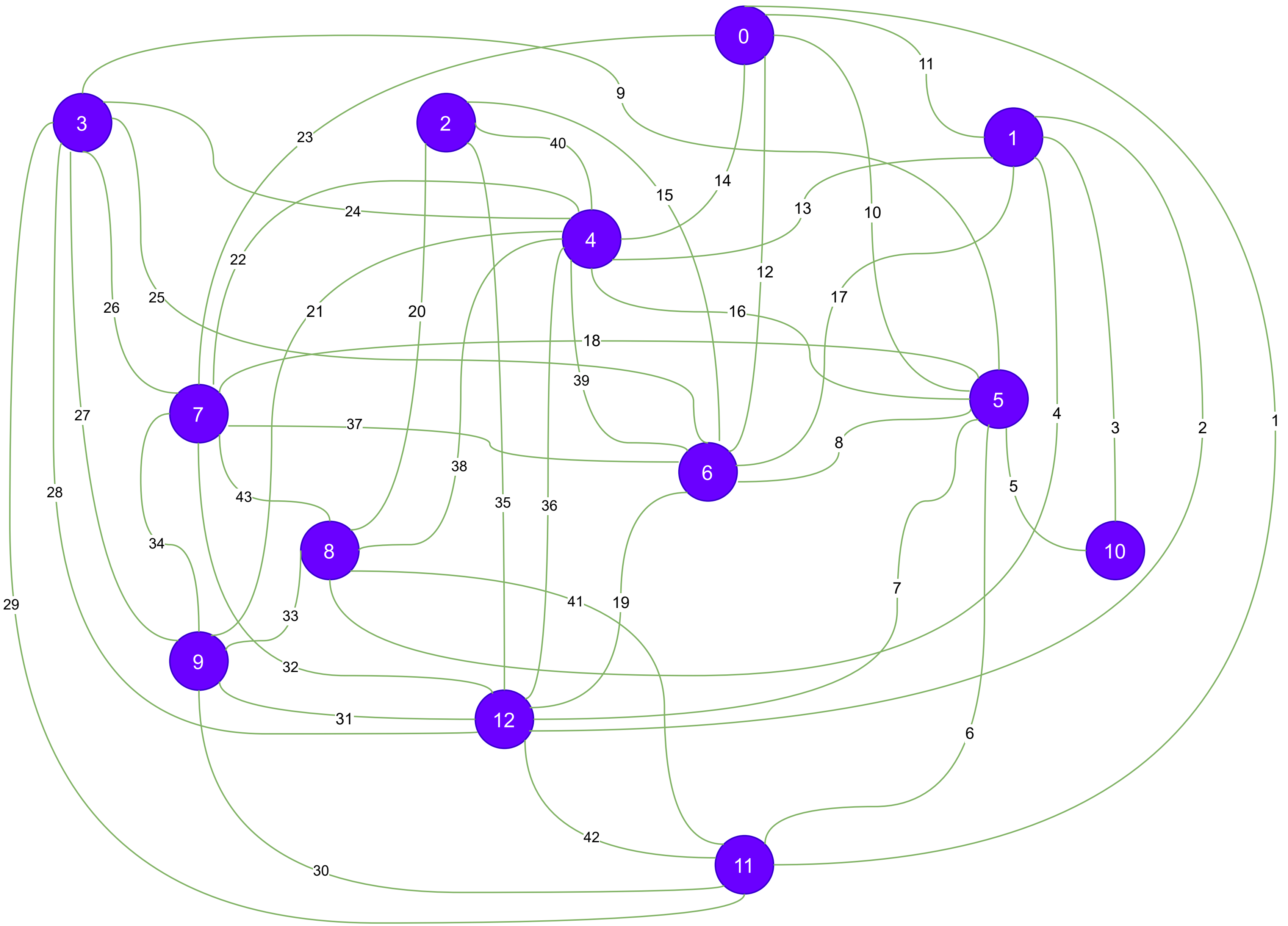
# Zadanie 1

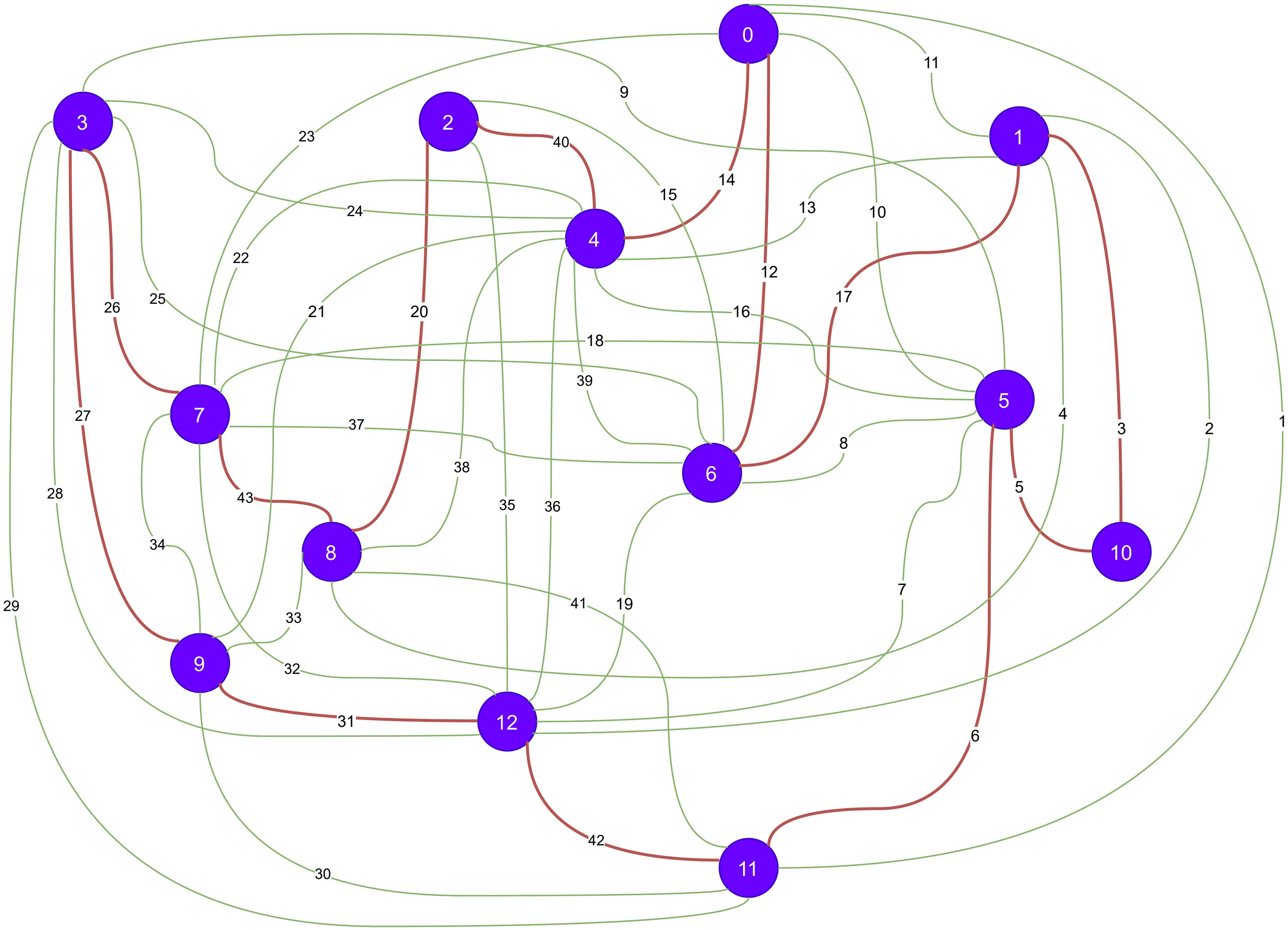

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43

# Zadanie 2

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 12 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

