Лабораторная работа 4. Динамическое программирование Университет ИТМО, Курс «Алгоритмы и структуры данных», 2016 год

Задача А. Наибольшая возрастающая подпоследовательность

Имя входного файла: lis.in Имя выходного файла: lis.out

Дана последовательность, требуется найти её наибольшую возрастающую подпоследовательность.

Формат входного файла

В первой строке входных данных задано целое число N — длина последовательности ($1 \le N \le 5000$). Во второй строке задается сама последовательность. Числа разделяются пробелом. Элементы последовательности — целые числа, не превосходящие 10^9 по модулю.

Формат выходного файла

В первой строке выведите длину наибольшей возрастающей подпоследовательности, а во второй строке выведите через пробел саму наибольшую возрастающую подпоследовательность данной последовательности. Если ответов несколько — выведите любой.

lis.in	lis.out
6	3
3 29 5 5 28 6	3 5 28

Задача В. Наибольшая общая подпоследовательность

Имя входного файла: lcs.in Имя выходного файла: lcs.out

Даны две последовательности, требуется найти и вывести их наибольшую общую подпоследовательность.

Формат входного файла

В первой строке входных данных содержится целое число N — длина первой последовательности ($1 \le N \le 2000$). Во второй строке заданы члены первой последовательности (через пробел) — целые числа, не превосходящие 10^9 по модулю. В третьей строке записано целое число M — длина второй последовательности ($1 \le M \le 2000$). В четвертой строке задаются члены второй последовательности (через пробел) — целые числа, не превосходящие 10^9 по модулю.

Формат выходного файла

В первой строке выведите длину наибольшей общей подпоследовательности, а во второй строке выведите через пробел саму наибольшую общую подпоследовательность данных последовательностей. Если ответов несколько — выведите любой.

lcs.in	lcs.out
3	2
1 2 3	2 3
4	
2 3 1 5	

Задача С. Рюкзак

Имя входного файла: knapsack.in Имя выходного файла: knapsack.out

Дано n предметов массой m_1, \ldots, m_n и стоимостью c_1, \ldots, c_n соответственно.

Ими наполняют рюкзак, который выдерживает вес не более m. Определите набор предметов, который можно унести в рюкзаке, имеющий наибольшую стоимость.

Формат входного файла

В первой строке вводится натуральное число n, не превышающее 1000 и натуральное число m, не превышающее 10000.

Во второй строке вводятся n натуральных чисел m_i , не превышающих 100.

Во третьей строке вводятся n натуральных чисел i, не превышающих 100.

Формат выходного файла

В первой строке выведите количество предметов, которые нужно взять. Во второй строке выведите номера предметов (числа от 1 до n), которые войдут в рюкзак наибольшей стоимости.

knapsack.in	knapsack.out
4 6	3
2 4 1 2	1 3 4
7 2 5 1	

Задача D. Расстояние Левенштейна

Имя входного файла: levenshtein.in Имя выходного файла: levenshtein.out

Дана текстовая строка. С ней можно выполнять следующие операции:

- Заменить один символ строки на другой символ.
- Удалить один произвольный символ.
- Вставить произвольный символ в произвольное место строки.

Например, при помощи первой операции из строки «СОК» можно получить строку «СУК», при помощи второй операции — строку «ОК», при помощи третьей операции — строку «СТОК». Минимальное количество таких операций, при помощи которых можно из одной строки получить другую, называется стоимостью редактирования или расстоянием Левенштейна. Определите расстояние Левенштейна для двух данных строк.

Формат входного файла

Программа получает на вход две строки, длина каждой из которых не превосходит 5000 символов, строки состоят только из заглавных латинских букв.

Формат выходного файла

Требуется вывести одно число — расстояние Левенштейна для данных строк.

levenshtein.in	levenshtein.out
ABCDEFGH	3
ACDEXGIH	

Задача Е. Умножение матриц

Имя входного файла: matrix.in Имя выходного файла: matrix.out

В произведении последовательности матриц полностью расставлены скобки, если выполняется один из следующих пунктов:

- Произведение состоит из одной матрицы.
- Оно является заключенным в скобки произведением двух произведений с полностью расставленными скобками.

