

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра физики

Учебно-методический комплекс

# **Волновая и квантовая оптика**

*Конспект лекций по курсу общей физики*

ПЕНЗА 2006

Конспект по разделу «Волновая и квантовая оптика» составлен на основе лекций, читаемых в Пензенском государственном университете. Он содержит изложение основных вопросов курса общей физики по данному разделу.

Конспект предназначен для студентов технических специальностей Пензенского государственного университета и соответствует программе курса общей физики вузов.

Авторы- составители: С. Я. Задера, П. П. Першенков

Компьютерный набор текста Н.М. Мактанова, В.Ф. Дульчевская

Рецензент: А. А. Стрелков

## **Тема 1. Интерференция света.**

### **1.1. Интерференционные схемы.**

#### **1.1.1. Опыт Юнга.**

#### **1.1.2. Бизеркала Френеля.**

#### **1.1.3. Бипризма Френеля.**

### **1.2. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников.**

#### **1.2.1. Определение интенсивности света при наложении двух когерентных волн.**

#### **1.2.2. Нахождение оптической разности хода для волн, излучаемых одним источником и разделенных на две части. Применение условия максимумов и минимумов.**

#### **1.2.3. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников.**

Интерференция света – это сложение или наложение когерентных световых волн. Условием интерференции волн одной и той же частоты является их когерентность, т.е. сохранение неизменной разности фаз за время достаточное для наблюдения. В частности, монохроматические волны, т.е. волны, порождаемые гармоническими колебаниями, когерентны и могут интерферировать, если имеют одинаковый период.

Из-за поперечности электромагнитных волн необходимо соблюдение еще одного условия. Векторы  $E$  интерферирующих волн должны быть параллельны или антипараллельны.

Результат интерференции определяется разностью фаз интерферирующих волн в месте наблюдения, которая зависит от начальной

разности фаз волн, а также от разности расстояний до точки наблюдения от источников каждой из волн.

Для получения когерентных световых волн применяют метод разделения волн, излучаемых одним источником на две части, которые после прохождения различных оптических путей накладываются друг на друга, и наблюдается интерференционная картина, заключающаяся во взаимном усилении этих волн в одних точках пространства и ослаблении волн в других точках пространства.

## 1. 1 Интерференционные схемы

Рассмотрим различные способы разделения одной волны на две части.

### 1.1.1. Опыт Юнга

В опыте Юнга (рис. 1) источником света служит ярко освещенная щель  $S$ , от которой световая волна падает на две узкие щели  $S_1$  и  $S_2$ , освещаемые, таким образом, различными участками одного и того же волнового фронта. Световые пучки, проходящие через узкие щели  $S_1$  и  $S_2$ , расширяются в результате дифракции и частично перекрываются, создавая интерференцию. Ввиду общности происхождения эти пучки когерентны. На экране в месте перекрытия пучков наблюдались параллельные полосы.

Юнг первый наблюдал осуществленное таким образом явление интерференции (1802 г.) и первый установил принцип сложения амплитуд, объяснив это явление.

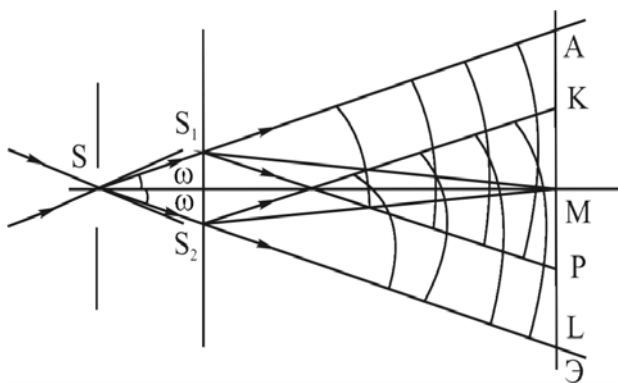


Рис. 1. Расположение Юнга:

$\angle S_1SS_2 = 2\omega$  - апертура интерференции;

$\angle AS_1P = \angle KS_2L = 2Y$  - апертура

перекрывающихся пучков для бесконечно удаленного экрана.

### 1.1.2 Бизеркала Френеля

Два плоских соприкасающихся зеркала OM и ON (рис.2) располагаются так, что их отражающие поверхности образуют угол, отличающийся от  $180^\circ$  на доли одного градуса. Параллельно линии пересечения зеркал (точка O на рис. 2) на некотором расстоянии r от нее помещается узкая щель S, через которую свет попадает на зеркала. Непрозрачный экран Э1 преграждает свету путь от источника S к экрану Э. Зеркала отбрасывают на экран Э две когерентные цилиндрические волны, распространяющиеся так, как если бы они исходили из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ .

