Regresión lineal

Ejercicio 5

$n = 25$

Sea el modelo lineal simple $Y = \beta_0 + \beta_1 X$ donde Y representa el consumo y X representa la renta familiar disponible. Una m.a.s. de 25 familias de una determinada ciudad arrojó los resultados siguientes:

$\sum X_i = 5740$, $\sum X_i^2 = 1450400$, $\sum Y_i = 4804$, $\sum Y_i^2 = 1009589$, $\sum Y_i X_i = 1209691$

a. Estime los parámetros del modelo.
b. Obtenga una medida de la bondad de ajuste del modelo.

a) $\hat{\beta_1} = \dfrac{S_{xy}}{S_x^2}$

$\hat{\beta_0} = \bar{y} - \hat{\beta_1} \cdot \bar{x}$

$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{1}{25} \cdot 5740 = 229.61$

$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i = \frac{1}{25} 4804 = 192.16.$

$S_{xy} = \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}$

$= \frac{1}{25} \cdot 1209691 - 229.61 \times 192.46.$

$= 4266.$

$S_x^2 = \left(\frac{1}{n} \sum x_i^2\right) - \bar{x}^2 = 5295.$

$S_y^2 = \left(\frac{1}{n} \sum y_i^2\right) - \bar{y}^2 = 3458.09$

$S_x = \sqrt{S_x^2} = 72.77.$

$S_y = \sqrt{S_y^2} = 58.81$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{4266}{5295} = 0.81$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \cdot \bar{x} = 192.16 - 0.81 \times 229.61 = 6.18$$

$$y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x.$$

$$y = 6.18 + 0.81 \cdot x.$$

b) $R^2 = (r_{xy})^2 = (0.9968)^2 = 0.9937. = 99.37\%$

Alto.

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = 0.9968.$$

La variable X explica el 99.37% de variabilidad de la Y.

Interpretación

Y: consumo.

X: renta familiar.

$$Y = 6.18 + 0.81 \cdot X.$$

Cuando la renta familiar aumenta en 1 unidad, el consumo aumenta en 0.81 unidades.