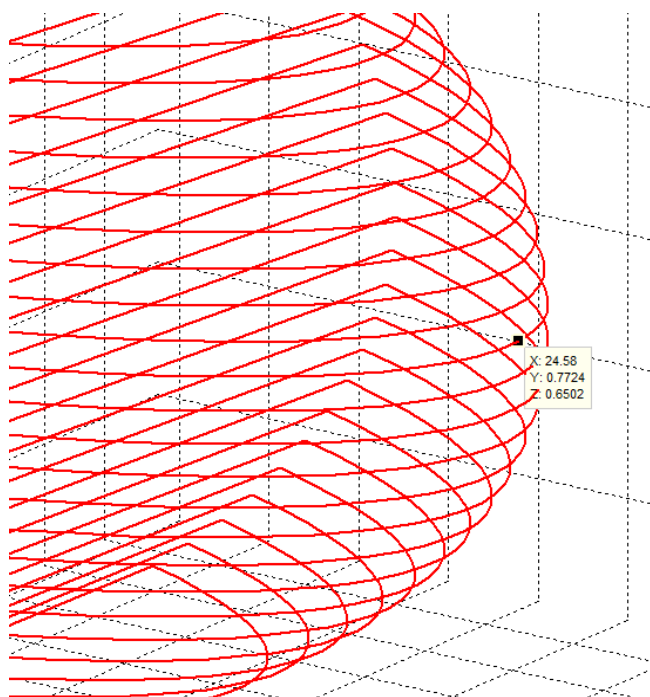
Usando un espacio de trabajo más reducido y  
moviendo las articulaciones en distintos orden

Para todas las simulaciones anteriores no se tuvo en cuenta la altura de la pata respecto del cuerpo del hexápodo. Por este motivo, la figura se encuentra centrada en el eje  $z=0$ .

Es fácil observar en estos gráficos la extensión máxima de la pata analizada ya que, si se tienen en cuenta las dimensiones empleadas:

$$L_1 + L_2 + L_3 = 24,6 \text{ cm}$$

Como ejemplo se muestra un marcador sobre una de las figuras.



El resultado no es exacto debido a que MATLAB graficó una sucesión de puntos como si fuera una función continua y el punto exacto no puede obtenerse con este método gráfico.

## 4. Análisis de la cinemática inversa

El estudio de la cinemática inversa consta de la obtención de los **parámetros articulares** dada la posición y orientación de cada pata respecto del COG del cuerpo del robot.

Existen muchas alternativas de resolución para este tipo de problemas, pero en este documento solo se utilizará el estudio cinemática inverso por **métodos geométricos** que consiste básicamente en la descomposición del espacio geométrico de las patas en problemas geométricos menores.

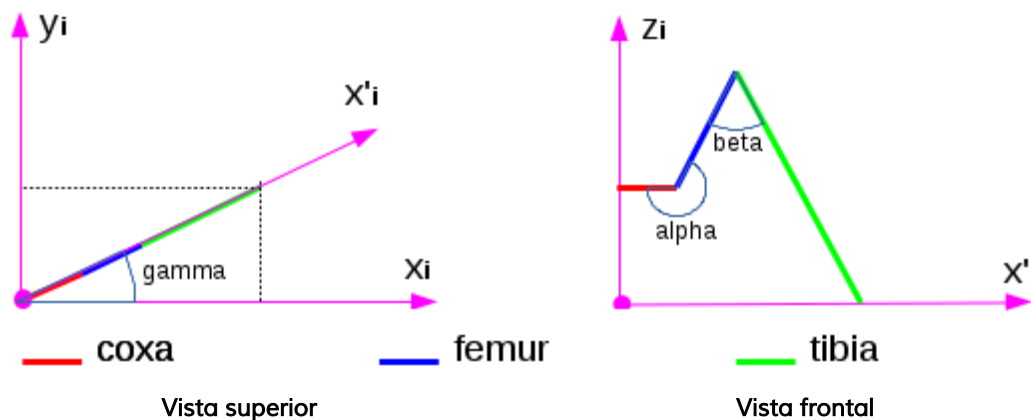
Antes de obtener estas ecuaciones, es necesario obtener las coordenadas de los extremos de las patas en función de sus propios sistemas de coordenadas ya que, en general, se suele dar coordenadas de cinemática inversa respecto del sistema global.

Para obtener esta transformación deben calcularse las pseudoinversas de la matriz que relaciona una de las patas con el cuerpo ( ${}^B\mathbf{T}_L$ ), y la matriz que relaciona el cuerpo con el sistema global ( ${}^G\mathbf{T}_B$ ). Este proceso se obtiene trasponiendo las matrices de rotación y traslación por separado y luego recombiniéndolas. El resultado final es el siguiente:

$$\mathbf{T}_G^B = (\mathbf{T}_B^G)^{-1} = \begin{bmatrix} (\mathbf{R}_B^G)^T & -(\mathbf{R}_B^G)^T \cdot \mathbf{d}_B^G \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_B^L = (\mathbf{T}_L^B)^{-1} = \begin{bmatrix} (\mathbf{R}_L^B)^T & -(\mathbf{R}_L^B)^T \cdot \mathbf{d}_L^B \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A continuación se obtendrán las ecuaciones que caracterizan al robot, y para simplificar el proceso, se descompondrá el problema tridimensional en dos bidimensionales.