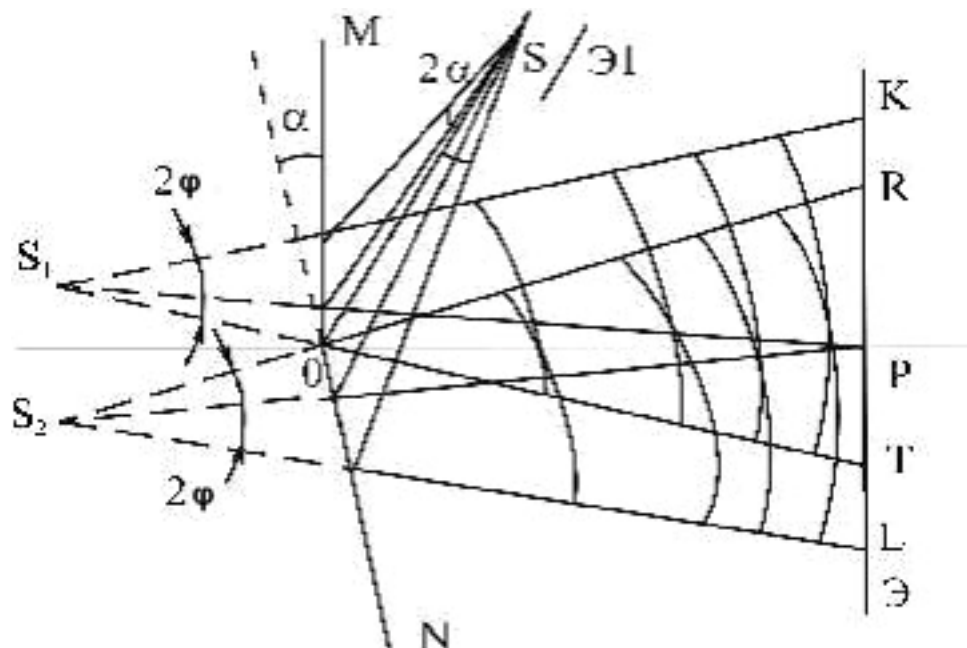


Рис. 2. Бизеркала Френеля

Расстояние  $S_1S_2$  тем меньше, а значит, интерференционная картина тем крупнее, чем меньше угол между зеркалами  $\alpha$ . Максимальный телесный угол, в пределах которого могут еще перекрываться интерферирующие пучки, определяется углом  $2\varphi = \angle KS_1T = \angle RS_2L$ . При этом экран располагается достаточно далеко.

На основании законов отражения угол  $2\varphi = 2\alpha$ . Таким образом, апертура перекрывающихся пучков не может быть больше, чем  $2\alpha$ .

### 1.1.3 Бипризма Френеля

Изготовленные из одного куска стекла две призмы с малым преломляющим углом  $\theta$  имеют общую грань (рис.3). Параллельно этой грани на некотором расстоянии от нее располагается прямолинейный источник света  $S$ . В случае, когда преломляющий угол призмы мал (доли градуса), все лучи отклоняются призмой на практически одинаковый угол. Угол падения лучей на бипризму невелик. Каждая из половин бипризмы отклоняет лучи на одинаковый угол. В результате образуются две когерентные цилиндрические волны, исходящие из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ , лежащих в одной плоскости с источником света  $S$ .

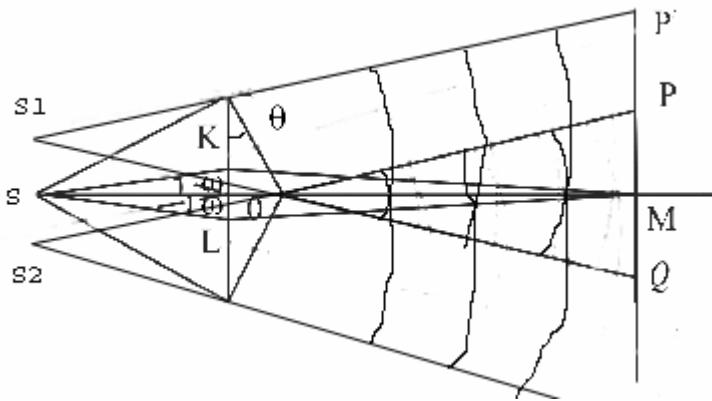


Рис. 3. Бипризма Френеля  $\angle KSL = 2\omega$  - апертура интерференции для центральной точки поля  $M$  экрана Э;  $\angle P'S_1Q' = \angle PS_2Q' = 2\varphi$  - апертура перекрывающихся пучков для бесконечно удаленного экрана

## 1.2 Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

### 1.2.1 Определение интенсивности света при наложении двух когерентных волн

Допустим сначала, что в рассматриваемой точке наблюдения оба вектора  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  параллельны или антипараллельны. Тогда можно отвлечься от

векторного характера колебаний, считая их скалярными. Представим эти колебания в вещественной форме:

$$A_1 = A_{01} \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$A_2 = A_{02} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Накладываясь, эти волны возбуждают в некоторой точке пространства колебание, амплитуда которого определяется согласно векторной диаграмме (рис. 4).

$$\begin{aligned} A_0^2 &= A_{01}^2 + A_{02}^2 - 2A_{01}A_{02} \cos \psi = A_{01}^2 + A_{02}^2 - 2A_{01}A_{02} \cos[\pi - (\varphi_2 - \varphi_1)] = \\ &= A_{01}^2 + A_{02}^2 + 2A_{01}A_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \\ A_0^2 &= A_{01}^2 + A_{02}^2 + 2A_{01}A_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \end{aligned}$$

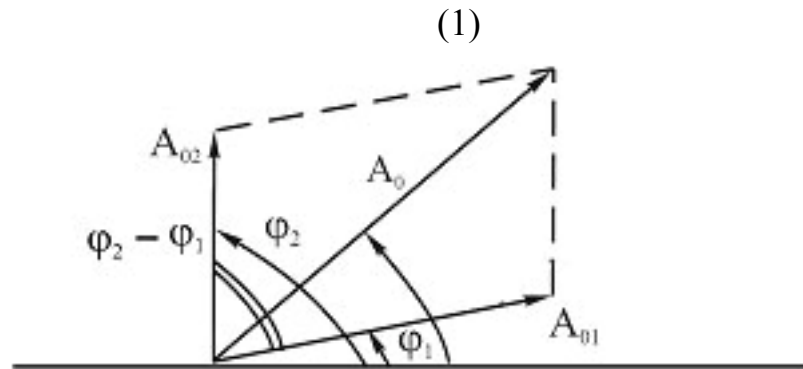


Рис. 4. Векторная диаграмма для сложения амплитуд

Если разность фаз  $\varphi_2 - \varphi_1 = \text{const}$  во времени, то волны называются когерентными.

