

Análisis del Convertidor Cuk: Enfoque Basado en Rizo Pequeño y Balance de Energía

Erick Christopher Davalos Gonzalez
Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica
Universidad de Guadalajara
Guadalajara, Jalisco, México
erick.davalos2937@alumnos.udg.mx

Resumen—El análisis del convertidor Cuk se realiza utilizando los métodos analíticos de aproximación de rizo pequeño y el balance de energía voltios-segundos y amperios-segundos de estado estacionario periódico. Se trabajará con un valor límite del rizo pico a pico de 5%. Se deriva la relación de conversión de voltaje del convertidor y se establecen expresiones para calcular los elementos inductivos y capacitivos necesarios para filtrar la señal de salida. Se realiza un análisis espectral para comprobar el filtrado. Además, mediante el uso del software PSIM se validan las ecuaciones analíticas obtenidas.

I. INTRODUCCIÓN

El convertidor Cuk es una configuración de un convertidor DC-DC reconocida por su capacidad de entregar corrientes continuas en ambos lados del circuito, lo que permite una reducción significativa en el rizo, lo que mejora la calidad de la señal y la eficiencia del sistema. A diferencia de otras configuraciones, como los convertidores buck, boost y buck-boost, el convertidor Cuk utiliza un enfoque basado en la transferencia de energía mediante un condensador en serie.

La aproximación de rizo pequeño es un método analítico utilizado en el estudio de convertidores conmutados que permite modelar la dinámica del sistema mediante una linealización alrededor de un punto de operación (estado estacionario). En un convertidor DC-DC en régimen de estado estacionario periódico se puede suponer que las variaciones de voltaje y corriente en los elementos reactivos son pequeñas en comparación con sus valores promedio. Esta suposición nos facilita el análisis y el diseño del convertidor evitando tener que resolver un sistema no lineal.

El balance de energía voltios-segundos para inductores se fundamenta en que, en condiciones de estado estacionario, la integral del voltaje aplicado a un inductor durante un ciclo de conmutación es cero. El cambio neto de corriente en el inductor es nulo al final del ciclo. De modo similar, el balance de energía amperios-segundos en condensadores establece que la integral de la corriente que atraviesa el condensador durante un ciclo completo debe anularse. En ambos casos, el balance se refiere a una compensación neta de energía durante el ciclo, esto no implica que el voltaje del inductor o la corriente del condensador sean cero en algún instante.

Estas herramientas analíticas se utilizan en el estudio del convertidor Cuk porque permiten derivar, de manera sencilla

y precisa, las relaciones de conversión de voltaje y las fórmulas de diseño para los elementos inductivos y capacitivos. Al aplicar el balance de voltios-segundos en los inductores, se determina la relación entre la tensión de entrada, la tensión de salida y el ciclo de trabajo. De manera análoga, el balance de amperios-segundos aplicado al capacitor de acoplamiento permite calcular el rizado de tensión, facilitando el dimensionamiento del condensador de filtrado para lograr una salida de voltaje estable.

II. CASO DE ESTUDIO: CONVERTIDOR CUK

La Figura 1 muestra la configuración del circuito Cuk, mientras que la Figura 2 ilustra los dos estados asumidos del conmutador: conducción y bloqueo. En este convertidor, la transferencia de energía se efectúa a través de un capacitor de acoplamiento, C_1 , diferenciándolo de topologías tradicionales como *buck* o *boost*, donde la transferencia de energía ocurre mediante el interruptor o el diodo.

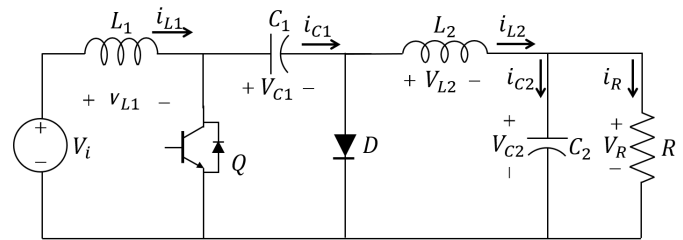


Fig. 1. Configuración del circuito Cuk.

