

4.4. Wasserlaufmodell

- Phase des Wellenablaufs in den Gewässern -

Die an Hand des Abschnittes 4.3.3 berechneten Abflußganglinien $Q(t)$ am Kontrollquerschnitt der Teileinzugsgebiete sind das Ergebnis der Abflußkonzentrationsphase. Beim Ablauf dieser Hochwasserwellen im Gewässernetz tritt eine Überlagerung der Teilwellen auf. Außerdem erfährt die sich aufbauende Hochwasserwelle eine zeitliche Verschiebung (Translation) und eine Formänderung (Retention). Die Aufgabe der dritten Phase des Niederschlag-Abfluß-Vorganges, des Wellenablaufs, besteht somit in der mathematischen Beschreibung der instationären Abflußvorgänge in offenen Gerinnen. Dabei müssen die wesentlichsten Eigenschaften des Gewässernetzes, die sich aus der Geometrie, der Rauhigkeit und den hydraulischen Randbedingungen ergeben, erfaßt werden. Im Sinne der Systemtheorie besteht die Aufgabe darin, die Übertragungseigenschaften des Systems "Flußabschnitt" zu formulieren (Abb. 31). Das Gewässernetz muß zu diesem Zweck in einzelne, aufeinanderfolgende Abschnitte aufgelöst werden. Dabei soll unter Flußabschnitt die Strecke zwischen zwei Pegeln oder einem Pegel und der Mündung eines Vorfluters verstanden werden.

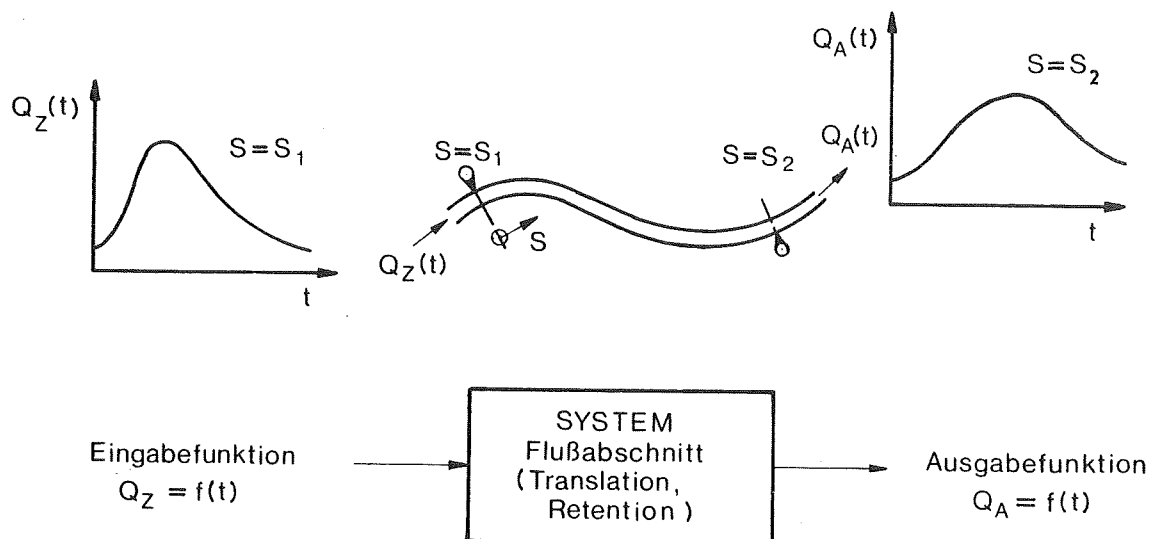


Abb. 31 Eingabe und Ausgabe des Systems: Flußabschnitt ohne seitliche Zuflüsse

Zur Formulierung der Übertragungseigenschaften des Flußabschnittes wurden eine Reihe von Rechenverfahren entwickelt, die im englischen Sprachraum unter dem Begriff "Flood-Routing" zusammengefaßt werden. Im Deutschen spricht man sinngemäß von Verfahren zur Berechnung der Transformation von Hochwasserwellen.

Die Formulierung der Übertragungseigenschaften kann z.B. auf Grund der physikalischen Gesetzmäßigkeiten erfolgen. Diese hydraulischen Verfahren beruhen auf der Integration der SAINT VENANT'schen Gleichungen (Gln. 40, 41) (UNGER, 1967 [88], BAUCH, 1969 [8], SEUS/RÖSL, 1972 [78], RÖSL, 1975 [66], VERWEY [90], VREUGDENHILL, 1973 [91]), die unter folgenden Voraussetzungen gelten:

- Es wirken nur die Schwer- und Reibungskraft an der Gerinnwandung.
- Die Wellen sind Translationswellen, bei denen Massentransport stattfindet.
- Die Strömung ist eindimensional, die Geschwindigkeitsverteilung im Querschnitt ist gleichmäßig.
- Die vertikale Beschleunigung wird vernachlässigt.
- Es gelten die Fließbeiwerte (Rauhigkeitsbeiwerte), die sich, gleiche Tiefe vorausgesetzt, bei stationären Abflüssen einstellen.
- Das Quergefälle des Wasserspiegels bleibt unberücksichtigt.

$$\frac{\partial(v F)}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \quad (40)$$

$$g \frac{\partial h_w}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g J_r = 0 \quad (41)$$

v	mittlere Fließgeschwindigkeit
F	Fließquerschnitt
h_w	Wasserspiegelhöhe
J_r	Reibungsgefälle
g	Erdbeschleunigung
x	Wegkoordinate
t	Zeitkoordinate

Diese gekoppelten Differentialgleichungen sind nicht geschlossen lösbar. Um bei der numerischen Lösung hinreichend genaue Ergebnisse zu erhalten, ist ein großer Rechenaufwand notwendig, der nur mit Hilfe leistungsfähiger Computer zu bewältigen ist.

Aus diesem Grunde werden in der Hydrologie eine Reihe von Näherungsverfahren angewandt, die auf Modellvorstellungen über den instationären Fließvorgang beruhen. Sie zeichnen sich insbesondere durch die Einfachheit der Modellansätze und einen geringen Rechenzeitbedarf aus. Der Nachteil dieser Verfahren besteht darin, daß über die instationären Fließvorgänge innerhalb des Flußabschnittes nichts ausgesagt wird. Faßt man den Flußabschnitt als ein lineares zeitinvariantes System auf, so besteht lediglich ein Zusammenhang zwischen der Eingabe- und der Ausgabefunktion (Input-Output-Mechanismus). Außerdem wird angenommen, daß der Abflußvorgang im Gewässernetz ebenso wie im Einzugsgebiet durch das Zusammenspiel zweier getrennt erfaßbarer Prozesse, der Translation und der Speicherung dargestellt werden kann. Zur Beschreibung dieser Erscheinungen stehen als wichtigste Bausteine der Systemtheorie das Translationsglied, der lineare Einzelspeicher und die lineare Speicherkaskade (CHOW, 1964 [24], BECKER/GLOS, 1969 [15]) zur Verfügung. Durch eine zweckmäßige Auswahl und Kombination dieser Bausteine und nach Festlegung der Parameter läßt sich der instationäre Abflußvorgang hinreichend genau beschreiben (BECKER/GLOS, 1969 [15], BECKER, 1971 [17]).

Zwei spezielle Verfahren der Hydrologie lassen sich ebenfalls auf die im letzten Absatz genannten Bausteine zurückführen. So kann das MUSKINGUM-Verfahren (LINSLEY/KOHLER/PAULHUS, 1949 [54], CARTER/GODFREY, 1960 [23], CHOW, 1964 [24], BECKER/GLOS, 1969 [15], MARR, 1970 [56], ROSEMAN, 1971 [68], SEUS/RÖSL, 1972 [79], MANIAK/ROSEMAN/ROTHER, 1975 [55]) in weitgehender Näherung aus einer Kombination von linearem Translationsglied und linearem Einzelspeicher aufgefaßt werden (KULANDAISWAMY, siehe BECKER/GLOS, 1969 [15]). Beim KALININ-MILJUKOV-Verfahren (BECKER/GLOS, 1969 [15], MARR, 1970 [56], ROSEMAN/VEDRAL, 1970 [67], ROSEMAN, 1971 [68], SEUS/RÖSL, 1972 [79], EULER, 1973 [33], MANIAK/ROSEMAN/ROTHER, 1975 [55]) wird der Flußabschnitt als eine Folge von Einzellinearspeichern bzw. als eine lineare

Speichererkaskade betrachtet. Diese sogenannten hydrologischen Verfahren bauen auf der Kontinuitätsgleichung für den Flußabschnitt, die aus Gl. 40 abgeleitet werden kann,

$$Q_Z(t) - Q_A(t) = \frac{dV(t)}{dt} \quad (42)$$

und einer eindeutigen Volumen-Abfluß-Beziehung

$$V(t) = f(Q_Z(t), Q_A(t)) \quad (43)$$

auf. In Gl. 43 werden die morphologischen Besonderheiten der Gerinnestrecke durch entsprechende Parameter berücksichtigt. Damit wird die Energiegleichung zumindest implizit wieder eingeführt. Die Parameter, so unterstellt man, hängen dabei lediglich von den Charakteristiken des betrachteten Flußabschnittes, aber nicht von den Charakteristiken der Hochwasserwelle, z.B. der Form und Fülle, ab. Außerdem wird die Stationarität des Flußregimes vorausgesetzt. Die Parameter der hydrologischen Verfahren lassen sich entweder aus der Geometrie des Gerinnes und der Beobachtung bzw. Messung stationärer Abflußvorgänge oder der Auswertung beobachteter Eingabe- und Ausgabefunktionen ermitteln.

Die Belastung des Flußabschnittes ist in den seltensten Fällen so einfach gestaltet, wie in Abb. 31 dargestellt. Neben der Zuflußganglinie $Q_Z(t)$ am Punkt $S = S_1$ treten im allgemeinen weitere konzentrierte seitliche Zuflüsse und Zuflüsse längs des Flußabschnittes auf. Dies ist besonders in den Hochwasserentstehungsgebieten der Fall. Setzt man voraus, daß die Abflußganglinien der wichtigsten seitlichen Zubringer bekannt sind und die Abflußganglinie des Zwischeneinzugsgebietes (siehe Abschnitt 4.5) am Ende des Flußabschnittes angesetzt wird, so ergibt sich z.B. eine Belastung wie in Abb. 32 dargestellt. Außerdem kann die im Flußabschnitt laufende Hochwasserwelle z.B. durch Kraftwerksstufen künstlich verformt werden.