Интенсивность волны пропорционально квадрату амплитуды:

$$I \propto A^2$$

Тогда выражение (1) можно записать в виде:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (2)$$

Для точек пространства, в которых  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$ , интенсивность результирующей волны  $I > I_1 + I_2$ , а там где  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) < 0$ , интенсивность  $I < I_1 + I_2$ .

Следовательно, при наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн происходит пространственное перераспределение светового

потока, в результате чего в одних местах возникает максимумы, а в других – минимумы интенсивности света. Это явление называется интерференцией света.

Когда интенсивность обеих интерферирующих волн одинакова ( $I_1 = I_2$ ), то в максимумах  $I = 4I_1$ , ( $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1$ ), а в минимумах  $I = 0$  ( $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1$ ).

### 1.2.2 Нахождение оптической разности хода для волн, излучаемых одним источником и разделенных на две части. Применение условия максимумов и минимумов

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в точке О (рис. 5).

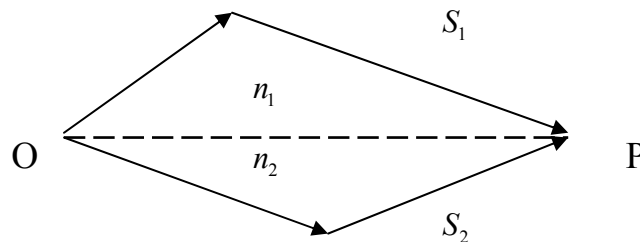


Рис. 5. Разделение в точке О на две когерентные волны, идущие в средах с разными показателями преломления

До точки Р первая волна проходит в среде с показателями преломления  $n_1$  путь  $S_1$ , вторая волна проходит в среде с показателем преломления  $n_2$  путь  $S_2$ . Если в точке О фаза колебания равна  $\omega t$ , то первая волна возбудит в точке Р колебание  $A_{01} \cos \omega(t - \frac{S_1}{v_1})$ , а вторая волна колебание  $A_{02} \cos \omega(t - \frac{S_2}{v_2})$

( $v_1 = \frac{c}{n_1}$  и  $v_2 = \frac{c}{n_2}$  – фазовые скорости волн). Следовательно разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке Р, будет равна



$$\varphi_2 - \varphi_1 = \omega \left( \frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \omega \left( \frac{S_2 n_2}{c} - \frac{S_1 n_1}{c} \right) = \frac{\omega}{c} (S_2 n_2 - S_1 n_1) =$$

$$\frac{2\pi\nu}{c} (S_2 n_2 - S_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (S_2 n_2 - S_1 n_1),$$

$\lambda_0$  - длина волны в вакууме.

Выражению для разности фаз можно придать вид:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

(3)

где  $\Delta = n_2 S_2 - n_1 S_1 = L_2 - L_1$  есть величина, равная разности оптических длин проходимых волнами путей и называемая оптической разностью хода.

Из формулы (3) видно, что если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме,

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m=0,1,2,\dots), \quad (4)$$

то разность фаз  $\delta$  кратна  $2\pi$  и колебания, возбуждаемые в точке Р обеими волнами, будут происходить с одинаковой фазой. Таким образом, (4) есть условие интерференционного максимума.

Если оптическая разность хода  $\Delta$  равна полуцелому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm (2m+1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0,1,2,\dots), \quad (5)$$

$$\text{то } \delta = \pm (2m+1)\pi,$$

так что колебания в точке Р находятся в противофазе. Следовательно, (5) есть условие интерференционного минимума.

### **1.2.3 Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников**

Рассмотрим две цилиндрические световые волны, исходящие из источников  $S_1$  и  $S_2$ . Область, в которой эти волны перекрываются, называется

полем интерференции. Во всей этой области наблюдается чередование мест с максимальной и минимальной интенсивностью света. Если в поле интерференции внести экран, то на нем будет видна интерференционная картина в виде чередующихся темных и светлых полос. Вычислим ширину этих полос, если экран параллелен плоскости, проходящей через источники  $S_1$  и  $S_2$ . Положение точки на экране характеризуется координатой  $x$ , отсчитываемой от точки 0 на экране, относительно которой  $S_1$  и  $S_2$  расположены симметрично. Из рис. 6 видно, что

$$S_1^2 = \ell^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2, S_2^2 = \ell^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2$$

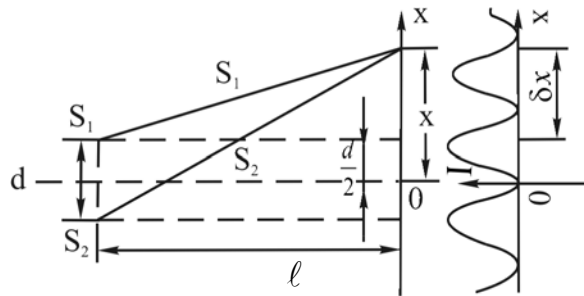


Рис. 6. Интерференционная картина, создаваемая параллельными святающимися нитями или узкими щелями

Следовательно,

$$S_2^2 - S_1^2 = (S_2 + S_1)(S_2 - S_1) = 2xd.$$

Для получения интерференционной картины необходимо, чтобы  $d \ll \ell$ ,  $x \ll \ell$ .

