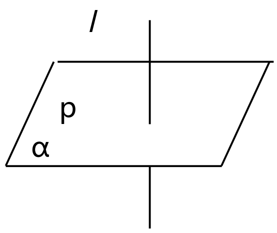
# 直线、平面垂直的判定及其性质

## ◆ 知识梳理

### 一、直线与平面垂直的判定

1、定义

如果直线 *l* 与平面 α 内的任意一条直线都垂直，我们就说直线 *l* 与平面 α 互相垂直，记作 $l\perp\alpha$，直线 L 叫做平面 α 的垂线，平面 α 叫做直线 *l* 的垂面。如图，直线与平面垂直时，它们唯一公共点 P 叫做垂足。



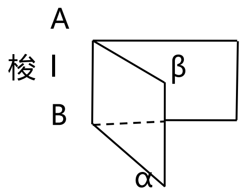

2、判定定理：**一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直。**

注意点： a)定理中的“两条相交直线”这一条件不可忽视；

b)定理体现了“直线与平面垂直”与“直线与直线垂直”互相转化的数学思想。

### 二、 平面与平面垂直的判定

1、二面角的概念：表示从空间一直线出发的两个半平面所组成的图形




2、二面角的记法：二面角 α-*l*-β 或 α-AB-β

3、两个平面互相垂直的判定定理：**一个平面过另一个平面的垂线，则这两个平面垂直。**

### 三、 直线与平面、平面与平面垂直的性质

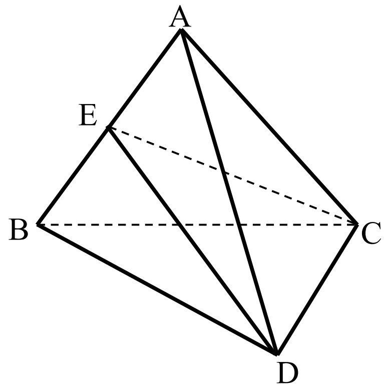
1、定理：垂直于同一个平面的两条直线平行。

2 性质定理： 两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直。

# 分版块专项复习高二

## ◆ 经典习题

1. 如图，已知空间四边形 $ABCD$ 中，$BC=AC,AD=BD$，$E$ 是 $AB$ 的中点。求证：（1）$AB\perp$ 平面 CDE;（2）平面 $CDE\perp$ 平面 $ABC$。




2. 如图 2 所示，已知 $PA$ 垂直于圆 O 在平面，$AB$ 是圆 O 的直径，$C$ 是圆 O 的圆周上异于 $A$、$B$ 的任意一点，且 $PA=AC$，点 $E$ 是线段 $PC$ 的中点.求证：$AE\perp$ 平面 $PBC$.

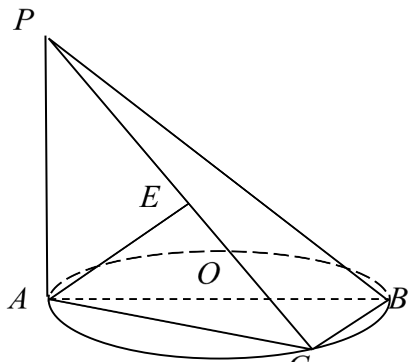
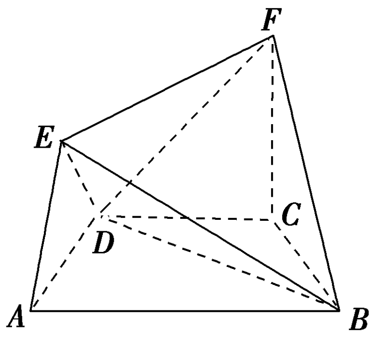
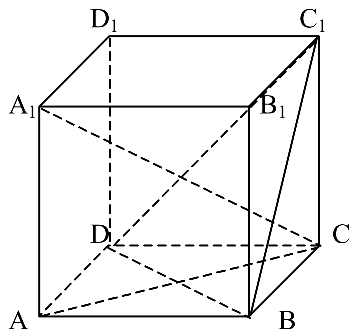


图 2

3. 在如图所示的几何体中，四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，$AB\parallel CD$，$\angle DAB=60°$，$AE\perp BD$，$CB=CD=CF$. 求证：$BD\perp$ 平面 $AED$



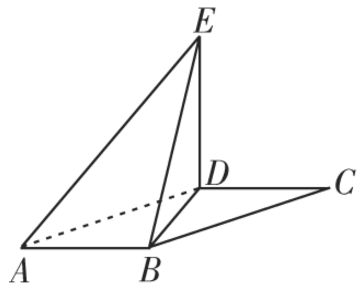
4. 证明：在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$A_1C\perp$ 平面 $BC_1D$




5. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle DAB=60°$，$AB=2$，$AD=4$.将△$CBD$ 沿 $BD$ 折起到△$EBD$ 的位置，使平面 $EBD\perp$ 平面 $ABD$.

