Sujet 1

Questions de cours :

1. Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes.
   Ecrire la définition de l'indépendance de X et Y.

2. Soit X une variable aléatoire discrète.
   Ecrire la formule de transfert pour calculer E(X(X-1).
   Ecrire la formule de Koenig Huygens.

Exercice 1 :

Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes suivant une loi de Bernoulli de même paramètre p.
On note U = X + Y et V = X − Y .

1. Déterminer la loi de U puis la loi de V.
2. Déterminer la loi du couple (U, V).
3. Les deux variables U et V sont-elles indépendantes ?

Exercice 2 :

Soit n ∈ N*. Soit X une variable aléatoire discrète avec X(Ω) = [[1 ; n]].

1. Soit k un entier, 0 ≤ k ≤ n. Exprimer l'évènement [X = k] en fonction des évènements [X > k] et [X > k – 1].

2. Montrer que E(X) = $\sum_{k=0}^{n-1} P([X > k])$.

Sujet 2

Question de cours :

Calculer la fonction de répartition de la loi géométrique $G(p)$. Donner son espérance.

Exercice :

On considère deux variables X et Y telles que $X(\Omega) = Y(\Omega) = \{1 ; 2 ; \ldots ; n\}$ et

$P([X = i] \cap [Y = j]) = a \times i \times j$.

1. Déterminer la valeur de la constante a.
2. Déterminer la loi et l'espérance de X.
3. Déterminer la loi de Y.
4. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?
5. Déterminer $P([X = Y])$
6. Soit $U = \mathrm{manx}(X, Y)$. Calculer la loi de U.

Sujet 3

Questions de cours :

1. On lance deux dés à *n* faces.
   Quelle est la probabilité qu'ils tombent sur la même face ?
2. Soit X une variable aléatoire discrète.
   Ecrire la formule de transfert pour calculer E(X(X-1).
   Ecrire la formule de Koenig Huygens.

Exercice 1 :

Soit n $\in$ N*. Soit X une variable aléatoire discrète avec X(Ω) = [[1 ; n]].

1. Soit k un entier, $0 \leq k \leq n$. Exprimer l'évènement [X = k] en fonction des évènements [X > k] et [X > k – 1].
2. Montrer que E(X) = $\sum_{k=0}^{n-1} P([X > k])$

Exercice 2 :

Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes suivant une loi géométrique de même paramètre p. On note U = max(X,Y) et V = min(X,Y)

1. Déterminer la loi de U.
2. Déterminer la loi de V ?
3. Calculer l'espérance de U.
4. Déterminer E(V)
5. Exprimer U + V en fonction de X et Y. Proposer alors un autre calcul pour déterminer l'espérance de V.