# Лабораторная работа.

# ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ЛАБОРАТОРНОГО ОСЦИЛЛОГРАФА

### Цель работы

Ознакомление с методами проведения измерений с помощью осциллографа,

## Порядок выполнения работы

### Упражнение 1. Измерение параметров гармонических сигналов

- 1. Ознакомьтесь с описаниями осциллографа (см. Приложение 1), генератора звуковых сигналов (см. Приложение 2) и генератора напряжений (см. Приложение 3).
- 2. Соберите схему для изучения синусоидальных сигналов (рис 1). Приборы не включайте.

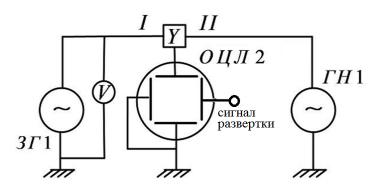


Рис 1.Схема для изучения синусоидальных сигналов.

Ручку 4 регулятора амплитуды выходного напряжения на генераторе звуковых сигналов и ручку 10 регулятора амплитуды выходного сигнала на генераторе переменного напряжения установите в положение 1-3 деления (см. рис 2) (НЕ БОЛЬШЕ!)

Регулировка выходного сигнала

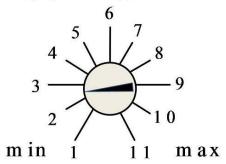


Рис 2. Рекомендуемое положение ручки регулировки амплитуды выходного сигнала на генераторе звуковых сигналов генераторе переменного напряжения

Синусоидальный сигнал от генератора звуковых колебаний ЗГ1 (гнёзда 8, 9) подайте на канал I осциллографа ОЦЛ2, синусоидальный сигнал от генератора переменного напряжения ГН1 (гнёзда 11, 12) подайте на канал II осциллографа. С помощью тройника к каналу I осциллографа подключите вольтметр, работающий в режиме измерения переменного напряжения.

- 3. Включите осциллограф, подождите 3 минуты.
- 4. Включите звуковой генератор ЗГ1 и генератор напряжений ГН1.
- 5. Кнопками переключения частот звукового генератора, выберите режим работы 350...900 Гц.
- 6. Кнопками переключения частот на генераторе напряжений, выберите режим работы  $(400\pm50)\Gamma$ ц.
- 7. Нажмите на осциллографе клавишу перехода к выбору режимов «Режим» на осциллографе. Нажимая кнопки выбора (позиция 15 на рис. П1.1) выберите режим «канал I» в правой колонке на экране осциллографа он будет выделен синим цветом. Вращая ручку смещения первого канала по вертикали, выведите сигнал первого канала (зелёная кривая) на середину шкалы.
- 8. Нажмите на осциллографе клавишу перехода к выбору масштаба отображения сигнала «V/дел». Нажимая кнопки выбора (позиция 15 на рис. П1.1), добейтесь, чтобы размах измеряемого сигнала на экране осциллографа составлял 70-90 процентов от всей шкалы. Запишите масштаб отображения сигнала по напряжению в В/дел (см. индикатор в правой колонке на экране осциллографа). Эти и последующие результаты упражнения 1 заносите в таблицы 1 и 2. Измерьте амплитуду сигнала от звукового генератора и определите её погрешность.
- 9. Нажмите на осциллографе клавишу перехода к выбору масштаба отображения сигнала по времени («Время/дел»). Нажимая кнопки выбора, добейтесь, чтобы на экране осциллографа умещалось 2-3 периода сигнала. Запишите масштаб отображения сигнала по времени в мс/дел. (см. индикатор в правой колонке на экране осциллографа). Измерьте период сигнала от звукового генератора и определите погрешность периода. Вычислите частоту генератора и её погрешность.
- 10. Аналогично п.7 выберите на осциллографе режим «канал II» в правой колонке на экране осциллографа он будет выделен синим цветом. Вращая ручку смещения второго канала по вертикали, выведите сигнал второго канала (красная кривая) на середину шкалы.