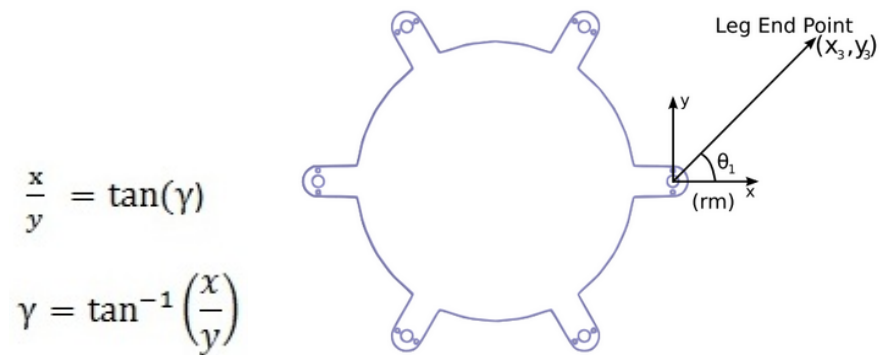
Para mantener la nomenclatura de las fotografías, se explicará el procedimiento en base a ellas.

Antes de comenzar es necesario saber qué quiere obtenerse, esto es:

$$\{\alpha, \beta, \gamma\} = f(x, y, z)$$

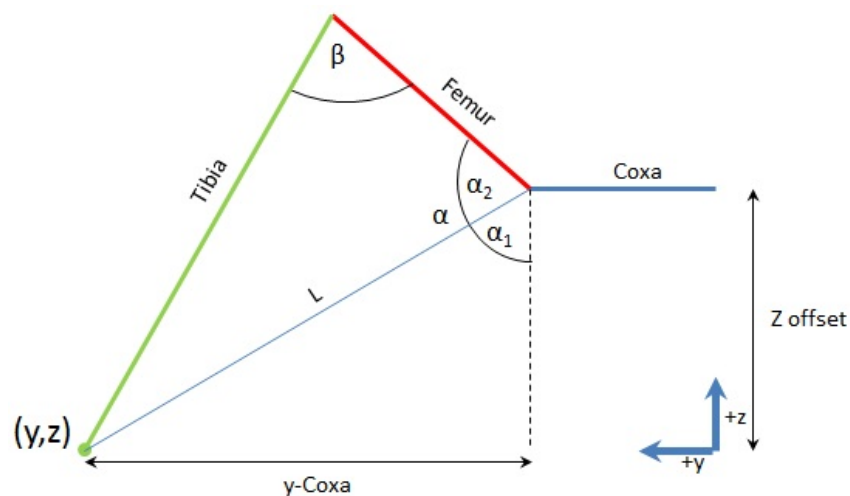
cuáles deben ser las coordenadas articulares que cumplen con la posición del extremo del robot, que en este caso, es la posición del extremo de la pata.

- I) Tomando la vista superior, puede verse que son conocidas las coordenadas  $(x, y)$  del extremo por lo que se obtiene:



La posición en el plano terrestre del extremo estará dado por este ángulo. Computacionalmente se utiliza la función **atan2()** ya que devuelve como resultado el ángulo en un rango de  $[-\pi; \pi]$ .

II) Para calcular  $\alpha$  hay que analizar la vista frontal como dos partes, según la siguiente figura:



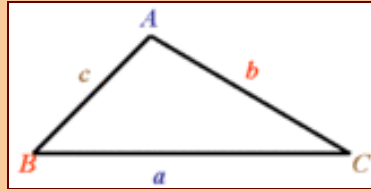
Para calcular  $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ , se toma la **distancia euclidiana L** como:

$$L = \sqrt{Z_{offset}^2 + (y - Coxa)^2}$$

Obtener  $\alpha_1$  es tan sencillo como:

$$\alpha_1 = \cos^{-1}\left(\frac{Z_{offset}}{L}\right)$$

Y para  $\alpha_2$  debe utilizarse la **Ley de los cosenos**:



$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\c^2 &= b^2 + a^2 - 2ab \cos C\end{aligned}$$

$$Tibia^2 = Femur^2 + L^2 - 2(Femur)(L)\cos(\alpha_2)$$

$$\rightarrow \alpha_2 = \cos^{-1} \frac{Tibia^2 - Femur^2 - L^2}{-2(Femur)(L)}$$

Juntando las últimas ecuaciones:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{Z_{offset}}{L}\right) + \cos^{-1} \frac{Tibia^2 - Femur^2 - L^2}{-2(Femur)(L)}$$

III) Procediendo de manera similar que para el cálculo de  $\alpha_2$ , se calcula  $\beta$  con la Ley de los cosenos:

$$L^2 = Tibia^2 + Femur^2 - 2(Tibia)(Femur)\cos(\beta)$$

$$\rightarrow \beta = \cos^{-1} \frac{L^2 - Tibia^2 - Femur^2}{-2(Tibia)(Femur)}$$

Es importante aclarar que por cada nueva posición que se quiera lograr del extremo, deben recalcularse los parámetros articulares de nuevo (Nakata, 2012).