A. Primer Período de Conmutación

En el primer período de conmutación, se asume que los componentes que almacenan energía están inicialmente descargados. Al activar el interruptor (por ejemplo, un IGBT), el inductor L_1 se conecta a la fuente de tensión V_i y comienza a cargarse.

Al desactivar el interruptor, la corriente en L_1 no puede cambiar bruscamente, de modo que la polaridad en L_1 se invierte para mantener la misma dirección de la corriente. Este cambio de polaridad ocasiona que la tensión de la fuente y la del inductor se sumen momentáneamente, transfiriendo energía hacia el capacitor C_1 . Como resultado, en este primer

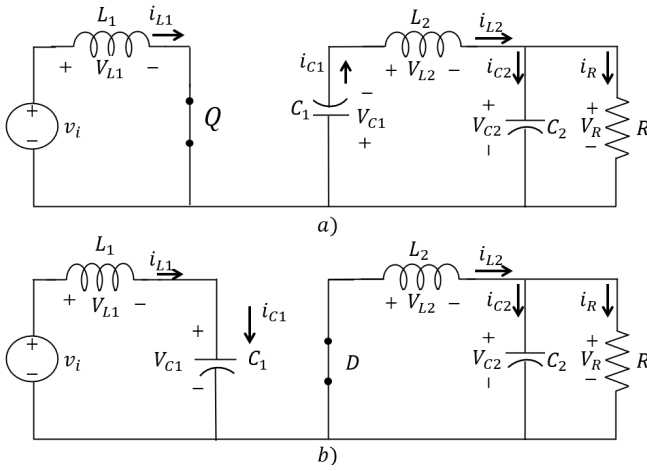


Fig. 2. Estados asumidos; a) conmutador encendido diodo apagado, b) conmutador apagado diodo encendido

período de operación, la carga (R) no recibe energía, dado que la energía se emplea en la carga inicial de C_1 .

B. Estado de Conducción del Interruptor

Durante el intervalo en el cual el interruptor está en conducción, el inductor L_1 se conecta directamente a la fuente de tensión V_i .

Cuando C_1 ya tiene carga suficiente, el interruptor en conducción favorece que L_1 almacene energía y que el capacitor de acoplamiento C_1 se descargue hacia la carga y C_2 , lo que polariza inversamente el diodo y también carga el inductor L_2 .

Durante el intervalo $0 < t \leq DT$, el convertidor presenta:

- **Almacenamiento en L_1 :** Con el interruptor cerrado,

$$V_{L1} = V_i = L_1 \frac{di_{L1}}{dt} \quad (1)$$

- **Descarga de C_1 :** Si C_1 tiene un voltaje v_{C1} no nulo, se descarga intentando mantener su polaridad:

$$I_{C1} = -I_{L2} = -C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} \quad (2)$$

- **Voltaje del Inductor L_2 :**

$$V_{L2} = -V_{C1} - V_{C2} = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} \quad (3)$$

- **Corriente del Capacitor C_2 :**

$$I_{C2} = I_{L2} - I_R = I_{L2} - \frac{V_{C2}}{R} = C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} \quad (4)$$

C. Estado de Bloqueo del Interruptor

Cuando el interruptor se apaga, la inercia de la corriente en L_1 obliga a que el inductor invierta su polaridad (se descargue), lo que carga al capacitor C_1 . El diodo se polariza de forma directa. Esto permite que el inductor L_2 y el capacitor C_2 transfieran energía hacia la carga. La conmutación entre los estados del circuito después del primer periodo hace que el voltaje en la carga sea constante pero con polaridad inversa.

Durante el intervalo $DT < t \leq T$:

- **Almacenamiento en L_1 :** Con el interruptor abierto,

$$V_{L1} = V_i - V_{C1} = L_1 \frac{di_{L1}}{dt} \quad (5)$$

- **Carga de C_1 :** Al apagar el interruptor, la tensión en L_1 se invierte, transfiriendo la energía acumulada en el inductor hacia C_1 .

$$I_{C1} = I_{L1} = C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} \quad (6)$$

- **Voltaje del Inductor L_2 :**

$$V_{L2} = -V_{C2} = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} \quad (7)$$

- **Corriente del Capacitor C_2 :**

$$I_{C2} = I_{L2} - I_R = I_{L2} - \frac{V_{C2}}{R} = C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} \quad (8)$$

