

3.1 (a) int solve(a, n)

if (n == 1)  
return a

### 第3章

if n 为奇数

return pow(solve(a,  $\frac{n}{2}$ ), 2) \* a

if n 为偶数,

return pow(solve(a,  $\frac{n}{2}$ ), 2)

时间复杂度:  $f(n) = f(\frac{n}{2}) + O(1)$   
 $= f(\frac{n}{4}) + O(1) + O(1)$   
 $= \dots$   
 $\Rightarrow O(\log n)$

(b)

int solve(A, n)

if (n == 1)  
return a

if n 为奇数

return pow(solve(A,  $\frac{n}{2}$ ), 2) \* A

if n 为偶数,

return pow(solve(A,  $\frac{n}{2}$ ), 2)

时间复杂度:  $f(n) = f(\frac{n}{2}) + O(1)$   
 $\Rightarrow O(\log n)$

3.2

$$a. n=1 \quad F(3) = 1 + \sum_{i=0}^1 F(i) = 1 + F(0) + F(1) \\ = 1 + 1 + 1 \\ = 3.$$

$$n=N \quad F(N+1) = 1 + \sum_{i=0}^N F(i)$$

$$n=N+1 \quad F(N+2) = F(N+1) + F(N) \\ = (1 + \sum_{i=0}^N F(i)) + F(N) \\ = 1 + \sum_{i=0}^{N+1} F(i)$$

得证.

b. Fib(n)

if  $n=0$  ||  $n=1$  return 1

return Fib(n-2) + Fib(n-1)

$$f(n) = f(n-2) + f(n-1) + O(1)$$

时间复杂度:  $O(2^n)$

c. 利用公式  $F(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[ \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$  将原问题转化为求解  $\left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n$  和  $\left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n$   
 求得时间复杂度是  $T(n) = O(\log n)$   
 这里  $\sqrt{5}$  是无理数, 计算机不可精确表示.

d.

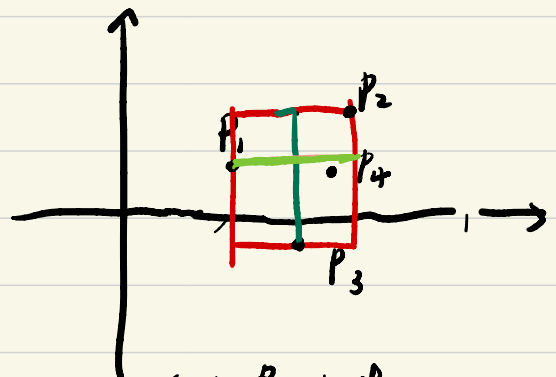
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F(n+1) & F(n) \\ F(n) & F(n-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F(n+2) & F(n+1) \\ F(n+1) & F(n) \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} F(n) & F(n-1) \\ F(n-1) & F(n-2) \end{pmatrix}$$

= ...

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} F(2) & F(1) \\ F(1) & F(0) \end{pmatrix}$$

同前问题, 时间复杂度  $O(\log n)$  -----

3.3  $S = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ .



3.4.  $S = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ . 用栈  
 有一个点, 返回一个最大值.  
 有两个点, 返回一个最大值

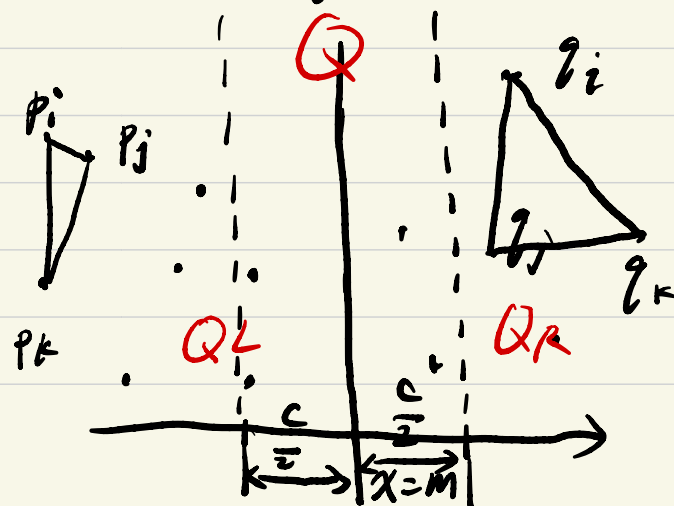
边界: ①如果Q中有三个点, 则该为最小值周长返回.

Divide: 以  $L: x=m$  划分.

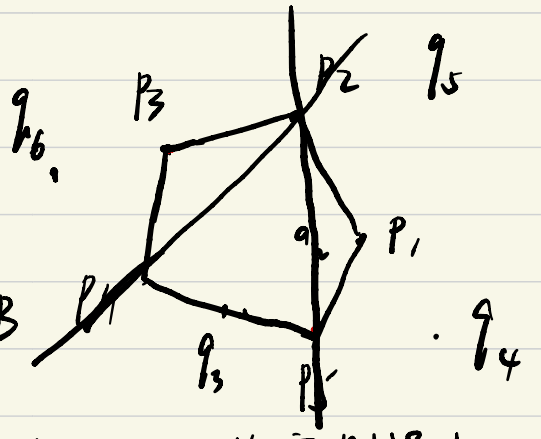
Conquer: 在  $QL, QR$  中找出周长最小的点.

$$c = \min \{ C(p_i, p_j, p_k), C(q_i, q_j, q_k) \}$$

Merge: 计算临界区内划分  
 线两边的点构成的三角  
 形的最小值,  
 如果有比  $c$  还小的值,  
 则该值为首  
 最小值.



3.5.  
3.6  
3.7



**Preprocess:** 选一边  $AB$ ,  $p\_left\_point$  与  $p$  连接  $AB$   
 $q\_left\_point$   
 如果  $p\_left\_point$  为空, 或  $q\_left\_point$  为空, 则结束  
**Divide:** 选择离边  $AB$  最近的一个点  $p$ , 将在  $\triangle ABP$  内 (包括边界)  $O(n)$   
 从  $q\_left\_point$  中删掉, 添加进  $Inner\_point$  中.  $O(n)$

**Conquer:** 分别处理新产生的两个部分. Part 1 Part 2.

3.8