#### 4.1. Generación de una trayectoria

El movimiento de una pata está determinado por dos factores:

- Que dicho movimiento se encuentre dentro del espacio de trabajo de la extremidad
- Geometría de la articulación

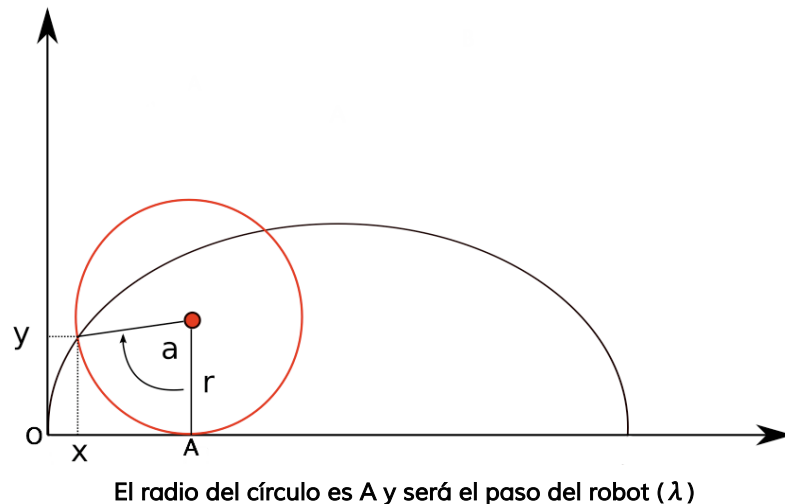
##### 4.1.1. Movimientos fluidos

Trayectorias bruscas de los extremos atentan contra la durabilidad de los componentes mecánicos del robot, ya sea a causa de vibraciones por resonancias mecánicas o ineficiencias operativas de los motores. Debido a estos inconvenientes se buscará que las trayectorias sean fluidas.

La característica que tienen estas curvas es que su primera derivada (velocidad) es continua, y también puede serlo su segunda derivada

(aceleración). Esto no solo debe cumplirse para las trayectorias de las extremidades sino también para el cuerpo del hexápodo.  
Los beneficios que trae este tipo de movimiento son dinámicos, por lo cual, se estudiarán en un próximo documento.

Para este análisis se utilizó como trayectoria una **curva cicloide** que, como se puede observar en la figura, se describe por el movimiento de un punto de un círculo que realiza, a su vez, una trayectoria en línea recta.



Las ecuaciones que describen este tipo de curva para cualquier posición (x,y) de la extremidad del robot es:

$$x = a \cdot (\theta - \sin \theta)$$

$$y = b \cdot (1 - \cos \theta)$$

Un aumento diferencial en la trayectoria del cicloide puede expresarse como:

$$ds = \sqrt{(dx/d\theta)^2 + (dy/d\theta)^2}$$

Como  $\frac{\Delta s}{\Delta \theta} = ds$  entonces, despejando  $\Delta \theta$  y reemplazando la ecuación anterior:

$$\Delta \theta = \frac{\Delta s}{\sqrt{(dx/d\theta)^2 + (dy/d\theta)^2}}$$

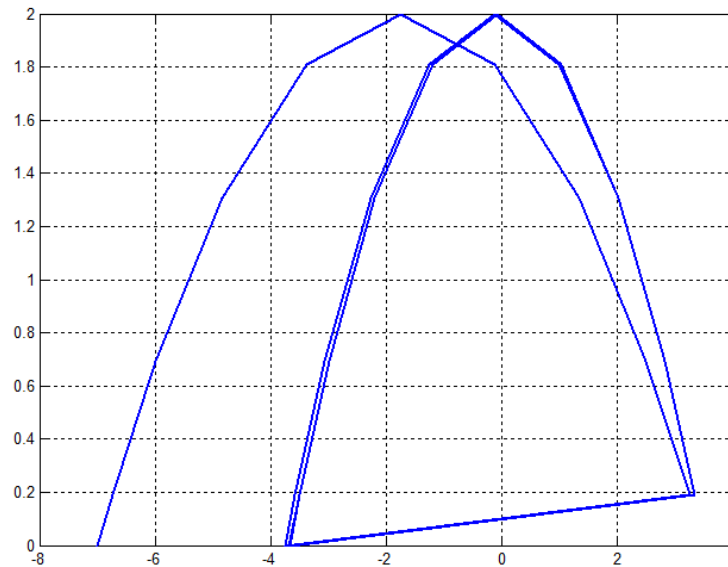
La nueva posición del extremo se obtiene mediante:

$$x^* = a \cdot [(\theta + \Delta \theta) - \sin(\theta + \Delta \theta)]$$

$$y^* = b \cdot [1 - \cos(\theta + \Delta \theta)]$$

## 4.2. Simulaciones en MATLAB

La siguiente imagen pretende comprender cómo es el movimiento cicloide utilizado por el algoritmo de marcha utilizado en la sección próxima.