D. Relación de conversión de voltaje del convertidor Cuk a partir del estado estacionario periódico

El principio de equilibrio de voltios-segundo establece que el voltaje promedio a través de los inductores en estado estable es igual a cero (ecuación 9). Aplicando este principio al inductor L_1 , obtenemos la ecuación 10:

$$\int_0^T v_{L1} dt = 0 \quad (9)$$

$$\int_0^{DT} v_{L1}(t) dt + \int_{DT}^T v_{L1}(t) dt = 0 \quad (10)$$

Con las ecuaciones 1 y 5, obtenemos:

$$DV_i - (1 - D)(V_i - V_{C1}) = 0 \quad (11)$$

Aplicando este principio ahora para el inductor L_2 , obtenemos:

$$\int_0^{DT} v_{L2}(t) dt + \int_{DT}^T v_{L2}(t) dt = 0 \quad (12)$$

De las ecuaciones 3 y 7, obtenemos:

$$D(V_{C1} + V_{C2}) - (1 - D)(-V_{C2}) = 0 \quad (13)$$

Despejamos V_{C1} de la ecuación 11 quedando la expresión 14, y sustituimos en 13 para obtener la ecuación 15 y hacemos $D' = (1 - D)$ para simplificar la formulación.

$$V_{C1} = \frac{V_i(D + D')}{D'} \quad (14)$$

Por lo tanto, la ganancia de voltaje de entrada a salida DC del convertidor es:

$$\frac{V_R}{V_i} = -\frac{D}{D'} = -\frac{D}{1 - D} \quad (15)$$

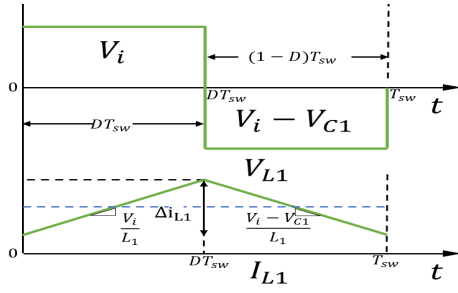


Fig. 3. Forma de onda voltaje y corriente L_1

III. ECUACIONES DE PARÁMETROS DE FILTRADO MEDIANTE LA APROXIMACIÓN DE RIZO-PEQUEÑO

Analizando la forma de onda de V_{L1} en la figura 3 podemos obtener la expresión para el Δi_{L1} , y obtener la ecuación para calcular L_1 , donde:

$$\Delta i_{L1} = \frac{V_i D T_{ws}}{L_1} \implies L_1 = \frac{V_i D}{\Delta i_{L1} f_{ws}} \quad (16)$$

La figura 4 representa las formas de onda de las

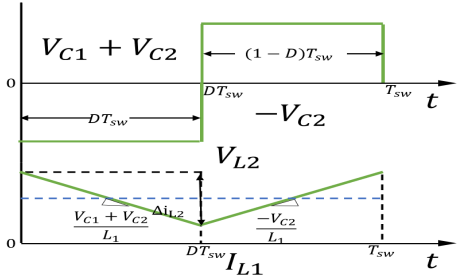


Fig. 4. Forma de onda voltaje y corriente L_2

corrientes y voltaje de L_2 , y al igual que el L_1 se obtiene la ecuación para el cálculo de L_2

$$\Delta i_{L2} = \frac{-V_{C2}(1-D)T_{ws}}{L_2} \implies L_2 = \frac{-V_R(1-D)}{\Delta i_{L2} f_{ws}} \quad (17)$$

