

نظریه صف

ارائه‌دهنده: ابراهیم بیاگوی

مقدمه

- چرا مدل سازی؟
- ناممکن بودن یا هزینه بر بودن در بررسی عمل در واقعیت
- چرا شبیه سازی؟
- ناممکن بودن ارایه مدل ساده ریاضی
- شبیه سازی:
 - مزایا
 - معایب

شبیه سازی ابزار قدرتمندی است ولی طراحی عملی آن ممکن است وقتگیر باشد و اگر پاسخ ریاضی مساله وجود داشته باشد ممکن است کم هزینه تر باشد.

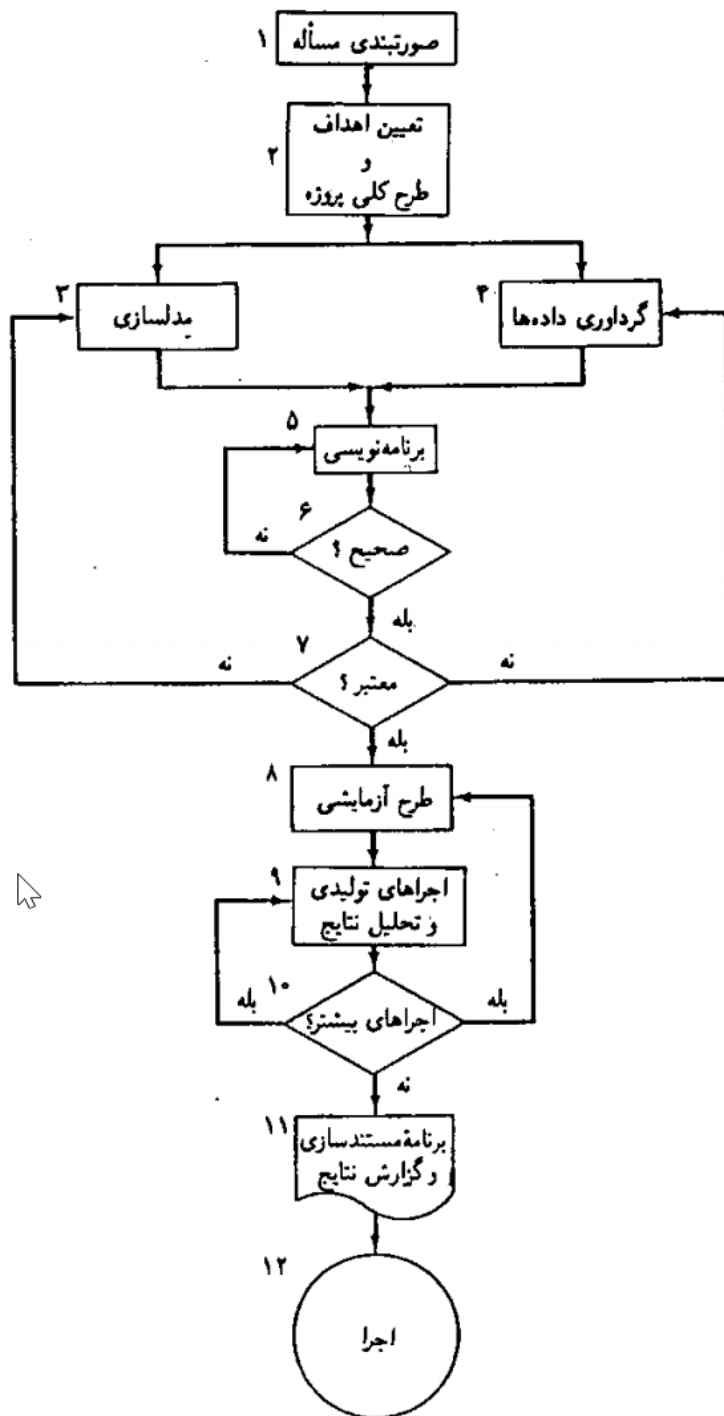
اجزای سیستم

- نهاد
- عنصر مورد توجه. برای بانک: مشتریان در بانک
- حالت
- متغیرهایی تشریح سیستم در زمان
- پیشامدها
- درون‌زا: انجام کار مشتری
- برون‌زا: ورود مشتری