Da die Fließbeiwerte des Flußabschnittes an Hand aufgenommener stationärer Wasserspiegellagen und zugehöriger Abflußmessungen bestimmt werden können, ist die Anwendung der dynamischen Verfahren auch in den Fällen möglich, in denen seitliche Zuflüsse bzw. Störungen des natürlichen Abflusses auftreten. Das bedeutet, daß bei der Entwicklung des Wasserlaufmodelles für das

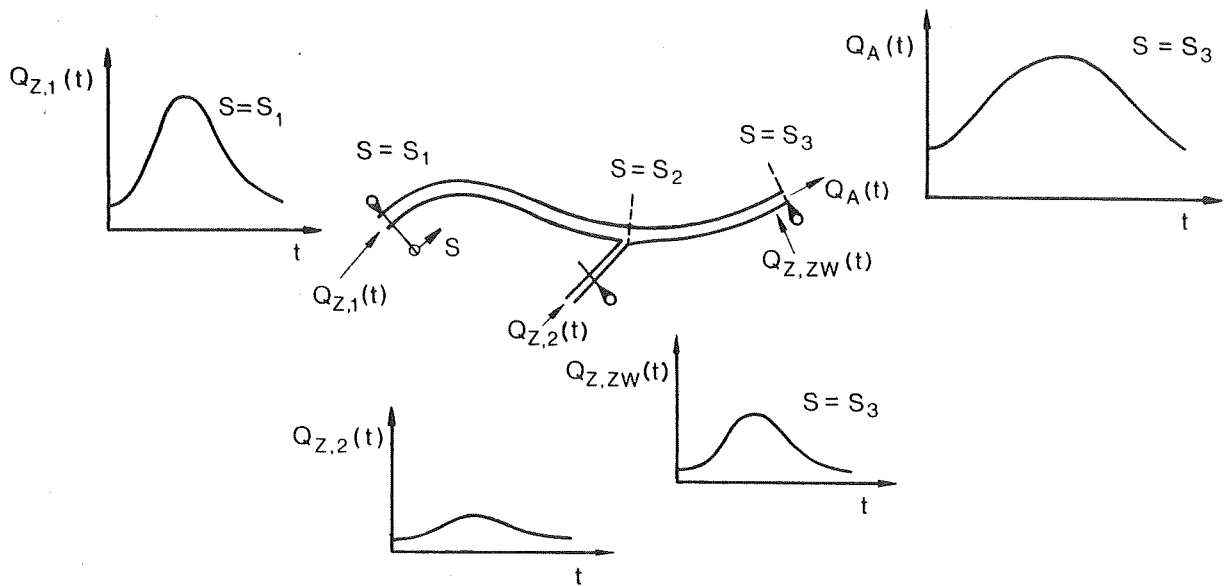


Abb. 32 Eingabe und Ausgabe des Systems: Flußabschnitt mit seitlichen Zuflüssen

Gewässernetz die seitlichen Zuflüsse zumindest im ersten Ansatz nicht unbedingt bekannt sein müssen. Anders sieht es bei den Näherungsverfahren aus. Liegt der Belastungsfall der Abb. 31 vor, so können die Parameter aus beobachteten Eingabe- und Ausgabefunktionen, insbesondere durch Anwendung von numerischen Optimierungsmethoden (GRÜNEWALD, 1971 [42], SOSNOWSKI, 1971 [80], SEUS/RÖSL, 1972 [79]), bestimmt werden. Im Belastungsfall der Abb. 32 ist dies nicht mehr ohne weiteres möglich. Numerische Optimierungsverfahren können nur dann angewandt werden, wenn die seitlichen Zuflüsse, insbesondere die Abflußbeiträge des Zwischeneinzugsgebietes, bekannt sind.

Bei der Behandlung der Zwischeneinzugsgebiete (siehe Abschnitt 4.5) zeigt sich andererseits, daß die Übertragungseigenschaften dieser Teileinzugsgebiete aus beobachteten Eingabe- und Ausgabefunktionen des Flußabschnittes ($Q_{Z,1}(t)$, $Q_{Z,2}(t)$ und $Q_A(t)$ in Abb. 32) abgeleitet werden können, wenn die Parameter der hydrologischen Verfahren bereits bekannt sind. Das bedeutet, daß die Formulierung der Übertragungseigenschaften der Zwischeneinzugsgebiete und die Parameterbestimmung des Wasserlaufmodelles miteinander gekoppelt ist. Von den genann-

ten Näherungsverfahren können deshalb nur solche angewandt werden, deren Parameter aus der Geometrie des Gerinnes und der Beobachtung bzw. Messung stationärer Abflußvorgänge zu ermitteln, zumindest jedoch abzuschätzen sind. Dies trifft auch für Flußabschnitte zu, in denen der natürliche Abflußvorgang z.B. durch den Betrieb von Kraftwerksstufen gestört wird.

In den meisten bestehenden und im Abschnitt 4.1 erwähnten Modellen wird auf die dritte Phase des Niederschlag-Abfluß-Vorganges verzichtet. Diese Modelle sind nur auf einzelne Einzugsgebiete anwendbar. Eine Erweiterung auf räumlich gegliederte Einzugsgebiete, so wie sie im vorliegenden Modell vorgesehen ist, macht jedoch grundsätzlich keine Schwierigkeiten. Die Phase des Wellenablaufs ist auch Bestandteil der Modelle für die obere Spree (BECKER, 1967 [13]) und die Bode (BECKER/GLOS, 1971 [17]), des Stanford Watershed Models IV, des HSP-, NWSRFS- und SSARR-Models.

Im Modell für die obere Spree wird lediglich die Translation von Hochwasserwellen auf Grund detaillierter Laufzeit-Gefälle- und Fließgeschwindigkeitsuntersuchungen berücksichtigt. Das Modell für die Bode erfaßt die Translations- und Retentionswirkungen des Flußabschnittes durch die lineare Speicherkaskade. Durch Parallelschaltung zweier derartiger Bausteine, wobei die zweite Speicherkaskade erst bei Überschreitung des bordvollen Abflusses belastet wird, kann der Flußabschnitt sogar als nichtlineares System betrachtet werden (BECKER/GLOS, 1969 [15], BECKER/GLOS, 1971 [17]). Die Parameter werden durch kombinierte Anwendung der Momentenmethode (BECKER/GLOS, 1969 [15]), des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens (siehe unten) und eines Versuchs-Irrtum-Verfahrens (BECKER/GLOS, 1969 [15]) bestimmt.

Beim Stanford Watershed Model IV, dem HSP- und NWSRFS-Model werden die Fließvorgänge im Gerinne nur sehr primitiv erfaßt. So erfolgt die Berücksichtigung der Translation durch eine Zeitverschiebungskurve, die mit Hilfe der Fließformel von MANNING-STRICKLER bei Vorgabe gemessener oder geschätzter Gerinnefestwerte ermittelt wird. Die Retentionswirkung wird durch einen linearen Einzelspeicher erfaßt, wobei die Speicherkonstante eine Funktion des Abflusses ist. Das SSARR-Model

berücksichtigt Translation und Retention ebenso wie beim Bode-Modell durch eine lineare Speicherkaskade. Auch hier geht die Speicherkonstante als Funktion des Abflusses ein. Zur Eichung der zuletzt genannten Modelle werden Optimierungsverfahren, im allgemeinen einfache Suchtechniken, angewandt.

Im vorliegenden Modell wurden zur Berechnung des Wellenablaufs das MUSKINGUM- und KALININ-MILJUKOV-Verfahren gewählt. Mit ihnen können die Translations- und Retentionswirkungen des Flußabschnittes hinreichend genau beschrieben werden. Die benötigte Rechenzeit ist sehr gering, insbesondere beim MUSKINGUM-Verfahren. Außerdem lassen sich die Parameter, wie noch gezeigt wird, aus der Geometrie des Gerinnes und der Beobachtung bzw. Messung stationärer Abflußvorgänge bestimmen bzw. abschätzen. In das vorliegende Modell wurden beide Verfahren einbezogen, weil für die Festlegung der Parameter eines Flußabschnittes entsprechend Abb. 31 unterschiedliche Ausgangsdaten (MUSKINGUM-Verfahren: beobachtete Eingabe- und Ausgabefunktionen, KALININ-MILJUKOV-Verfahren: Querprofilaufnahmen, Wasserspiegelfixierungen, Abflußmessungen) benötigt werden, die nicht immer gleichermaßen zur Verfügung stehen.

Bei der Darstellung des MUSKINGUM- und KALININ-MILJUKOV-Verfahrens wird zunächst von der Belastung des Systems nach Abb. 31 ausgegangen.

MUSKINGUM-Verfahren

Werden die Ganglinien $Q_Z(t)$ und $Q_A(t)$ diskretisiert, so läßt sich die Kontinuitätsgleichung 42 wie folgt schreiben:

$$\frac{Q_{Z,i} + Q_{Z,i+1}}{2} \Delta t - \frac{Q_{A,i} + Q_{A,i+1}}{2} \Delta t = V_{i+1} - V_i \quad (44)$$

Die Volumen-Abfluß-Beziehung (Gl. 43) des MUSKINGUM-Verfahrens geht von der Annahme aus, daß das Volumen des Wassers in einem Flußabschnitt einem sogenannten "gewogenen" Abfluß $Q_g(t)$ proportional ist (Abb. 33):

$$V(t) = K_M Q_g(t) \quad (45a)$$

$$V(t) = K_M [X Q_Z(t) + (1-X) Q_A(t)] \quad (45b)$$

Dabei wird eine lineare Änderung des Abflusses längs des Flußabschnittes angenommen. Der Parameter K_M (Dimension der Zeit) stellt das Steigungsmaß der eindeutigen Beziehung zwischen Vo-

lumen und gewogenem Abfluß dar und entspricht in etwa der Laufzeit des Wellenschwerpunktes längs des betrachteten Flußabschnittes. X ist ein dimensionsloser Gewichtungsfaktor, der den Einfluß von Zu- und Abfluß auf die Retention bestimmt.