Podemos expresar la ecuación 17 en función del voltaje de entrada, quedando:

$$L_2 = \frac{V_i D}{\Delta i_{L2} f_{ws}} \quad (18)$$

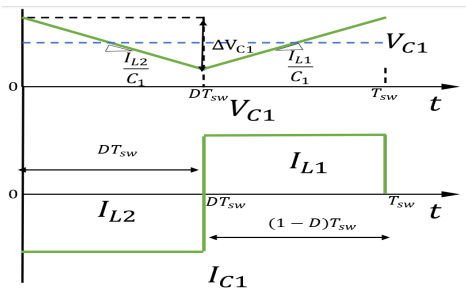


Fig. 5. Forma de onda voltaje y corriente C_1

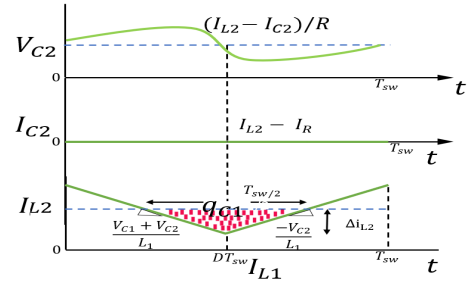


Fig. 6. Forma de onda voltaje y corriente C_1

Despreciando la corriente de rizado del inductor L_2 , el rizado en el voltaje del capacitor en $t = DT$ es:

$$\Delta v_{C1} = \frac{I_{L2} D T_{ws}}{C_1} \quad (19)$$

De la ecuación 19 despejamos para obtener el valor de C_1 , ecuación 20, quedando en función del rizo de Voltaje y de la frecuencia de conmutación y haciendo $I_{L2} = V_{out}/R$.

$$C_1 = \frac{V_{out} D}{\Delta v_{C1} f_{ws} R} \quad (20)$$

En el caso del Capacitor 2 podemos ver en la figura 6 que el análisis de rizo pequeño no obtenemos su expresión. Se utiliza la carga eléctrica del condensador, asumiendo que el rizo de i_{L2} fluye a través del capacitor. Utilizando las ecuaciones 21 y 22 se encuentra la ecuación 23 para la Δv_{C2}

$$q = C_2(\Delta v_{C2}) \quad (21)$$

$$q = \frac{1}{2} \Delta i_{L2} T_{ws} = \frac{T_{ws}}{2} \quad (22)$$

$$\Delta v_{C2} = \frac{\Delta i_{L2} T_{ws}}{4 C_2} \implies C_2 = \frac{\Delta i_{L2}}{4 \Delta v_{C2} f_{ws}} \quad (23)$$

A. Calculo de parámetros del circuito

Utilizando las ecuaciones calculadas en el epígrafe anterior, se diseña el convertidor Cuk de forma que el rizo pico a pico, tanto del voltaje como de la corriente en la salida, no sobrepasen el 5%. Los valores propuestos y calculados se muestran en la tabla I.

TABLA I
PARÁMETROS DEL CONVERTIDOR CUK - RIZO PEQUEÑO

Parametro	Valor
Voltaje de Entrada	12 V
Voltaje de Salida	-18 V
Potencia de Salida	40 W
Frec. Conmutación	50 kHz
Ciclo de Trabajo	60%
Capacitor (C_1)	30 μ F
Capacitor (C_2)	0.31 μ F
Inductor (L_1)	0.86 mH
Inductor (L_2)	1.30 mH
Carga (R)	8.1 Ω

IV. SIMULACIÓN EN PSIM

Mediante el uso del software PSIM se simuló el circuito analizado y se obtuvieron las siguientes gráficas para su comparación con las ecuaciones calculadas anteriormente.