اجزای سیستم

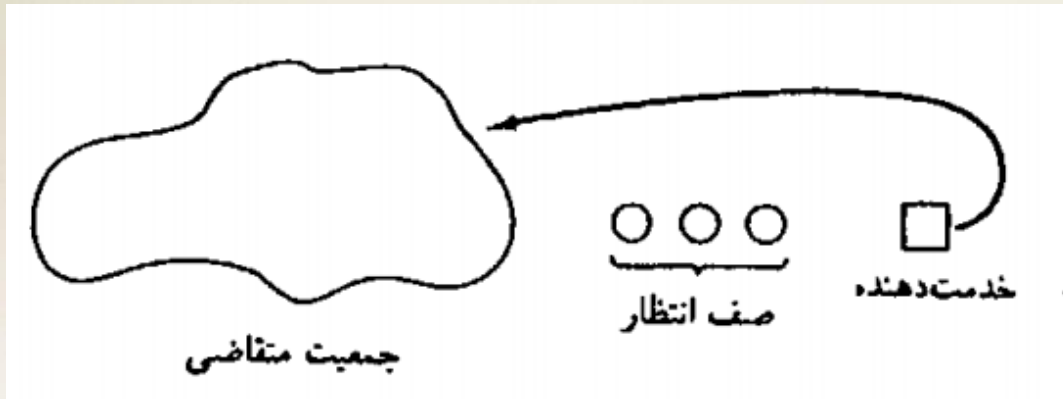
سیستم‌ها	نهادها (Entities)	خصیصه‌ها (Attributes)	فعالیت‌ها (Activities)	پیشامدها (Events)	متغیرهای حالت (State Variables)
تعمیرگاه وسایل برقی خانگی	وسایل برقی خانگی	نوع وسیله و مشکل	تعمیر دستگاه	آوردن وسیله تحويل وسیله	تعداد کارهای تمام نشده تعداد تعمیرکاران
کافه تریا (رستوران)	غذای سفارش داده شده	نوع غذای سفارش داده شده تعداد سفارشات	آوردن غذا خالی کردن میز	سفارش دادن پرداخت	تعداد غذاهای داده نشده تعداد میزهای پر
فروشگاه مواد غذایی	مشتریان	تعداد کالاهای موجود	حسابرسی مشتریان	انتخاب کالا توسط مشتری انتظار برای حسابرسی	تعداد مشتریان در صف تعداد حساب‌رس‌ها
لباسشویی عمومی	لباس‌های کثیف	حجم لباس‌ها	شستن لباس‌ها	اجاره ماشین لباسشویی تمام شدن کار لباسشویی	تعداد لباسشویی‌ها
غذاخوری سربایی (فست‌فود)	مشتریان	نوع غذای سفارش داده شده تعداد سفارشات	گرفتن سفارش دادن غذا	سفارش دادن پرداخت کردن	تعداد مشتریان منتظر تعداد مغازه‌دارها
اتاق اورژانس بیمارستان	بیمارهای اورژانسی	سطح بیماری بیمار و رسیدگی مورد نیاز	اقدامات اورژانسی مورد نیاز	رسیدن بیمار مرخص شدن بیمار	تعداد بیمارهای اورژانسی تعداد دکترها
شرکت تاکسیرانی با ۱۰ دستگاه خودرو (آژانس)	مسافران آژانس	مبدأ مسافر مقصد مسافر	منتقل کردن مسافران	سوار کردن مسافر رساندن مسافر به مقصد	تعداد مسافران در نوبت تعداد ماشین‌های مشغول
خط مونتاژ خودرو	بدنه‌ها	سرعت مونتاژ تعداد قطعات مونتاژ	مونتاژ	ورود بدنه خالی به خط پایان کار برای یک بدنه	تعداد ردیف‌های دستگاه‌های مونتاژ