При этих условиях, получим

$$S_2 + S_1 \approx 2\ell, \quad S_2 - S_1 = \frac{xd}{\ell}$$

Умножим  $S_2 - S_1$  на показатель преломления  $n$ , получим оптическую разность хода

$$\Delta = n \frac{xd}{\ell}$$

Для максимумов интенсивности, получим

$$x_{\max} = \pm m \frac{\ell}{d} \lambda \quad (m=0,1,2,\dots), \quad (6)$$

где  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$  - длина волны в среде, заполняющей пространство между

источниками и экраном.

Для минимумов интенсивности получим:

$$x_{\min} = \pm(m + \frac{1}{2})\frac{\ell}{d}\lambda \quad (m=0,1,2,\dots) \quad (7)$$

Расстояние между соседними максимумами интенсивности назовем расстоянием между интерференционными полосами, а расстояние между соседними минимумами – шириной интерференционной полосы. Из (6) и (7) следует, что расстояние между полосами и ширина полосы имеют одинаковое значение, равное

$$\Delta x = \frac{\ell\lambda}{d} \quad (8)$$

## **Тема 2. Когерентность.**

### **2.1. Временная когерентность.**

### **2.2. Пространственная когерентность.**

Когерентностью называется согласованное протекание нескольких колебательных или волновых процессов. Различают временную и пространственную когерентность.

### **2.1 Временная когерентность**

Монохроматические волны – неограниченные в пространстве волны строго определенной частоты и постоянной амплитуды. Но ни один реальный источник не дает строго монохроматического света. Волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда некогерентны. В каждом источнике света атомы излучают независимо друг от друга. Процесс излучения атомом конечен и длится очень короткое время

$\sim 10^{-8}$  с. В течение этого интервала волны имеют приблизительно постоянную амплитуду и фазу колебаний, тогда как за большой промежуток времени и амплитуда, и фаза изменяются. Световая волна, испускаемая отдельным возбужденным атомом в течение времени  $\sim 10^{-8}$  с, называется цугом волн. Любой реальный немонохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга независимых гармонических цугов. Средняя продолжительность одного цуга, определяемая как время, за которое случайное изменение фазы волны достигает  $\pi$ , называется временем когерентности ( $t_{\text{ког}}$ ). Фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности. За это время волна распространяется на расстояние  $\ell_{\text{ког}} = ct_{\text{ког}}$ , называемое длиной когерентности (или длиной цуга).

Чем ближе волна к монохроматической, тем меньше ширина  $\Delta\omega$  спектра ее частот и, как можно показать, больше ее время когерентности и длина когерентности. Когерентность колебаний, которые совершаются в одной и той же точке пространства, определяемая степенью монохроматичности волн, называется временной когерентностью.

Перейдем к выяснению роли немонохроматичности световых волн. Допустим, что свет состоит из последовательности идентичных цугов частоты  $\omega_0$  и длительности  $\tau$ . При смене одного цуга другим фаза претерпевает беспорядочные изменения, вследствие чего цуги оказываются взаимно некогерентными. При этих предположениях длительность цуга  $\tau$  практически совпадает со временем когерентности  $t_{\text{ког}}$ .

В математике доказывается теорема Фурье, согласно которой любую конечную и интегрируемую функцию  $F(t)$  можно представить в виде суммы бесконечного числа гармонических составляющих с непрерывно изменяющейся частотой:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (9)$$

Выражение (9) называется интегралом Фурье. Функция  $A(\omega)$  представляет собой амплитуду соответствующей монохроматической составляющей. Согласно теории интегралов Фурье аналитический вид функции  $A(\omega)$  определяется выражением:

$$A(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\xi) e^{-j\omega\xi} d\xi, \quad (10)$$

где  $\xi$  - вспомогательная переменная интегрирования.

Пусть функция  $F(t)$  описывает световое возмущение в некоторой точке в момент времени  $t$ , вызванное одиночным волновым цугом. Тогда она определяется условиями:

$$F(t) = A_0 e^{j\omega_0 t} \text{ при } |t| \leq \frac{\tau}{2}$$

$$F(t) = 0 \text{ при } |t| > \frac{\tau}{2}$$

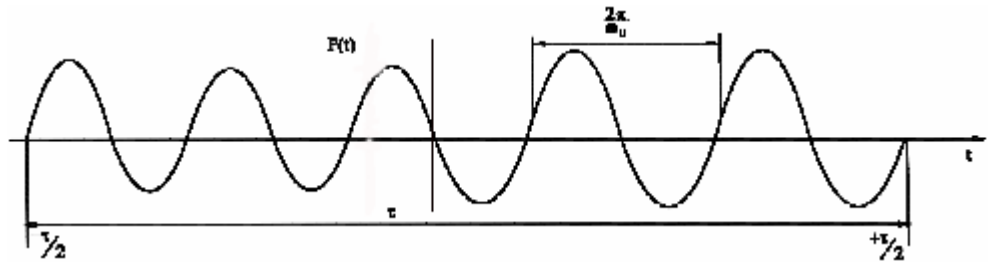


Рис. 7. График вещественной части функции  $F(t) = A_0 e^{j\omega_0 t} \text{ при } |t| \leq \frac{\tau}{2}$ ;  $F(t) = 0$  при

$$|t| > \frac{\tau}{2}$$

График вещественной части этой функции дан на рис. 7. Выражение (10), определяющее амплитуды гармонических составляющих для функции  $F(t)$ , имеет вид:

