

Remise en route : fonctions et intégrales

Pratique de la dérivation

- ▶ **Domaines de définition** recherche de « valeurs interdites », composabilité
- ▶ **Formules de dérivation** (*not* « chain rule ») $(e^u)' = u' e^u$, $(u^n)' = nu' u^{n-1}$, $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$
- ▶ **Classe des fonctions numériques** $\mathcal{C}^0, \mathcal{C}^1, \mathcal{C}^2, \dots, \mathcal{C}^\infty$
 - ★) *Définition* : (on n'oublie pas que $f^{(n)}$ doit être continue !)
 - ★) *Justifications de routine* : Fonctions de référence et opérations usuelles
 - ★) *Calculs simples de dérivées successives* : par récurrence

Études de fonctions

- ▶ **Tableaux de variations** Recherche d'extrema, et application aux inégalités
 - ▶ **Représentations graphiques de fonctions simples**
- On commence par tracer
- ▶ des tangentes bien choisies (*horizontales, d'inflexion, en 0 ...*)
 - ▶ les asymptotes
- ▶ **Vocabulaire des limites** (*on en reparlera un peu plus tard cette année*)
 - ★) *Problèmes de recollement* : étude de continuité de fonctions définies « par des cas »
 - ★) *Formes indéterminées* : notamment : taux d'accroissement et nombre dérivé
 - ★) *Croissances comparées* : principe et applications directes
 - ▶ **Théorème des valeurs intermédiaires** savoir l'illustrer graphiquement (*voir fiche-TD*)
 - ▶ **Théorème de la bijection**
- interprétation en terme d'équation numérique $f(x) = y_0$ (\rightsquigarrow *existence et unicité de la solution*)

Pratique de la démonstration par récurrence

- ▶ **Énoncé de l'hypothèse de récurrence**
- Pour $n \in \mathbb{N}$, on considère l'hypothèse de récurrence : (*énoncé de l'hyp. de rec.*) (H_n)
- ▶ **Initialisation**
- On vérifie que l'on a bien (H_0) (*le plus souvent, c'est une formalité*)
- ▶ **Hérédité**
- Soit $n \in \mathbb{N}$ un entier (*fixé!*)
- On suppose (H_n) et on montre (H_{n+1}).
- ▶ **Conclusion**
- L'hypothèse de récurrence (H_n) est **initialisée** et **héréditaire**.
- Par récurrence, on a donc : $\forall n \in \mathbb{N}$, (*énoncé de l'hyp. de rec.*) (H_n)

Pratique de l'intégration

- ▶ **Intégrale d'une fonction continue sur un segment**
- Interprétation comme une aire, calcul par primitivation
- ▶ **Intégration par parties** pour u, v de classe \mathcal{C}^1 : $\int_a^b u'v = [uv]_a^b - \int_a^b uv'$
 - ▶ **Majoration, minoration, signe d'une intégrale** par l'étude de la fonction intégrée.