1ª EVALUACIÓN PARCIAL – RESOLUCIÓN DE CASOS

FACULTAD:	**Tecnología Informática**		
CARRERA:	**Ingeniería en sistemas**		
ALUMNO/A:	**Elián Carranza**		
SEDE:	**Rosario**	LOCALIZACIÓN:	**Lagos**
ASIGNATURA:	**Cálculo infinitesimal II**		
CURSO:	**A**	TURNO:	**NOCHE**
PROFESOR:	**Berenice Santa Cruz**	FECHA:	**11/05/2020**
TIEMPO DE RESOLUCIÓN:	**1 semana**	EXAMEN PARCIAL NRO:	**1**
MODALIDAD DE RESOLUCIÓN: Virtual		Presencial / Virtual / Escrito / Oral / Individual / Grupal	
RESULTADOS DE APRENDIZAJE:			

Resolver los siguientes ejercicios

Ejercicio 1:

Dada la función $f(x, y, z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$, indicar cuál es el espacio geométrico que describe su dominio, detallando y graficando dicha superficie.

Ejercicio 2:

Dada la siguiente función $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$, realizar los siguientes ítems:

a) Verificar que el $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x, y)$ no existe.

b) Describir las curvas de nivel, para distintos valores de k. (usar 4 k distintos)

c) Considerando $x(t) = \ln t$, $y(t) = t^2$, calcular $\frac{\delta f}{\delta t}(1)$.

Ejercicio 3:

Dada la función $f(x, y) = y^2 + xy + x^2$

a) Hallar la ecuación del plano tangente a $f(x, y) = y^2 + xy + x^2$, en el punto de intersección de la superficie con el eje x

b) Utilizando el punto hallado en ítem a), ¿cuál es la dirección en la que cambia más rápidamente la función y cuál es el valor de la máxima razón de cambio?

¿Cómo evaluaría su desempeño frente a esta propuesta?	La modalidad del examen me pareció correcta, organizada y adecuada a situación que estamos atravesando ya que se nos permite poder seguir aprendiendo y adquiriendo conocimientos.
¿Cuál de estas 3 actividades le gustó más? ¿Y por qué?	La actividad que me gusto más fue la actividad numero 2) ya que a partir de una función se ven las distintas aplicaciones de los temas estudiados.
Elija 1 tema de los dados en la Unidad 1 (Funciones, Límites, Derivadas) **1- Vincular este tema con dos ejemplos de aplicación de la vida real** **2- Armar dos SITUACIONES PROBLEMÁTICAS que puedan resolverse con el tema elegido.** **3- Resolver dichas situaciones.** **4- Preparar una presentación de 10 min explicando los puntos anteriores.**	

Propósito:

Evaluar la capacidad del alumno para conceptualizar los temas dados a través de los casos de aplicación y de la resolución de los ejercicios propuestos.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

- Claridad en el planteo de los casos de la vida real y en las situaciones problemáticas elegidas.
- Claridad en la definición del curso de acción elegido.
- Valoración de los fundamentos que justifica la elección de la solución al problema planteado.

El examen se considerará aprobado con una nota de 4 (cuatro) que se obtendrá con el 60% de las consignas, correctamente desarrolladas.

Guía de Resolución:

- **Para la resolución de ejercicios**

Se deberá desarrollar todos los pasos realizados para obtener cada resultado. Los mismos se pueden hacer en una hoja aparte y adjuntar imágenes en este documento, o bien se pueden escribir en Word.

- **Para los casos de la vida real elegidos**

Se deberá describir cada caso con el mayor detalle posible, haciendo referencia al tema elegido.

- **Para las situaciones problemáticas elegidas**

Se deberá describir cada situación con el mayor detalle posible, y resolver la misma.

También deberán preparar una presentación de no más de 10 minutos para explicar la elección de las situaciones y su respectiva solución aplicando el tema elegido

- **Para las preguntas planteadas**

Se deberá dar un breve análisis de las dificultades encontradas al resolver los ejercicios. Así como también un detalle de las preferencias relativas a la ejercitación.

