

# Ответы на вопросы с лекций

Евгений Букреев

## 02-simple

1. Что будет, если в нашу систему ввести тип Bool?

Перепишем правила (те, которые не выписаны, оставлены без изменений):

$$\begin{aligned}E_1 > E_2 : \llbracket E_1 \rrbracket = \llbracket E_2 \rrbracket = \text{int} \wedge \llbracket E_1 > E_2 \rrbracket = \text{bool} \\E_1 == E_2 : \llbracket E_1 \rrbracket = \llbracket E_2 \rrbracket \wedge \llbracket E_1 == E_2 \rrbracket = \text{bool} \\E_1 \text{ op } E_2 : \llbracket E_1 \rrbracket = \llbracket E_2 \rrbracket = \llbracket E_1 \text{ op } E_2 \rrbracket = \text{int} \\ \text{output } E : \llbracket E \rrbracket = \alpha \\ \text{if } (E)S : \llbracket E \rrbracket = \text{bool} \\ \text{if } (E)S_1 \text{ else } S_2 : \llbracket E \rrbracket = \text{bool} \\ \text{while } (E)S : \llbracket E \rrbracket = \text{bool}\end{aligned}$$

Полученный анализ не изменит точность, потому что он был и есть soundness. Но снизится полнота, потому что станут отвергаться некоторые выражения, которые имеют корректную семантику. Например,  $(x == y) + 1$ .

2. Что будет, если в нашу систему ввести тип Array?

Дополним правила типизации новыми конструкциями. Старые остались без изменений.

$$\begin{aligned}\{\} : \llbracket \{\} \rrbracket = \alpha[] \\ \{E_1, \dots, E_n\} : \llbracket E_1 \rrbracket = \dots = \llbracket E_n \rrbracket \wedge \llbracket \{E_1, \dots, E_n\} \rrbracket = \llbracket E_1 \rrbracket[] \\ E[E_1] : \llbracket E \rrbracket = \alpha[] \wedge \llbracket E_1 \rrbracket = \text{int} \wedge \llbracket E[E_1] \rrbracket = \alpha \\ E[E_1] = E_2 : \llbracket E \rrbracket = \alpha[] \wedge \llbracket E_1 \rrbracket = \text{int} \wedge \llbracket E_2 \rrbracket = \alpha\end{aligned}$$

Протипизируем программу со слайда:

```
main() {
  var x,y,z,t;
  x = {2,4,8,16,32,64}; // [|x|] = [|{2,4,8,16,32,64}|]
  y = x[x[3]];          // [|y|] = [|x[x[3]]|]
  z = {\},x;            // [|z|] = [|{\},x|]
  t = z[1];             // [|t|] = [|z[1]|]
  t[2] = y;             // [|t|] = alpha[] and [|y|] = alpha
}
```

Решим уравнения:

$$\begin{aligned}\llbracket x \rrbracket &= \text{int}[] \\ \llbracket y \rrbracket &= \text{int} \\ \llbracket z \rrbracket &= \text{int}[] \\ \llbracket t \rrbracket &= \text{int}[]\end{aligned}$$

3. Подумайте, что происходит в получившейся реализации, если в программе есть рекурсивный тип?

Тогда программа все равно типизируется, т.к. используется регулярная унификация на основе Union-Find и регулярные рекурсивные термы разрешены.

## 03-lattices

1. Как выглядит  $\sqcup L_1 \times L_2 \times \dots \times L_n$ ? ( $\top L_1, \top L_2, \dots \top L_n$ ). Нижняя аналогично: ( $\perp L_1, \perp L_2, \dots \perp L_n$ )
2. Какая высота произведения решеток? Она равна сумме высот производящих решеток. Так как самый длинный путь от  $\top$  до  $\perp$  будет проходить через самые длинные пути исходных решеток.
3. Для решетки отображений  $A \rightarrow L$  точная верхняя грань это отображение  $\forall a : A.a \rightarrow \top$ , а точная нижняя  $\forall a : A.a \rightarrow \perp$ .
4. Решетку отображений  $A \rightarrow L$  можно выразить как  $L^n$ , где  $n = \text{sizeof}(A)$ , поэтому  $\text{height}(A \rightarrow L) = \text{height}(L) * \text{sizeof}(A)$
5. Можно ли выразить анализ типов с предыдущей лекции как анализ над решетками? Да, если взять решетку flat от множества возможных типов, где  $\perp$  представляет полиморфную типовую переменную, а  $\top$  ошибку типизации.
6. Можно ли выразить анализ над решетками как анализ типов? Да, если мы сами выбираем систему типов. Тогда необходимо явно ввести  $\top$  (в разных языках это Any, Object...) и  $\perp$  (Nothing). Отношение выражается через subtyping.

## 04-flow

1. Какова сложность структурного алгоритма для live variables analysis? Сложность структурного алгоритма в общем случае это  $O(n \cdot h \cdot k)$ , где  $n$  – количество узлов CFG,  $h$  – высота решетки, а  $k$  – время вычисления constraint функции. Тогда для live variables analysis с  $n$  узлами и  $b$  переменными  $k = O(b)$ , а ответом будет  $O(n \cdot b \cdot b)$ . Наличие циклов не меняет оценку.
2. Сложность по памяти  $O(b)$  т.к. храним состояние для текущего узла CFG и следующих const узлов.

## 05-intervals

Для вычисления возможных размеров переменных требуется знать интервал значений, которые эта переменная может достигать в процессе выполнения программы. Для представления этих значений необходимо взять интервальную решетку целых чисел.

Для практических же целей, чтобы получить конечную версию решетки, добавим операцию widening, которая будет аппроксимировать значения до краевых значений предложенных типов.  $[0, 1]$  для bool,  $[-2^8, 2^8 - 1]$  для short, ...  $[-\infty, +\infty]$  для bigint или any.

Также для целей анализа нам потребуется решетка отображений  $\text{Vars} \rightarrow \text{Intervals}$ .