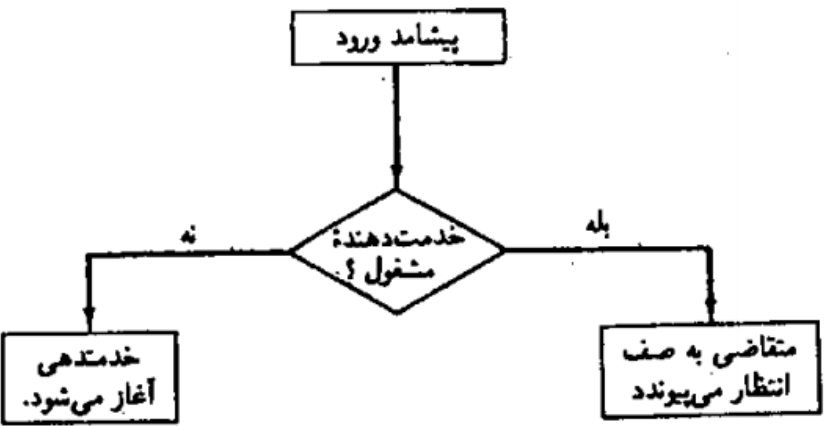
گام‌های شبیه‌سازی



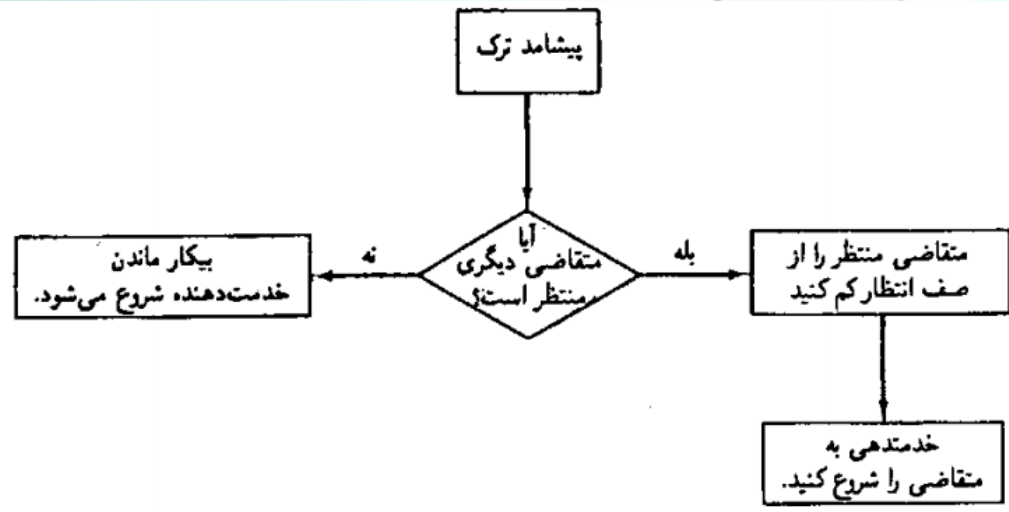
شبه‌سازی سیستم صف

- جمعیت متقاضی نامحدود (*)
- کسی که وارد صف می‌شود سرانجام خدمت دریافت می‌کند
- ظرفیت سیستم نامحدود
- خدمات به ترتیب ورود (FIFO) انجام می‌شود
- خدمت دهنده دو حالت دارد
 - در حال خدمت:
 - بیکار





شکل ۲-۳ دیاگرام جریان ورود به سیستم.



شکل ۲-۲ دیاگرام جریان مربوط به خدمت دهی تازه تکمیل شده.

		وضعیت صف	
		غیر خالی	خالی
وضعیت خدمت دهنده	مشغول		ناممکن
	بیکار	ناممکن	

شکل ۲-۵ وضعیت خدمت دهنده پس از تکمیل خدمت دهی.

		وضعیت صف	
		غیر خالی	خالی
وضعیت خدمت دهنده	مشغول	ورود به صف	ورود به صف
	بیکار	غیر ممکن	شروع خدمت دهی

شکل ۲-۴ عملیات متصور به هنگام ورود یک مقاضی.