El valor máximo que alcanza la función es un parámetro que indica la altura máxima que se elevará el extremo de la pata del robot cuando se encuentra en fase de transferencia.

Esta función no posee componente en y, ya que al ser la trayectoria del miembro, debe moverse hacia arriba y hacia adelante (x,z).

## 5. Análisis del paso o marcha

Los insectos usan, en su mayoría, dos tipos de marcha para caminar, trípode y metacrónico (Mushrush & Spirito, 1978). Durante la caminata tipo trípode, tres patas permanecen en contacto con el suelo en todo momento, mientras que el resto realizan el movimiento (swing). Durante este proceso, las patas que permanecen en el suelo, impulsan el cuerpo hacia adelante y proveen de soporte (Cranston & Gullan, 2010). A este mecanismo se lo conoce de esta manera porque las patas mencionadas forman una figura de trípode entre ellas. Esta marcha es muy estable debido a que el centro de masa del insecto permanece siempre dentro de dicha figura.



Trípode producido por las patas de la cucaracha. El insecto será estable



siempre y cuando el centro de masa permanezca dentro de él.

El movimiento metacrónico u ondulatorio ejecuta de a una pata por vez, produciendo un avance más lento que el trípode pero más estable debido a que la cantidad de patas que permanecen en contacto con el suelo son mayores.

Para moverse a mayor velocidad, los insectos pueden modificar alguno de los siguientes aspectos:

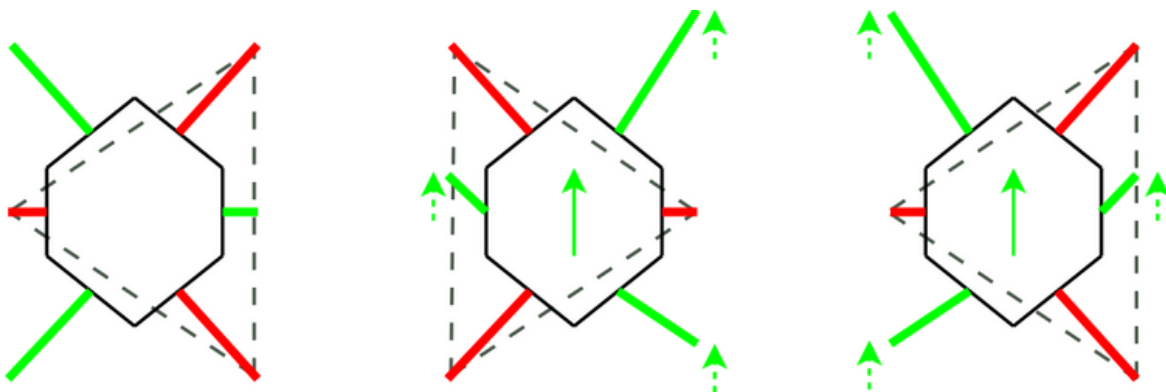
- Incrementar la frecuencia de movimiento de las patas
- Incrementar la longitud de la zancada

El cuerpo de los hexápodos puede ser rectangular o hexagonal. En el primero, las patas están distribuidas, en dos grupos, simétricamente de cada lado. En cambio, las otras están distribuidas equidistante (Ding et al, 2010).

Estos tipos de robots poseen distintos tipos de movimientos de acuerdo a la cantidad de patas que hacen de soporte. A continuación se analizan algunas de las posibilidades.

### 3+3 Trípode

Este mecanismo provoca que tres patas permanezcan siempre en contacto con el suelo, soportando el peso del cuerpo, mientras que las restantes producen un movimiento (swing) (Mushrush & Spirito, 1978). Este suceso incluye dos pasos únicamente.



Marcha tipo trípode. Las patas de color rojo se encuentran tocando el suelo mientras que las de verde están avanzando.

### 4+2 Cuadrúpedo

Los movimientos se realizan de a dos patas, mientras que las restantes permanecen inmóviles. El proceso se repite luego de tres instancias.

### 5+1 De a una

Las patas se mueven de a una, en sentido antihorario. Este movimiento también se conoce como ondulatorio o metacrónico.

## Marcha libre

El mecanismo está determinado por la complejidad del terreno. Como contrapartida, es complejo, pero ofrece mayor flexibilidad a la hora de navegar por una zona de estas características.

Lo interesante de este tipo de andar es que si el robot pierde una pata (o más), puede adaptarse para poder continuar.

### 5.1. Análisis teórico

A continuación se introducirán algunos conceptos y nomenclaturas básicas utilizadas en este documento.

Una **marcha (gait)** es un método de locomoción distinguido por un patrón de movimientos específicos de las patas del robot.

La **fase de transferencia**  $\tau$  de una pata es el tiempo en el cual se encuentra sin tocar el suelo. La **fase de soporte**  $t_s$  es lo opuesto a la fase de transferencia: es el tiempo en el cual la pata hace contacto con el suelo.