- 11. Нажмите клавишу перехода к выбору масштаба отображения сигнала по напряжению («V/дел»). Нажимая кнопки выбора, добейтесь, чтобы размах измеряемого сигнала (размер изображения по вертикали) на экране осциллографа составлял 70-90 процентов от всей шкалы. Запишите масштаб отображения сигнала по напряжению в В/дел (см. индикатор в правой колонке на экране осциллографа). Измерьте амплитуду сигнала генератора переменных напряжений ГН1 и вычислите её погрешность.
- 12. Нажмите на осциллографе клавишу перехода к выбору масштаба отображения сигнала по времени («Время/дел»). Нажимая кнопки выбора, добейтесь, чтобы на экране осциллографа умещалось 2-3 периода сигнала. Запишите масштаб отображения сигнала по времени в мс/дел. (см. индикатор в правой колонке на экране осциллографа). Измерьте период сигнала от генератора ГН1 и определите погрешность периода, вычислите частоту генератора и её погрешность.
- 13. Измерьте с помощью вольтметра амплитуду напряжения сигнала звукового генератора, оцените её погрешность.
- 14. По результатам измерений в пунктах 8-13 заполните таблицы 1 и 2.

Таблица 1. Измерение амплитуды гармонических сигналов

канал	I (сигнал 3Г)	II (сигнал ГН)
масштаб по оси Ү, В/дел		
амплитуда сигнала, измеренная с		
помощью осциллографа, дел.		
амплитуда $U_{ m m}$ сигнала, измеренная с		
помощью осциллографа, В		
погрешность $\Delta U_{ m m}$ измерения ампли-		
туды с помощью осциллографа, В		
амплитуда $U_{\rm mB}$ сигнала, измеренная		
с помощью вольтметра, В		
погрешность $\Delta U_{ m mB}$ измерения ам-		
плитуды с помощью вольтметра, В		
относительное отклонение (в %)		
показаний осциллографа от пока-		
заний вольтметра, $(U_{ m m}-U_{ m mB})/U_{ m mB}$		

Таблица 2. Измерение периода и частоты гармонических сигналов

канал	I (сигнал 3Г)	II (сигнал ГН)
масштаб по оси Х, мс/дел		
период $T$ сигнала (по осциллографу), дел		
период $T$ сигнала (по осциллографу), мс		
погрешность $\Delta T$ измерения периода сигнала		
помощью осциллографа, мс		
частота $f$ сигнала $3\Gamma 1$ (по генератору), $\Gamma$ ц		
погрешность частоты $\Delta f$ сигнала $3\Gamma 1$ (по		
генератору), Гц		
период $T_r$ =1/ $f$ сигнала 3Г1 (по генератору), мс		
погрешность периода $\Delta T_{\Gamma}$ сигнала $3\Gamma 1$ (по		
генератору), мс		
Относительная погрешность периода $\Delta T_{\Gamma}/T_{\Gamma}$		
сигнала ЗГ1 (по генератору), %		
относительное отклонение показаний		
осциллографа от показаний генератора,		
$(T-T_{\scriptscriptstyle \Gamma})/T_{\scriptscriptstyle \Gamma}$ , %		

## Упражнение 2. Изучение фигур Лиссажу

- 1. Ознакомьтесь с Приложением 5.
- 2. Нажмите клавишу «Режим» на осциллографе. С помощью кнопок выбора выберите режим «X-Y», в правой колонке на экране осциллографа режим будет выделен синим цветом. Сигнал с канала I будет управлять горизонтальным отклонением луча, сигнал с канала II вертикальным отклонением луча. Соответствующая схема изображена на рис. 3. Сигналы, поступающие на каналы I и II, будут векторно складываться.
- 3. Последовательно переключая звуковой генератор в диапазоны 50...130 Гц; 130...350 Гц; 350...900 Гц; 900...2000 Гц; и плавно подбирая частоту выходного сигнала 3Г1, соответствующую чётким картинам фигур Лиссажу вблизи значений 100 Гц, 133 Гц, 200 Гц, 600 Гц, 800 Гц и 1200 Гц, зарисуйте в соответствующих ячейках таблицы 3 получающиеся фигуры Лиссажу и запишите показания индикатора частоты звукового генератора 3Г1.

