

Intervento de Confianza

Ejercicio 1.



Se ha comprobado que la concentración promedio de zinc que se saca del agua de un río a partir de una muestra de mediciones de zinc en 36 sitios diferentes es de 2.6 gramos por mililitro.

- Encontrar los intervalos de confianza del 95% y 99% para la concentración media de zinc en el río, suponiendo que la desviación típica de la población es 0.3.
- ¿Qué diferencia hay entre ambos intervalos? ¿Qué se puede decir que le pasa a la amplitud del IC cuando aumenta el Nivel de Confianza?

X : Concentración de zinc.

\Rightarrow Se sabe que $\sigma^2 = (0.3)^2$

M.a.s $n = 36$

$\hookrightarrow \bar{x} = 2.6$

Parámetros (poblacionales): General \equiv se desconoce.
Ejemplo $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

Estimadores: Estiman a un ~~parámetro~~ poblacional que se desconoce.
Ejemplo: Si se desconoce la media poblacional de un Normal: μ .

\rightarrow Un estimador sería la media muestral, \bar{X} .

Estimación puntual

\downarrow

Sustituimos los valores de la muestra en el Estimator.

Ejemplo:
$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \text{Valor puntual.}$$

Estimación por Intervalos de Confianza

↳ Asigna al parámetro desconocido un intervalo de valores.

Ejemplo

μ \rightarrow

[

,

]

\Downarrow

NC : Nivel de Confianza (90%, 95%, 99%)

α : Algoritmo de Error (Nivel de significación)
(10%, 5%, 1%)

Intervalo de Confianza para la Media poblacional

Cuando conocemos la Varianza poblacional.

$$\sigma = 0.3$$

↳ Desviación típica poblacional. ←

$$n = 36$$

↓

tamaño muestral. $\bar{X} = 2.6$

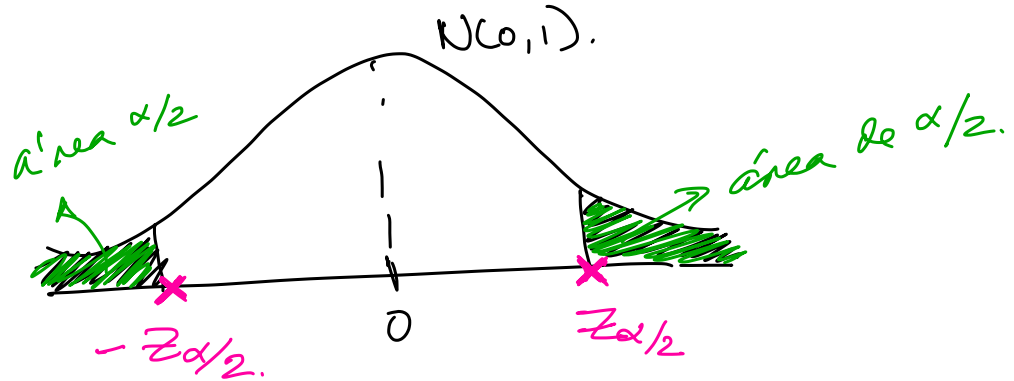
$$IC_{\alpha}(\mu) = \left[\underbrace{\hspace{2cm}}, \underbrace{\hspace{2cm}} \right] = \bar{X} \pm \underbrace{Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{\text{Margen de error}}$$

extremo inferior extremo superior

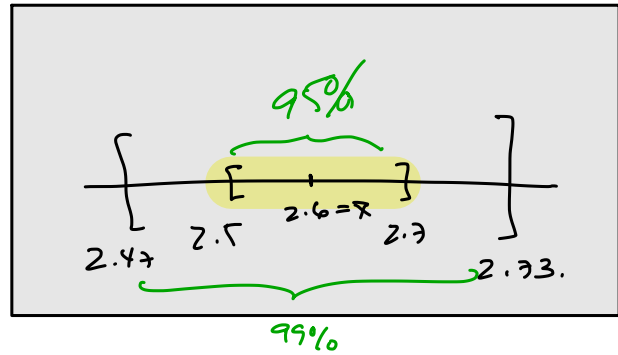
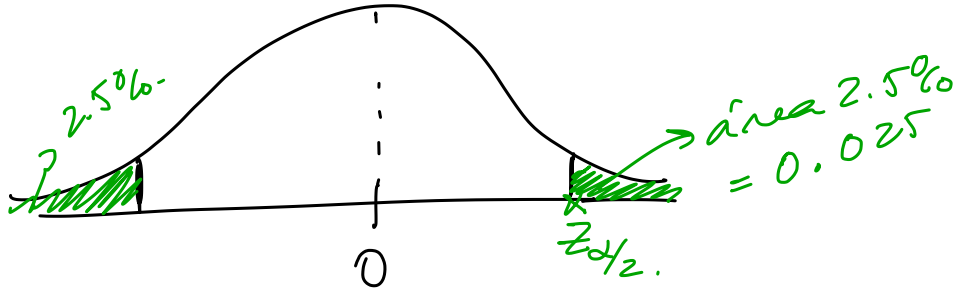
$\alpha: 100\% - NC$

↙ 5%
↘ 1%

↖ 95% 99%



Para $\alpha = 5\%$.



Intervalo de Confianza al 95% (nivel de confianza):

$$IC_{\alpha=5\%}(\mu) = \bar{X} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.6 \pm 1.96 \times \frac{0.3}{\sqrt{36}}$$

$$= 2.6 \pm 0.098 = [2.5 ; 2.7]$$

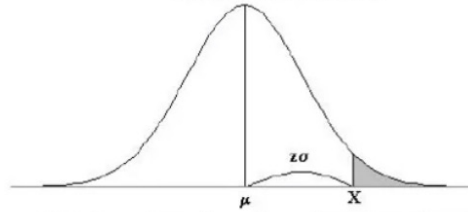
Intervalo de Confianza al 99%:

$$IC_{\alpha=1\%}(\mu) = \bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.6 \pm 2.575 \times \frac{0.3}{\sqrt{36}} = 2.6 \pm 0.129$$

$$= [2.47 ; 2.73]$$

TABLA 1: DISTRIBUCIÓN NORMAL

Áreas bajo la curva normal



Ejemplo:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P[Z > 1] = 0.1587$$

$$P[Z > 1.96] = 0.0250$$

Desv. normal x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0048	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010

$$0.5\% = 0.005$$

z/2	α	α/2
1.96	5%	2.5%
2.575	1%	0.5%

$$2.57 \leftrightarrow 2.58$$

$$\downarrow$$

$$2.575$$

Cuando aumenta el NC.



Aumenta la Amplitud del IC.



Perdemos precisión.

} trade-off.