1)

1° Evaluación Parcial - Resolución de ejercicios

① $f(x,y,z) = \sqrt{1-x^2-y^2-z^2}$

Dominio:

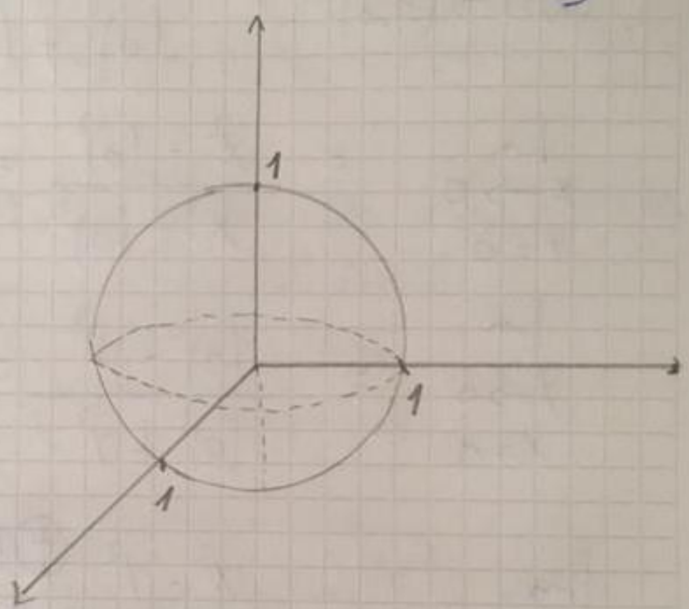
$$Dom_f = \{(x,y,z) \in R^3 / 1-x^2-y^2-z^2 \geq 0\}$$

$$1-x^2-y^2-z^2 = 0$$

$$-x^2-y^2-z^2 = -1$$

$$-(-x^2-y^2-z^2) = 1$$

$$\boxed{x^2+y^2+z^2 = 1}$$



El espacio geometrico indica una superficie esferica con centro en el origen $r(0,0,0)$ y r 1 en R^3.

2) a)

a) $f(x,y) = \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

a) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} = \dfrac{(0)^2 - (0)^2}{(0)^2 + (0)^2} = \dfrac{0}{0} \to$ Indeterminación

$\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y=0}} = \dfrac{x^2 - (0)^2}{x^2 + (0)^2} = \dfrac{x^2}{x^2} = 1 \quad T_1$

$\lim\limits_{\substack{y\to 0 \\ x=0}} = \dfrac{(0)^2 - y^2}{(0)^2 + y^2} = \dfrac{-y^2}{y^2} = -1 \quad T_2$

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ $\nexists$ No existe ya que las trayectorias T_1 y T_2 no coinciden.

2)b)

2) b) $f(x,y) = \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} = k$$

$$x^2 - y^2 = k \cdot (x^2 + y^2)$$

$$x^2 - y^2 = kx^2 + ky^2$$

$$-y^2 - ky^2 = kx^2 - x^2$$

$$y^2(-k-1) = x^2(k-1) \longrightarrow y^2 = \frac{x^2(k-1)}{(-k-1)}$$

$$y = \sqrt{\frac{x^2(k-1)}{(-k-1)}} \longrightarrow k \neq -1$$

$k=0$ $\quad y = \sqrt{\dfrac{x^2 \cdot (0-1)}{(-0-1)}} = \sqrt{\dfrac{-x^2}{-1}} \quad y \pm \left|\dfrac{x}{1}\right|$

$k=2$ $\quad y = \sqrt{\dfrac{x^2 \cdot (2-1)}{(-2-1)}} = \sqrt{\dfrac{x^2}{-3}} = y \pm \left|\dfrac{x}{3}\right|$

$k=3$ $\quad y = \sqrt{\dfrac{x^2 \cdot (3-1)}{(-3-1)}} = \sqrt{\dfrac{2x^2}{-4}} = y \pm \left|\dfrac{2x}{2}\right|$

$k=-2$ $\quad y = \sqrt{\dfrac{x^2(-2-1)}{2-1}} = \sqrt{\dfrac{-3x^2}{1}} = y \pm |3x|$

