


Estimativa

Exercício 4.



Calcula el estimador máximo verosímil del parámetro a de la función de densidad, en muestras aleatorias simples de tamaño 2.

$$f(x) = ae^{-ax}, \quad x \geq 0, a > 0$$

Función de Verosimilitud:

$$L(a) = \prod_{i=1}^2 f(x_i) = a \cdot e^{-a \cdot x_1} \cdot a \cdot e^{-a \cdot x_2} = a^2 \cdot e^{-a(x_1 + x_2)}$$

Logaritmos:

$$\begin{aligned} \ell = \ln L &= 2 \cdot \ln(a) + \cancel{\ln e^{-a(x_1 + x_2)}} \\ &= 2 \cdot \ln(a) - a(x_1 + x_2). \end{aligned}$$

Derivata è uguale a zero:

$$\frac{\partial \ell}{\partial a} = \frac{2}{a} - (x_1 + x_2) = 0$$

$$\frac{2}{a} = x_1 + x_2$$

$$a = \frac{2}{x_1 + x_2} = \frac{1}{\bar{x}}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$\hat{a}_{MV} = \frac{1}{\bar{x}}$$