1 Généralités sur les fonctions numériques

1.1 Vocabulaire

→ **Domaine de définition** Notion d'intervalle de $\mathbb{R}$

→ **Sens de variation** fonction (strictement) (dé-)croissante, monotone

→ **Limites** En un point, à droite ou à gauche, en $\pm\infty$. Asymptotes horizontales/verticales.

→ **Notation de Landau** On note $o(1)$ pour « quelque chose qui tend vers 0 » (en $x_0, \pm\infty$)

1.2 « Calculus »

→ **Continuité** en un point : $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$, écriture $f(x_0 + o(1)) = f(x_0) + o(1)$.

→ **Dérivabilité :** équation de tangente, écriture $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + o(x - x_0)$.

→ **Justification de routine :** Continuité, dérivation de $\lambda u + \mu v$, uv, $u \circ v$, $u^v = \mathrm{e}^{v \ln(u)}$ fonctions usuelles.

→ **Fonctions de classe $\mathcal{C}^p$** : justification, convexité, tangentes d'inflexion.

1.3 Continuité, dérivabilité et variations

→ **Théorème des valeurs intermédiaires :** Une fonction **continue** qui change de signe **sur un intervalle** s'annule.

→ **Inégalité des accroissements finis,** signe de la dérivée $\rightsquigarrow$ sens de var. **sur un intervalle**

→ **Obtention d'inégalités** par études de fonctions

→ **Théorème de la bijection**

2 Suites numériques

2.1 Généralités

→ **Sens de variations** Critère $u_{n+1} - u_n$ et $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ (mais attention aux signes !)

→ **Notion de bornes, de limites** Formes indéterminées

→ **Suites de références** Arithmétiques, géométriques, arith-géométriques, leurs limites

→ **Théorème du point fixe** Pour (u_n) définie par $u_{n+1} = f(u_n)$, avec f continue, **si** (u_n) converge, c'est vers un point fixe de f : $f(\ell) = \ell$. Étude graphique.

2.2 Les 3 critères de convergence

→ **Théorème de la limite monotone :** une suite croissante majorée converge. Suites $\nearrow$ non majorées.

→ **Théorème d'encadrement** (*théorème des gendarmes*). Version $|u_n - \ell| \leqslant \epsilon_n \to 0$.

→ **Théorème des suites adjacentes.** Exemple de l'algorithme de dichotomie : résolution approchée de $f(x) = 0$.