

Regresión Lineal

Ejercicios 4



La siguiente tabla muestra el salario anual para el primer trabajo y la calificación media obtenida durante la licenciatura de 8 personas recién licenciadas escogidas al azar en una Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.

Calificación	5.2	5.8	6.3	7.5	7.8	8.2	8.6	8.8
Salario	1.5	1.6	1.8	2.6	2.7	3	3.1	3.8

- Ajustar el modelo de regresión lineal que explique el salario en función de la calificación.
- Calcular el coeficiente de determinación e interpretar el resultado.
- Obtener un intervalo de confianza al 95% para la pendiente de la recta ajustada, e interpretar el resultado concluyendo si el coeficiente es significativo o no.

$$a) \quad y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X = -1.758 + 0.587 \cdot X.$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = 0.587$$

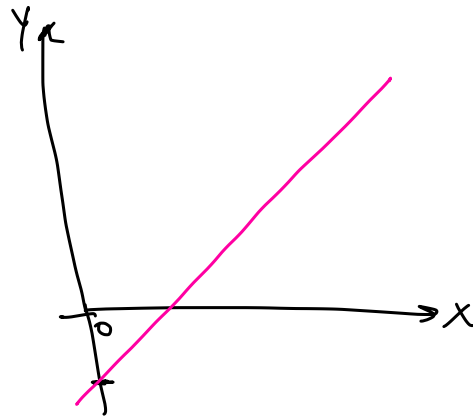
$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \cdot \bar{x} = -1.758.$$

$$\bar{x} = 7.275$$

$$\bar{y} = 2.5125$$

$$S_{xy} = 0.93$$

$$S_x^2 = 1.5825$$



b) $R^2 = (r_{xy})^2 = (0.97)^2 = 0.94$

↓
coef. de
determinación.

→ El modelo explica el
94% de variabilidad.

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{0.93}{1.258 \times 0.762} \approx 0.97.$$

$$S_x^2 = 1.5825 \Rightarrow S_x = \sqrt{S_x^2} = 1.258$$

$$S_y^2 = 0.58 \Rightarrow S_y = \sqrt{S_y^2} = 0.762$$

$$c) IC_{\alpha=0.05}(\beta) = \hat{\beta}_1 \pm t_{n-2; \alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{S_e^2}{(n-1) \cdot S_x^2}}$$

$\hat{\beta}_1 = 0.587$

$n=8$

$S_x^2 = 1.5825$

NC = 95% $\Rightarrow \alpha = 5\% = 0.05$.

varianza residual.

$$S_e^2 = \frac{1}{n-2} \cdot \sum e_i^2$$

e_i : residuos.

valor real de y

valor estimado con el modelo.

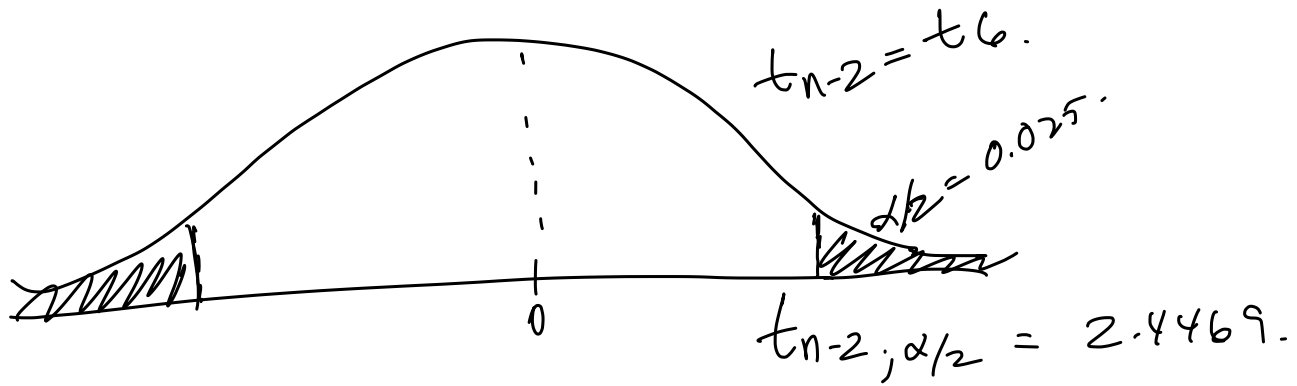
$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

\hat{y}_i	1.2944	1.6466	1.9401	2.6445	2.8206	3.0554	3.2902	3.4076
$e_i^2 = (y_i - \hat{y}_i)^2$	0.0441	0.0025	0.0196	0.0016	0.0144	0.0036	0.0361	0.1521

$$s_e^2 = \frac{1}{n-2} \cdot \sum e_i^2 = \frac{0.274}{8-2} = 0.0457$$

$$IC_{\alpha=0.05}(p_1) = \hat{\beta}_1 \pm t_{n-2; \alpha/2} \sqrt{\frac{s_e^2}{(n-1) \cdot s_x^2}}$$

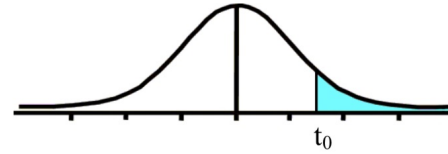
$$= 0.587 \pm 2.4469 \cdot \sqrt{\frac{0.0457}{(8-1) \cdot 1.5825}}$$



$$IC_{\alpha=0.05}(\beta_1) = [0.4298 ; 0.7442]$$

$\nexists IC(\beta_1) \Rightarrow$ el coeficiente β_1 es significativo
 $(\beta_1 \neq 0)$.

Tabla t-Student



Grados de libertad	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3137	12.7062	31.8210	63.6559
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9645	9.9250
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8408
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7765	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9979	3.4995
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	0.6870	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453