4. Определите по виду каждой фигуры отношение частоты звукового генератора к частоте генератора переменных напряжений, запишите это отношение в виде простой дроби в последнюю колонку таблицы 3.

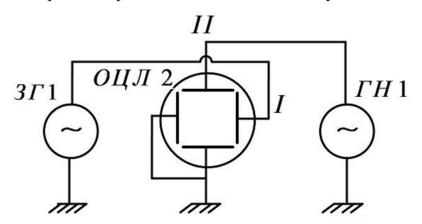


Рис 3. Схема для изучения векторного сложения колебаний

## Таблица 3. Изучение фигур Лиссажу

Диапазон	Частота сигнала	Вид фигуры	Частота сигнала	Отношение
частот	3Г1 (грубо), Гц	Лиссажу	3Г1 (точно), Гц	частот
3Г1, Гц				$f_{ m 3\Gamma}/f_{ m \Gamma H}$
50130	100			
130350	133			
130350	200			
350900	600			
350900	800			
9002000	1200			

# Упражнение 3. Измерение частоты гармонического сигнала разными методами

- 1. Переключите генератор переменных напряжений ГН1 в режим генерации гармонического сигнала одной из неизвестных частот (по указанию преподавателя), запишите обозначение выбранной частоты в заголовки таблиц 4 и 5.
- 2. Выберите на осциллографе режим отображения сигнала, поданного на второй канал.
- 3. Сигнал второго канала (красная кривая) выведите по вертикали на середину шкалы.
- 4. Выбором масштаба по оси времени добейтесь, чтобы на экране осциллографа умещалось 2-3 периода сигнала.

5. Запишите в таблицу 4 масштаб отображения сигнала по оси времени (в мс/дел.). Измерьте по осциллограмме период сигнала от генератора переменных напряжений и определите погрешность периода. Вычислите частоту генератора и её погрешность. По результатам измерений заполните таблицу 4.

Таблица 4. Определение неизвестной частоты «....» сигнала от ГН1 с помощью генератора развертки осциллографа

канал	II (сигнал ГН1)
масштаб по оси X, мс/дел	
период $T$ сигнала, дел	
период $T$ сигнала, мс	
погрешность $\Delta T$ измерения периода сигнала	
помощью осциллографа, мс	
частота $f=1/T$ , $\Gamma$ ц	
погрешность частоты $\Delta f$ , $\Gamma$ ц	

- 6. Выберите режим работы осциллографа «X-Y».
- 7. Последовательно подберите такие частоты сигнала от звукового генератора, чтобы на экране осциллографа, наблюдались фигуры Лиссажу с отношением частот  $f_{3\Gamma}/f_{\Gamma H}$  равным  $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{1}{1}; \frac{3}{2}$ . Занесите указанные отношения частот в таблицу 5, зарисуйте в соответствующих ячейках таблицы 5 получившиеся фигуры Лиссажу и запишите частоту звукового генератора 3Г1 и её погрешность.
- 8. Для каждой строчки таблицы 5 вычислите частоту сигнала от генератора ГН1 и её погрешность.
- 9. По результатам пункта 8 вычислите среднее значение  $\bar{f}$  частоты сигнала от генератора ГН1 и погрешность  $\Delta \bar{f}$  среднего значения. Сравните получившийся доверительный интервал для искомой частоты с интервалом, найденным в пункте 5.