2) c)

c) $x(t) = \ln t \,,\quad y(t) = t^2 .$

$f(x,y) = \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \qquad x'(t) = \dfrac{1}{t} \qquad y'(t) = 2t$

$$f_x = \frac{2x\cdot(x^2+y^2) - (x^2-y^2)\cdot 2x}{(x^2+y^2)^2}$$

$$f_y = \frac{-2y\cdot(x^2+y^2) - (x^2-y^2)\cdot 2y}{(x^2+y^2)^2}$$

$$f_x \cdot x'(t) + f_y \cdot y'(t)$$

$$\frac{2x\cdot(x^2+y^2) - (x^2-y^2)\cdot 2x}{(x^2+y^2)}\cdot\frac{1}{t} + \frac{-2y\cdot(x^2+y^2) - (x^2-y^2)\cdot 2y}{(x^2+y^2)^2}\cdot 2t$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{2\cdot(\ln t)\cdot\left[(\ln t)^2 + (t^2)^2\right] - \left[(\ln t)^2 - (t^2)^2\right]\cdot 2(\ln t)}{\left[(\ln t)^2 + (t^2)^2\right]^2}\cdot\frac{1}{t} \; +$$

$$\frac{-2(t^2)\cdot\left[(\ln t)^2 + (t^2)^2\right] - \left[(\ln t)^2 - (t^2)\right]\cdot 2(t^2)}{\left[(\ln t)^2 + (t^2)^2\right]}\cdot 2t$$

$1 \; t$

$$\frac{df}{dt}(1) = \frac{2\cdot(0)\cdot\left[(0)^2 + (1)^2\right] - \left[(0)^2 - (1)^2\right]\cdot 2\cdot(0)}{\left[(0)^2 + (1^2)^2\right]}\cdot\frac{1}{1} \; +$$

$$\frac{-2\cdot(1^2)\cdot\left[(0)^2 + (1)^2\right] - \left[(0)^2 - (1)^2\right]\cdot 2\cdot(1)^2}{\left[(0)^2 + (1^2)^2\right]}\cdot 2\cdot 1$$

$$\frac{df}{dt}(1) = \frac{0\cdot[1] - [-1]\cdot 2\cdot 0}{1}\cdot 1 + \frac{-2\cdot[1] - [-1]\cdot 2\cdot 1}{1} = 0 + 0 = \boxed{0}$$

3) a) $z = y^2 + xy + x^2$

Intersección de la superficie con el eje x: $\begin{cases} z = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

$$(0)^2 + x.0 + x^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$\boxed{x = 0}$$

⊕ El punto es: $P(0,0,0)$

- Derivadas parciales

$z_x = y + 2x \qquad z_x(P) = 0$

$z_y = 2y + x \qquad z_y(P) = 0$

Reemplazo los puntos en cada derivada parcial

<u>Ecuación del plano tangente</u>

$$z - z_0 = F_x . (x - x_0) + F_y . (y - y_0)$$

$$z - 0 = 0 . (x - 0) + 0 . (y - 0)$$

$$z = 0$$

b) $F(x,y) . u \qquad P(0,0,0)$

<u>Gradiente de la función</u>: $\nabla f(x,y) = (2x + y \, ; \, 2y + x)$

$$\nabla f(P) = F_x(0,0) ; f_y(0,0) = (0,0)$$

⊕ La función cambia en la direcuón 0,0

<u>Maxima razón de cambio</u>: $F(0,0) = \sqrt{(0)^2 + (0)^2} = 0$

La maxima razón de cambio se da en el valor 0.

El tema elegido de la Unidad 1 es: **Curvas de Nivel.**

1) Los ejemplos de aplicación de las curvas de nivel a la vida real que elegí son:
    a. La impresión 3D.
    b. Mapas topográficos

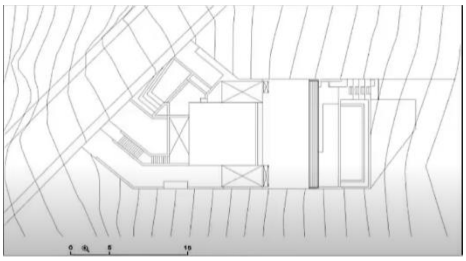
a)

La impresora 3d: Esta máquina se utiliza para **imprimir objetos solidos tridimensionales**, es una tecnología buscada durante años por diversos fabricantes e investigadores que buscaban implementar un método que permita la construcción de los más variados objetos como implantes médicos, piezas de arquitectura y demás elementos en forma sencilla y barata.