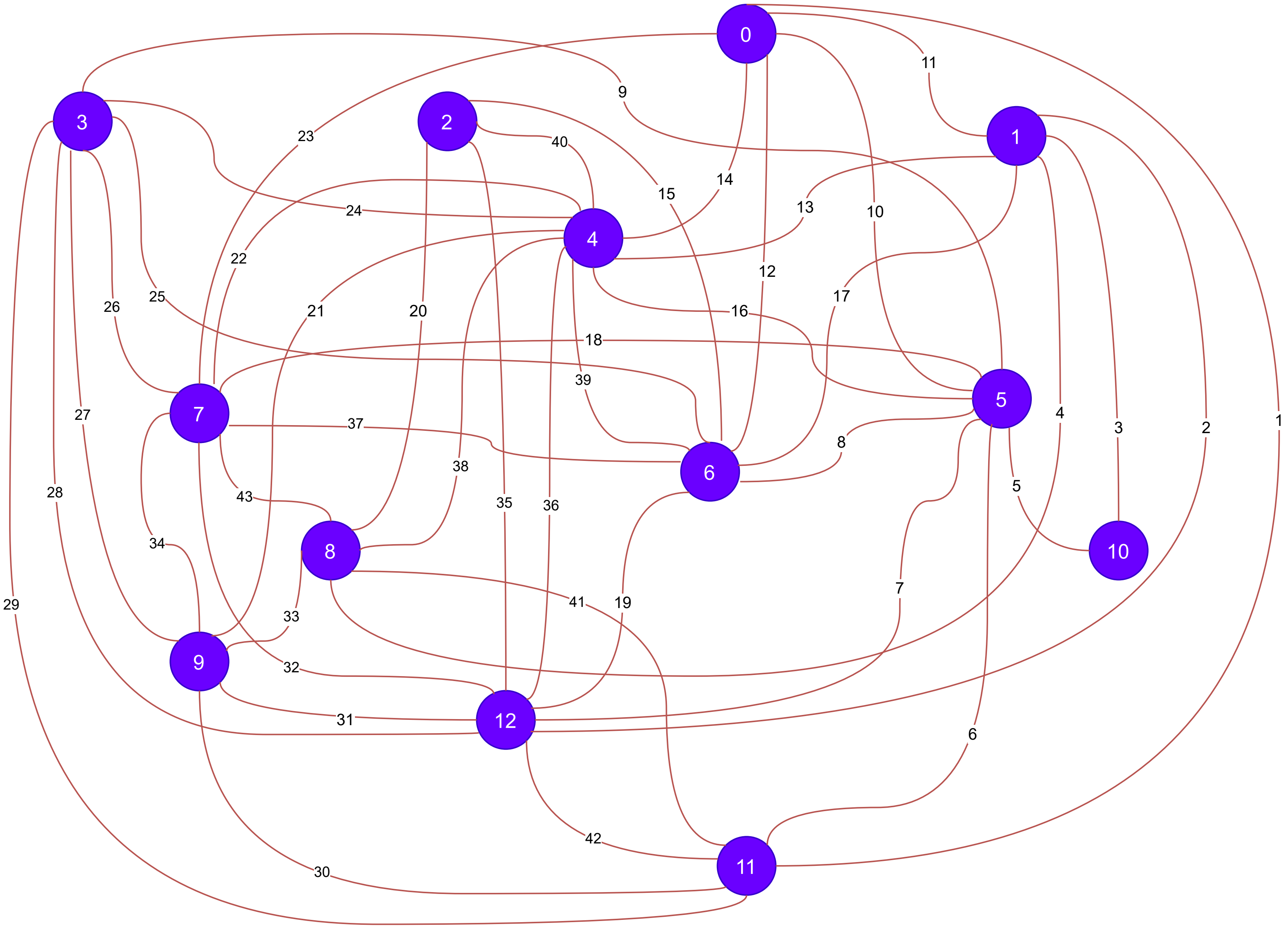
# Zadanie 3

W grafie istnieje cykl Hamiltona, czyli ścieżka zamknięta odwiedzająca wszystkie wierzchołki dokładnie raz, więc graf jest hamiltonowski.
Ścieżkę oznaczyłem kolorem czerwonym.