Таблица 5. Определение неизвестной частоты «....» сигнала от ГН1 с помощью звукового генератора 3Г1

Отношение	Вид фигуры	Частота ЗГ1	Частота ГН1
частот $f_{3\Gamma}/f_{\Gamma \mathrm{H}}$	Лиссажу	$f_{3\Gamma}\pm\Delta f_{3\Gamma}$ , Гц	$f_{\Gamma  ext{H}} \pm \Delta f_{\Gamma  ext{H}}$ , $\Gamma$ ц

## Упражнение 4 .Исследование импульсного сигнала

- 1. Соберите схему для исследования импульсного сигнала (см. рис 4).
- 2. Установите на генераторе напряжений ГН1 одну из неизвестных частот. Подайте импульсный сигнал с генератора на канал II осциллографа.

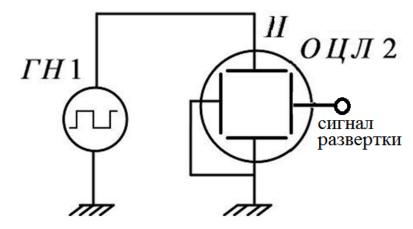


Рис 4.Схема для исследования импульсного сигнала

- 3. Выберите на осциллографе режим отображения сигнала, поданного на второй канал.
- 4. Сигнал второго канала (красная кривая) выведите по вертикали на середину шкалы.
- 5. Выбором масштаба по вертикальной оси экрана осциллографа («V/дел») добейтесь, чтобы размах измеряемого сигнала на экране осциллографа составлял 70-90 процентов от всей шкалы. Измерьте амплитуду сигнала определите погрешность амплитуды. Эти и последующие результаты этого упражнения заносите в таблицу 6.
- 6. Выбором масштаба по горизонтальной оси экрана осциллографа («Время/дел») добейтесь, чтобы на экране осциллографа умещалось чуть больше одного периода сигнала. Измерьте длительность импульса  $\tau$  и период T сигнала. Оцените их погрешности. Для более точного измерения длительности импульса можно уменьшить масштаб по горизонтальной оси.
- 7. Повторите пп. 2-6 для двух других неизвестных частот.
- 8. Для каждой из частот вычислите скважность сигнала по формуле  $S = T/\tau$  и погрешность скважности.

Таблица 6. Параметры импульсных сигналов

частота на	амплитуда	период	длительность	скважность
генераторе	$U \pm \Delta U$ , B	$T\pm\Delta T$ , MC	$ au\pm\Delta au$ , mc	S±∆S
ГН1				

# Приложение 1. ОСЦИЛЛОГРАФ ЛАБОРАТОРНЫЙ ОЦЛ2

#### Назначение

Осциллограф лабораторный ОЦЛ2 предназначен для проведения практикумов по курсам физики и электротехники. Прибор предназначен для визуального наблюдения и исследования электрических сигналов путем:

- измерения амплитудных и временных параметров исследуемого сигнала;
- одновременного изображения двух исследуемых сигналов при одной развертке;
- изображения функциональных зависимостей между двумя сигналами в режиме X-Y.

## Технические характеристики

Прибор обеспечивает следующие режимы работы (в скобках указано обозначение режима на индикаторе осциллографа):

- временная развертка электрического сигнала, поданного на вход канала I (Канал I);
- временная развертка электрического сигнала, поданного на вход канала II (Канал II);
- одновременная временная развертка электрических сигналов, поданных на входы каналов I и II (I, II);
- временная развертка электрического сигнала, полученного суммированием сигналов, поданных на входы каналов I и II (I+II);
- одновременно: горизонтальное отклонение луча сигналом, поданным на вход канала I и вертикальное отклонение луча сигналом, поданным на вход канала II (X-Y).

Диапазоны измерения каждого канала:

- амплитуды постоянного напряжения от  $\pm 25 \cdot 10^{-3}$  до  $\pm 80$  В;
- амплитуды переменного напряжения от 25·10<sup>-3</sup> до 80 В;

Значения масштабов отображения сигнала (по вертикальной оси):

25 и 50 мВ/дел.;

0,1; 0,25; 0,5; 1; 2,5; 5; 10 В/дел.

