

# Factors and Factorials

Diego Alfonso Prieto Torres - Sebastian Camilo Martinez Reyes

21 de octubre de 2012

## Índice

<b>1. Contextualizacion</b>	<b>1</b>
<b>2. Definicion del Problema</b>	<b>1</b>
2.1. Objetivos . . . . .	1
2.2. Precondicion . . . . .	2
2.3. Poscondicion . . . . .	2
<b>3. Modelamiento de la Solucion</b>	<b>2</b>
3.1. Definicion de Conceptos . . . . .	2
3.2. Introduccion al Problema . . . . .	2
3.3. Estrategia de la solucion . . . . .	3
3.4. Leve Nocion de Estructura de Datos . . . . .	3
<b>4. Conclusiones</b>	<b>3</b>

## 1. Contextualizacion

El problema de Factor and Factorials es un problema usado en maratones de programacion cuyo enunciado puede encontrarse actualmente en el Juez en Linea de la UVA identificado con el codigo 160. Este documento busca, dar solucion desde un enfoque matematico a el problema, es decir, plantear una metodologia para que alumnos que se encuentran en los primeros cursos de programacion, puedan desarrollar con eficacia el ejercicio. Este problema en particular, esta dentro de la clasificacion de teoria de numeros, por lo cual es, a nuestro modo de ver, una perfecta opcion para afianzar los conocimientos en formalizacion matematica.

## 2. Definicion del Problema

### 2.1. Objetivos

Los objetivos que se plantean con este programa consisten en:

- Lograr expresar el factorial de un numero, por medio del producto de la descomposicion en sus factores primos.
- Informar, la cantidad de veces que un factor primo debe ser usado, para lograr el objetivo inmediatamente anterior.

## 2.2. Precondicion

Un entero  $n$  tal que  $2 \leq n \leq 100$ .

## 2.3. Poscondicion

Escribir el factorial del numero  $n$  en terminos de los factores primos que contenidos en este.

# 3. Modelamiento de la Solucion

## 3.1. Definicion de Conceptos

Antes de comenzar a solucionar el problema, es conveniente aclarar dos conceptos de matematicas basicos, los cuales son el factorial de un numero, y la descomposicion de un numero en sus factores primos.

Primero que nada, tenemos el factorial de un numero, que puede definirse como una funcion recurrente de la siguiente forma.

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{si } n = 1 \text{ o } n = 0 \\ n(n-1)!, & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

donde siempre,  
 $0 \leq n$

Sin embargo, para fines informaticos esta especificacion es mas clara.

$$n! = \{\times i \mid 1 \leq i \leq n : i\}$$

Por otro lado, la descomposicion en factores primos de un numero es la posibilidad de escribir tal numero como el producto de dichos factores.

$$factores.k = \{\times i \mid 2 \leq i \leq n/2 \wedge i.primo : i\}$$

donde:

$$primo.z = \neg(\exists i \mid 2 \leq i \leq z-1 : i \mid z)$$

### 3.2. Introduccion al Problema

Debido a que el factorial de un numero crece demacaido rapido, un camino para especificar estos numeros tan grandes, es mencionar el numero de veces que cada factor primo hace parte de su descomposicion, por lo tanto  $6! = 720$  puede ser especificado como  $6! = 4 \cdot 2 \cdot 1$ , esto quiere decir que el factor primo 2 aparece cuatro veces, el 3 dos veces y el 5 una ves. El objetivo del programa es lograr informar estas ocurrencias.

### 3.3. Estrategia de la solucion

Como el factorial de un numero  $n$  es la productoria de una sucesion de numeros de 1 hasta  $n$ , podemos concluir que de la misma forma la multiplicacion de los factores primos desde 1 hasta  $n$  da como resultado el factorial de  $n$ . Esto lo definimos como:

$$n! = \{\times i \mid 2 \leq i \leq n : \text{factores}.i\}$$

Con la definicion anterior de factorial, podemos darle solucion al problema de una forma mas sencilla que consiste en registrar las ocurrencias de los factores primos de cada numero que este en el intervalo  $[2, n]$ .

### 3.4. Leve Nocion de Estructura de Datos

Como consejo, para dar comienzo a la solucion de problema, se recomienda tener un vector con los numeros primos desde 2 hasta  $M/2$  donde  $M$  representa la entrada mas grande posible, que en este caso particular es 100. De esta forma evitamos perder tiempo de ejecucion en el calculo de los numeros primos.

Tambien es buena idea tener un vector inicializado en 0, con la misma longitud del vector antes mencionado, en donde se llevara la cuenta del numero de apariciones u ocurrencias de los factores primos.

## 4. Conclusiones

Podemos concluir que los problemas que corresponden a teoria de numero, como este, es posible solucionarlos si recurrimos a los conceptos matematicos y reducimos la cantidad de calculos que debemos hacer para obtener la respuesta. Esto lo evidenciamos en evitar calcular el factorial del numero  $n$ , para acontinuacion encontrar sus factores primos.

Por otro lado, pudimos ver como un problema que aparentemente es recurrente, puede solucionarse de una forma iterativa de manera mas eficiente, pues como punto de referencia, debemos siempre mantener en mente el tiempo de ejecucion como un pilar de nuestra solucion; logramos esta eficiencia por medio del analisis matematico.