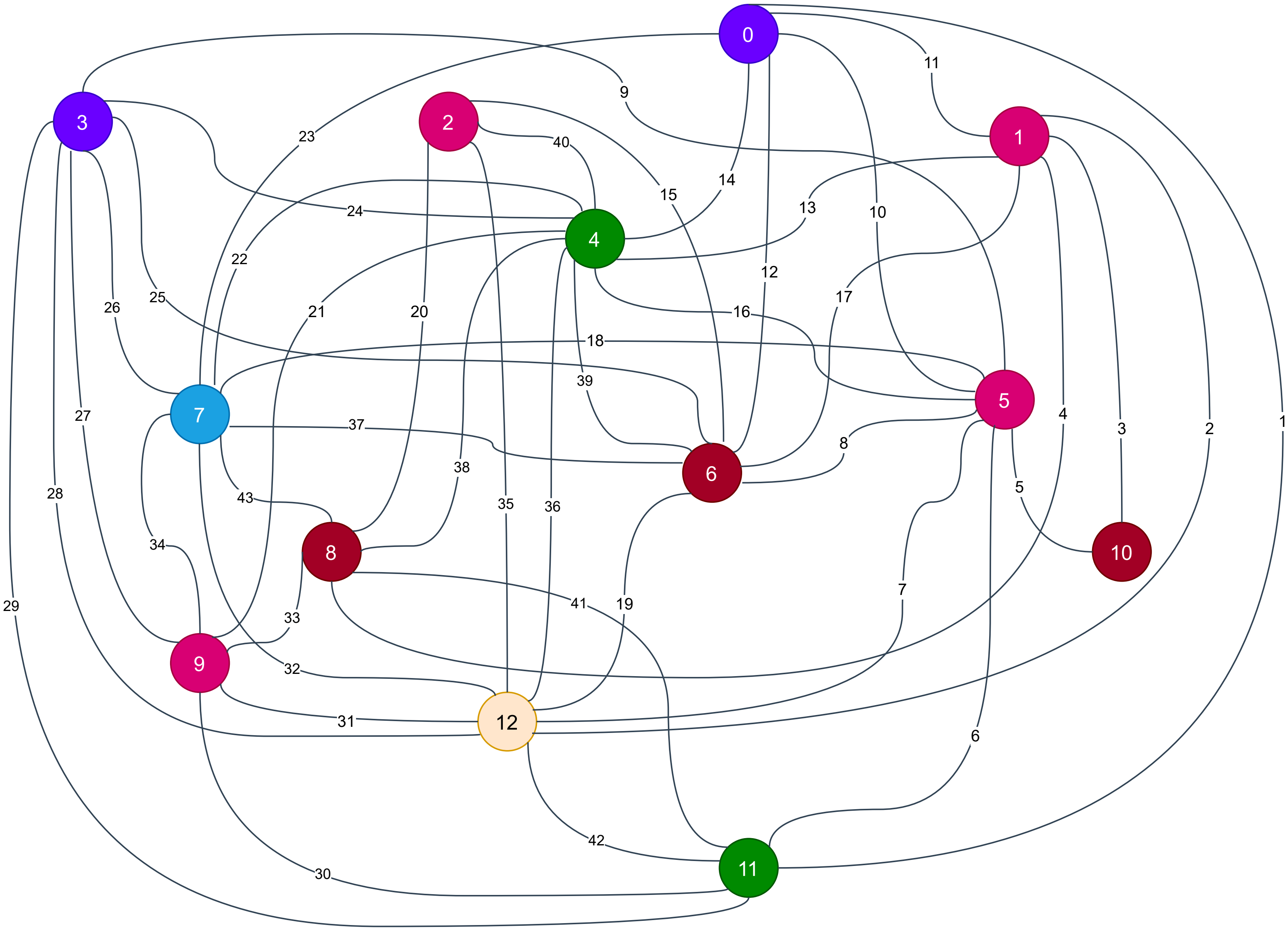
# Zadanie 4

Graf spójny G jest grafem eulerowskim wtedy i tylko wtedy, gdy stopień każdego wierzchołka grafu G jest liczbą parzystą (Euler, 1736),
a deg(3) = 7 więc graf nie jest eulerowski.
Graf spójny jest grafem półeulerowskim wtedy i tylko wtedy, gdy ma dokładnie dwa wierzchołki stponia nieparzystego.
deg(3) = 7 i deg(12) = 9 i są to jedyne wierzchołki o stopniach nieparzystych więc graf jest półeulerowski.
Przykładowa ścieżka Eulera to: (numery to oznaczenia krawędzi)
28-31-27-29-42-32-34-30-41-20-40-14-12-17-3-5-10-11-4-38-16-18-22-21-33-43-37-8-6-1-23-26-9-7-36-39-15-35-2-13-24-25-19