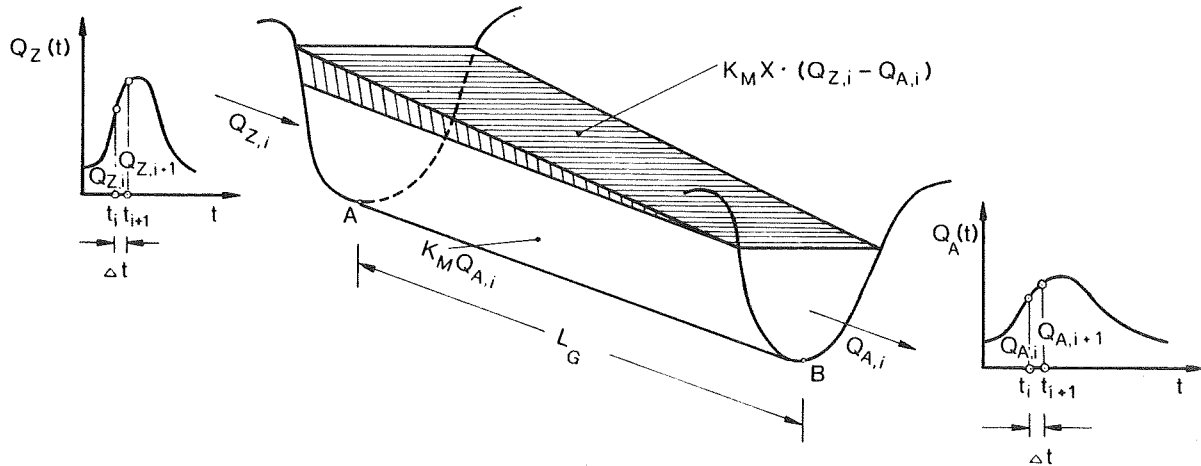


Abb. 33 Beziehung zwischen Volumen und gewogenem Abfluß nach dem MUSKINGUM-Verfahren

Für die Zeitpunkte t_i und t_{i+1} läßt sich Gl. 45b wie folgt schreiben:

$$V_i = K_M Q_{g,i} = K_M [X Q_{Z,i} + (1-X) Q_{A,i}] \quad (46a)$$

$$V_{i+1} = K_M Q_{g,i+1} = K_M [X Q_{Z,i+1} + (1-X) Q_{A,i+1}] \quad (46b)$$

K_M und X stellen die Parameter des MUSKINGUM-Verfahrens dar. Sie werden im allgemeinen, auch im vorliegenden Modell, für einen Flußabschnitt als konstant angenommen. Bei Flußabschnitten mit stark gegliederten Profilen kann es jedoch notwendig werden, den Parameter K_M in Abhängigkeit vom gewogenen Abfluß einzuführen (KRESSER, 1973 [51], EULER/KOUSSIS, 1973 [34]). Ein funktioneller Zusammenhang zwischen dem Parameter X und dem gewogenen Abfluß wurde bisher nicht gefunden. Die Annahme eines konstanten Parameters X im gesamten Abflußbereich wird in erster Näherung als ausreichend erachtet.

Unter der Voraussetzung, daß sich der Abfluß innerhalb des Zeitintervalles Δt linear ändert, ergibt sich aus den Gln. 44, 46a

und 46b die Arbeitsgleichung (Rekursionsformel) des MUSKINGUM-Verfahrens (Abb. 35):

$$Q_{A,i+1} = C_0 Q_{Z,i+1} + C_1 Q_{Z,i} + C_2 Q_{A,i} \quad (47)$$

mit den Koeffizienten:

$$C_0 = \frac{-K_M X + 0,5 \Delta t}{K_M - K_M X + 0,5 \Delta t} \quad (48a)$$

$$C_1 = \frac{K_M X + 0,5 \Delta t}{K_M - K_M X + 0,5 \Delta t} \quad (48b)$$

$$C_2 = \frac{K_M - K_M X - 0,5 \Delta t}{K_M - K_M X + 0,5 \Delta t} \quad (48c)$$

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1 \quad (48d)$$

In der Arbeit von SEUS/RÖSL, 1972 [79] wird die Arbeitsgleichung des MUSKINGUM-Verfahrens außerdem aus der Lösung der Differentialgleichung abgeleitet, die sich durch Einsetzen von Gl. 45b in Gl. 42 ergibt.

$$\frac{dQ_A(t)}{dt} + \frac{Q_A(t)}{K_M(1-X)} = \frac{Q_Z(t)}{K_M(1-X)} - \frac{X}{1-X} \frac{dQ_Z(t)}{dt} \quad (49)$$

Die Lösung dieser Gleichung stellt ebenfalls eine Rekursionsformel dar, die wie Gl. 47 aufgebaut ist. Die Koeffizienten sehen jedoch etwas anders aus. Die Verwandtschaft zwischen den unterschiedlichen Koeffizienten ist jedoch nicht zu verkennen.

Man wird zunächst vermuten, daß die zeitliche Verschiebung der Hochwasserwelle über den Parameter K_M , die Verformung über den Parameter X allein erfolgt. In Wirklichkeit wird jedoch bei $X = \text{const.}$ und zunehmendem K_M die Verflachung der Hochwasserwelle in geringem Maße vergrößert. Bei $K_M = \text{const.}$ und zunehmendem X ergibt sich eine etwas größere Verschiebung der Hochwasserwelle.

Zur Diskretisierung der Ganglinien muß das Zeitintervall Δt so gewählt werden, daß die Hochwasserwelle hinreichend genau beschrieben wird. Das bedeutet $\Delta t \leq K_M$. Dagegen ist eine zweite Bedingung $\Delta t \geq 2 K_M X$, die in der Literatur immer wieder auftaucht, nicht sinnvoll. Damit soll erreicht werden, daß $C_0 \geq 0$ ist. Mit dieser Forderung wird jedoch in Wirklichkeit nur ein systemati-

scher Fehler des MUSKINGUM-Verfahrens verschleiert, der darin besteht, daß für $X > 0$ $Q_A(t)$ zu Beginn und am Ende des Hochwasserereignisses unabhängig von Δt unter $Q_Z(t)$ absinkt. Eine Erklärung dafür läßt sich der Abb. 34 entnehmen.

Beim Anstieg (Abfall) der Hochwasserwelle ist das angenommene Volumen $K_M \cdot Q_{g,i}$ größer als das wirklich auftretende, und zwar während $K_M/\Delta t$ Zeitschritte. Der Punkt P, der den Übergang vom stationären zum instationären Abflußvorgang markiert, wandert im Laufe dieser Zeitschritte von A nach B.

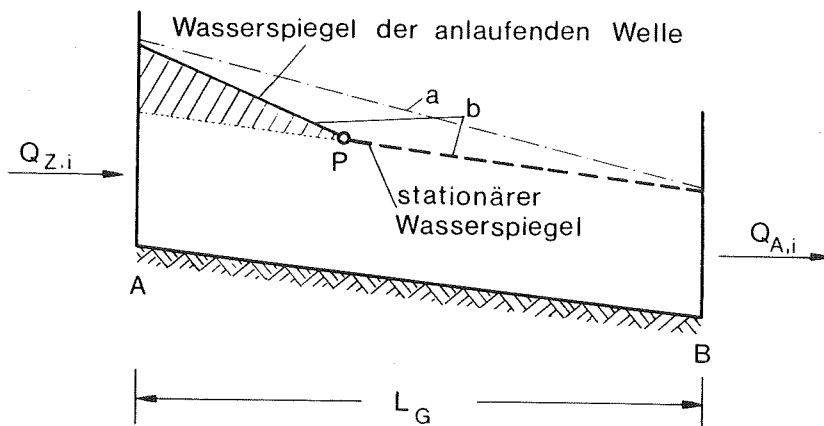


Abb. 34 Angenommener (a) und wirklich auftretender (b) Wasserspiegel bei einer anlaufenden Hochwasserwelle

Bei der üblichen Ermittlung der Parameter des MUSKINGUM-Verfahrens wird von bekannten Hochwasserabflußganglinien am Anfang und Ende des betrachteten Flußabschnittes ausgegangen. Bei Vorgabe des Parameters X lassen sich mit den gegebenen Ganglinienordinaten $Q_{Z,i}$ und $Q_{A,i}$ mit Hilfe der Gln. 44 und 46a die Werte V_i und $Q_{g,i}$ berechnen. Trägt man diese Wertepaare graphisch auf, so erhält man je nach gewähltem X schleifenförmige Kurven, von denen diejenige gewählt wird, die sich am besten einer eindeutigen Beziehung zwischen Volumen und gewogenem Abfluß nähert. Damit ist der Parameter X bekannt. Das mittlere Steigungsmaß dieser Volumen - gewogener Abfluß - Beziehung ist der Parameter K_M (LINSLEY/KOHLER/PAULHUS, 1949 [54], CARTER/GODFREY, 1960 [23], CHOW, 1964 [24], BECKER/GLOS, 1969 [15], MARR, 1970 [56], ROSEMAN, 1971 [68], MANIAK/ROSEMAN/ROTHER, 1975, [55]).

In der Arbeit von SEUS/RÖSL, 1972 [79] wird diese graphische Methode durch eine rechnerische ersetzt. So läßt sich an Hand der Gln. 46a und 46b der Parameter K_M wie folgt angeben:

$$K_M = \frac{V_{i+1} - V_i}{X[Q_{Z,i+1} - Q_{Z,i}] + (1-X)[Q_{A,i+1} - Q_{A,i}]} \quad (50)$$

Die Aufgabe besteht nun darin, diejenige Funktion $K_M = f(t)$ zu suchen, die sich am besten durch eine Gerade parallel zur Zeitachse ersetzen läßt.

In der gleichen Veröffentlichung werden noch andere Methoden angegeben. So besteht die Möglichkeit, die Koeffizienten der Gl. 47 mit Hilfe des Anpassungsprinzips der kleinsten Quadrate zu bestimmen. Dabei wird davon ausgegangen, daß sich mit vorgegebenen Werten C_0 , C_1 und C_2 und der beobachteten Zuflußganglinie $Q_Z(t)$ eine Abflußganglinie $Q_{A,ber}(t)$ berechnen läßt, die sich von der beobachteten $Q_{A,beo}(t)$ in jedem diskreten Punkt i um eine bestimmte Differenz v_i unterscheidet. Die Größen C_0 , C_1 und C_2 müssen nun so bestimmt werden, daß die Summe der quadratischen Abweichungen ein Minimum wird:

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 = \sum_{i=1}^n (Q_{A,beo,i} - Q_{A,ber,i})^2 \longrightarrow \text{MIN} \quad (51)$$

Entsprechend kann vorgegangen werden, um die Parameter K_M und X zu bestimmen.

