Sum

Diego Alfonso Prieto Torres - Sebastian Camilo Martinez Reyes

29 de noviembre de 2012

Índice

1. Contextualizacion **1**
1.1. Objetivos 2
1.2. Precondicion 2
1.3. Poscondicion 2

2. Definicion del Problema **2**
2.1. Definicion de Conceptos 2
2.2. Introduccion al Problema 3

3. Modelamiento de la Solucion **3**
3.1. Estrategia de la Solucion 3

4. Conclusiones **3**

1. Contextualizacion

El problema de Sum un problema usado en maratones de programacion cuyo enunciado puede encontrarse actualmente en el Juez en Linea TIMUS identificado con el codigo 1068. Este es un problema que esta clasificado dentro de la teoria de numeros, y por lo tanto, es la oportunidad perfecta para desafiar los conocimientos matematicos, trabajaremos con el teorema de Gauss para la suma continua de numeros enteros, lo cual nos permite hacer una abstraccion del comportamiento de los numeros muy grande.

1.1. Objetivos

- Encontrar la suma de una sucion de numeros consecutivos desde 1 hasta N.
- Recurrir a los teoremas matematicos como sustento util para solucion de problemas.

1.2. Precondicion

Un numero N tal que $-10000 \leq N \leq 10000$

1.3. Poscondicion

Un numero R que es la suma desde 1 hasta el numero N.

2. Definicion del Problema

2.1. Definicion de Conceptos

La suma de los primeros n positivos enteros es conocida como la formula de Gauss y es la siguiente:

$$(+i \mid 1 \leq i \leq n : i) = \frac{n(n+1)}{2}$$

La demostracion de este teorema es muy sensilla, basta con colocar los enteros consecutivos desde 1 hasta n en dos filas asi:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & ... & n-1 & n \\ n & n-1 & n-2 & ... & 2 & 1 \end{array}$$

Sumamos las columnas y producimos n terminos, cada uno de los cuales es igual a $n+1$; entonces cuando estos terminos son sumados, obtenemos el valor de $n(n+1)$. Ya que estamos sumando dos filas desde 1 hasta n, la formula que hemos obtenido es $2(1+2+3+...+n) = n(n+1)$. por lo cual solo basta despejar el 2 para obtener:

$$(1+2+3+...+n) = \frac{n(n+1)}{2}$$

2.2. Introduccion al Problema

Lo que necesitamos hacer es encontrar la suma de los N primeros enteros en caso que N sea positivo; si es negativo es encontrar la suma de los primeros N numeros negativos hasta 1, con lo cual obtenemos:

$$M = \begin{cases} (+i \mid 1 \leq i \leq N : i) & \text{si} \quad 0 \leq N \\ \\ (-i \mid N \leq i \leq -1 : i) + 1 & \text{si} \quad N < 0 \end{cases}$$

3. Modelamiento de la Solucion

3.1. Estrategia de la Solucion

Haciendo uso de la formula de Gauss para encontrar la suma de los N primeros valores, podemos darle solucion al problema. En caso de que el N sea negativo, basta con factorizar el signo negativo y sumar 1 al resultado; con lo cual obtenemos:

$$M = \begin{cases} \frac{N(N+1)}{2} & \text{si} \quad 0 \leq N \\ \\ -\frac{N(N+1)}{2} + 1 & \text{si} \quad N < 0 \end{cases}$$

4. Conclusiones

La estructuracion de modelos matematicos para la solucion de problemas es una herramienta muy potente para hallar soluciones de gran magnitud de calculo. Como pudimos evidenciar en este problema, que se hubiese podido resolver iterativamente, reducimos la complejidad desde N para el caso mas extremo hasta 1 para cualquier caso.