

Examen 2

- 1) Halla el estimador por el método de los momentos del parámetro a de la distribución Uniforme definida en el intervalo $[0, a]$. ¿Es insesgado?

Solución:

El estimador por el método de los momentos se define igualando el primero momento muestral al poblacional, en caso de estar estimando un solo parámetro como en este caso

$$\alpha_1 = E(X) = a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Como la distribución es Uniforme $[0,a]$, el valor esperado de X es:

$$E(X) = \frac{0 + a}{2}$$

Y como

Sustituyendo arriba:

$$\frac{a}{2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Despejando a:

$$\hat{a}_{MM} = 2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Para que se cumpla la insesgadez tendría que cumplirse que el valor esperado del estimador es igual al parámetro que estima (en nuestro caso "a")

$$\begin{aligned} E(\hat{a}_{MM}) &= E\left(2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}\right) = \frac{2}{n} E\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n E(x_i) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n E(X) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \frac{a}{2} \\ &= \frac{2}{n} n \frac{a}{2} = a \end{aligned}$$

Entonces el estimador por el método de los momentos de esta distribución para el parámetro desconocido a es insesgado.

- 2) Un banco quiere analizar si las comisiones que cobra a sus clientes por operaciones en mercado bursátil difieren significativamente de las que cobra la competencia cuyas comisiones en promedio son de 12 euros. La distribución de las comisiones es Normal con media desconocida y desviación estándar de 4.3 euros. Este banco toma una muestra de 64 operaciones bursátiles y observa que la comisión promedio es de 13.6 euros. Contrasta al nivel de significación

del 5% si este banco no difiere significativamente en el cobro de comisiones con respecto a la competencia.

Soluciones:

Sea $X \sim N(\mu, \sigma = 4.3)$ la variable aleatoria que representa las comisiones que se cobran por operaciones en el mercado bursátil.

Contraste para una media (distribución normal, varianza conocida)

$$H_0: \mu = 12$$

$$H_1: \mu \neq 12$$

Datos muestrales:

$$n = 64$$

$$\bar{x} = 13.6$$

Datos poblacionales:

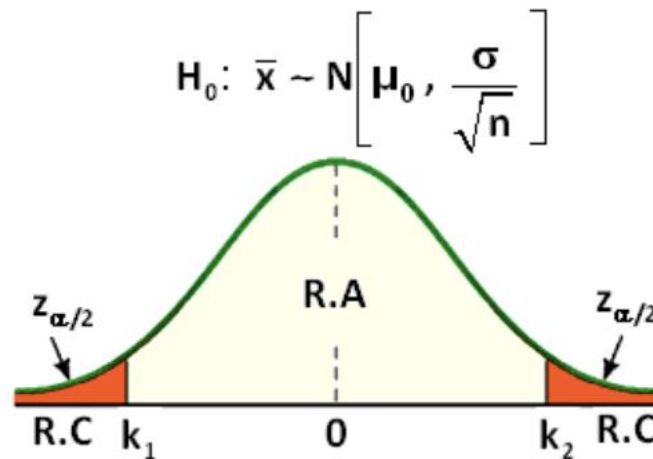
$$\sigma = 4.3$$

$$\alpha = 0.05$$

$$z_{\alpha/2} = 1.96$$

Estadístico de contraste:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{13.6 - 12}{4.3/\sqrt{64}} = \frac{1.6}{0.5375} = 2.98$$



Valores críticos:

$$z_{\alpha/2} = 1.96 \text{ y } -z_{\alpha/2} = -1.96$$

Como $\hat{z} = 2.98 \in \text{Región de Rechazo}$, entonces rechazamos la hipótesis nula y podemos decir que las comisiones que cobra el banco difieren significativamente de las que cobra la competencia.