Значения масштабов временной развертки:

20; 50 мкс/дел.;

0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5 мс/дел.

Активное входное сопротивление прибора при измерении постоянного напряжения: не менее 1 МОм;

Входная ёмкость каждого канала: не более 30 пФ;

Максимальная частота дискретизации: 1 МГц;

Режим синхронизации: автоматический по переднему фронту;

Разность фаз между каналами вертикального и горизонтального отклонений в режиме X-Y: не более  $10^{\circ}$  в полосе частот от 20  $\Gamma$ ц до 100 к $\Gamma$ ц.

Размер экрана: 115х85 мм.

Размер точки экрана: 0,4х0,4 мм.

Предел допускаемой основной погрешности при отображении сигнала:

не более 10% от предела измерения;

Защита по напряжению при неправильно выбранных пределах

# Описание элементов панели управления

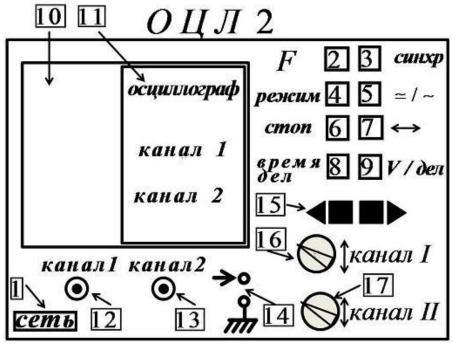


Рис. П1.1 Схема рабочей панели осциллографа ОЦЛ2

На рис. П1.1 представлена схема панели управления осциллографа ОЦЛ2, на которой отмечены:

- 1 кнопка выключателя «Сеть»;
- 2 кнопка выбора типа прибора: осциллограф или анализатор сигнала (в данной версии не используется);
- 3 кнопка включения режима синхронизации;
- 4 кнопка перехода к переключению режимов с помощью кнопок 15.
- 5 кнопка выбора режима измерения входного сигнала: переменнопостоянного или только переменного « $\simeq$ / $\sim$ »;
- 6 кнопка запоминания оцифрованного сигнала «Стоп»;
- 7 кнопка смещения оцифрованного сигнала «↔»;
- 8 кнопка включения режима регулировки масштаба по горизонтальной оси (в режиме временной развертки);
- 9 кнопка включения режима регулировки масштаба для отображения поданного сигнала;
- 10 графический дисплей, поле для изображения сигнала;
- 11 графический дисплей, поле для индикации режимов;
- 12 вход канала I;
- 13 вход канала II;
- 14 вход синхронизации;
- 15 кнопки последовательного выбора масштаба или режима, пользоваться ими можно только после того, как выбран соответствующий вид работы (с помощью одной из кнопок 3,4,8,9);
- 16 ручка смещения по вертикали для изображения сигнала, поданного на первый канал;
- 17 ручка смещения по вертикали для изображения сигнала, поданного на второй канал.

# Приложение 2. ГЕНЕРАТОР ЗВУКОВЫХ СИГНАЛОВ ЗГ1

#### Назначение

Генератор звуковых частот 3Г1 предназначен для получения синусоидального напряжения с регулируемой амплитудой и частотой.

## Технические характеристики

- 1. Выходное регулируемое напряжение (амплитудное): 0 15 В.
- 2. Выходной ток: до  $1A \pm 10\%$ .
- 3. Прибор генерирует синусоидальное напряжение в интервале частот 20 Гц...30 кГц, разбитом на 8 диапазонов: 20...50 Гц; 50...130 Гц; 130...350 Гц; 350...900 Гц; 900...2000 Гц; 2000...5000 Гц; 5000...12000 Гц; 12000...30000 Гц.
- 4. Электронное переключение диапазонов частот.
- 5. Наличие индикации текущего рабочего диапазона частот.
- 6. Наличие встроенного частотомера с цифровой индикацией частоты.
- 7. Погрешность измерения частоты: единица младшего разряда индикатора частоты.
- 8. Изменение амплитуды сигналов при переключении диапазонов: не более 5%.
- 9. Время установления стабильного режима генерации после перестройки частоты: не более 1с.
- 10. Внутреннее сопротивление прибора:11 Ом ± 10%.

