

1 Variables à densité usuelles

Pour chacune des lois au programme il faut connaître et (*le cas échéant*) savoir retrouver :

- ▶ les paramètres qui interviennent,
- ▶ la densité f_X ,
- ▶ la fonction de répartition $F_X : x \mapsto \mathbb{P}(X \leq x)$, (*et d'anti-* $\mathbb{P}(X > x) = 1 - F_X(x)$)
- ▶ l'espérance $\mathbb{E}[X]$, moment d'ordre 2 $\mathbb{E}[X^2]$,
- ▶ la variance $\text{Var}(X)$ (*par Kœnig-Huygens*).

Lois usuelles au programme

Loi	uniforme	exponentielle	normale
Notation	$\mathcal{U}[a; b]$	$\mathcal{E}(\lambda)$	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
(<i>référence</i>)	$\mathcal{U}[0; 1]$	$\mathcal{E}(1)$	$\mathcal{N}(0, 1)$

Exemples usuels d'intervalles de fluctuation à 95%.

2 Formule de transfert pour l'espérance

- ▶ **Contexte** On part d'une *v.a.* X connue (*par sa densité* f_X)
- ▶ **Objet** On s'intéresse à une nouvelle *va* $Y = \varphi(X)$ exprimée en fonction de X
- ▶ **Formule** $\mathbb{E}[Y] = \mathbb{E}[\varphi(X)] = \int \varphi(x) f_X(x) dx$. (*sous réserve de convergence absolue*)
- ▶ **Précaution** on intègre sur un intervalle « qui fait sens » (**p.ex.** sur \mathbb{R}_+^* pour $Y = \ln(X) \dots$)
- ▶ **Exemple des moments** $m_n(X) = \mathbb{E}[X^n] = \int x^n f_X(x) dx$ est le moment d'ordre n de X

3 Vocabulaire de la répartition

- ▶ **Quantiles usuels** min, max, médiane, quartiles, déciles, centiles
- ▶ **Avec la *fdr*** Recherche de quantiles par résolution de $F_X(x) = p$
($p = 50\%$, pour la médiane, 90% pour D_9)
- ▶ **Fonction « quantiles »** c'est la **bijection réciproque** de la fonction de répartition
- ▶ **Exemple explicite** de la loi exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$.

4 Exemples simples de problèmes de transfert en loi

- ▶ **Objectif** On s'intéresse cette fois à la **loi** de $Y = \varphi(X)$.
- ▶ **Cas le plus simple** pour φ **bijection croissante** (*notamment* $\varphi = \exp$)
- ▶ **Méthode**
 1. On traduit la fonction de répartition de Y en termes de celle de X .
 2. On en déduit la fonction densité de Y en dérivant sa *fdr*.
- ▶ **Interprétation** du transfert en loi en termes de quantiles
(*formulation pas exactement au programme*)