El **tiempo de ciclo**  $T$  es el tiempo requerido para completar un ciclo de movimiento de una pata en una **marcha periódica**. Este tiempo incluye a los mencionados anteriormente.

Una **marcha periódica** es aquella donde todas las patas operan con el mismo tiempo de ciclo. En caso contrario, se conoce como *marcha no periódica*.

El **factor de trabajo**  $\beta_i$  es la fracción del tiempo de ciclo en el cual la pata  $i$  se encuentra en la fase de soporte. Matemáticamente, si la marcha es **regular**, o sea, que este factor es único para todas las patas:

$$\beta = \frac{\text{tiempo de fase de soporte}}{\text{tiempo de ciclo}} = \frac{t_s}{T}$$

La **zancada** es el ciclo completo que le toma a una pata en particular retornar a la posición de origen. La **frecuencia de zancada**  $f$  es el número de zancadas por unidad de tiempo. La **longitud de zancada**  $\lambda$  es la distancia que recorre el centro de gravedad (COG) del cuerpo durante una zancada.

El **trazo**  $R$  de una pata es la distancia, relativa al cuerpo, que ésta recorre durante la fase de soporte (Schue, 1993).

Para las simulaciones, se asumirá que la fuerza de contacto entre el suelo y las patas es nula, por lo tanto, no existirá resbalamiento.

De las definiciones previas se puede obtener que:

$$T = \text{tiempo de fase de soporte} + \text{tiempo de fase de transferencia} = t_s + \tau$$

$$t_s = T \cdot \left(\frac{t_s}{T}\right) \quad \text{Ingresando el factor de trabajo:}$$

$$t_s = T \cdot \beta$$

Combinando las dos ecuaciones anteriores:  $T = T \cdot \beta + \tau$

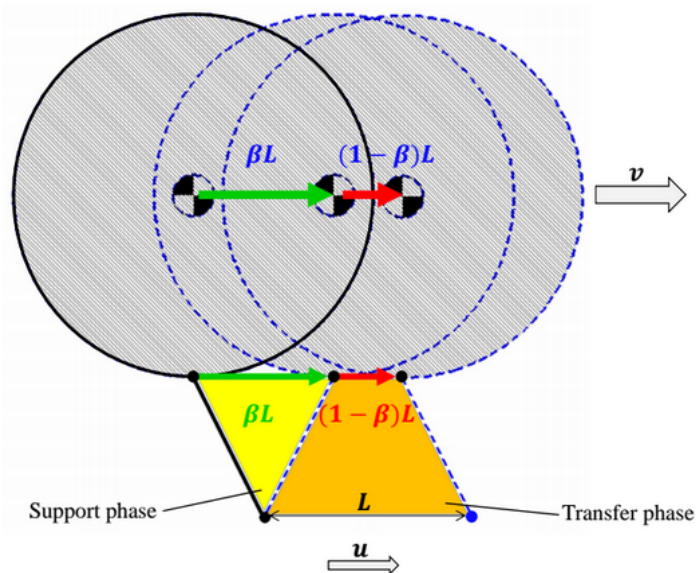
Entonces para un tiempo de fase de transferencia fijo ( $\tau$ ):  $T = \frac{\tau}{1-\beta}$

Teniendo en cuenta que la velocidad del robot se calcula como :  $V = \frac{R}{T}$

Por lo que, si se adopta  $\beta = 0,5$  para una marcha tipo trípode:  $V = \frac{R}{\tau} \cdot \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right)$

$$V = \frac{R}{\tau}$$

La siguiente imagen muestra, en forma general, cómo se relacionan los conceptos introducidos anteriormente durante el movimiento del robot.



Fases de transferencia y soporte en un ciclo T

u: velocidad de la pata

v: |velocidad del cuerpo

Durante el movimiento completo del robot se tienen en cuenta principalmente dos tipos de sistemas de coordenadas: el global,  $\{S_0\}=(X_0,Y_0,Z_0)$ , y el del cuerpo del robot,  $\{S_Q\}=(X_Q,Y_Q,Z_Q)$ .

El primero se utiliza para especificar posiciones absolutas o velocidades del COG, los miembros o el terreno. En cambio, el sistema de coordenadas del cuerpo se utiliza para referenciar las patas y con ellas hacer cálculos de estabilidad.

El origen de estos sistemas se obtiene a través de los ángulos del coxis de cada extremidad.