Aus der Differentialgleichung 49 läßt sich außerdem die Impulsantwortfunktion für den Flußabschnitt

$$h(t) = \frac{1}{1-X} e^{-t/K_M(1-X)} \quad (52)$$

(SEUS/RÖSL, 1972 [79]) ableiten. Damit besteht grundsätzlich die Möglichkeit, die Parameter des MUSKINGUM-Verfahrens mit Hilfe der Momentenmethode (BECKER/GLOS, 1969 [15]) zu bestimmen. Diese Methode liefert aber im allgemeinen keine brauchbaren Ergebnisse.

In der von Mc CARTHY empirisch angesetzten Gl. 45b tritt der Parameter X als ein Gewichtungsfaktor auf, der ausdrückt, um wieviel Prozent das Volumen des Wassers in einem Flußabschnitt vom Zufluß und entsprechend weniger vom Abfluß bestimmt wird. Damit kann X nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Auch wenn dem

Parameter X bisher keine physikalische Bedeutung zugewiesen werden konnte, sollte man diese Grenzen beachten. Der Hydrologe, der bei der Anwendung der MUSKINGUM-Methode Erfahrungen sammelt, wird dann in der Lage sein, eine Abschätzung dieses Parameters für solche Flußabschnitte vornehmen zu können, für die entweder keine Eingabe- und Ausgabefunktionen beobachtet wurden oder ein Belastungsfall entsprechend Abb. 32 vorliegt. In diesen Fällen, mit denen sich der in der Praxis tätige Hydrologe auseinandersetzen muß, ist die Ermittlung der Parameter mit den oben dargestellten Verfahren unmöglich bzw. sehr schwierig. Eine Abschätzung von X kann jedoch nicht erfolgen, wenn man, wie in der Arbeit von SEUS/RÖSL, 1972 [79], jeden Wert, auch einen negativen zuläßt. Darauf wird nach der Behandlung des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens noch näher eingegangen.

Der Parameter X bewegt sich in natürlichen Flußstrecken zwischen 0 und 0,5. Er wird zu Null, wenn die Speicherung allein vom Abfluß abhängt (Ausfluß aus einem See) und erreicht den Wert 0,5 bei einer gleichförmig fortschreitenden Welle. In Stauhaltungen kann X Werte im Bereich 0,5 und 1 annehmen.

Die genannten Verfahren zur Ermittlung der Parameter sind nur für Flußabschnitte, die von zwei Pegeln begrenzt werden, anwendbar. Für Flußabschnitte zwischen einem Pegel und der Mündung des Vorfluters lassen sich die Parameter nur näherungsweise ermitteln. Darauf wird nach der Behandlung des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens näher eingegangen.

KALININ-MILJUKOV-Verfahren

Das KALININ-MILJUKOV-Verfahren geht ebenfalls von der Kontinuitätsgleichung 44 aus. Im Gegensatz zum MUSKINGUM-Verfahren ist die zweite Bestimmungsgleichung jedoch lediglich eine Beziehung zwischen dem Volumen des Wassers und dem Abfluß:

$$V(t) = f(Q_A(t)), \quad (53)$$

d.h. der Zufluß $Q_Z(t)$ ist nicht enthalten. Wird das Steigungsmaß dieser Funktion mit k_{KM} (Dimension der Zeit) bezeichnet, so soll auch für den Fall der instationären Strömung folgende Beziehung gelten:

$$dV(t) = k_{KM} dQ_A(t) \quad (54)$$

Diese grundlegende Annahme ist nur dann möglich, wenn der gesamte betrachtete Flußabschnitt L_G in eine Folge von sogenannten charakteristischen Abschnitten der Länge L_m unterteilt und das instationäre Strömungsproblem durch ein quasistationäres ersetzt wird.

Wie leicht zu ersehen ist, entspricht Gl. 54 der Gl. 33. Der charakteristische Abschnitt ist somit vom mathematischen Ansatz her mit dem Einzellinearspeicher identisch.

Setzt man Gl. 54 in Gl. 42 ein, so ergibt sich folgende Differentialgleichung:

$$Q_Z(t) - Q_A(t) = k_{KM} \frac{dQ_A(t)}{dt} \quad (55)$$

mit der allgemeinen Lösung:

$$Q_A(t) = Q_{A,0} e^{-t/k_{KM}} + \frac{1}{k_{KM}} e^{-t/k_{KM}} \int_0^t Q_Z(\vartheta) e^{\vartheta/k_{KM}} d\vartheta \quad (56)$$

Der Abfluß $Q_A(t)$ eines charakteristischen Abschnittes infolge des Zuflusses $Q_Z(t)$ setzt sich somit aus zwei Anteilen zusammen, und zwar

- aus dem Abflußanteil infolge der Speicherung $V = V_0$ zum Zeitpunkt $t = 0$ unter der Bedingung $Q_Z(t) = 0$ und
- aus dem Abflußanteil infolge des Zuflusses $Q_Z = f(t)$.

Wird vorausgesetzt, daß sich der Zufluß $Q_Z(t)$ während des Zeitintervalles $t \leq \tau \leq t + \Delta t$ linear ändert:

$$Q_Z(\vartheta) = Q_Z(t) + \frac{\vartheta - t}{\Delta t} (Q_Z(t + \Delta t) - Q_Z(t)), \quad (57)$$

so läßt sich aus Gl. 56 folgende Arbeitsgleichung des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens ableiten:

$$Q_{A,i+1} = \bar{C}_0 Q_{Z,i+1} + \bar{C}_1 Q_{Z,i} + \bar{C}_2 Q_{A,i} \quad (58)$$

$$\bar{C}_0 = 1 - \frac{k_{KM}}{\Delta t} (1 - e^{-\Delta t/k_{KM}}) \quad (59a)$$

$$\bar{C}_1 = \frac{k_{KM}}{\Delta t} (1 - e^{-\Delta t/k_{KM}}) - e^{-\Delta t/k_{KM}} \quad (59b)$$

$$\bar{C}_2 = e^{-\Delta t/k_{KM}} \quad (59c)$$

$$\bar{C}_0 + \bar{C}_1 + \bar{C}_2 = 1 \quad (59d)$$

Gleichung 58 ist ebenso wie Gl. 47 aufgebaut. Bei Lösung der Gl. 49 läßt sich für $X=0$ sogar die völlige Identität mit den Gln. 58, 59a ÷ 59d zeigen. Die Arbeitsgleichung des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens läßt sich jedoch auch wie folgt schreiben (Abb. 35):

$$Q_{A,i+1} = Q_{A,i} + (Q_{Z,i} - Q_{A,i})K_1 + (Q_{Z,i+1} - Q_{Z,i})K_2 \quad (60)$$

$$K_1 = 1 - e^{-\Delta t/k_{KM}} \quad (61a)$$

$$K_2 = 1 - \frac{k_{KM}}{\Delta t} (1 - e^{-\Delta t/k_{KM}}) \quad (61b)$$

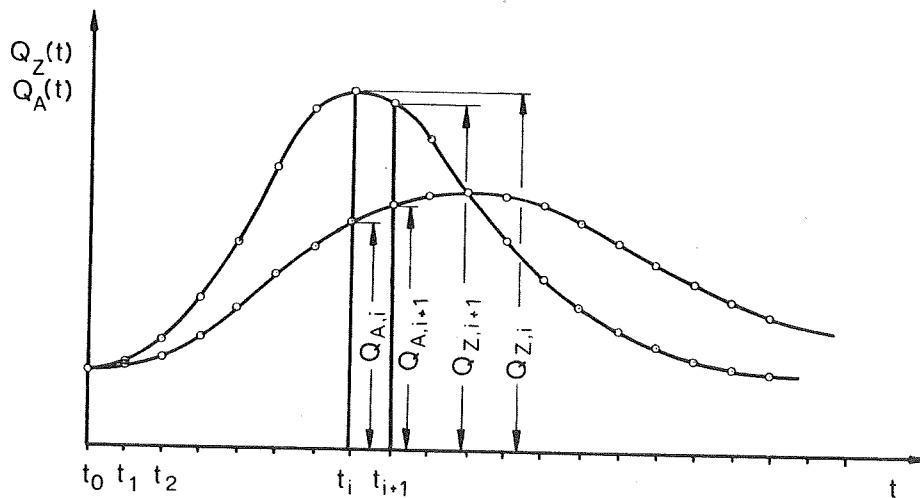


Abb. 35 Berechnung der Abflußganglinie $Q_A(t)$ aus der Zuflußganglinie $Q_Z(t)$ mit Hilfe des MUSKINGUM- oder KALININ-MILJUKOV-Verfahrens auf der Grundlage der Rekursionsformeln Gl. 47 bzw. 60

Gleichung 60 ist für jeden charakteristischen Abschnitt anzusetzen. Die berechnete Abflußganglinie des einen Abschnittes ist dabei die Zuflußganglinie des nächsten. Aus der Zuflußganglinie wird so schrittweise die Abflußganglinie des Flußabschnittes berechnet. Für jeden charakteristischen Abschnitt kann ein eigener Wert für k_{KM} angenommen werden.