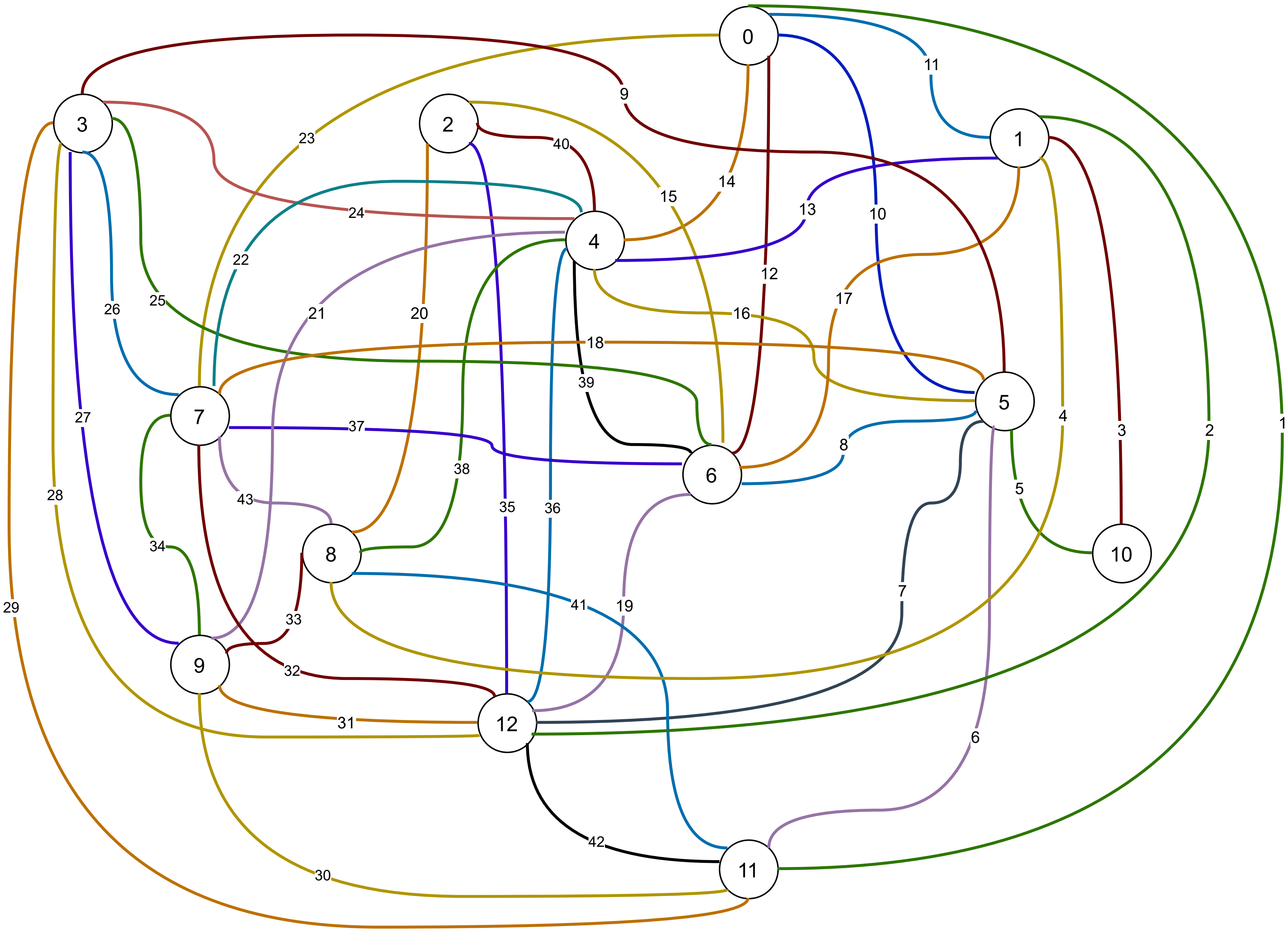


# Zadanie 5

**Graf pokolorowany wierzchołkowo.**



**Graf pokolorowany krawędziowo.**
Jeśli G jest grafem prostym, w którym największy stopień wierzchołka wynosi Δ, to Δ <= χ′(G) <= Δ+1 (Vizing, 1964).
Δ = 10, więc index chromatyczny to 10 lub 11.

