

# Problema $3n + 1$ No.100

Diego Alfonso Prieto Torres - Sebastian Camilo Martinez Reyes

25 de octubre de 2012

## Índice

<b>1. Contextualizacion</b>	<b>1</b>
<b>2. Definicion del Problema</b>	<b>2</b>
2.1. Objetivos . . . . .	2
2.2. Precondicion . . . . .	2
2.3. Poscondicion . . . . .	2
<b>3. Modelamiento de la Solucion</b>	<b>3</b>
3.1. Definicion de Conceptos . . . . .	3
3.2. Estrategia de Solucion . . . . .	3
3.3. Leve Nocion de Estructura de Datos . . . . .	3
<b>4. Conclusiones</b>	<b>4</b>

## 1. Contextualizacion

El problema  $3n + 1$  es uno de los problemas de recursión clásicos de las competencias de maratón, actualmente se encuentra una referencia al problema en el juez virtual UVA con el numeral 100 del volumen I que se encuentra en la colección de problemas. Este documento busca presentar una solución desde el enfoque matemático así como un diseño para la codificación de la misma, se busca que los alumnos puedan codificar una solución en cualquier lenguaje de programación a partir de el diseño presentado en este documento.

## 2. Definicion del Problema

### 2.1. Objetivos

Los objetivos a buscar con el problema son:

- Usando la sucesión  $3n + 1$  definida como :

$$\blacksquare F(n) = \begin{cases} n, f(3n+1) & \text{si } n \text{ es impar} \\ n, f(n/2) & \text{si } n \text{ es par} \\ n & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

- donde la longitud de la sucesión se define como el numero elementos generados a partir de un numero  $n$ ,  $(F(n))$ .

Ejemplo:  $F(22) = 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1$  la longitud de  $F(22)$  es 16

Nota: la longitud de una sucesión sera escrita de la siguiente manera:  $len(F(n))$ ; luego  $len(F(22)) = 16$ .

Se busca determinar la sucesión con el mayor numero de elementos dado un rango  $[i, j]$ . Es decir la mayor de las  $len(F(n))$  dado que  $i \leq n \leq j$

### 2.2. Precondicion

Un par de enteros  $i, j$ , donde  $1 \leq i \leq j \leq 1,000,000$ .

### 2.3. Poscondicion

.La salida deben ser 3 enteros dos de ellos seran  $i, j$ , el tercero denominado  $k$  correspondera a la mayor de las  $len(F(n))$  dado que  $i \leq n \leq j$ .

Ejemplo:

Entrada:

1 10

Salida:

1 10 20

### 3. Modelamiento de la Solucion

#### 3.1. Definicion de Conceptos

La sucesión  $3n + 1$  cuenta con la propiedad de que cada uno de sus elementos es unico , por lo que podemos escribir la sucesion como un conjunto definido asi:

$$S_n = \{F(n) : i \leq n \leq j\}$$

#### 3.2. Estrategia de Solucion

La estrategia consiste en definir cada uno de los  $S_n$  dentro del rango  $[i, j]$  , para luego encontrar el maximo de los  $\#S_n$  .Es decir la solución estara dada por:

$$(\uparrow k \mid k = \#S_n \wedge i \leq n \leq j)$$

#### 3.3. Leve Nocion de Estructura de Datos

Para poder implementar el ejercicio de una forma correcta y eficiente, se recomienda usar un procedimiento recurrente definiendo la sucesión  $3n + 1$  donde en simultaneo se esten contando los elementos que genera la misma. con el fin de hacer la comparacion entre las cantidades de elementos de cada una de las sucesiones generadas por el rango  $[i, j]$ .

## 4. Conclusiones

Con este problema podemos observar como la recursión nos ayuda a generar soluciones de una manera mas optima y con un consumo de menos recursos (memoria y tiempo) comparado con una posible solución orientada a un modelo iterativo, como consecuencia observamos que gracias a nuestro analisis podemos obviar la generación de cada uno de los conjuntos. Es decir basta con contar las veces que nuestra aplicación hace un llamado a nuestra función recurrente