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} [A_0 e^{j\omega_0 \xi}] e^{-j\omega \xi} d\xi = \frac{1}{2\pi} A_0 \int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} e^{j(\omega_0 - \omega) \xi} d\xi = \\ &= \frac{1}{2\pi} A_0 \frac{e^{j(\omega_0 - \omega) \xi}}{j(\omega_0 - \omega)} \Big|_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} = \frac{1}{2\pi} \frac{A_0}{j(\omega_0 - \omega)} (e^{j \frac{(\omega_0 - \omega) \tau}{2}} - e^{-j \frac{(\omega_0 - \omega) \tau}{2}}). \end{aligned}$$

Обозначим  $\frac{(\omega_0 - \omega) \tau}{2} = \varphi$ , тогда

$$A(\omega) = \frac{A_0}{2\pi j(\omega_0 - \omega)} (e^{j\varphi} - e^{-j\varphi}) = \frac{A_0}{2\pi j(\omega_0 - \omega)} (\cos \varphi + j \sin \varphi - \cos \varphi + j \sin \varphi) =$$

$$\frac{A_0 2j \sin \varphi}{j(\omega_0 - \omega) 2\pi} = \frac{A_0}{\pi(\omega_0 - \omega)} \sin \left[ \frac{(\omega_0 - \omega)\tau}{2} \right] = \frac{1}{2\pi} A_0 \tau \frac{\sin \left[ \frac{(\omega - \omega_0)\tau}{2} \right]}{(\omega - \omega_0)\tau/2} =$$

$$\frac{1}{2\pi} A_0 \tau \frac{\sin[(\omega - \omega_0)\tau/2]}{(\omega - \omega_0)\tau/2}$$

Интенсивность  $I(\omega)$  гармонической составляющей волны пропорциональна квадрату амплитуды, т.е. выражению

$$f(\omega) = \frac{\sin^2[(\omega - \omega_0)\tau/2]}{[(\omega - \omega_0)\tau/2]^2} \quad (11)$$

Нули функции:  $\pm\pi = (\omega_0 - \omega)\frac{\tau}{2} = \frac{\Delta\omega\tau}{2}$ , откуда  $\Delta\omega = \frac{\pm 2\pi}{\tau}$ .

График функции показан на рис. 8. Из рисунка видно, что интенсивность составляющих, частоты которых заключены в интервале  $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ , значительно превосходит интенсивность остальных составляющих.

Это обстоятельство позволяет связать длительность цуга  $\tau$  с эффективным частотным диапазоном  $\Delta\omega$  Фурье – спектра:

$$\tau = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu}$$

Отождествим  $\tau$  со временем когерентности, тогда

$$t_{\text{ког}} \approx \frac{1}{\Delta\nu}. \quad (12)$$

Частота связана с длиной волны в вакууме соотношением  $\nu = \frac{c}{\lambda_0}$ .

Продифференцировав это выражение, найдем  $\frac{d\nu}{d\lambda_0} = -\frac{c}{\lambda_0^2}$ ,  $\Delta\nu = \frac{c\Delta\lambda_0}{\lambda_0^2}$ .

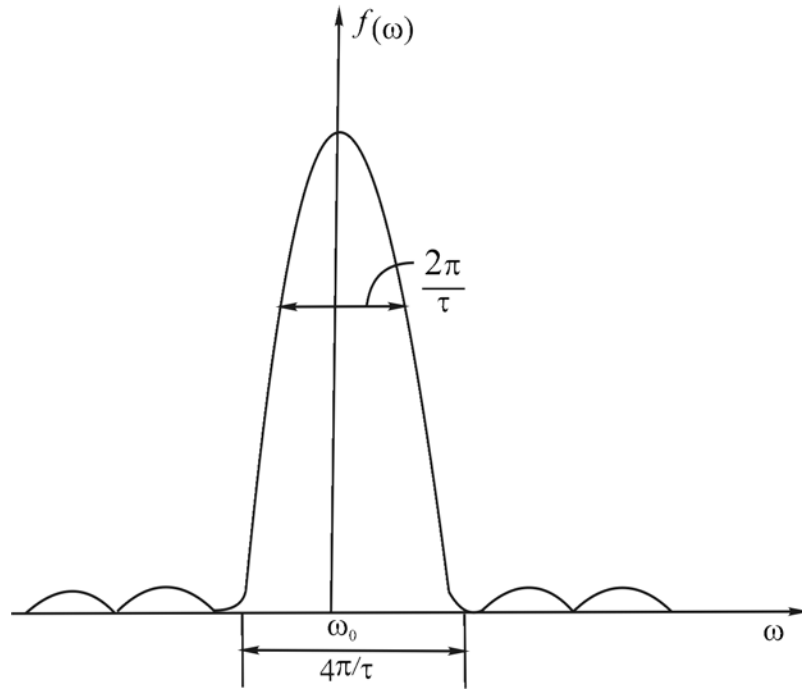


Рис. 8. График функции  $f(\omega) = \frac{\sin^2[(\omega - \omega_0)\tau/2]}{[(\omega - \omega_0)\tau/2]^2}$

Знак минус, получающийся при дифференцировании опускаем, а также положим  $\lambda_0 \approx \lambda$ . Заменим в формуле (12)  $\Delta\nu$  его выражением через  $\lambda$  и  $\Delta\lambda$ :

$$t_{\text{коз}} \approx \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda} \quad (13)$$

Отсюда для длины когерентности получим следующее значение:

$$l_{\text{коз}} = ct_{\text{коз}} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}. \quad (14)$$

## 2.2 Пространственная когерентность

Наряду с временной когерентностью, определяемой временем когерентности, для описания когерентных свойств волн в плоскости, перпендикулярной направлению их распространения, вводится понятие пространственной когерентности. Ее связывают с конечностью размеров излучателя.

