1 Covariance d'un couple de variables aléatoires

- **Linéarité de l'espérance**
  (sous rés. de cv.) $\mathbb{E}[aX+bY] = a\,\mathbb{E}[X] + b\,\mathbb{E}[Y]$ où $a, b \in \mathbb{R}$ *(constantes déterministes)*
- **Espérance du produit indépendant**
  Si X, Y sont indépendantes, alors *(sous réserve de convergence)* $\mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}[X]\,\mathbb{E}[X]$.
- **Notion de variance**

Par définition :	$\mathrm{Var}(X) = \mathbb{E}\left[(X-\mathbb{E}[X])^2\right]$
Kœnig-Huygens :	$\mathrm{Var}(X) = \mathbb{E}\left[X^2\right] - (\mathbb{E}[X])^2$.
Écart-type :	$\sigma(X) = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$
Homogénéité :	$\mathrm{Var}(\lambda X) = \lambda^2\,\mathrm{Var}(X)$, $\sigma(\lambda X) = \lvert\lambda\rvert\sigma(X)$, pour $\lambda \in \mathbb{R}$.

- **Notion de covariance**

Par définition :	$\mathrm{Cov}(X,Y) = \mathbb{E}\left[(X-\mathbb{E}[X])(Y-\mathbb{E}[Y])\right]$
Kœnig-Huygens :	$\mathrm{Cov}(X,Y) = \mathbb{E}\left[XY\right] - \mathbb{E}[X]\,\mathbb{E}[Y]$
Lien à la variance :	$\mathrm{Cov}(X,X) = \mathrm{Var}(X)$
Bilinéarité-symétrie	« mêmes règles de calcul pour $\mathrm{Cov}(X,Y)$ que pour xy ».
Décorrélation	X, Y sont **décorrélées** si $\mathrm{Cov}(X,Y) = 0$

Deux variables **indépendantes** sont **décorrélées** *(décorrélation = « indépendance en moyenne »)*

- **Corrélation linéaire, principe de la régression linéaire**

Coefficient de corrélation linéaire	$\rho(X,Y) = \frac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$
Cauchy-Schwarz	$-1 \leqslant \rho(X,Y) \leqslant 1$.
Corrélation totale : pour $\rho(X,Y) = \pm 1$,	alors on peut écrire $Y = aX + b$, où $a, b \in \mathbb{R}$.
Principe de la régression linéaire	On minimise le trinôme $T(\lambda) = \mathrm{Var}(Y - \lambda X)$,
(aux limites du programme ECE)	où X est la variable explicative Y est la variable expliquée

2 Un peu d'algèbre linéaire

- **Pratique du pivot de Gauss**

Système linéaire	système homogène associé, second membre générique
Matrice du système	matrice augmentée
Conclusion de la résolution	Notion de système compatible, de condition de compatibilité

- **Application à l'inversion d'une matrice carrée**
- **Notion d'espace vectoriel**
  C'est un ensemble E dont les éléments sont des « vecteurs » $\overrightarrow{u} \in E$:
  - Il y a un « vecteur nul » $\overrightarrow{0}$.
  - On peut y faire des **combinaisons linéaires** de $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}$: $\lambda\overrightarrow{u} + \mu\overrightarrow{v}$.
  - …avec les règles de calcul usuelles sur les combinaisons linéaires
- **Savoir reconnaître le vocabulaire** sur les exemples au programme :
  - ⊛ Les espaces cartésiens $\mathbb{R}^n$
  - ⊛ Les espaces de matrices $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$
  - ⊛ Les espaces de polynômes $\mathbb{R}[X]$, $\mathbb{R}_n[X]$
  - ⊛ L'espace des applications $\mathcal{F}(D, \mathbb{R})$, où $D \subseteq \mathbb{R}$.
  - ⊛ L'espace des suites réelles $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$.