Полная расстановка скобок называется оптимальной, если количество операций, требуемых для вычисления произведения, минимально.

Требуется найти оптимальную расстановку скобок в произведении последовательности матриц.

Формат входного файла

В первой строке входных данных содержится целое число n — количество матриц ($1 \le n \le 400$). В n следующих строк содержится по два целых числа a_i и b_i — количество строк и столбцов в i-ой матрице соответственно ($1 \le a_i, b_i \le 100$). Гарантируется, что $b_i = a_{i+1}$ для любого $1 \le i \le n-1$

Формат выходного файла

В выходной файл выведите оптимальную расстановку скобок. Если таких расстановок несколько, выведите любую.

Пример

matrix.in	matrix.out
3	((AA)A)
10 50	
50 90	
90 20	

Пояснение

В данном примере возможно две расстановки скобок: ((AA)A) и (A(AA)). При первой количество операций будет равно $10\cdot 50\cdot 90\,+\,10\,\cdot\,90\,\cdot\,20\,=\,63000$, а при второй $-\,10\cdot 50\cdot 20\,+\,50\cdot 90\cdot 20\,=\,100000$.

Задача F. Максимальный подпалиндром

Имя входного файла: palindrome.in Имя выходного файла: palindrome.out

Палиндромом называется строка, которая одинаково читается как слева направо, так и справа налево. Подпалиндромом данной строки называется последовательность символов из данной строки, не обязательно идущих подряд, являющаяся палиндромом. Например, «HELOLEH» является подпалиндромом строки «HTEOLFEOLEH». Напишите программу, находящую в данной строке подпалиндром максимальной длины.

Формат входного файла

Во входном файле находится строка длиной не более 2000 символов, состоящая из заглавных букв латинского алфавита.

Формат выходного файла

Выведите на первой строке выходного файла длину максимального подпалиндрома, а на второй строке сам максимальный подпалиндром. Если таких подпалиндромов несколько, то ваша программа должна вывести любой из них.

palindrome.in	palindrome.out
HTEOLFEOLEH	7
	HEOLOEH

Задача G. Концерт

Имя входного файла: concert.in Имя выходного файла: concert.out

Петя — известный гитарист, и скоро у него концерт. Он не хочет играть все песни с одинаковой громкостью, поэтому он решил менять уровень громкости гитары перед каждой новой песней. Перед началом концерта, он сделал список из чисел d_i . Перед i-ой песней он может либо добавить d_i к текущей громкости, либо вычесть. В начале концерта громкость гитары равна b. Громкость гитары всегда должна быть в диапазоне от 0 до m, включительно. Чтобы произвести больший эффект, Петя хочет сыграть последнюю песню концерта с максимально возможной громкостью. Найдите максимальную громкость, с которой можно исполнить последнюю песню. Если нет никакого способа сыграть все песни так чтобы громкость не превысила m и не опустилась ниже ниже 0, выведите -1.

Формат входного файла

Первая строка содержит число песен n ($1 \le n \le 50$), вторая строка содержит n чисел d_i ($1 \le d_i \le m$), третья строка содержит число b ($0 \le b \le m$), четвертая строка содержит число m ($1 \le m \le 1000$).

Формат выходного файла

Выведите одно число — максимально возможную громкость последней песни или -1, если выполнить условия нельзя.

concert.in	concert.out
3	10
5 3 7	
5	
10	
4	-1
15 2 9 10	
8	
20	
14	238
74 39 127 95 63 140 99 96 154 18 137	
162 14 88	
40	
243	

Задача Н. Тапкодер

Имя входного файла: tapcoder.in Имя выходного файла: tapcoder.out

Тапкодёр — соревнование по программированию, похожее на TopCoder. В нем у каждого кодера также есть рейтинг. Есть два типа кодеров в Тапкодере: коричневые и бирюзовые. Коричневый кодер — это кодер, чей рейтинг больше или равен 2200. Бирюзовый кодер — кодер, чей рейтинг меньше 2200.

Кодер Вася участвует в Тапкодере. В настоящее время он бирюзовый кодер. Его рейтинг в начале сезона равен x.