Пусть источник света в опыте Юнга обладает конечными размерами. Интервал частот, испускаемых источником, считаем малым для того, чтобы

степень временной когерентности была достаточной для получения четкой интерференционной картины. Каждая точка светящегося источника формирует интерференционный максимум, положение которого определяется равенством оптических длин путей для лучей, прошедших через отверстия  $S_1$  и  $S_2$ . Волна, пришедшая от точки  $0_2$  протяженного источника света (рис. 9) создает нулевой максимум  $M_2$  в середине экрана. Нулевой максимум  $M_1$ , созданный волной пришедшей от участка  $0_1$  источника, будет смещен от середины экрана на расстояние  $x=M_2M_1$ .

Вследствие малости угла  $\varphi$  и отношения  $d/\ell$  можно считать, что  $x_1 = \frac{\ell\varphi}{2}$ .

Нулевой максимум  $M_3$ , созданный волной, пришедшей от участка  $0_3$  источника, смещен от середины экрана в противоположную сторону на расстояние  $x_2=x_1$ . Нулевые максимумы от остальных участков источника располагаются между максимумами  $M_1$  и  $M_2$ .

Отдельные участки источника света возбуждают волны, фазы которых никак не связаны между собой. Поэтому интерференционные картины, создаваемые ими, просто накладываются друг на друга. Если расстояние между интерференционными максимумами  $M_1$  и  $M_2$  достигает половины ширины интерференционной полосы, то минимум, созданный точечным источником  $0_1$  совпадет с максимумом, созданным точечным источником  $0_2$ . В результате интерференционная картина на экране исчезнет. Таким образом, интерференционная картина будет различимой при условии, что  $x_1$

меньше ширины интерференционной полосы  $\delta x = \frac{\ell\lambda}{d}$  (согласно формуле 8),

т.е.  $\frac{\ell\varphi}{2} < \frac{\ell\lambda}{d}$  или ширина интерференционной полосы  $\delta x = 2\ell \operatorname{tg}(\varphi/2)$



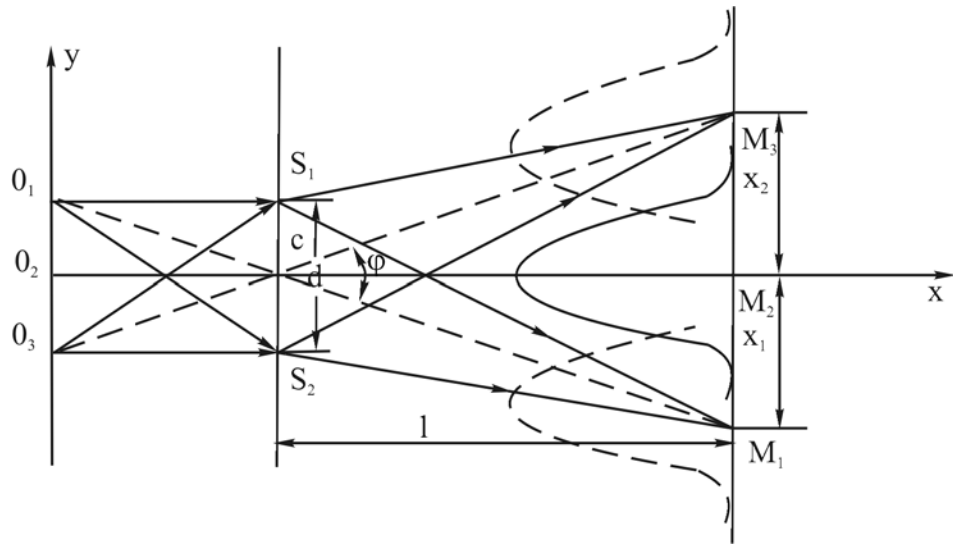


Рис. 9. Источник света конечных размеров в опыте Юнга

$$\operatorname{tg}(\varphi/2) \leq \frac{\delta x}{2\ell}; \varphi/2 \leq \frac{\delta x}{2\ell}; \varphi \leq \frac{\ell\lambda}{d\ell}; \varphi \leq \frac{\lambda}{d}$$

или

$$d \leq \frac{\lambda}{\varphi}, \quad (15)$$

где  $\varphi$  - угловой размер источника света.

Следовательно, колебания, возбуждаемые волной в достаточно близких точках псевдодолновой поверхности, оказываются когерентными. Такая когерентность называется пространственной.

Фаза колебания при переходе от одной точки псевдодолновой поверхности к другой изменяется беспорядочным образом. Введем расстояние  $\rho_{\text{ког}}$ , при смещении на которое вдоль псевдодолновой поверхности случайное изменение фазы достигает значения  $\pi$ . Колебания в двух точках псевдодолновой поверхности, отстоящих друг от друга на расстояние, меньше  $\rho_{\text{ког}}$ , будут приблизительно когерентными. Расстояние  $\rho_{\text{ког}}$  называется длиной пространственной когерентности или радиусом пространственной когерентности. Из (15) следует, что

$$\rho_{\text{ког}} < \frac{\lambda}{\varphi}. \quad (16)$$

### Тема 3. Интерференция света при отражении от тонких пластинок

**3.1. Расчет разности хода для лучей, отраженных от тонкой прозрачной пластинки, при соблюдении условий временной и пространственной когерентности.**

**3.2. Полосы равной толщины и равного наклона.**

**3.3. Кольца Ньютона.**

#### **3.1 Расчет разности хода для лучей, отраженных от тонкой прозрачной пластинки, при соблюдении условий временной и пространственной когерентности**

Пусть на прозрачную плоскопараллельную пластинку падает плоская световая волна, которую можно рассматривать как параллельный пучок лучей. Пластика отбрасывает вверх два параллельных пучка света. Один образовался за счет отражения от верхней поверхности пластинки, второй – как отражение от нижней поверхности (рис. 10). Не будем интересоваться пучками, прошедшими через пластинку.