(1)求证：$AB\perp DE$；

(2)求三棱锥 $EABD$ 的侧面积．



# 分版块专项复习高二

解析：

1. 证明：（1）$\left.\begin{matrix} BC=AC \\ AE=BE \end{matrix}\right\}\Rightarrow CE\perp AB$　同理，$\left.\begin{matrix} AD=BD \\ AE=BE \end{matrix}\right\}\Rightarrow DE\perp AB$

又$\because CE\cap DE=E$　　$\therefore AB\perp$平面$CDE$

（2）由（1）有$AB\perp$平面$CDE$

又$\because AB\subseteq$平面$ABC$，　$\therefore$平面$CDE\perp$平面$ABC$

2. 证明：$\because PA\perp$　$O$所在平面，$BC$是　$O$的弦，$\therefore BC\perp PA$.

又$\because AB$是　$O$的直径，$\angle ACB$是直径所对的圆周角，$\therefore BC\perp AC$.

$\because PA$　$AC=A, PA\subset$平面$PAC$，$AC\subset$平面$PAC$.

$\therefore BC\perp$平面$PAC$，$AE\subset$平面$PAC$，$\therefore AE\perp BC$.

$\because PA=AC$，点$E$是线段$PC$的中点.$\therefore AE\perp PC$.

$\because PC$　$BC=C, PC\subset$平面$PBC$，$BC\subset$平面$PBC$.

$\therefore AE\perp$平面$PBC$.

3. 证明：因为四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，$AB\parallel CD$，$\angle DAB=60°$，

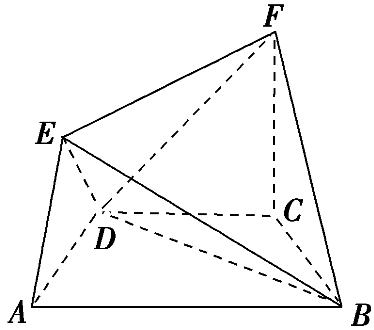
所以$\angle ADC=\angle BCD=120°$.

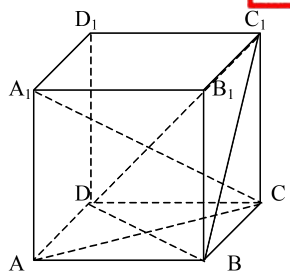
又 $CB=CD$，所以$\angle CDB=30°$，

因此$\angle ADB=90°$，即 $AD\perp BD$.

又 $AE\perp BD$，且 $AE\cap AD=A$，$AE$，$AD\subset$平面 $AED$，

所以 $BD\perp$平面 $AED$.






4. 证明：连结 AC

∵BD⊥AC ∴ AC 为 $A_1C$ 在平面 AC 上的射影

$$\left.\begin{array}{l}\therefore BD\perp A_1C \\ \text{同理可证} A_1C\perp BC_1\end{array}\right\}\Rightarrow A_1C\perp \text{平面} BC_1D$$

5. (1)证明：在△*ABD* 中，

∵$AB=2$，$AD=4$，$\angle DAB=60°$，

设 *F* 为 *AD* 边的中点，连接 *FB*，

∴△*ABF* 为等边三角形，

$\angle AFB=60°$，

又 $DF=BF=2$，∴△*BFD* 为等腰三角形．

∴$\angle FDB=30°$，故$\angle ABD=90°$.

∴$AB\perp BD$.又平面 *EBD*⊥平面 *ABD*，

平面 *EBD*∩平面 $ABD=BD$，$AB\subset$平面 *ABD*，

∴$AB\perp$平面 *EBD*.∵$DE\subset$平面 *EBD*，∴$AB\perp DE$.

(2)【解析】由(1)知 $AB\perp BD$，∵$CD\parallel AB$，∴$CD\perp BD$，从而 $DE\perp BD$.

在 Rt△*DBE* 中，∵$DB=2\sqrt{3}$，$DE=DC=AB=2$，∴$S_{\triangle DBE}=\frac{1}{2}DB\cdot DE=2\sqrt{3}$.

∵$AB\perp$平面 *EBD*，$BE\subset$平面 *EBD*，∴$AB\perp BE$.∵$BE=BC=AD=4$，

∴$S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}AB\cdot BE=4$.∵$DE\perp BD$，平面 *EBD*⊥平面 *ABD*，∴$ED\perp$平面 *ABD*.

而 $AD\subset$平面 *ABD*，∴$ED\perp AD$，∴$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}AD\cdot DE=4$.综上，三棱锥 *EABD* 的侧面积 $S=8+2\sqrt{3}$.