## Описание элементов панели управления

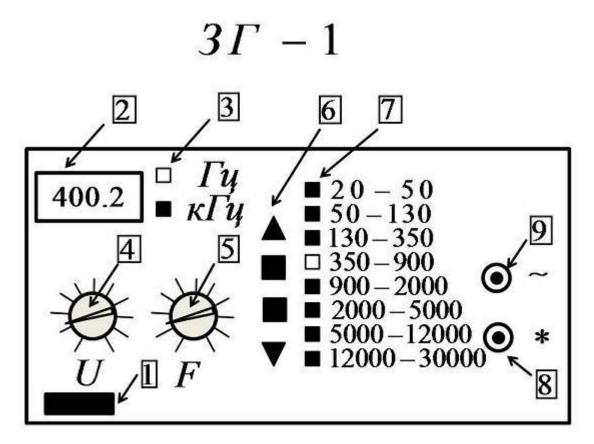


Рис П2.1. Схема рабочей панели генератора ЗГ1

На рис. П2.1 показана схема панели управления генератора звуковых частот 3Г1, на которой отмечены:

- 1 кнопка выключателя "Сеть";
- 2 индикатор генерируемой частоты;
- 3 индикаторы единиц измерения частот;
- 4 регулятор выходного напряжения генератора;
- 5 регулятор выходной частоты генератора в пределах выбранного диапазона;
- 6 кнопки переключения диапазонов частот;
- 7 индикатор выбранного диапазона частот;
- 8, 9 выходные гнёзда генератора (8 «земля», 9 «сигнал»).

# Приложение 3. ГЕНЕРАТОР НАПРЯЖЕНИЙ ГН1

#### Назначение

Генератор напряжений многофункциональный ГН1 предназначен для:

- генерации постоянного напряжения с регулируемым уровнем;
- генерации синусоидального напряжения с восемью фиксированными частотами и регулируемой амплитудой;
- генерации однополярных прямоугольных импульсов с частотой, равной частоте синусоидального напряжения.

Значения четырёх частот синусоидального напряжения указаны на генераторе, остальные четыре частоты, обозначенные «X1», «X2», «X3», «X4» должны быть определены студентами в процессе выполнения лабораторной работы.

## Технические характеристики

## Генератор постоянного напряжения.

- 1. Выходное регулируемое напряжение: 0...15 В.
- 2. Выходной ток: до  $1A \pm 10\%$ .
- 3. Защита от перегрузки по току (отключение выхода).
- 4.Внутреннее сопротивление блока при выключенном внешнем сопротивлении: практически равно 0.

## Генератор переменного напряжения.

- 1. Два типа сигналов:
  - синусоидальный;
  - однополярные прямоугольные импульсы.

- 2. Восемь фиксированных частот, одинаковых для всех типов сигналов. Для четырёх частот значения указаны на передней панели:  $(40 \pm 5)$  Гц;  $(400 \pm 50)$  Гц,  $(1200 \pm 100)$  Гц;  $(2500 \pm 200)$  Гц. Четыре частоты, обозначенные «X1», «X2», «X3», «X4» на передней панели, предполагаются неизвестными.
- 3. Электронное переключение фиксированных частот;
- 4. Выходное напряжение (амплитудное) источника синусоидального Напряжения: 0...15 В
- 5. Выходное сопротивление источника синусоидального напряжения: 10 Ом ± 10%.
- 6. Выходное напряжение генератора импульсов:  $3 \text{ B} \pm 10\%$ .
- 7. Внутреннее сопротивление генератора импульсов:  $4,3 \text{ Om} \pm 10\%$ .