Разность хода, приобретенная лучами 1 и 2 до того, как они сойдутся в точке  $C$  равна:

$$\Delta = n(AO + OC) - BC. \quad (17)$$

Обозначим  $BC = S_1$ ,  $AO + OC = S_2$ .

Из треугольника  $ABC$ :  $S_1 = 2O'C \cdot \sin \theta_1$ .

$O'C$  найдем из  $\triangle OO'C$ :

$$O'C = d \operatorname{tg} \theta_2$$

Откуда  $S_1 = 2d \operatorname{tg} \theta_2 \sin \theta_1$ .

$$\text{Из } \triangle OO'C: d = \frac{S_2}{2} \cos \theta_2.$$

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos \theta_2} - 2d \operatorname{tg} \theta_2 \sin \theta_1 = 2d \frac{n^2 - \sin^2 \theta_1}{n \cos \theta_2} = 2d \frac{n^2 - \sin^2 \theta_1}{\sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 \theta_2}},$$

а поскольку  $n = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$ , то

$$\Delta = 2d \frac{n^2 - \sin^2 \theta_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}$$

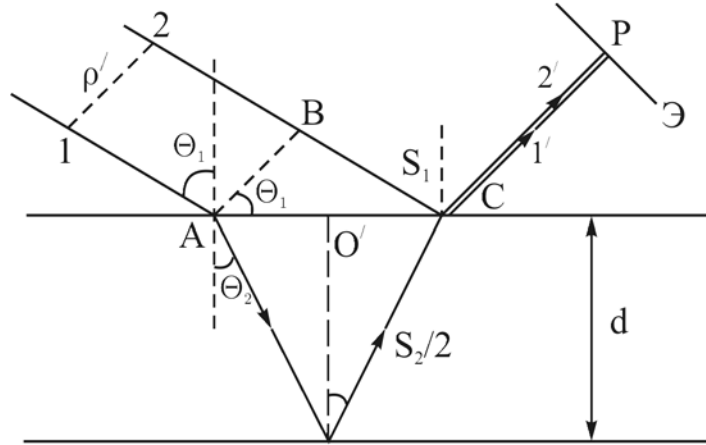


Рис.10. К расчету разности хода при интерференции света на тонкой пластинке

В точке  $C$  происходит отражение луча 2 от границы раздела среды, оптически менее плотной, со средой, оптически более плотной, в результате чего между лучами 1 и 2 возникает дополнительная разность фаз, равная  $\pi$ . Ее можно учесть, прибавив половину длины волны в вакууме в выражении (17) к  $BC$ . В результате получим оптическую разность хода  $\Delta$  для отраженных лучей  $1'$  и  $2'$ :

$$\begin{aligned} \Delta &= n(AO + OC) - \left( BC + \frac{\lambda_0}{2} \right), \\ \Delta &= 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - \frac{\lambda_0}{2} \end{aligned} \quad (18)$$

Итак, при падении на пластинку плоской волны образуются две отраженные волны, разность хода которых определяется формулой (18).

Выясним условия, при которых эти волны окажутся когерентными и смогут интерферировать. Отраженные волны  $1'$  и  $2'$  смогут интерферировать, если соблюдены условия как временной, так и пространственной когерентности.

Для того, чтобы имела место временная когерентность, разность хода  $\Delta$  не должна превышать длину когерентности.

$$\Delta < \ell_{\text{ког}}, \quad \ell_{\text{ког}} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda_0},$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - \frac{\lambda_0}{2} < \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda_0}$$

$$\text{или } d < \frac{\lambda_0 (\lambda_0 / \Delta \lambda_0 + 1/2)}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}.$$

Пренебрегаем  $1/2$  по сравнению с  $\lambda_0 / \Delta \lambda_0$ , а также примем

$$\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} \approx 1, \text{ тогда получим } d < \frac{\lambda_0^2}{2\Delta \lambda_0}.$$

Если  $\lambda_0 = 0,5 \text{ мкм}$ , а  $\Delta \lambda_0 = 20 \text{ \AA}$ , то  $d < 0,062 \text{ мм}$ .

Теперь рассмотрим условия соблюдения пространственной когерентности. Поставим на пути отраженных лучей экран Э (рис. 10). Приходящие в точку  $P$  лучи  $1'$  и  $2'$  отстоят в падающем пучке на расстояние  $\rho'$ . Если это расстояние не превышает радиуса когерентности  $\rho_{\text{ког}}$  падающей волны, лучи  $1'$  и  $2'$  будут когерентными. Из рис. 10 видно, что

$$\rho' = AB = 2O'C \cos \theta_1 = 2d \tan \theta_2 \cos \theta_1 = \frac{n}{n} \cdot \frac{2d \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\cos \theta_2} = \frac{2dn \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}} = \frac{d \sin 2\theta_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}.$$

Примем  $n = 1,5$ ,  $\theta_1 = 45^\circ$ , тогда  $\rho' = 0,047 \text{ мм} \approx 0,05 \text{ мм}$ .

Таким образом, вследствие ограничений, накладываемых условиями временной и пространственной когерентности, интерференция при освещении пластинки солнечным светом наблюдается только в том случае, если толщина пластинки не превышает нескольких сотых миллиметра. При освещении светом с большей степенью когерентности интерференция наблюдается при отражении от более толстых пластинок.

