TAller 2

Transformada de laplace

1) Demuestre si los siguentes sistemas de la forma $y = H(x)$, son sistemas lineales e invariantes en el tiempo (SLIT). (simular en python):

1- $y[n] = x[n]/3 + 2x[n-1] - y[n-1]$

2- $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k]$

3- $y[n] =$ median $(x[n])$; donde median es la funccon mediana sobre una ventana de tamaño 3.

4- $y[t] = Ax(t) + B$; $A, B \in \mathbb{R}$

* 1 Linealidad sistema [1]

Sea $x_1[n] \rightarrow y_1[n]$, y $x_2[n] \rightarrow y_2[n]$, definidas por

$$y_1[n] = \frac{x_1[n]}{3} + 2x_1[n-1] - y_1[n-1]$$

$$y_2[n] = \frac{x_2[n]}{3} + 2x_2[n-1] - y_2[n-1]$$

Se quere probar que:

$$x[n] = ax_1[n] + bx_2[n]$$

$$y[n] = ay_1[n] + by_2[n]$$

Sustituyendo

$$y[n] = \frac{ax_1[n] + bx_2[n]}{3} + 2(ax_1[n-1] + bx_2[n-1])$$

Comparación directa

$$y[n-1] = ay_1[n-1] + by_2[n-1]$$

$$y[n] = ay_1[n] + by_2[n]$$

Se cumple la propiedad de linealidad.

* $x[n-n_0] \rightarrow y[n-n_0]$, entonces:

$$y[n-n_0] = \frac{x[n-n_0]}{3} + 2x[n-n_0-1] - y[n-n_0-1]$$

Como la forma de la ecuación no cambia al desplazar la entrada, se dice que el sistema es invariante en el tiempo

Sistema 2- (Linealidad)

$a\ x[n] = ax_1[n] + bx_2[n]$; $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k]$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} (a^2x_1^2[k] + bx_2[k])^2$$

actorizando se obtiene

$$\sum_{k=-\infty}^{n} (a^2x_1^2[k] + 2abx_1[k] + b^2x_2^2[k]) \neq$$

$$\neq a\Sigma x_1^2 + b\Sigma x_2^2[k]$$

NO Comple la propiedad de linealidad

desplazando $x[n] \rightarrow x[n-n_0]$:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k-n_0] = \sum_{k=-\infty}^{n-n_0} x^2[k] = y[n-n_0]$$

Comple con Invarianza en el tiempo

Como se complen ambas Condiciones

El sistema no es SLIT

3 Sistema 3. $y[n] = \tilde{x}(x[n-1], x_n, x[n+1])$

Linealidad:

Se tiene en Cuenta que la mediana no es una operación lineal, Ej:

$x_1 = [1, 1, 1]$; $\tilde{x} = 1$

$x_2 = [3, 3, 3]$; $\hat{x} = 3$

Pero $0,5 * 1 + 0,5 * 3 = 2$

$x_3 = [0, 5, 100]$ $\tilde{x} = 5$

$x_4 = [0, 6, 100]$ $\tilde{x} = 6$

$x = x_3 + x_4 = [0, 11, 200]$, $\tilde{x} = 11$

Pero no siempre ocurre $\bar{x} \quad + x_4 = 5+6 = 11$ por lo que el comportamiento no es garantizado

No es lineal x

→ Invarianza en el tiempo:

Si se desplaza la señal tambien se desplaza la Ventana

El sistema no es SLIT.

④ Sistema 4 $y(t) = Ax(t) + B$, linealidad

→ Se requiere que

$T\{ax_1(t) + bx_2(t)\} = aT\{x_1(t)\} + bT\{x_2(t)\}$.

Verificación: $T\{x(t)\} = Ax(t) + B$

Entonces:

$T\{ax_1 + bx_2\} = A(ax_1 + bx_2) + B$

Mientras que:

$aT\{x_1\} + bT\{x_2\} = a(Ax_1 + B) + b(Ax_2 + B)$

$= A(ax_1 + bx_2) + (a+b)B$

Solo si $B = 0$

pero si $B \neq 0$

Es lineal cuando $B = 0$

* Invarianza en el tiempo

- Si se desplaza la entrada.

$x(t) \rightarrow x(t-t_0) \Rightarrow y(t) = Ax(t-t_0) + B = y(t-t_0)$

Es variante en el tiempo

pero si $B \neq 0$ no es SLIT