## Описание элементов панели управления

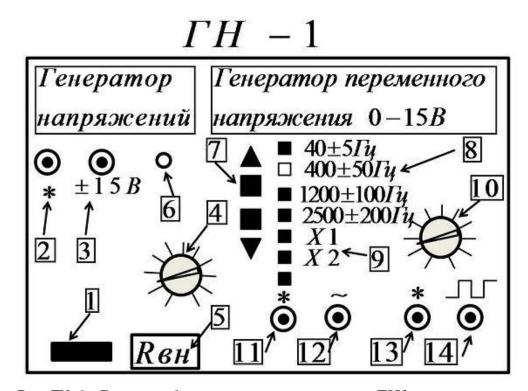


Рис ПЗ.1. Схема рабочей панели генератора ГН1

На рис. П3.1.1 показана схема панели управления генератора напряжений ГН1, на которой отмечены;

- 1 кнопка выключателя «Сеть»;
- 2, 3— выходные гнёзда генератора постоянного напряжения (2 «земля», 3 «сигнал»);

- 4 регулировка выходного напряжения блока генератора постоянного напряжения;
- 5 выключатель внутреннего сопротивления R = 680 Ом блока генератора постоянного напряжения;
- 6 индикатор перегрузки блока генератора постоянного напряжения;
- 7 кнопки переключения частот;
- 8 индикатор выбранного значения известной частоты;
- 9 индикатор выбранного значения неизвестной частоты;
- 10 регулировка выходного напряжения блока генератора переменного напряжения;
- 11, 12 выходные гнёзда генератора синусоидального напряжения (11 «земля», 12 «сигнал»);
- 13, 14 выходные гнёзда генератора прямоугольных импульсов (13 «земля», 14 «сигнал»).

# Приложение 4. ДЕЙСТВУЮЩЕЕ (ЭФФЕКТИВНОЕ) ЗНАЧЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА

Переменный ток, протекая по проводнику, нагревает его так же, как и постоянный ток. Действующее или эффективное значение  $U_{\rm д}$  переменного периодического напряжения равно по величине такому постоянному напряжению, которое обеспечивает выделение в проводнике за период того же количества теплоты, что и данное переменное напряжение.

Вычислим действующее значение для синусоидального (гармонического) сигнала за промежуток времени. Для такого сигнала напряжение зависит от времени по формуле

$$U(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi), \tag{\Pi4.1}$$

где  $U_m$  – амплитуда,  $\omega$  – частота,  $\phi$  – начальная фаза сигнала. По закону Ома под действием напряжения U(t) в проводнике с активным сопротивлением R течет ток

$$I(t) = U(t)/R. \tag{\Pi4.2}$$

Предполагается, что реактивная компонента сопротивления пренебрежимо мала.

На основе закона Джоуля-Ленца и формул (П4.1), (П4.2) получаем, что за элементарный промежуток времени dt в проводнике выделяется теплота

 $\left(I(t)\right)^2 R = \frac{(U_m \cos(\omega t + \phi))^2}{R} dt$ . Тогда за период T в проводнике по действием напряжения (П4.1) выделяется количество теплоты

$$Q = \int_0^T \frac{(U_m \cos(\omega t + \varphi))^2}{R} dt = \frac{U_m^2}{2R} T.$$
 (II4.3)

