1 Modélisation d'une expérience aléatoire

→ **Vocabulaire**

L'univers Ω est l'ensemble des issues ω *(une issue décrit **complètement** le résultat de l'expér.)*

Evénement $A \subset \Omega$ *(condition qui peut être satisfaite ou pas)*, sa **probabilité** *(ne pas confondre !)*

Équiprobabilité : formule $\mathbb{P}(A) = \dfrac{\text{nb d'issues favorables}}{\text{nb d'issues possibles}} = \dfrac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$.

→ **Exemples de problèmes de dénombrement :**

$\star$) *Produit cartésien : (ensemble rectangulaire)* $\sharp(X \times Y) = \sharp X \times \sharp Y$.

$\star$) *Tirage sans remise :* de k objets parmi n

Modèle des **combinaisons** sans ordre $C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$

Modèle des **arrangements** avec ordre $A_n^k = \binom{n}{k} \times k! = n(n-1)\dots(n-k+1)$

$\star$) *Techniques :* Passage à l'événement contraire

Décomposition en réunion disjointe *(formule des probabilités totales)*

Présentation en arbre *(formule des probabilités composées)*

2 Lois d'un couple aléatoire discret

→ **Loi d'une variable** aléatoire discrète X en ligne :

$x \in X(\Omega)$	x_1	x_2	$\dots$	x_i	$\dots$	x_n
$\mathbb{P}(X = x)$	p_1	p_2	$\dots$	p_i	$\dots$	p_n

$\star$) *Espérance et variance :* $\mathbb{E}[X] = \sum_{i \in I} x_i p_i$

$\star$) *Probabilité d'un événement :* $E = \{X \in A\}$, formule $\mathbb{P}(E) = \sum_{x \in A} \mathbb{P}(X = x)$.

→ **Couple de variables aléatoires** Notation $V = (X, Y)$ *(c'est un vecteur aléatoire)*

X et Y sont les **variables marginales** *(composantes)*

→ **Loi conjointe** d'un couple, écriture en tableau à double entrée

$X \downarrow \quad \underset{\rightarrow}{Y}$	y_1	y_2	$\dots$	y_j	$\dots$	y_m	Loi de X
x_1	p_{11}	p_{12}	$\dots$	p_{1j}	$\dots$	p_{1m}	$p_{1.}$
x_2	p_{21}	p_{22}	$\dots$	p_{2j}	$\dots$	p_{2m}	$p_{2.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
x_i	p_{i1}	p_{i2}	$\dots$	p_{ij}	$\dots$	p_{im}	$p_{i.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
x_n	p_{n1}	p_{n2}	$\dots$	p_{nj}	$\dots$	p_{nm}	$p_{n.}$
Loi de Y	$p_{.1}$	$p_{.2}$	$\dots$	$p_{.j}$	$\dots$	$p_{.m}$	1

(Savoir lire le tableau et calculer des probabilités à partir de celui-ci)

→ **Loi marginale** obtention depuis la loi conjointe en sommant les lignes ou les colonnes

→ **Loi conditionnelle** on extrait une ligne *(ou une colonne)* du tableau,

on divise par la probabilité marginale associée

(On peut aussi obtenir la loi conjointe en partant des conditionnelles)

→ **Notion de variables indépendantes** :

X et Y sont **indépendantes** si : *(La loi conjointe est alors le produit des lois marginales)*

$$\forall (x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega) : \ \mathbb{P}(X = x, Y = y) = \mathbb{P}(X = x) \times \mathbb{P}(Y = y)$$