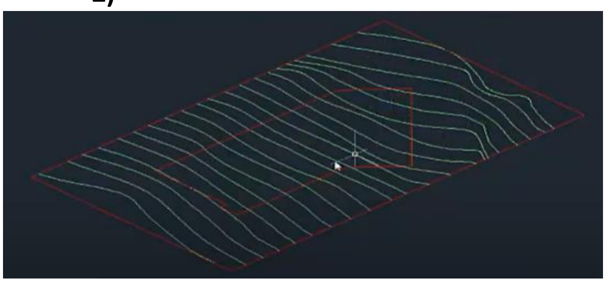
La clave para entender cómo funciona una impresora 3d está en que realiza cuerpos físicos solidos tridimensionales mediante la **adición capa por capa. Funciona mediante 3 ejes: X, Y, Z que son movidos por pequeños motores controlados por la electrónica de la impresora. El material que utiliza la impresora para crear las figuras son filamentos de plástico, los cuales reciben las órdenes para funcionar a partir de software.**

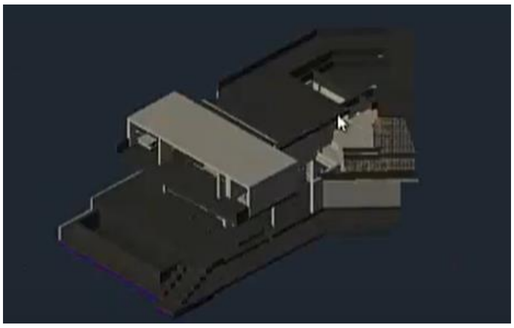
Los modelos en 3D se realizan en softwares informáticos como AUTOCAD o SOLIDWORK los cuales tienen la opción de generar objetos tridimensionales mediante las curvas de nivel. Por lo tanto en caso de querer dibujar, por ejemplo un terreno (como el de la Figura 4) que tenga variaciones en una superficie, lo que se hace es comenzar con el dibujo realizado en un plano (XY) y con el eje z igualado a 0 (como lo demuestra la figura 1), se trazan las distintas curvas de nivel de acuerdo a lo que se quiera modelar, los programas mencionados, mediante las opciones del software, les permite al usuario ir aumentando progresivamente el valor de la altura (Eje z) para lograr la pendiente en la superficie que se requiera y transformarlo en una figura en 3D. (Figura 3).

1)



2)





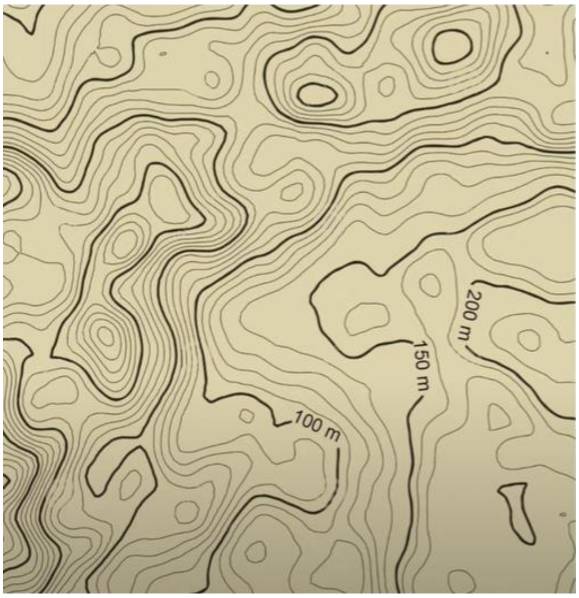
3) **4)**

La impresora 3d recibe los archivos con extensión (.stl) y los procesa entrando en un bucle de repetición hasta completar la construcción de la figura modelada. El tiempo de duración de la construcción dependerá de la velocidad a la que se configure el modelo a realizar y de las dimensiones del mismo.

b)

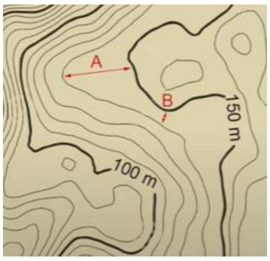
Mapa topográfico: Es una leve representación del relieve de la superficie terrestre a una escala definida. La utilización de colores en los diversos niveles con otros símbolos permite reconocer montañas, valles, ríos y otras características del terreno. También están los planos topográficos que son los que representan gráficamente a una zona determinada y ambos (mapa y plano topográfico) permiten al individuo orientarse y facilitan la medición de distancias. Hay tres conceptos que entender:

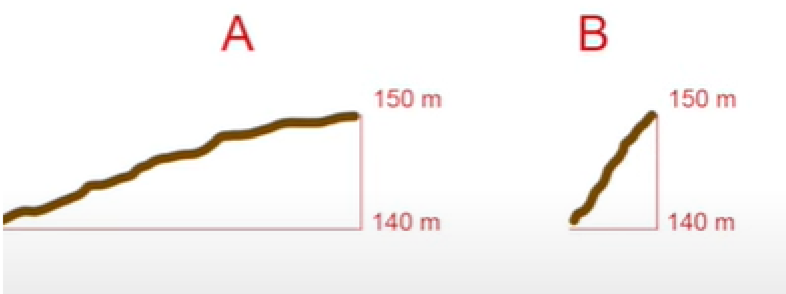
- Las curvas de nivel: Son líneas que se forman por puntos en un plano a una misma altura.
- Las curvas maestras: Que son líneas más gruesas en las que se indica con números la altitud del mar.