Lassen jedoch die Abflußverhältnisse des Flußabschnittes für jeden charakteristischen Abschnitt das gleiche k_{KM} zu, so ergibt sich nach der Systemtheorie eine Folge gleichartiger Einzellinearspeicher, d.h. eine Speicherkaskade. Die Arbeitsgleichungen des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens lassen sich dafür von der Impulsantwortfunktion des Einzellinearspeichers ableiten. Dazu wird von Gl. 35 ausgegangen. Nimmt man an, daß zum Zeitpunkt $t = t_0$ der Ausfluß $q(t_0) = 0$ ist, so ergibt sich mit $k_{KM} = K$ folgender Ausdruck:

$$q(t) = \int_{t_0}^t p(\vartheta) \frac{1}{k_{KM}} e^{-(t-\vartheta)/k_{KM}} d\vartheta \quad (62)$$

Diese Gleichung beschreibt den Ausfluß aus einem Einzellinearspeicher mit der Speicherkonstanten k_{KM} infolge des Zuflusses $p(\vartheta)$. Sie entspricht dem Faltungsintegral Gl. 17. Wird zum Zeitpunkt $t = t_0 = 0$ ein Momentaneinheitsimpuls als einzige Belastung aufgebracht, so ist $p(\vartheta) = \delta(\vartheta)$. Auf Grund der Eigenschaften der Deltafunktion (siehe Abb. 22) und einer Variablensubstitution ergibt sich die Impulsantwortfunktion des Einzellinearspeichers:

$$h_1(t) = \frac{1}{k_{KM}} e^{-t/k_{KM}} \quad (63)$$

Wird diese Impulsantwortfunktion als Zufluß zum zweiten Speicher betrachtet, der zum Zeitpunkt $t = t_0 = 0$ leer ist, so kann die Impulsantwortfunktion für zwei hintereinanderliegende charakteristische Abschnitte abgeleitet werden. Für die lineare Speicherkaskade mit n_{KM} charakteristischen Abschnitten ergibt sich dann (BECKER/GLOS, 1969 [15], ROSEMAN/VEDRAL, 1970 [67]) die aus der mathematischen Statistik bekannte POISSON-Verteilung:

$$h_{n_{KM}}(t) = \frac{1}{k_{KM} (n_{KM} - 1)!} \left(\frac{t}{k_{KM}} \right)^{n_{KM} - 1} e^{-t/k_{KM}} \quad (64)$$

Die Ableitung dieser Gleichung ist, ausgehend von der Impulsantwortfunktion des Einzellinearspeichers, außerdem über die Laplace-Transformation des Faltungsintegrals (SEUS/RÖSL, 1972 [79]) möglich.

Läßt man statt der natürlichen Zahlen auch nicht ganzzahlige n_{KM} zu, so lautet die Impulsantwortfunktion für die lineare Speicherkaskade, die zweiparametrische Gammaverteilung:

$$h_{n_{KM}}(t) = \frac{1}{k_{KM} \Gamma(n_{KM})} \left(\frac{t}{k_{KM}} \right)^{n_{KM}-1} e^{-t/k_{KM}} \quad (65)$$

Geht man davon aus, daß die Eingabefunktion durch eine Folge diskreter Momentanimpulse im Abstand Δt ersetzt wird, wobei die Größe des Momentanimpulses näherungsweise $p_i \cdot \Delta t$ beträgt, so kann mit folgender Impulsantwort gearbeitet werden:

$$\Delta t h(t) = \frac{\Delta t}{k_{KM} \Gamma(n_{KM})} \left(\frac{t}{k_{KM}} \right)^{n_{KM}-1} e^{-t/k_{KM}} \quad (66)$$

Wird die Ausgabefunktion nur an den Stützstellen im Abstand Δt berechnet, so werden die Ordinaten der Impulsantwortfunktion $h(t)$ ebenfalls in Schritten von Δt benötigt:

$$\Delta t h(j \Delta t) = \frac{\Delta t}{k_{KM} \Gamma(n_{KM})} \left(\frac{j \Delta t}{k_{KM}} \right)^{n_{KM}-1} e^{-j \Delta t / k_{KM}} \quad (67)$$

mit $j = 0, 1, 2, \dots, m$. Setzt man $h(j \Delta t) = h_j$, so ergeben sich die Ordinaten der Ausgabefunktion zu:

$$q_j = \sum_{i=0}^j p_i h_{j-i} \Delta t \quad (68)$$

Geht man davon aus, daß zum Zeitpunkt $t = t_0 = 0$ ein stationärer Anfangszustand $Q_{Z,0}$ herrscht, so beträgt mit $Q_{Z,0} = Q_{A,0}$ die Störung dieses Anfangszustandes (Abb. 36):

$$Q_Z^*(t) = Q_Z(t) - Q_{Z,0} \quad (69a)$$

$$Q_A^*(t) = Q_A(t) - Q_{Z,0} \quad (69b)$$

Damit ergibt sich folgende Arbeitsgleichung:

$$Q_{A,j} = Q_{A,0} + \sum_{i=0}^j Q_{Z,i}^* h_{j-i} \Delta t \quad (70)$$

Bei der Diskretisierung der Ganglinie ist entsprechend dem MUSKINGUM-Verfahren $\Delta t \leq k_{KM}$ zu wählen.

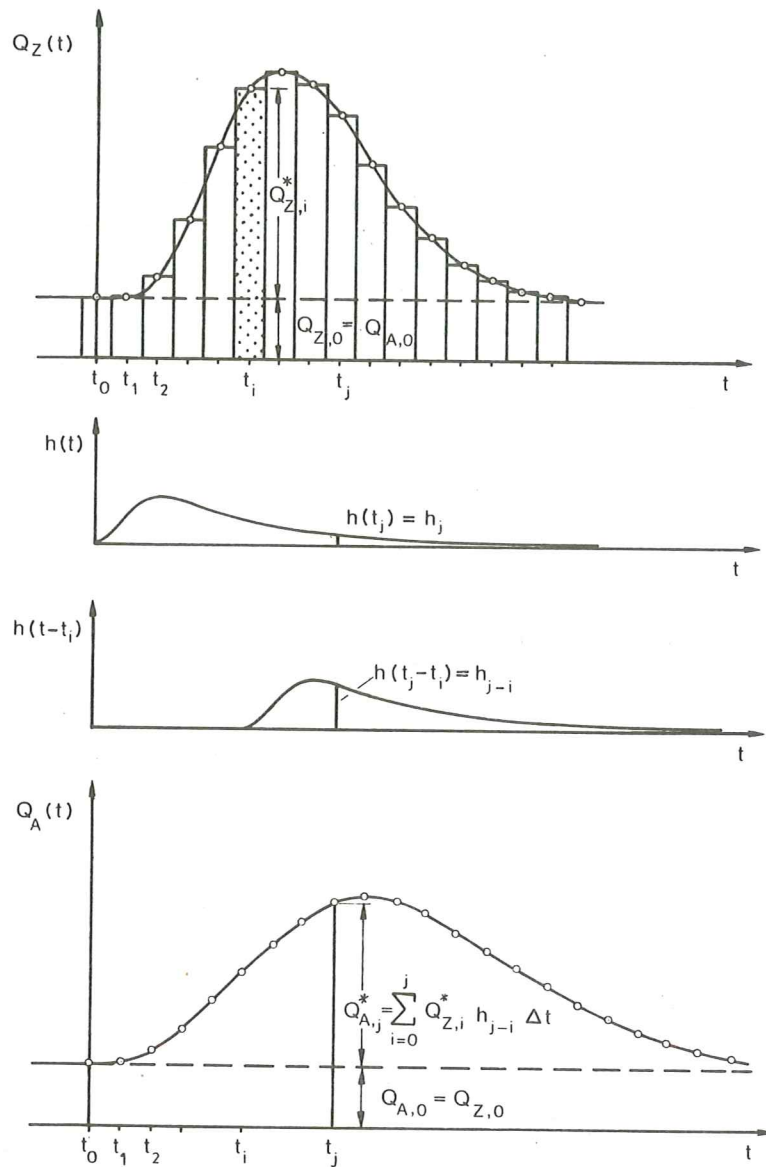


Abb. 36 Berechnung der Abflußganglinie $Q_A(t)$ aus der Zuflußganglinie $Q_Z(t)$ mit Hilfe des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens auf der Grundlage der Impulsantwort für die lineare Speicherkaskade (Arbeitsgleichung 70)

Das KALININ-MILJUKOV-Verfahren auf der Grundlage von Gl. 70 hat gegenüber der Rekursionsformel (Gl. 60) den großen Vorteil, daß die Abflußganglinie nicht schrittweise von einem zum anderen charakteristischen Abschnitt berechnet werden muß, sondern sich bei Umgehung von $n_{KM}-1$ Zwischenschritten direkt ergibt. Dafür muß die Speicherkonstante k_{KM} jedoch für jeden charakteristischen Abschnitt konstant angenommen werden können. Da die Arbeitsgleichung 70 keine Rekursionsformel darstellt, ist mit einem erhöhten Aufwand an Computerzeit zu rechnen.

Die Parameter des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens sind die Länge des charakteristischen Abschnittes L_m und die Speicherkonstante k_{KM} . Beim KALININ-MILJUKOV-Verfahren auf der Grundlage der linearen Speicherkaskade kann statt L_m die Anzahl der charakteristischen Abschnitte n_{KM} als Parameter angesehen werden. Zur Bestimmung der Parameter bestehen wie beim MUSKINGUM-Verfahren mehrere Möglichkeiten.

Das Verdienst von KALININ und MILJUKOV bei der Entwicklung des nach ihnen benannten Verfahrens besteht vor allen Dingen in der Berechnung der Parameter aus der Geometrie des Flußabschnittes und den stationären Abflußverhältnissen. Dabei wird von folgender Betrachtungsweise ausgegangen.

Bei instationärer Strömung ist der Abfluß Q nicht nur vom Wasserstand, sondern auch vom Energiegefälle abhängig, was sich deutlich in der Abflußkurve (Hysteresisschleife) zeigt, die wegen der Abhängigkeit vom Ablauf des Hochwassers im voraus nicht bestimmt werden kann.

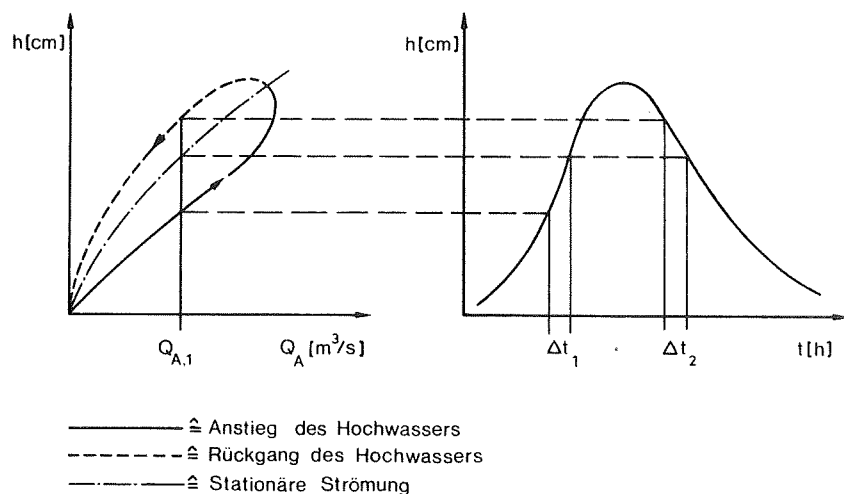


Abb. 37 Abflußschleife und Wasserstandsganglinie eines Hochwasserereignisses und stationäre Wasserstand-Abfluß-Beziehung in einem Flußprofil

Greift man sich einen beliebigen Abfluß $Q_{A,1}$ heraus, so können ihm drei verschiedene Wasserstände zugeordnet werden (Abb. 37). Beim Anstieg (Rückgang) des Hochwassers treten die Wasserstände bezogen auf die eindeutige Abflußkurve nur Δt_1 (Δt_2) später auf

als diejenigen, die dem instationären Fließvorgang zugeordnet sind. Mit hinreichender Genauigkeit kann $\Delta t_1 = \Delta t_2$ gesetzt werden.

