

Sistema Mal Condicionado con b_1

La matriz A y el vector b_1 son:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1.0001 & 1 \\ 1 & 1 & 1.0001 \end{pmatrix}$$
$$b_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3.0001 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Razones del Mal Condicionamiento

1. **Determinante Pequeño:**

Al calcular el determinante de A , podemos ver que es cercano a cero. Esto implica que la matriz A es casi singular. Una matriz con un determinante muy pequeño indica que hay una dependencia lineal entre sus filas (o columnas), lo que significa que las pequeñas variaciones en los datos de entrada pueden resultar en grandes variaciones en la solución.

2. **Dependencia Lineal:**

Observa que las filas de la matriz A son muy similares. Esto significa que una pequeña variación en b_1 (como el cambio de 3 a 3.0001 en el segundo elemento) puede hacer que la solución cambie drásticamente. Esto es porque, dado que las filas de A están muy alineadas, cualquier pequeño cambio en b puede ser "amplificado" en la solución x .

3. **Número de Condición:**

El número de condición de la matriz A se define como:

$$\text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

Un número de condición grande indica que el sistema es mal condicionado. En este caso, debido a la naturaleza de A (casi singular), el número de condición será alto, lo que refuerza la idea de que el sistema es muy sensible a cambios en b .

Comparación con b_2

En contraste, el vector b_2 :

$$b_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

es un vector que no presenta cambios, por lo que la solución correspondiente a b_2 se verá menos afectada. Debido a que b_2 se mantiene constante, la solución será más estable.

Ejemplo Numérico

Si resolvemos ambos sistemas:

- Para b_1 , donde hay un pequeño cambio:

$$Ax = b_1$$

- Para b_2 , donde no hay cambios:

$$Ax = b_2$$

Los resultados de x_1 (solución para b_1) y x_2 (solución para b_2) mostrarán que x_1 variará drásticamente debido a la sensibilidad del sistema, ilustrando que b_1 conduce a un sistema mal condicionado.

Conclusión

El sistema es mal condicionado con b_1 debido a la sensibilidad a pequeños cambios en el vector de entrada, una característica inherente a matrices casi singulares. La variabilidad en la solución es una manifestación clara de este mal condicionamiento.