В сезоне пройдет n контестов. В каждом из них, Вася либо может либо напрячься и затащить, либо слить. Для каждого контеста известен вес d_i . Если Вася затащит в i-ом контесте, его рейтинг вырастет на d_i , а если он его сольет, то его рейтинг снизится на d_i , но не ниже нуля (то есть, если рейтинг Васи был меньше d_i , то он становится равным 0).

Васе нравится бирюзовый цвет. Поэтому он старается никогда не становиться коричневым кодером два раза подряд. То есть, всякий раз, когда Вася становится коричневым кодером, то следующий контест (если остались) он должен слить и стать бирюзовым снова.

В Тапкодере есть награда «Хамелеон года» для кодера, цвет которого изменился больше всего раз в течение года.

Найдите максимальное число изменений цвета, которые может сделать Вася в этом сезоне.

Формат входного файла

Первая строка содержит число контесов n ($1 \le n \le 50$), вторая строка содержит n чисел d_i ($1 \le d_i \le 10^9$), третья строка содержит число x ($0 \le x < 2200$).

Формат выходного файла

Выведите одно число — максимальное число изменений цвета, которые может сделать Вася.

tapcoder.in	tapcoder.out
5	3
100 200 100 1 1	
2000	
5	0
0 0 0 0 0	
2199	
9	1
90000 80000 70000 60000 50000 40000	
30000 20000 10000	
0	

Задача І. Монстры

Имя входного файла: monsters.in Имя выходного файла: monsters.out

Манао идет через долину, населенную монстрами. Во время своего путешествия, он столкнется с несколькими монстрами по одному. Ужасность i-го монстра — положительное целое число d_i .

Манао не собирается бороться с монстрами. Вместо этого, он собирается подкупить некоторых из них, чтобы они присоединились к нему. Для подкупа i-го монстра, Манао необходимо c_i золотых монет. Монстры не слишком жадные, поэтому каждое значение c_i будет либо 1, либо 2.

В начале Манао путешествует один. Каждый раз, когда он встречает монстра, он может подкупить его, если же он этого не сделает, то монстр может на него напасть. Монстр атакует Манао если его ужасность строго больше, чем общая ужасность всех монстров в команде Манао. Иными словами, всякий раз, когда Манао встречает монстра, который напал бы на него, он обязательно должен подкупить его. Если же он сталкивается с монстром, который на него не нападает, то он может либо подкупить его, либо просто пройти мимо. Найдите минимальное число монет, которые нужно потратить Манао, чтобы пройти через долину.



Рассмотрим следующий пример: Манао идет через долину, в которой живут Дракон, Гидра и Кролик-убийца. Когда он встречает дракона, он не имеет никакого выбора, кроме как подкупить его, потратив 1 золотую монету (Манао всегда должен подкупить первого монстра, которого он встречает, потому что, когда он путешествует в одиночку, общая ужасность монстров в его команде равна нулю). Когда они встречают Гидру, Манао может либо пройти мимо, либо подкупить ее. В конце он должен пройти Кролика-убийцу. Если Манао подкупил Гидру, то общая ужасность его команды превышает ужасность Кролика, поэтому они могут пройти. В противном случае, придется подкупить Кролика за две золотые монеты. Таким образом, оптимальным выбором является подкупить Гидру, а затем пройти мимо Кролика-убийцы. Общая сумма потраченных денег таким образом, будет 2 золотые монеты.

Формат входного файла

Первая строка содержит число контесов n ($1 \le n \le 50$), вторая строка содержит n чисел d_i ($1 \le d_i \le 10^{12}$), третья строка содержит n чисел c_i ($1 \le c_i \le 2$).

Формат выходного файла

Выведите одно число — минимальное число монет, которое нужно потратить, чтобы пройти через долину

Лабораторная работа 4. Динамическое программирование Университет ИТМО, Курс «Алгоритмы и структуры данных», 2016 год

monsters.in	monsters.out
3	2
8 5 10	
1 1 2	
4	5
1 2 4 1000000000	
1 1 1 2	
6	2
200 107 105 206 307 400	
1 2 1 1 1 2	
10	5
5216 12512 613 1256 66 17202 30000	
23512 2125 33333	
2 2 1 1 1 1 2 1 2 1	