La matriz que relaciona ambos sistemas es una homogénea con transformaciones básicas de rotación y traslación.

$${}^wT_B = \begin{bmatrix} {}^wR_B & {}^wP_B \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

${}^wP_B$ : Posición del cuerpo en coordenadas global

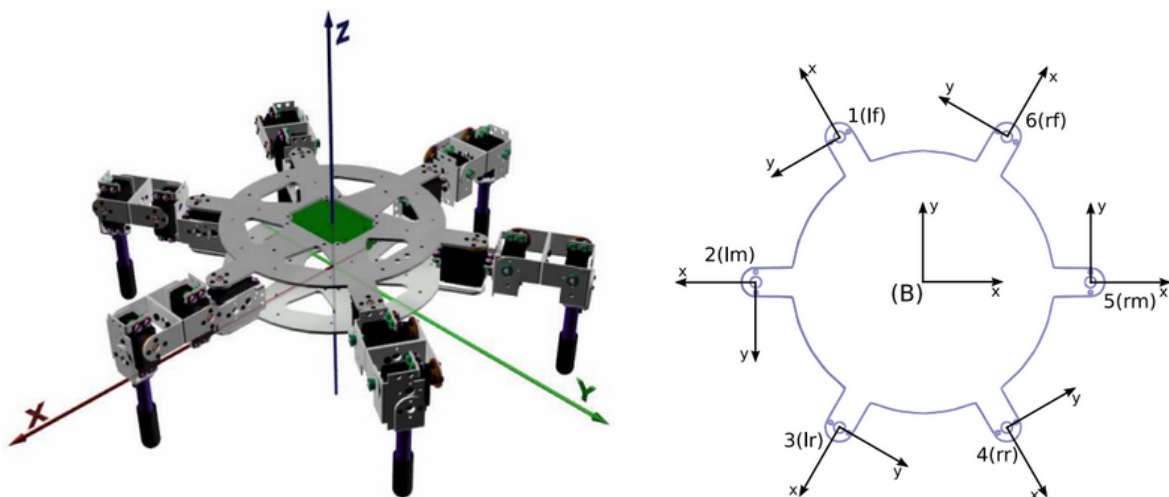
En esta simulación sólo se utilizarán traslaciones entre los sistemas debido a simplificaciones que se explicarán más adelante.

Esta matriz permite realizar transformaciones desde coordenadas del cuerpo a coordenadas globales usando la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} = {}^wT_B \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \\ 1 \end{bmatrix}$$

No está de más aclarar que para obtener las coordenadas en el sentido inverso es necesario utilizar la matriz de transformación inversa.

Luego de esto, deben definirse las posiciones de las patas respecto del cuerpo del hexápodo. Como puede verse en la siguiente figura, el sistema de referencia de las extremidades está alineado respecto al eje z del sistema del cuerpo por lo cual, para hacer esta representación, sólo será necesario realizar transformaciones en el plano xy.



Esta transformación puede expresarse matricialmente como:

$$T_L^B = \begin{bmatrix} \cos \gamma_k & -\sin \gamma_k & 0 & d_k \cdot \cos \gamma_k \\ \sin \gamma_k & \cos \gamma_k & 0 & d_k \cdot \sin \gamma_k \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde se ve que existe una rotación respecto del eje z un ángulo de Yaw  $\gamma_k$  y una traslación a través del plano xy.

Otra transformación a tener en cuenta es la de  $\{S_Q\} \rightarrow \{S_0\}$  dada por una rotación respecto el eje  $Z_Q$ :

$${}^0T_Q = \begin{bmatrix} C_0 & -S_0 & 0 & 0 \\ S_0 & C_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{tip_i}^W = T_R^W T_{coxa_i}^R T_{tip}^{coxa_i}$$

Nótese que no existe traslación debido a que ambos sistemas están solapados (Jensen et. al, 2009).

Otras transformaciones que podrían plantearse son las rotaciones del cuerpo del robot en base al sistema de coordenadas global, pero debido a las simplificaciones propuestas en las siguientes secciones, no serán detalladas.

## 5.2. Algoritmo de planificación

A continuación se estudiará un algoritmo que sincronice las trayectorias de las patas con el objetivo que el cuerpo del robot siga el camino deseado de manera continua.

El procedimiento que seguirá es el siguiente:

Como el movimiento es tipo trípode, habrá dos períodos. El primero (Tripod0) estará conformado por las patas 1, 3 y 5, y el segundo grupo (Tripod1) por las patas 2, 4 y 6. Todos estos miembros poseen **coordenadas fijas** respecto del sistema de coordenadas del cuerpo y comenzarán estando apoyadas en el piso.

Se calcula la dirección de movimiento, y se guarda como constancia la distancia que es necesario recorrer. A partir de aquí se calculan las nuevas posiciones de los extremos.

Debido a lo anterior, las coordenadas fijas respecto del cuerpo cambian ya que las patas se han movido una cierta *distancia diferencial*.

$$(x_n, y_n, z_n) = (x_n + dx, y_n + dy, z_n + dz)$$

La decisión de cuál es el conjunto de patas que comienza el movimiento (Tripod0 o Tripod1) es totalmente arbitrario.

Supongamos que el conjunto Tripod0 comienza el movimiento. Una vez que se despegan del piso, el cuerpo del robot se mueve hacia la dirección deseada y luego, cuando vuelve a tocar el suelo, los cálculos para el movimiento del conjunto Tripod1 se realizan.