پیشامدها در صفی تک مجرای

- تصادفی بودن پیشامدها
- تصادفی بودن تقلیدی از واقعیت است
- پیشامدها

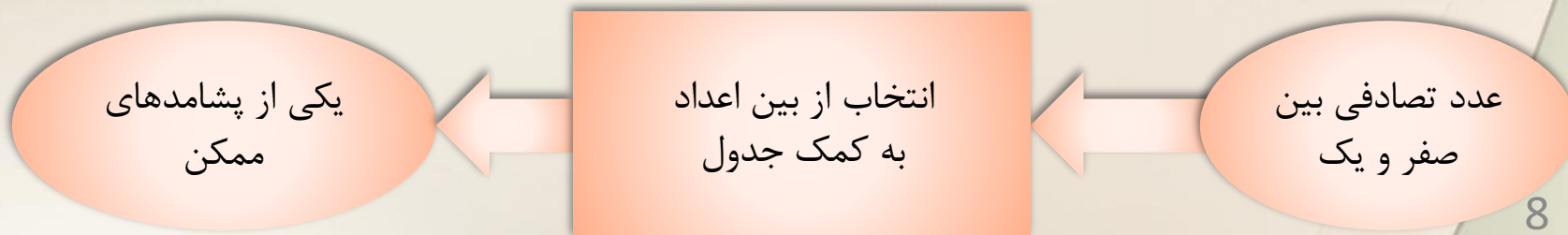
- تصادفی بودن فاصله بین ورود مشتری
- در این نمونه، توزیع برابر
- تصادفی بودن مدت خدمت دهی
- در این نمونه، توزیع نابرابر

مدتهای بین ورود (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰,۱۲۵	۰,۱۲۵	۰۰۱-۱۲۵
۲	۰,۱۲۵	۰,۲۵۰	۱۲۶-۲۵۰
۳	۰,۱۲۵	۰,۳۷۵	۲۵۱-۳۷۵
۴	۰,۱۲۵	۰,۵۰۰	۳۷۶-۵۰۰
۵	۰,۱۲۵	۰,۶۲۵	۵۰۱-۶۲۵
۶	۰,۱۲۵	۰,۷۵۰	۶۲۶-۷۵۰
۷	۰,۱۲۵	۰,۸۷۵	۷۵۱-۸۷۵
۸	۰,۱۲۵	۱,۰۰۰	۸۷۶-۱۰۰۰

توزیع برابر و تصادفی فاصله بین ورودها

مدت خدمت دهی (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰,۱۰	۰,۱۰	۰۱-۱۰
۲	۰,۲۰	۰,۳۰	۱۱-۳۰
۳	۰,۳۰	۰,۶۰	۳۱-۶۰
۴	۰,۲۵	۰,۸۵	۶۱-۸۵
۵	۰,۱۰	۰,۹۵	۸۶-۹۵
۶	۰,۰۵	۱,۰۰	۹۶-۱۰۰

توزیع نابرابر مدت خدمت دهی ولی تصادفی



پیاده سازی

```
'use strict';
function* random(i) {
  while (i--) yield Math.random();  تولید اعداد تصادفی
}

function* itemPicker(stream, items) {
  for (let value of stream)
    for (let item in items) {  انتخاب از بین احتمالات
      if (Math.round(value * 1000) / 1000 === 0) {
        yield +item;
        break;
      }
      value -= items[item];
      if (Math.round(value * 1000) / 1000 <= 0) {
        yield +item;
        break;
      }
    }
  }
}

let serviceTimeStream = itemPicker(random(10), {
  1: .10,
  2: .20,
  3: .30,
  4: .25,
  5: .10,
  6: .05
});
for (let i of serviceTimeStream)
  console.log(i);  چاپ
// 2 3 3 3 3 5 1 3 2 4
```

معرفی موارد و احتمال رویداد هر یک

ایجاد مدت‌های ورودی و خدمت‌دهی

مشتري	مدت بين دو ورود	زمان ورود بر حسب ساعت شبیه‌سازی
۱	-	۰
۲	۳	۳
۳	۳	۶
۴	۲	۸
۵	۶	۱۴
۶	۱	۱۵