Eine eindeutige Wasserstand-Abfluß-Beziehung erhält man also dann, wenn die Abflüsse Q_A den um Δt später auftretenden Wasserständen h_w zugeordnet werden. Das bedeutet, daß eine eindeutige Beziehung auch zwischen den Abflüssen Q_A und den gleichzeitig, aber die Strecke l stromaufwärts beobachteten Wasserständen h_w bestehen muß (Abb. 38).

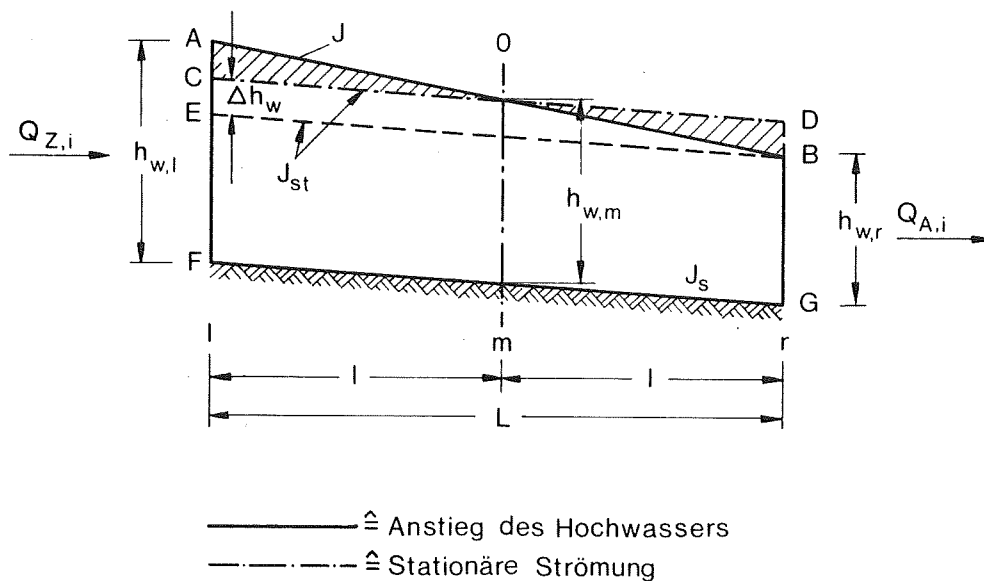


Abb. 38 Charakteristischer Abschnitt der Länge L

Unter der Voraussetzung eines geradlinigen Wasserspiegelverlaufes im charakteristischen Abschnitt und der Gleichheit von Energie- und Wasserspiegelgefälle ist der Abfluß Q_A im Querschnitt r allein eine Funktion des Wasserstandes h_w im Querschnitt m und unabhängig vom Wasserspiegelgefälle J . Die Unabhängigkeit vom Wasserspiegelgefälle kann durch folgende Gleichung ausgedrückt werden:

$$\frac{dQ}{dJ} = \frac{\partial Q}{\partial h_w} \frac{dh_w}{dJ} + \frac{\partial Q}{\partial J} = 0, \quad (71)$$

die auch für den stationären Fall gilt.

Mit $dh = -l dJ$ und der Formel von MANNING-STRICKLER

$$Q = k_m F R_h^{2/3} J^{1/2}$$

k_M	Rauhigkeitskoeffizient im Sinne des Fließgesetzes von MANNING-STRICKLER
F	Fließquerschnitt
R_h	hydraulischer Radius
J	Wasserspiegelgefälle

ergibt sich die Länge des charakteristischen Abschnittes zu:

$$L = 2l = \frac{Q}{J} \frac{dh_w}{dQ} \quad (72)$$

In Gl. 72 beziehen sich alle Größen auf stationäre Verhältnisse. Der Quotient dh_w/dQ kann der Abflußkurve entnommen werden, die an möglichst vielen Querschnitten der betrachteten Flußstrecke an Hand von stationären Wasserspiegelfixierungen und zugehörigen Abflußmessungen oder stationären Wasserspiegelberechnungen aufzustellen ist. Auch das Wasserspiegelgefälle J ($J = f(Q)$) kann den Wasserspiegelfixierungen entnommen werden. Da die Länge des charakteristischen Abschnittes von Q abhängt, wird für einen bestimmten Abflußbereich $\Delta Q_{Z,A}$ eine mittlere Länge L_m eingeführt:

$$L_m = \frac{1}{\Delta Q_{Z,A}} \int_{\Delta Q_{Z,A}} L(Q) dQ \approx \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m L_j \quad (73)$$

Die Berechnung von L_m erfolgt im allgemeinen in Differenzschritten. Dazu wird der Abflußbereich in m Abflußstufen gleicher Höhe unterteilt und für den mittleren Abfluß jeder Stufe die Länge des charakteristischen Abschnittes L_j nach Gl. 72 berechnet. Als Grenzen des Abflußbereiches wurden das langjährige MQ und MHQ angenommen.

Ausgehend von Gl. 54 gilt für die Speicherkonstante k_{KM} des charakteristischen Abschnittes:

$$k(Q) = \frac{\Delta V}{\Delta Q} = L B(h_w) \frac{\Delta h_w}{\Delta Q} \quad (74)$$

$B \hat{=}$ mittlere Breite des Wasserspiegels.

Auch hier beziehen sich alle Größen auf stationäre Verhältnisse. Sie können ebenfalls aus den stationären Wasserspiegelfixierungen

schen Abschnitten mit gleicher Speicherkonstanten (lineare Speicherkaskade) aufgefaßt werden, so besteht die Möglichkeit, statt der charakteristischen Abschnittslänge L_m die Anzahl der Abschnitte n_{KM} als einen Parameter des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens anzusehen. Ist die Gesamtlänge des Flußabschnittes L_G , so ergibt sich n_{KM} der Gl. 64 ÷ 67 zu

$$n_{KM} = \frac{L_G}{L_m} \quad (76)$$

Selbstverständlich läßt sich ein Flußabschnitt auch in Unterabschnitte zerlegen, die sich durch gleiche oder ähnliche Abflußverhältnisse auszeichnen. Für jeden dieser Unterabschnitte wird dann die Ermittlung der Parameter L und k_{KM} bzw. n_{KM} und k_{KM} gesondert vorgenommen.

Weitere Möglichkeiten zur Ermittlung der Parameter n_{KM} und k_{KM} bestehen in der Parameteroptimierung (GRÜNEWALD, 1971 [42], SOSNOWSKI, 1971 [80], SEUS/RÖSL, 1972 [79]) und in der bereits erwähnten, aber unergiebigen Momentenmethode. Als Zielfunktion für die Parameteroptimierung kann z.B. Gl. 51 herangezogen werden.

Obwohl die Parameter des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens aus der Geometrie des Gerinnes und den stationären Abflußverhältnissen bestimmt werden können, ist eine Nachberechnung abgelaufener Hochwasserereignisse empfehlenswert. Dabei können sich Korrekturen an den ermittelten Parametern anbieten.

Alle genannten Verfahren zur Ermittlung der Parameter sind für Flußabschnitte, die von zwei Pegeln begrenzt werden, anwendbar. Für Flußabschnitte zwischen einem Pegel und der Mündung des Vorfluters lassen sich die Parameter nur aus der Geometrie des Flußabschnittes und den stationären Abflußverhältnissen ableiten. Wegen der fehlenden Beobachtung abgelaufener Hochwasserereignisse an der Mündung muß jedoch auf eine Korrektur der ermittelten Parameter, wie oben erwähnt, verzichtet werden.

Näherungsweise Ermittlung der Parameter für Flußstrecken mit seitlichen Zuflüssen und Kraftwerksstufen

Bisher wurde davon ausgegangen, daß in einem Flußabschnitt keine seitlichen Zuflüsse auftreten. Wie bereits erwähnt, ist dies

jedoch nur selten der Fall. Die einzige Methode zur Bestimmung der Parameter, die keine beobachteten Eingabe- und Ausgabefunktionen benötigt, ist diejenige von KALININ und MILJUKOV. Wird auf eine Korrektur der Parameter, die aus der Geometrie des Gerinnes und den stationären Abflußverhältnissen bestimmt worden sind, verzichtet, so lassen sie sich auch für solche Flußstrecken ermitteln, in denen seitliche Zuflüsse auftreten. Die Optimierung, die ebenfalls für die Bestimmung der Parameter des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens, und zwar auf der Grundlage der linearen Speicherkaskade, herangezogen werden kann, versagt dagegen. Dies gilt zumindest für Flußabschnitte mit seitlichen Zuflüssen längs des Gerinnes, und zwar aus dem Zwischeneinzugsgebiet. Bei konzentrierten seitlichen Zuflüssen, soweit sie in Abhängigkeit von der Zeit bekannt sind, ist die Anwendung eines Optimierungsverfahrens möglich (ROSEMAN, 1973 [69]).

Um den Einfluß der Parameter auf die Berechnung des Ablaufs von Hochwasserwellen in einem Flußabschnitt abschätzen zu können, wurden Sensitivitätsuntersuchungen durchgeführt.

Die Ermittlung der Parameter erfolgte für die zu untersuchenden Flußabschnitte nach der Methode von KALININ und MILJUKOV. Die Flußabschnitte wurden zu diesem Zweck in Unterabschnitte zerlegt und jeder Unterabschnitt durch eine lineare Speicherkaskade ersetzt. Bis auf die Abflußganglinie des Zwischeneinzugsgebietes (Abb. 32) wurden alle beobachteten Zuflüsse $Q_{Z,i}(t)$ am oberen Ende des Flußabschnittes bzw. an der Mündung der seitlichen Zubringer angesetzt. Dann erfolgte die Berechnung der Teilabflußganglinien $Q'_{A,i}(t)$ am unteren Ende des Flußabschnittes, deren Superposition ($Q'_A(t)$) und die Differenzenbildung $\Delta Q_A(t) = Q_A(t) - Q'_A(t)$. Die Differenzenganglinie $\Delta Q_A(t)$ ist der Beitrag des Zwischeneinzugsgebietes längs des Flußabschnittes.