La trayectoria que seguirán los extremos de las patas para lograr el movimiento será, como se vio anteriormente, una cicloide. Para lograr esto, se divide la trayectoria en pequeños segmentos, los cuales definirán la *velocidad del centro del cuerpo respecto del plano xy*.

La altura de dicho cuerpo se mantendrá constante respecto del plano z por razones que se explicarán más adelante.

Para entender mejor este procedimiento suelen utilizarse **diagramas de marcha** que analizan los movimientos en un gráfico que suele tener en el eje horizontal una escala de tiempo.

La secuencia algorítmica que sigue el planificador es la siguiente:

- El robot, en su conjunto, comienza en una postura inicial
- Se determinan las futuras posiciones de los extremos de los miembros en base a restricciones en el espacio de trabajo y a que cumpla con el criterio de estabilidad.
- Se elige el Tripod0 y se planifica su trayectoria tipo cicloide para un incremento  $\Delta s$  hacia el nuevo destino.
- La nueva **posición del cuerpo (CB)**, para el primer instante será igual a:

$$CB(x_w) = CB(x_w) + \lambda \cdot \cos(\text{dirección})$$

$$CB(y_w) = CB(y_w) + \lambda \cdot \sin(\text{dirección})$$

en cambio, para secuencias posteriores:

$$CB(x_w) = CB(x_w) + (\lambda/2) \cdot \cos(\text{dirección})$$

$$CB(y_w) = CB(y_w) + (\lambda/2) \cdot \sin(\text{dirección})$$

- Luego de cada incremento, la nueva posición se compara con la posición de llegada.



Diagrama de marcha para  $\beta = 0.5$

En la figura superior, el área sombreada indica que la pata se encuentra en contacto con el suelo, mientras que el área restante indica que se el extremo se encuentra en movimiento. Este gráfico contempla las posiciones de las patas, en el eje de ordenadas, respecto del tiempo de ciclo ( $T$ ), en el eje de abscisas.

### 5.3. Simulaciones en MATLAB

Para analizar el movimiento del robot hexápodo en su totalidad, se han hecho algunas simplificaciones:

**Terreno plano:** Aunque este tipo de robot posee un excelente comportamiento frente al resto de los robots en terrenos desnivelados, se simular  un terreno plano y sin obstáculos.

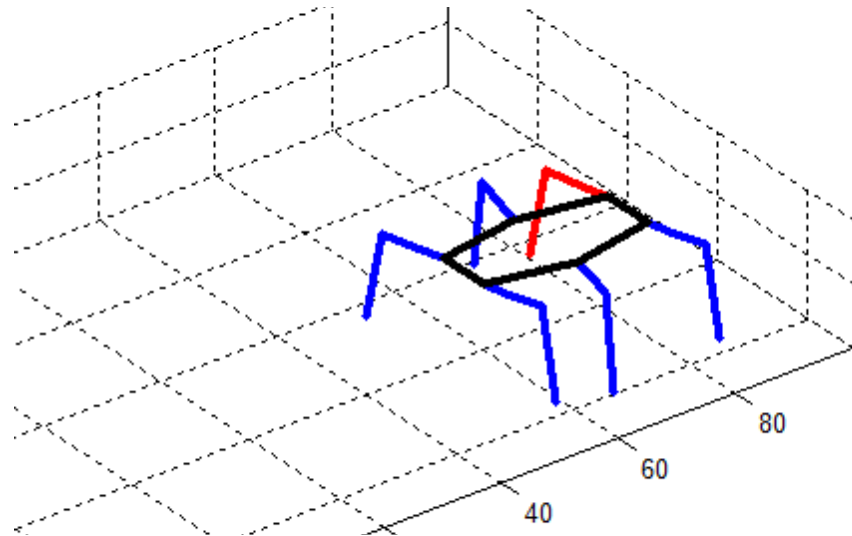
**Altura del cuerpo fija:** Debido a la suposición anterior, y teniendo en cuenta que, durante la marcha tipo trípode, la articulación del coxis permanece constante, la altura del cuerpo también permanecerá así.

**Camino recto:** Se optó que el robot siga un tramo de linea recta por simplicidad, aunque si se analizara el caso de rotación, la curva podría asumirse como pequeñas rectas.