При протекании тока под действием постоянного напряжения  $U_{\rm д}$  на сопротивлении R за период T выделялось бы количество теплоты

$$Q = \frac{U_{\pi}^2}{R}T. \tag{\Pi4.4}$$

Сравнение формул (П4.3) и (П4.4) показывает, что для гармонического сигнала действующее значение напряжения в корень из двух раз меньше амплитудного значения напряжения:

$$U_{\rm A} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.\tag{\Pi4.5}$$

## Приложение 5. ФИГУРЫ ЛИССАЖУ

Пусть точка одновременно совершает два гармонических колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Если частоты колебаний соотносятся друг с другом как целые числа, то траектория точки оказывается замкнутой. Замкнутые траектории такого типа впервые изучены Жюлем Антуаном Лиссажу (J. A. Lissajous) и носят его имя. Вид фигур Лиссажу зависит от соотношения между частотами (периодами), фазами и амплитудами обоих колебаний. Фигуры Лиссажу можно наблюдать, например, на экране осциллографа, если отклонение луча по горизонтальной и вертикальной осям экрана происходит под действием переменных напряжений с равными или кратными частотами.

Выберем оси Ox и Oy прямоугольной декартовой системы координат по направлениям колебаний точки, а начало координат совместим с центром, относительно которого совершаются колебания. Тогда зависимости от времени для координат точки, описывающей фигуру Лиссажу, представимы следующим образом

$$x(t) = A\cos(\omega_x t); \tag{\Pi5.1}$$

$$y(t) = B\cos(\omega_y t + \delta). \tag{\Pi5.2}$$

Здесь A, B – амплитуды колебаний,  $\omega_x, \, \omega_y$  – частоты,  $\delta$  – сдвиг фаз колебаний.

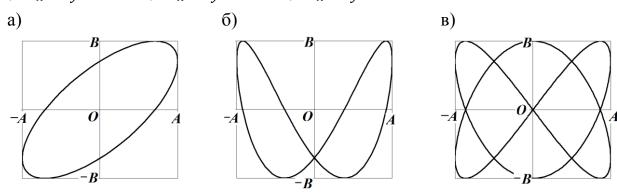
В простейшем случае равенства обеих частот  $\omega_x = \omega_y$  фигуры Лиссажу представляют собой эллипсы, которые при разности фаз  $\delta = 0$ ; или  $\delta = \pi$ 

вырождаются в отрезки прямых, а при  $\delta = \pi/2$  и равенстве амплитуд A = B превращаются в окружность. Другой пример фигуры Лиссажу — парабола  $(\omega_x/\omega_v = 2, \delta = \pi/2)$ .

Если частоты обоих колебаний близки друг к другу, но не совпадают точно, то траектория точки в разные моменты времени совпадает с фигурами, получающимися для равных частот и разных фазовых сдвигов. При этом траектория точки выглядит как непрерывно деформирующийся эллипс.

Если периоды, а значит и частоты, относятся как целые числа, то через промежуток времени, равный наименьшему кратному обоих периодов, движущаяся точка снова возвращается в то же положение – получаются фигуры Лиссажу более сложной формы. Для примера на рисунке П5.1. представлены фигуры при  $\delta = \pi/4$  и разном соотношении частот.

Рис П5.1. Примеры фигур Лиссажу при  $\delta = \pi/4$  и при соотношении частот: а)  $\omega_x/\omega_y = 1/1$ ; б)  $\omega_x/\omega_y = 1/2$ ; в)  $\omega_x/\omega_y = 2/3$ 



Фигура Лиссажу вписана в прямоугольник со сторонами 2A и 2B. Заметим, что при полном обходе фигуры отношение числа ее касаний стороны прямоугольника, ограничивающей фигуру по оси Ox к числу касаний стороны, ограничивающей фигуру по оси Oy, равно отношению частот колебаний по соответствующим осям –  $\omega_x/\omega_y$ .

Вид фигур Лиссажу позволяет определить соотношения между периодами и фазами обоих колебаний. Если колебания, которые совершает точка, происходят не по гармоническому, а по более сложному закону, но с кратными периодом, то получаются замкнутые траектории, аналогичные фигурам Лиссажу, но искажённой формы. По виду этих фигур можно судить о форме колебаний. Таким образом, наблюдение фигур Лиссажу - удобный метод исследования соотношений между периодами и фазами колебаний, а также и формы колебаний.