Werden die Parameter innerhalb bestimmter Grenzen variiert, so entstehen jeweils unterschiedliche Differenzenganglinien $\Delta Q_A(t)$. Die Differenzenganglinie ist somit ein Ausdruck für den Einfluß der Parameter auf die Berechnung des Ablaufs von Hochwasserwellen in einem Flußabschnitt. Außerdem kann ein Vergleich der berechneten Abflußganglinie $Q'_A(t)$ mit der beobachteten $Q_A(t)$

über die hydrologische Deviation (SCHULTZ, 1968 [751]) erfolgen:

$$DE = \frac{200 \sum_{i=1}^m |Q_{A,ber,i} - Q_{A,beo,i}| Q_{A,beo,i}}{m Q_{S,beo}^2} \quad (77)$$

$Q_{A,ber,i}$	berechnete Abflußganglinienordinaten
$Q_{A,beo,i}$	beobachtete Abflußganglinienordinaten
$Q_{S,beo}$	beobachteter Scheitelabfluß
m	Anzahl der Abflußganglinienordinaten

Ausgehend von den "berechneten" Parametern der Unterabschnitte i: $n_{KM,i}$ und $k_{KM,i}$ wurde die Sensitivitätsanalyse für folgende Fälle durchgeführt.

Fall 1: $n'_{KM,i} = n_{KM,i} (1 + \frac{p}{100})$
 Die Werte $k'_{KM,i}$ ergeben sich aus der Bedingung:
 $n'_{KM,i} k'_{KM,i} = n_{KM} k_{KM}$

Fall 2: $k'_{KM,i} = k_{KM,i} (1 + \frac{p}{100})$
 Die Werte $n'_{KM,i}$ ergeben sich aus der Bedingung:
 $n'_{KM,i} k'_{KM,i} = n_{KM} k_{KM}$

Fall 3: $n'_{KM,i} = n_{KM,i} (1 + \frac{p}{100})$
 $k'_{KM,i} = k_{KM,i}$, d.h. $n'_{KM,i} k'_{KM,i} \neq n_{KM} k_{KM}$

Fall 4: $k'_{KM,i} = k_{KM,i} (1 + \frac{p}{100})$
 $n'_{KM,i} = n_{KM,i}$, d.h. $n'_{KM,i} k'_{KM,i} \neq n_{KM} k_{KM}$

Die Größe p wurde zu -50, -25, +25, +50 % gewählt.

Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse lassen sich wie folgt zusammenfassen;

- In den Fällen 1 und 2 ergaben sich nahezu identische Differenzganglinien.
- In den Fällen 3 und 4 ergaben sich Differenzganglinien, die sich, vergleicht man sie mit derjenigen für $p=0$, lediglich durch eine geringe ($p<0$) oder größere Translation ($p>0$) unterscheiden. Die Form der Differenzganglinien ist in allen Fällen nahezu identisch.

Daraus folgt, daß der Ermittlung der charakteristischen Abschnittslänge bzw. der Anzahl der charakteristischen Abschnitte allein keine allzu große Bedeutung zukommt. Entscheidend ist, daß das Produkt $n_{KM,i} \cdot k_{KM,i}$ richtig ermittelt wird. Dies ist besonders dann der Fall, wenn die Hochwasserwellen keine nennenswerten Verformungen erfahren, wie dies für die Wertach mit fast ausschließlich einteiligen Querschnitten, geringen Retentionsräumen und einem Gefälle von 2 bis 7 % zutrifft. Diese Feststellung wird durch die Ermittlung der Parameter für eine Donaustrecke bestätigt (SEUS/RÖSL, 1972 [79]).

Beim MUSKINGUM-Verfahren ist keine der genannten Methoden zur Bestimmung der Parameter K_M und X geeignet, sobald seitliche Zuflüsse aus dem Zwischeneinzugsgebiet auftreten. Lediglich bei konzentrierten Zuflüssen, soweit sie in Abhängigkeit von der Zeit bekannt sind, ist die Bestimmung der Koeffizienten C_0, C_1, C_2 bzw. der Parameter K_M und X mit Hilfe des Anpassungsprinzips der kleinsten Quadrate möglich (ROSEMAN, 1973 [69]). Dabei wird vorausgesetzt, daß K_M längs der Wegkoordinate linear veränderlich, X konstant ist. Obwohl in der Literatur immer wieder darauf hingewiesen wird, daß die Parameter des MUSKINGUM-Verfahrens grundsätzlich nur aus beobachteten Eingabe- und Ausgabefunktionen bestimmt werden können, ist der Autor der Ansicht, daß eine Abschätzung auch ohne sie erfolgen kann. Diese Vorgehensweise ist mit der Festlegung z.B. des Rauigkeitskoeffizienten im Sinne des Fließgesetzes von MANNING-STRICKLER für Flußabschnitte vergleichbar, für die keine Wasserspiegelfixierungen und Abflußmessungen vorliegen.

Interpretiert man die Parameter K_M und k_{KM} als Laufzeiten einer Hochwasserwelle in einem Flußabschnitt bzw. in einem charakteristischen Abschnitt, so kann sicher

$$K_M = \sum_{i=1}^{n_{KM}} k_{KM,i} \quad (78)$$

gesetzt werden. Der Parameter K_M des MUSKINGUM-Verfahrens läßt sich somit aus dem Parameter k_{KM} des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens bestimmen.

Eine überschlägige Berechnung von K_M kann außerdem über folgende Formel erfolgen:

$$K_M = \frac{L_G}{c}, \quad (79)$$

wobei c [m/s] die Wellengeschwindigkeit, d.h. die Ausbreitungsgeschwindigkeit kleiner Störungen ist. Sie läßt sich z.B. aus dem Gesetz von SEDDON-KLEITZ (LINSLEY/KOHLER/ PAULHUS, 1949 [54]) berechnen, das aus den Gln. 40 und 41 unter Vernachlässigung der Glieder $\frac{\partial v}{\partial t}$ und $\frac{\partial v}{\partial x}$ abgeleitet werden kann. Die Größe c ergibt sich dabei zu:

$$c = \frac{dQ}{B \, dh_w} \quad (80)$$

$\frac{dh_w}{dQ}$ Anstiegsmaß der Abflußkurve
 B mittlere Wasserspiegelbreite

Für breite Rechteckquerschnitte und bei Verwendung des Fließgesetzes von MANNING-STRICKLER läßt sich daraus näherungsweise folgende Formel ableiten:

$$c = \frac{5}{3} \, v \quad (81)$$

In der Arbeit von BECKER/LEDER, 1971 [18] wird die Wellengeschwindigkeit nach der Formel

$$c = A \sqrt{J} \quad (82)$$

mit $A = a \, k_M \, R_h^{2/3} \, J^{1/2} \quad (83)$

ermittelt.

A Wellenschnelligkeitsfaktor
 J Wasserspiegelgefälle
 a Proportionalitätsfaktor
 k_M Rauigkeitskoeffizient im Sinne des Fließgesetzes von MANNING-STRICKLER
 R_h hydraulischer Radius

Der Wellenschnelligkeitsfaktor A wurde experimentell aus künstlich erzeugten Wellen bestimmt.

Der Parameter K_M kann außerdem in etwa gleich der Laufzeit des Abflußscheitels bzw. der Wellenschwerpunkte im betrachteten Flußabschnitt gesetzt werden (LINSLEY/KOHLER/PAULHUS, 1949 [54], CARTER/GODFREY, 1960 [23], CHOW, 1964 [24]).

Die Ermittlung des Parameters K_M über die Wellengeschwindigkeit kann kleinere Werte als Gl. 78 bzw. die beobachteten Laufzeiten der Abflussscheitel ergeben. Da mit steigendem Wasserspiegel im allgemeinen der Einfluß der Reibung zunimmt, wandert der Scheitel der Hochwasserwelle zwar mit einer Geschwindigkeit, die größer ist als die mittlere Fließgeschwindigkeit. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c wird jedoch nicht erreicht.

Für drei Flußabschnitte der Wertach wurde der Parameter K_M des MUSKINGUM-Verfahrens nach verschiedenen Methoden ermittelt. Die Ergebnisse dieser Untersuchung stimmen gut überein. Sie sind in Tab. 1 zusammengestellt.

Tab. 1 Ergebnisse der Parameter-Bestimmung für K_M [h] des MUSKINGUM-Verfahrens nach verschiedenen Methoden (3 Flußabschnitte der Wertach von Fluß-km 123,0 bis Fluß-km 0,0)

Wertach	$K_M = \sum_{i=1}^{n_{KM}} k_{KM,i}$	$K_M = \frac{LG}{c}$ $c = \frac{5}{3} v$	$K_M = \text{Laufzeit}$ beobachteter Abflussscheitel
Pegel Haslach- Ablauf ÷ Pegel Bießenhofen (Fluß-km 123,0 ÷ Fluß-km 80,0)	4,25	4,73	4,50
Pegel Biessenho- fen ÷ Pegel Türk- heim (Fluß-km 80,0 ÷ Fluß-km 45,4)	3,00	3,20	3,50
Pegel Türkheim ÷ Mündung (Fluß-km 45,4 ÷ Fluß-km 0,0)	3,65	3,18	3,50

Für die Ermittlung des Parameters X des Muskingum-Verfahrens sind in der Literatur ebenfalls eine Reihe von Formeln zu finden (BRAKENSIEK, 1963 [20], OVERTON, 1966 [63], SVOBODA, 1967 [83], CUNGE, 1969 [27], ROSEMAN/VEDRAL, 1970 [67], SEUS/RÖSL, 1972 [79]), die sich jedoch für die praktische Anwendung nicht

eignen. Dies liegt vor allen Dingen daran, daß dem Gewichtungsfaktor X bis heute keine physikalische Bedeutung zugewiesen werden kann, obwohl CUNGE, 1969 [27] die Arbeitsgleichungen des MUSKINGUM-Verfahrens durch einleuchtende Vereinfachungen aus den SAINT VENANT'schen Differentialgleichungen abgeleitet hat. Mehr als eine formale Begründung läßt sich für die Ermittlung des Parameters X mit Hilfe der in den oben genannten Veröffentlichungen enthaltenen Formeln, auf die im einzelnen nicht eingegangen werden soll, nicht finden. Dies trifft insbesondere für die Berechnung von X aus dem Parameter n_{KM} des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens zu (SVOBODA, 1967 [83], ROSEMAN/VEDRAL, 1970 [67], SEUS/RÖSL, 1972 [79]). Da die Berechnung des Parameters X für die 3 Flußabschnitte der Wertach (Tab. 1) zu den unterschiedlichsten Ergebnissen führte, ist der Autor dazu übergegangen, diesen Parameter abzuschätzen. Eingehende Sensitivitätsanalysen an der Wertach und die Ermittlung von X für verschiedene Flußstrecken ohne nennenswerte seitliche Zubringer an Iller, Lech, Isar und Donau haben die Möglichkeit, so vorgehen zu können, bestätigt. Interpretiert man die Berechnungsergebnisse von KRESSER, 1973 [51] für die österreichische Donaustrecke, so lassen sie ähnliche Schlüsse zu.