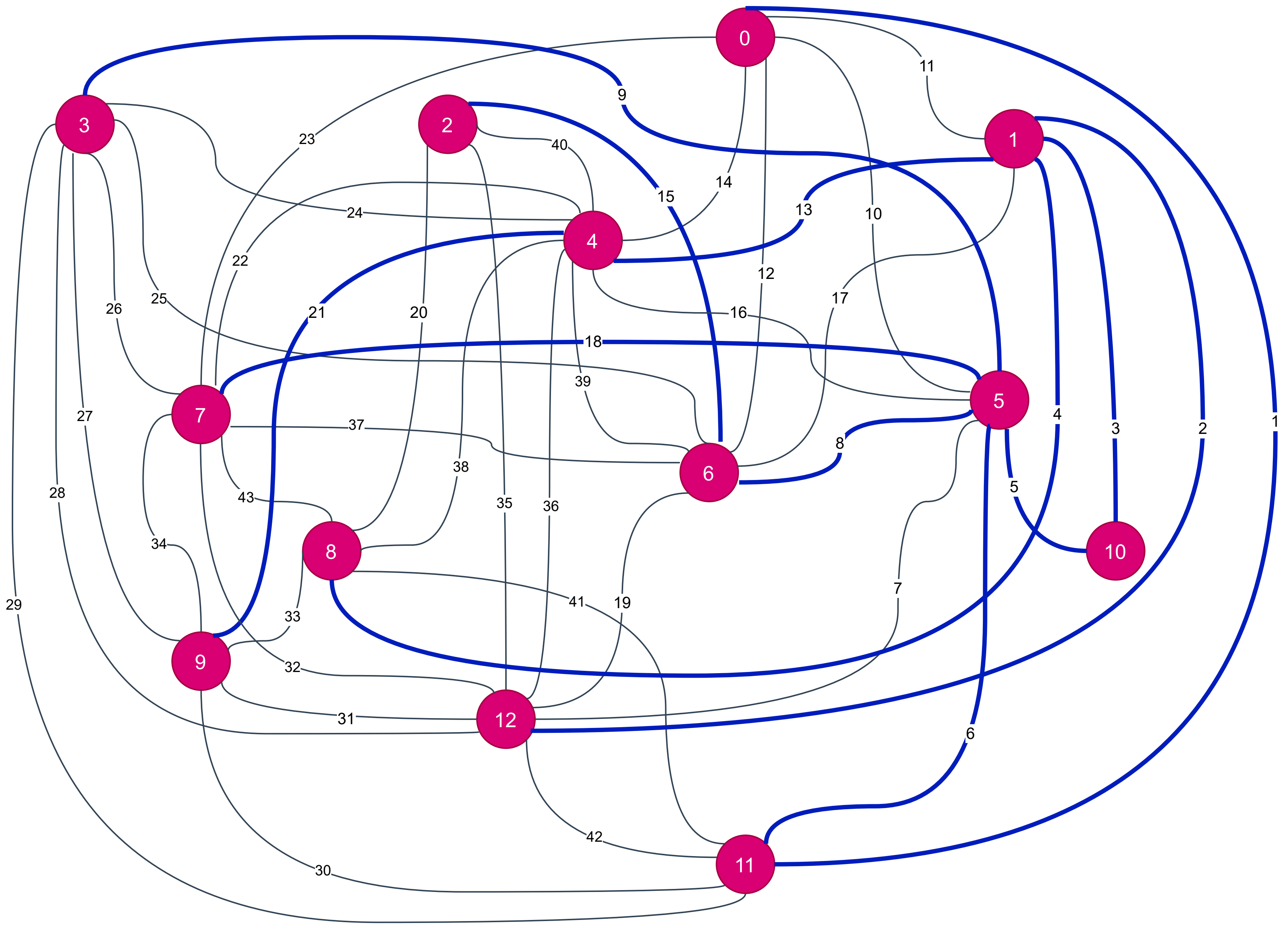


# Zadanie 6

**Liczba chromatyczna** grafu to 6, ponieważ nie da się go pokolorować wierzchołkowo mniejszą ilością kolorów niż 6.
**Index chromatyczny** grafu to 10, ponieważ jest to minimalna liczba kolorów potrzebna do pokolorowania go krawędziowo.