تجمعی

مشتري	مدت خدمت‌دهی
۱	۲
۲	۴
۳	۱
۴	۵
۵	۲
۶	۳

نتیجه استفاده از دو پارامتر

زمان پایان خدمت‌دهی	مدت خدمت‌دهی	زمان شروع خدمت	زمان ورود	مشتری
۲	۲	۰	۰	۱
۷	۴	۳	۳	۲
۸	۱	۷	۶	۳
۱۳	۵	۸	۸	۴
۱۶	۲	۱۴	۱۴	۵
۱۹	۳	۱۶	۱۵	۶

ساعت شبیه‌سازی	مشتری	نوع پیشماند
۰	۱	ورود
۲	۱	ترک
۳	۲	ورود
۶	۳	ورود
۷	۲	ترک
۸	۳	ترک
۸	۴	ورود
۱۳	۴	ترک
۱۴	۵	ورود
۱۵	۶	ورود
۱۶	۵	ترک
۱۹	۶	ترک

پیاده‌سازی صف تک‌مجرایی

```

var arrivalTime = 0;
var reservedQueue = 0;
var customerId = 0;

var enteringCursor, serviceTimeCursor;
while (!(enteringCursor = enteringDifferenceStream.next()).done &&
        !(serviceTimeCursor = serviceTimeStream.next()).done) {
    var currentEnter = enteringCursor.value;
    if (customerId === 0) currentEnter = 0;
    var currentServiceTime = serviceTimeCursor.value;

    var noCustomerTime = 0;
    reservedQueue -= currentEnter;
    if (reservedQueue < 0) {
        noCustomerTime = -reservedQueue;
        reservedQueue = 0;
    }

    arrivalTime += currentEnter;
    yield {
        id: ++customerId,
        arrivalTime: arrivalTime,
        previousArrivalDiff: currentEnter,
        serviceDuration: currentServiceTime,
        serviceStart: arrivalTime + reservedQueue,
        waitingTime: reservedQueue,
        serviceEnd: arrivalTime + reservedQueue + currentServiceTime,
        customerInSystemTime: reservedQueue + currentServiceTime,
        noCustomerTime: noCustomerTime,
    };
    reservedQueue += currentServiceTime;
}

```

ساعت	حالت سیستم	نهادها و ویژگیها	مجموعه ۱	مجموعه ۲	...	فهرست پیشامدهای آتی	آمارهای تجزینی و شمارشگرها
t	(x, y, z, \dots)					$(3, t_1)$ - رسیدن مشتری نوع ۳ $(1, t_2)$ - پایان خدمت مشتری نوع ۱ t_2 رخ دهد	
						\vdots	

شکل ۱-۳ نمونه تصویر سیستم در زمان شبیه‌سازی t .

تحلیل آماری و امید ریاضی

متوسط مدت انتظار هر مشتری

0.811

احتمال مجبور شدن مشتری به انتظار

0.376

نسبت بیکاری خدمت‌دهنده

0.289

متوسط مدت خدمت‌دهی

3.201

متوسط مدت بین هر دو ورود

4.501

متوسط مدت انتظار

2.155

متوسط مدت زمان حضور مشتری

4.012

$$E(S) = \sum_{s=0}^{\infty} s p(s)$$

احتمال این مدت خدمت

$$\begin{aligned} \text{امید ریاضی مدت خدمت‌دهی} &= 1(0,10) + 2(0,20) + 3(0,30) \\ &+ 4(0,25) + 5(0,10) + 6(0,05) \\ &= 3,2 \text{ دقیقه} \end{aligned}$$

مدت خدمت‌دهی (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰,۱۰	۰,۱۰	۰۱-۱۰
۲	۰,۲۰	۰,۳۰	۱۱-۳۰
۳	۰,۳۰	۰,۶۰	۳۱-۶۰
۴	۰,۲۵	۰,۸۵	۶۱-۸۵
۵	۰,۱۰	۰,۹۵	۸۶-۹۵
۶	۰,۰۵	۱,۰۰	۹۶-۰۰

۲۰ میلیون اجرا

تعداد حالت‌های بررسی

20000000