Die Sensitivitätsanalyse an der Wertach wurde ebenso durchgeführt, wie bereits beim KALININ-MILJUKOV-Verfahren beschrieben. Dabei blieb bei Variation von K_M der Parameter $X = \text{const.}$ und umgekehrt. Die Ergebnisse dieser Untersuchung lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Für $K_M = \text{const.}$ und $X = 0,25$ und $0,50$ ergaben sich nahezu identische Differenzenganglinien.
- Für $X = \text{const.}$ und $K'_M = K_M \left(1 + \frac{p}{100}\right)$ mit $p = -50, -25, +25$ und $+50\%$ ergaben sich Differenzenganglinien, die sich, vergleicht man sie mit derjenigen für $p = 0$, lediglich durch eine geringere ($p < 0$) oder größere Translation ($p > 0$) unterscheiden. Die Form der Differenzenganglinien ist in allen Fällen nahezu identisch.

Daraus folgt, daß in den betrachteten Flußstrecken mit fast ausschließlich einteiligen Fließquerschnitten ohne nennenswerte Retentionsräume und mit großem Gefälle dem Parameter X keine große Bedeutung zukommt. Entscheidend für die Berechnung des

Ablaufs von Hochwasserwellen ist lediglich der Parameter K_M , der möglichst genau bestimmt werden sollte. Da die ablaufenden Wellen nur unbedeutende Abflachungen erfahren, ist $X = 0,50$, d.h. der Fall einer gleichförmig fortschreitenden Welle, anzunehmen. Ähnliche Ergebnisse ergaben sich an Iller, Lech, Isar und der Donau unterhalb Kelheim (MANIAK/ROSEMANN/ROTHER, 1975 [55]).

Der Autor ist deshalb der Ansicht, daß der Parameter X mit hinreichender Genauigkeit abgeschätzt werden kann. Für Flußläufe mit mehrteiligen Querschnitten und großen Retentionsräumen, in denen sich neben der fließenden auch stehende Retention ausbildet, dürfte X zwischen 0 und 0,20, für Flußläufe mit einteiligen Querschnitten und unbedeutenden Retentionsräumen zwischen 0,40 und 0,50 liegen. Für Flußläufe mit mehrteiligen Querschnitten, einem nicht geringen Abflußanteil in den Vorländern bei vorwiegend fließender Retention wird der mittlere Wertebereich $X = 0,20 \div 0,40$ zutreffen. Innerhalb der angegebenen Wertebereiche dürfte sich X mit steigendem Wasserspiegelgefälle der oberen Grenze nähern. Ist für einen bestimmten Flußlauf der Wertebereich festgelegt, so kann innerhalb dessen Grenzen durch entsprechende Sensitivitätsanalysen der Einfluß des Parameters X auf die Berechnung des Ablaufs von Hochwasserwellen ermittelt werden.

Mit der überschlägigen Ermittlung des Parameters K_M und der Abschätzung von X besteht nun die Möglichkeit, das MUSKINGUM-Verfahren auch für Flußabschnitte mit seitlichen Zuflüssen, insbesondere aus dem Zwischeneinzugsgebiet, anzuwenden. Schwierigkeiten bereiten jedoch nach wie vor Flußabschnitte mit Kraftwerksstufen. Über die Anwendung der hydrologischen Verfahren in derartigen Fällen sind dem Autor keine Veröffentlichungen bekannt geworden. Da eine grundsätzliche Untersuchung aus zeitlichen Gründen bisher unterbleiben mußte, wurde von folgenden Vorstellungen ausgegangen.

In Flußabschnitten mit Kraftwerksstufen ohne große Retentionsräume, die im Laufbetrieb gefahren werden, ist der Ablauf der Hochwasserwelle durch betriebliche Maßnahmen nicht entscheidend zu beeinflussen. Dies vor allem dann nicht, wenn die sich anschließenden Forderungen: Einhaltung des Stauzieles und Vermei-

dung von Abflußverschärfungen nach Unterstrom nicht eingehalten werden (NEUMÜLLER/BERNHAEUER, 1969 [61]). Die größeren Wassertiefen führen zwar zu kleineren Laufzeiten, eine bedeutsame Verformung der Hochwasserwelle tritt jedoch im allgemeinen nicht auf. Es wird deshalb davon ausgegangen, daß in derartigen Fällen die hydrologischen Verfahren ausreichen, den Ablauf von Hochwasserwellen in Stauräumen in erster Näherung zu beschreiben. Die Parameter der hydrologischen Verfahren können selbstverständlich auch hier nur näherungsweise ermittelt bzw. abgeschätzt werden.

Liegt z.B. ein Flußabschnitt vor, bei dem natürliche Fließstrecken und Stauräume auftreten und soll der Flußabschnitt bei Anwendung des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens durch eine lineare Speicherkaskade ersetzt werden, so lassen sich die Länge des charakteristischen Abschnittes und die Speicherkonstante k_{KM} im Bereich der natürlichen Flußstrecke ermitteln. Eine übersichtliche Berechnung der Speicherkonstanten (Laufzeit) der Stauräume kann mit Hilfe der Gln. 79 und 80 erfolgen. Bezeichnet man die Summe aller Speicherkonstanten des Flußabschnittes mit K_G , so ergibt sich die Anzahl der charakteristischen Abschnitte näherungsweise zu:

$$n_{KM} = \frac{K_G}{k_{KM}} \quad (84)$$

Bei dieser Betrachtungsweise wird aus dem Flußabschnitt der Länge L_G ein Ersatzgerinne der Länge $L'_G < L_G$ erzeugt, das in etwa die gleichen Translationseigenschaften besitzt wie das ursprüngliche Gerinne. Da ein lineares System vorliegt und die ablaufende Hochwasserwelle an keinem Zwischenpunkt des Flußabschnittes berechnet werden soll, spielt es keine Rolle, wie die Stauräume über den Flußabschnitt verteilt sind. Bei einer durchgehenden Staustufenkette ist k_{KM} unter der Voraussetzung einer natürlichen Flußstrecke zu berechnen. Da dafür keine Wasserspiegelfixierungen und Abflußmessungen vorhanden sein dürften, sind stationäre Wasserspiegelberechnungen für diesen Fall einzuschalten.

Auch das MUSKINGUM-Verfahren ist anwendbar. Unter der Voraussetzung, daß keine Abflußverschärfung eintritt, kann in erster Näherung $X = 0,50$ angenommen werden. Die Speicherkonstante K_M

entspricht dem bereits oben genannten Wert K_G .

Für Flußabschnitte, die Kraftwerksstufen mit großen Retentionsräumen aufweisen und im Schwellbetrieb gefahren werden, reichen die näherungsweise Berechnungen sicher nicht aus. Deshalb ist vorgesehen, das bestehende Modell um ein hydraulisches Verfahren zu erweitern, mit dem die Berechnung des Ablaufs von Hochwasserwellen in Stauräumen mit hinreichender Genauigkeit möglich wird.

Für Flußabschnitte mit seitlichen Zubringern sind noch folgende Hinweise erforderlich. Handelt es sich um einen Flußabschnitt ohne Kraftwerksstufen und kommt das KALININ-MILJUKOV-Verfahren zum Einsatz, so durchläuft die Hochwasserwelle des seitlichen Zubringers die charakteristischen Abschnitte von der Mündung des Zubringers bis zum Ende des Flußabschnittes. Bei Anwendung des MUSKINGUM-Verfahrens wird davon ausgegangen, daß der Parameter K_M vom Anfang bis zum Ende des Flußabschnittes linear zunimmt. Damit kann für jeden seitlichen Zubringer die Speicherkonstante $K_{M,i}$ für den jeweils durchflossenen Teil des Flußabschnittes berechnet werden. Der Parameter X wird als konstant über den gesamten Flußabschnitt angenommen. Bei Flußabschnitten mit Kraftwerksstufen ist die überschlägige Ermittlung bzw. Abschätzung der Parameter für jeden seitlichen Zubringer von dessen Mündung bis zum Ende des Flußabschnittes ebenso durchzuführen, wie bereits für den gesamten Flußabschnitt beschrieben.

Zusammenfassende Wertung

Wie die Ausführungen gezeigt haben, wird auch die Berechnung des Ablaufs von Hochwasserwellen in offenen Gerinnen mit Hilfe bewährter Bausteine durchgeführt. Die späteren Beispiele (siehe Abschnitt 7.3) beweisen, daß die verwendeten Bausteine ausreichen, die Phase des Wellenablaufs im Rahmen der Hochwasservorhersage mathematisch hinreichend genau zu beschreiben. Die verwendeten hydrologischen Verfahren überzeugen dabei weniger wegen des physikalischen Hintergrundes als vielmehr wegen der Qualität der Ergebnisse. Signifikante Einschränkungen bestehen bis auf Flußabschnitte, die Kraftwerksstufen mit großen Retentionsräumen aufweisen und im Schwellbetrieb gefahren werden, nicht. Das Wellenablaufmodell ist im systemtheoretischen Sinn als li-

near und zeitinvariant zu bezeichnen. Durch die Einführung abflußabhängiger Speicherkonstanten läßt sich die Modellstufe dem natürlichen Hochwasserablauf weiter anpassen. Damit würde das Wasserlaufmodell nichtlineare und zeitvariante Eigenschaften annehmen.