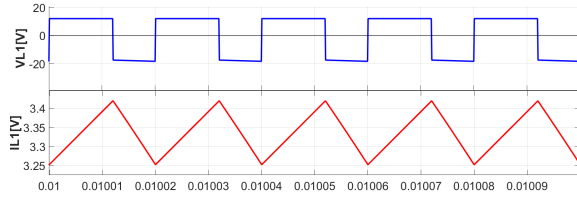


Fig. 7. Formas de onda del inductor 1

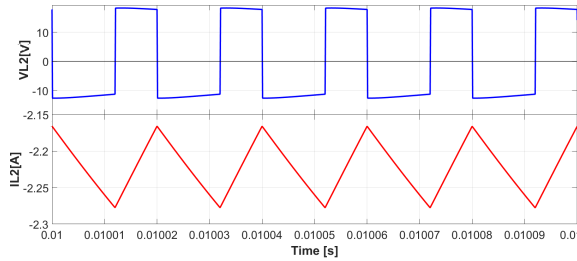


Fig. 8. Formas de onda del inductor 2

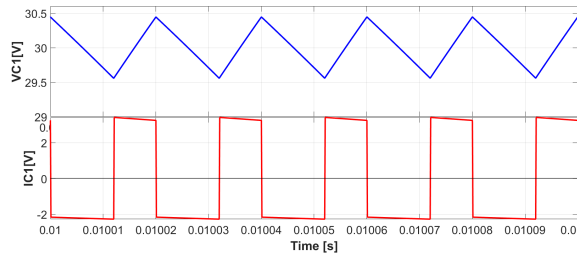


Fig. 9. Formas de onda del capacitor 1

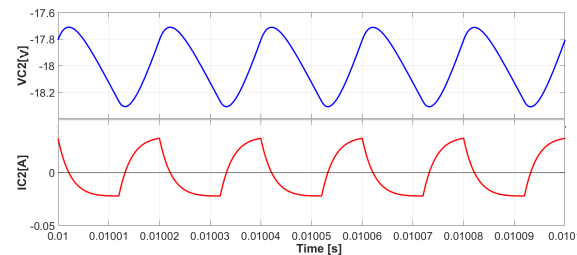


Fig. 10. Formas de onda del capacitor 2

Las figuras de la 7 a la 10 observamos las formas de onda de los componentes de filtrado del circuito. Comparando estos resultados con los obtenidos mediante la aproximación de rizo pequeño, valida que el uso de este análisis simplificado es lo suficientemente efectivo para predecir la respuesta del sistema.

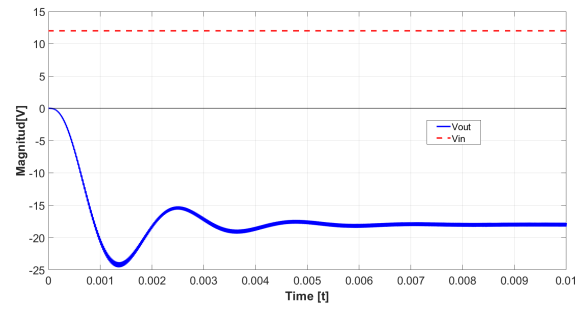


Fig. 11. Formas de onda de los voltajes de entrada y salida del circuito

La figura 11 muestra la señal de entrada y salida del circuito Cuk. Los voltajes de entrada y salida son de polaridad contraria, coincidiendo con el análisis realizado en los estados asumidos. La señal se estabiliza aproximadamente a los 8 milisegundos y su rizado cumple con el criterio establecido de ser menor al 5%.

Como medida de calidad de la señal de salida obtenida, se calculó su distorsión armónica total (THD), en la cual tomamos como nuestra frecuencia fundamental la 0, que es la componente promedio. El resultado nos arroja un 1.64%

V. CONCLUSIONES

El análisis del convertidor Cuk, realizado mediante métodos analíticos como la aproximación de rizo pequeño y el balance de energía, ha demostrado ser efectivo para modelar y diseñar este tipo de convertidor DC-DC. Los resultados obtenidos indican que el convertidor puede operar con un rizo pico a pico limitado al 5%, lo que mejora significativamente la calidad de la señal de salida y la eficiencia del sistema.

Se observó que el capacitor C_1 tiene la función de transferir energía y permite una corriente de entrada continua. Para la elección de este elemento hay que tener en consideración la alta corriente ondulatoria que circula a través de él. Así, para el conmutador, por el cual activarse conduce a una alta corriente de pico, proporcionada por las corrientes de ambos inductores. La simulación realizada en el software PSIM validó las ecuaciones analíticas, mostrando que las formas de onda de voltaje y corriente en los inductores y capacitores se alinean con las ecuaciones obtenidas mediante la aproximación de rizo pequeño.

Además, el cálculo de los parámetros del circuito, que incluyó inductores y capacitores, se realizó de manera que garantizara un rendimiento aceptable del convertidor, con valores específicos como un voltaje de entrada de 12 V y un voltaje de salida de -18 V. La distorsión armónica total (THD) de la señal de salida fue de solo 1.64%, lo que indica una buena calidad en la conversión de energía.

REFERENCIAS

- [1] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins, Power Electronics: Converters, Applications, and Design, 3rd ed. John Wiley Sons, Inc., 2002.