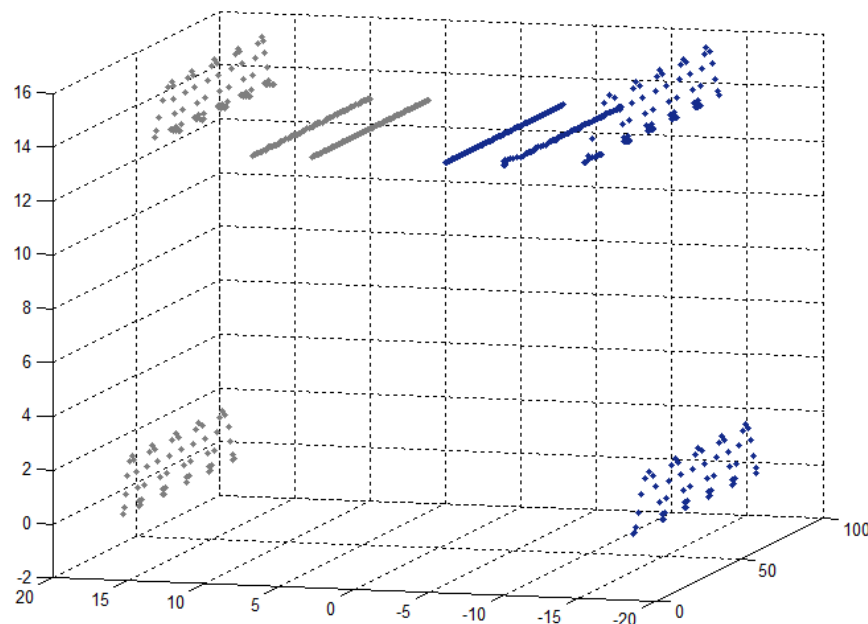
**Espacio de trabajo restringido:** Según la tareas que deba cumplir del robot en la práctica, se limitan sus las articulaciones provocando una restricción en el espacio de trabajo, como se analizó anteriormente.

**Dinámica:** Los efectos dinámicos no serán tenidos en cuenta para esta simulación, pero sí para la próxima. El modelo solo tiene en cuenta la cinemática del robot hexápodo. Esto quiere decir que no se le imponen límites de aceleración.

A continuación se grafican: el simulador empleado para realizar los cálculos y los movimientos registrados de dos de sus patas.



Interfaz gráfica hecha en MATLAB



Cambio de coordenadas de los sistemas de coordenadas durante cada instante.  
Puede observarse cómo el robot avanza en línea recta.

## 6. Conclusiones finales

A pesar de ser un robot móvil, el hexápodo posee muchas similitudes respecto a los manipuladores industriales. Habiendo analizado la cinemática directa e inversa de cada pata puede afirmarse que se asemejan bastante entre sí y que, para delimitar su espacio de trabajo, se optó por evitar el contacto entre dichas extremidades y así garantizar una correcta secuencia de movimientos.

La marcha del robot fue un tema complejo de analizar, pero haciendo las simplificaciones correspondientes se pudo interpretar de manera sencilla las mediciones.

Para que el robot se asemeje aún más a los insectos reales es necesario realizar modelos más precisos y que contemplen las variables que fueron evitadas, pero de



todos modos, los resultados obtenidos fueron satisfactorios para las necesidades del documento.

## 7. Referencias

Agheli Hajiabadi, M. 2013. Analytical Workspace, Kinematics, and Foot Force Based Stability of Hexapod Walking Robots. Thesis. Worcester Polytechnic Institute.

Craig, J., 2006. Robótica, 3<sup>ra</sup> edición. Ed. Pearson Prentice Hall.

Cranston, P. S. & Gullan, P. J. 2010. The insects: an outline of entomology. 4th ed. Wiley-Blackwell, England.

Ding, X., Rovetta, A., Wang, Z. and Zhu, J. M. 2010. Locomotion analysis of hexapod robot. In: Climbing and Walking Robots (ed: B Miripour) pp 291 - 310. InTech, Italy.

Karalarli, E. 2003. 'Intelligent gait control of a multilegged robot used in rescue operations' PhD Thesis, The Middle East Technical University.

Jensen, M., Pedersen, R., Petersen, J., Mogensen, C., Christensen, H., 2009. Modelling and control of a hexapod robot. Aalborg University, Intelligent Autonomous Systems.

Lee, W., and Orin, D.E., "Omnidirectional Supervisory Control of a Multilegged Vehicle Using Periodic Gaits," IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. 4, No. 6, pp. 635-642, December 1988.

Maki K. H.(2007) Bioinspiration and Robotics:Walking and Climbing Robots, ISBN 978-3-902613-15-8, I-Tech Education and Publishing, Croatia.

Mushrush, D. L. and Spirito, C. P. 1978. Interlimb coordination during slow walking in the cockroach. The Journal of Experimental Biology. 78, 233 - 243.

Nakata, R., 2012. Mechanical Engineering at The University of California. <http://www.engineer-this.com/>

Preumont, A; Alexadre, P & Ghuys, D. (1991). Gait analysis and implementation of a six leg walking machine. 91 ICAR., Fifth International Conference on Advanced Robotics. Robots in Unstructured Environments', 19-22 June, vol. 2, pp. 941 – 945(1991).

Schue, C. A. (1993). Simulation of tripod gaits for a hexapod underwater walking machine. Master's Thesis. Naval Postgraduate School of Monterey, California.

# Índice

Introducción

- Marco teórico

  - Anatomía de las patas

- Ventajas

- Aplicaciones

Estudio cinemático de una pata

Desarrollo e implementación en CodeWarrior DSP 56800-E

- Resultados de la simulación

Análisis de la cinemática inversa

- Generación de una trayectoria

  - Movimientos fluidos

- Simulaciones en MATLAB

Análisis del paso o marcha

- Análisis teórico

- Algoritmo de planificación

- Simulaciones en MATLAB

Conclusiones finales