

- 1.1 欧几里德算法的输入大小为  $\log_2 a, \log_2 b$ , 分别将算法中进行的求余操作和赋值操作的次数表示成  $\log_2 a, \log_2 b$  的函数, 并由此得出欧几里德算法的渐近复杂性。

- 1.2 理解下面的插入排序算法, 并完成后面的分析。

---

**插入排序算法 InsertSort**

输入: 数组  $A[1:n]$

输出: 排序后的数组  $A[1:n]$

```
1. For  $i \leftarrow 2$  To  $n$  Do
2.    $key \leftarrow A[i]$ ;
3.    $j \leftarrow i-1$ ;
4.   While  $j > 0$  且  $A[j] > key$  Do
5.      $A[j+1] \leftarrow A[j]$ ;
6.      $j \leftarrow j-1$ ;
7.    $A[j+1] \leftarrow key$ ;
```

---

(a) 证明算法必然停止;

(a) 利用循环不变量方法, 证明算法的正确性。

(b) 分别分析最坏情况下、最好情况下、平均情况下算法执行的比较操作次数和赋值操作次数, 将分析结果表示成  $n$  的函数。分析平均复杂度是, 假设所有输入服从均匀分布。

- 1.4 考虑如下的素数判定算法, 将整除判定操作视为基本操作。

**素数判定算法 IsPrime**

输入: 输入正整数  $n$

输出:  $n$  是否为素数

```
1. For  $i \leftarrow 2$  To  $n^{1/2}$  Do
2.   If  $i$  整除  $n$  then 返回“no”;
3. 返回“Yes”
```

指出算法的输入规模, 将基本操作个数表达成输入规模的函数, 指出这个算法是多项式时间算法还是指数时间算法。

- 1.5 考虑如下的计算斐波那契数列第  $n$  项的算法, 将加法操作视为基本操作。

**斐波那契 DP 算法**

输入: 正整数  $n$

输出: 斐波那契数列第  $n$  项

```
1. If  $n=0$  或  $1$  Then 返回  $1$ ;
2. For  $i \leftarrow 2$  To  $n$ 
3.    $F[i] \leftarrow F[i-1] + F[i-2]$ ;
4. 返回  $F[n]$ 
```

指出算法的输入规模, 将基本操作个数表达成输入规模的函数, 指出这个算法是多项式时间算法还是指数时间算法。