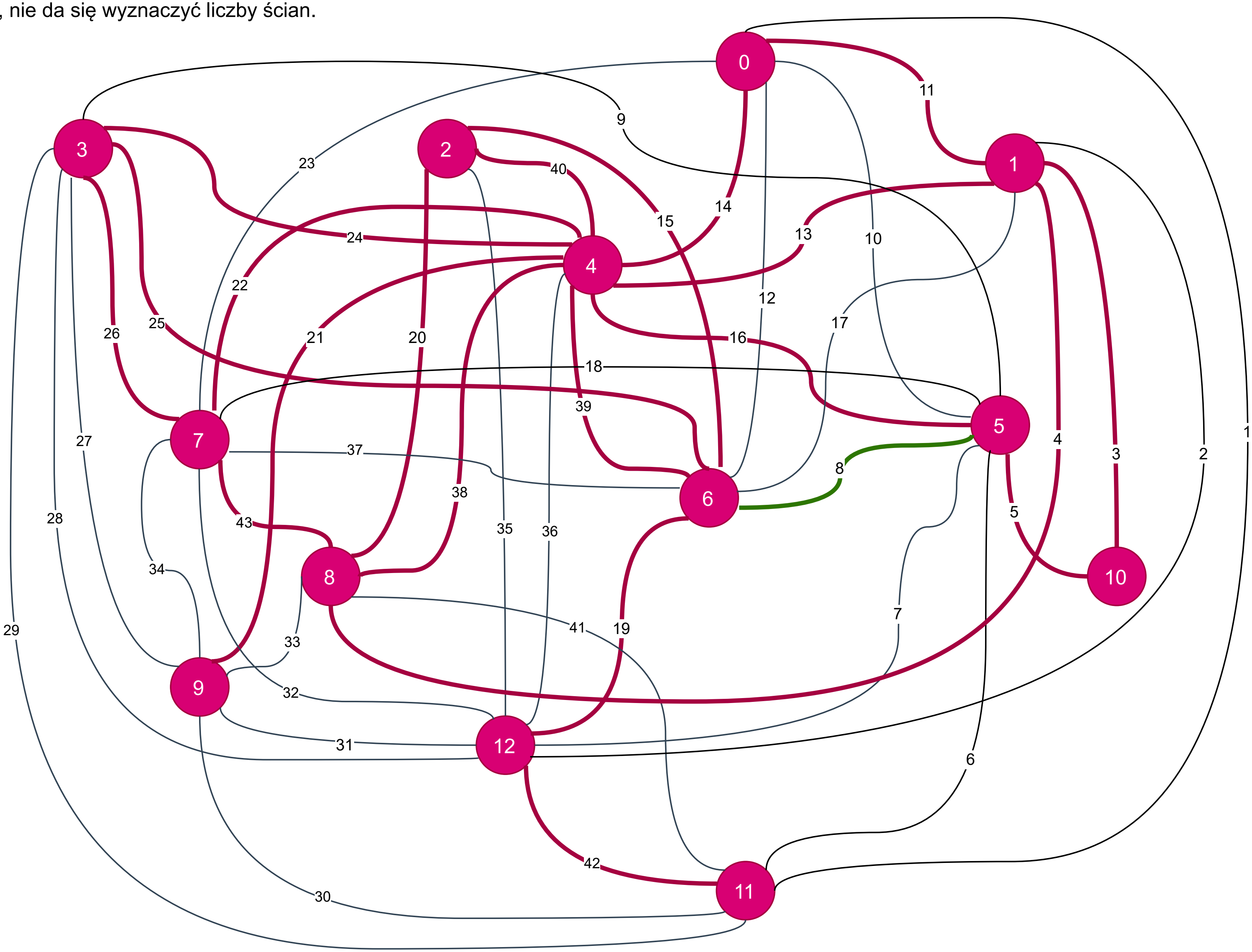
# Zadanie 7

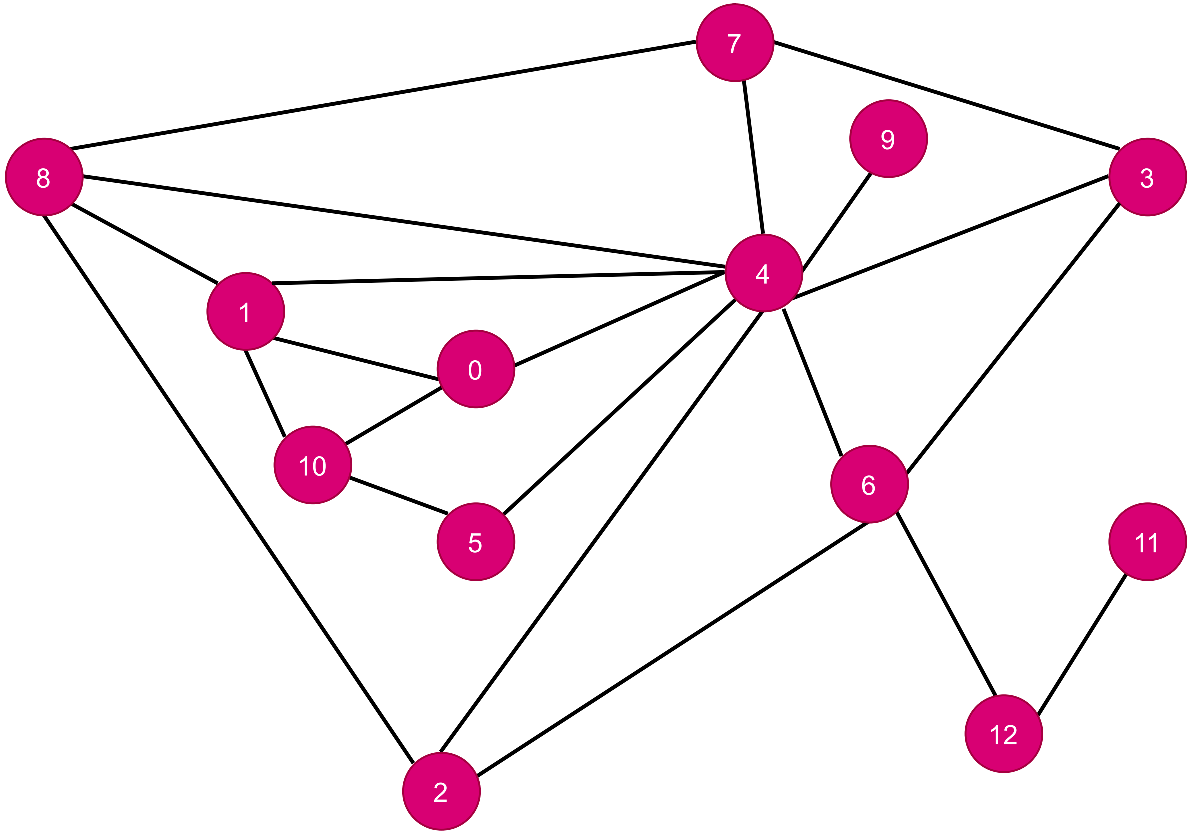
**Minimalne drzewo rozpinające grafu.**
Jako wagi traktuję numery poprzednio oznaczające krawędzie. Dla ilości wierzchołków n=13 znalazłem n-1=12 krawędzi, które tworzą minimalne drzewo rozpinające o wadze **105.**



# Zadanie 8

Przedstawiony na rysunkach graf nie jest planarny, ponieważ jego krawędzie się przecinają.
Nie da się go również narysować tak aby był planarny. Wykonując niżej częściowy szkic tylko dla czerwonych połączeń, dochodzimy do sytuacji, gdzie zielonego połączenia nie da się przedstawić tak, aby nie przeciąć żadnych krawędzi.
W związku z tym, nie da się wyznaczyć liczby ścian.






# Analiza algorytmu

Algorytm Dijkstry znajduje swoje zastosowanie wszędzie tam, gdzie do rozwiązania jest problem wyznaczenia najkrótszej drogi między dwoma punktami, przy czym odległości muszą być liczbami nieujemnymi.
Możliwym pierwszorzędnym zastosowaniem jest użycie tego algorytmu do wyznaczenia najkrótszej drogi między punktami na mapie.
Rzeczywiste zastosowanie znalazł on w protokole OSPF (ang. Open Shortest Path First), gdzie służy do wyznaczania najkrótszej trasy pomiędzy routerami.
Alternatywnym rozwiązaniem jest wykorzystanie algorytmu Bellmana-Forda, który w przeciwieństwie do algorytmu Dijkstry dopuszcza występowanie krawędzi o wagach ujemnych.
Innymi stosowanymi algorytmami rozwiązującymi problem najkrótszej drogi między punktami są algorytmy: Floyda-Warshalla oraz Johnsona, ale one wyznaczają od razu najkrótsze ścieżki dla każdej pary wierzchołków.