Para facilitar la lectura de los planos topográficos, se suelen colocar las distancias entre las curvas de nivel, las cuales suelen aumentar de 10m dependiendo de la **equidistancia.**

Que es la distancia entre dos curvas de nivel adyacente.





Por ejemplo: En el punto A y B las curvas tienen la misma altura, pero la distancia entre esas curvas y la curva maestra determinara la pendiente.

Con todos estos elementos afirmamos que las curvas de nivel sirven para representar la inclinación de un terreno a partir de las distancias entre las otras curvas de nivel.

Situaciones problemáticas.

1) El siguiente problema está vinculado a la demanda de productos y su relación en cuanto a la variación de su precio.
Las respuestas podrían ser tres:
a) Los productos son sustitutos: Ambas demandas aumentan.
b) Los productos sean complementarios: Ambas demandas disminuyen.
c) Entre los productos no haya relación.

¿Cuál es la relación de demanda de cada producto de acuerdo a su precio?

2) Situación Problemática 1

Productos — Precios (x unidad)

X → r

Y → s

Ecuación de demanda

$x = -2r + 3s + 12$

$y = -4s + r + 8$

Evalúo en "X"

$-2r + 3s + 12 = k$ (s, r)

$k = 1 \rightarrow -2r + 3s + 12 = 1$ (1, 7)

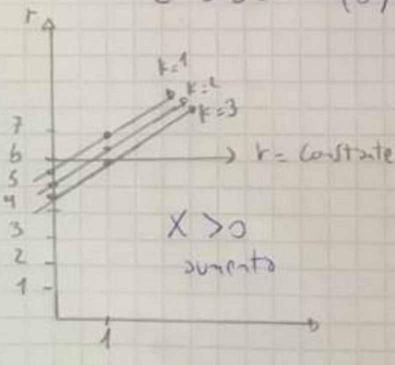
$2r = 3s + 11$ (0, 5.5)

$k = 2 \rightarrow -2r + 3s + 12 = 2$ (1, 6.5)

$2r = 3s + 10$ (0, 5)

$k = 3 \rightarrow -2r + 3s + 12 = 3$ (1, 6)

$2r = 3s$ (0, 4.5)



Evalúo en "Y"

$-4s + r + 8 = k$

$r = -7 + 4s \leftarrow k = 1$

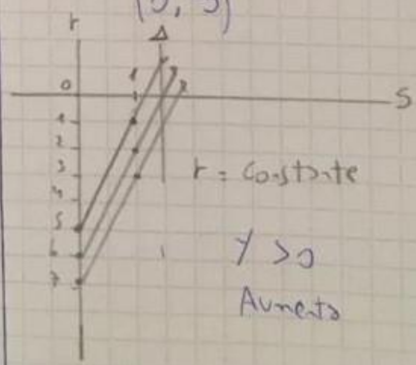
$r = 4s - 6 \leftarrow k = 2$

$r = 4s - 5 \leftarrow k = 3$

Puntos en s/r

k = 1 (1, -3) (0, -7)   k = 2 (1, -3) (0, -6)

k = 3 (1, -1) (0, -5)



En este caso ambas demandan aumentan ya que en un precio constante (r) los valores de k hacen aumentar la relación entre producto y precio. Por lo tanto estos productos evaluados **son sustitutos.**

Situación Problemática 2

Siendo $f(x,y) = \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9}$

Encuentre curvas de nivel para $k = 0, 1, 2, 3$

$\boxed{k=0}$

$f(x,y) = 0$

$\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9}$

Punto $(0,0)$

$\boxed{k=1}$

$$\boxed{1 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}}$$

Elipse a la altura de $z = 1$

$\boxed{k=2}$

$$2 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$$

$$\boxed{1 = \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{18}}$$

Elipse en altura a $z = 2$

$\boxed{k=3}$

$$3 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$$

$$\boxed{1 = \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{27}}$$

Elipse