### 3.2 Полосы равной толщины и равного наклона

Пусть тонкая плоскопараллельная пластинка освещается рассеянным монохроматическим светом (рис. 11). В рассеянном свете имеются лучи

самых разнообразных направлений ( $\theta_1, \theta_2$  и др.). Интерференционная картина наблюдается на экране Э, установленном в фокальной плоскости собирающей линзы Л. Параллельные отраженные лучи  $1'$  и  $1''$  соберутся в точке Р на экране. В эту же точку придут и другие лучи, параллельные лучу 1. Лучи 2 падают на плоскопараллельную пластинку под другим углом  $\theta_2$ , а отраженные лучи  $2'$  и  $2''$  соберутся в другой точке М экрана и имеют другую оптическую разность хода по сравнению с лучами  $1'$  и  $1''$ . В разности хода

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - \frac{\lambda_0}{2}, \quad d = \text{const}, \quad \lambda_0 = \text{const}, \quad \text{поскольку свет}$$

монохроматический. Остается одна переменная величина  $\theta_1$  - угол падения.

И каждому углу падения соответствует определенная интерференционная полоса на экране. Интерференционная картина имеет вид чередующихся криволинейных темных и светлых полос. Каждой из них соответствует определенное значение угла падения  $\theta$ , поэтому они называются полосами равного наклона. В отсутствии линзы интерференционную картину можно было бы наблюдать только в бесконечности в месте пересечения пар параллельных лучей  $1'1''$ ,  $2'2''$  и т.д., поэтому говорят, что полосы равного наклона локализованы в бесконечности.

Полосы равной толщины наблюдаются при отражении параллельного пучка лучей света ( $\theta_1 = \text{const}$ ) от тонкой прозрачной пленки, толщина  $d$  которой неодинакова в разных местах.

Пусть на клин падает плоская волна, направление распространения которой совпадает с параллельными лучами 1 и 2 (рис.12). Отраженные лучи  $1'1''$  пересекутся в точке В вблизи поверхности клина, а при определенном взаимном положении линзы и клина точка А будет изображением точки В на экране. Если источник света расположен далеко от поверхности клина и угол  $\alpha$  клина достаточно мал, то оптическая разность хода  $\Delta$  между лучами  $1'$  и  $1''$  может быть с достаточной степенью точности вычислена по формуле (18), когда  $\theta_1 = \text{const}$ , а толщина  $d$  является переменной. Каждой

интерференционной полосе на экране соответствуют лучи, отраженные от мест одинаковой толщины, поэтому вся интерференционная картина называется полосами равной толщины. Так как верхние и нижние грани клина не параллельны между собой, то лучи  $1'$  и  $1''$ ,  $2'$  и  $2''$  пересекаются вблизи пластинки. Таким образом, полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности клина.

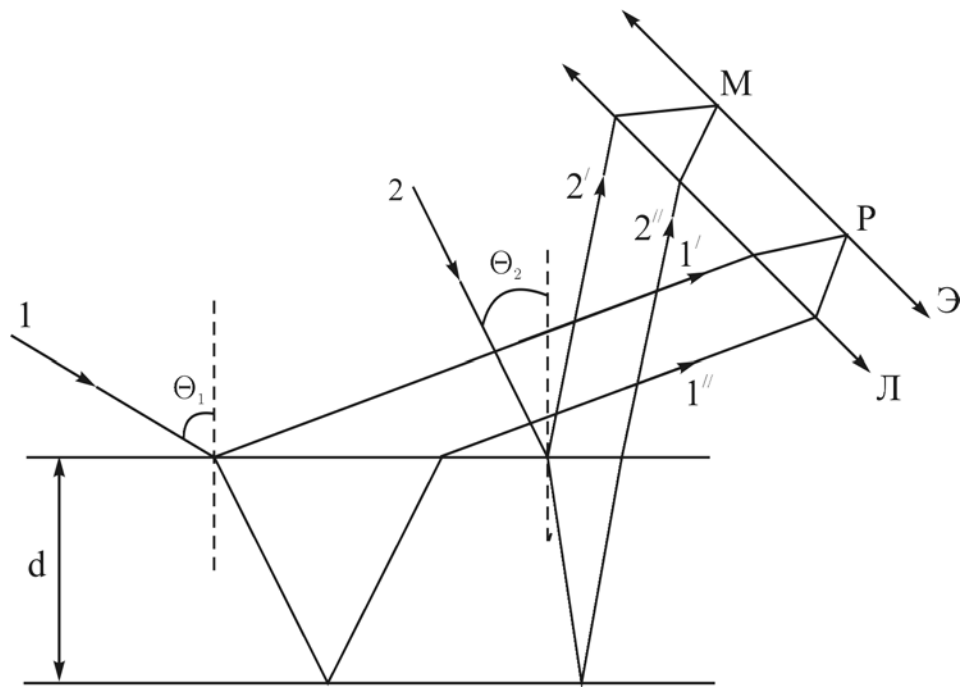


Рис. 11. Получение полос равного наклона на тонкой прозрачной пластинке постоянной толщины

### 3.3 Кольца Ньютона

Классическим примером полос равной толщины являются кольца Ньютона. Они наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг с другом плоскопараллельной стеклянной пластинки большой толщины и плоско – выпуклой линзы большого радиуса кривизны. Роль тонкой пленки, от которой отражаются когерентные волны, играет воздушный зазор между пластинкой и линзой. Падающий луч 1 отражается в точках  $A$  и  $B$  (рис.13) от верхней и нижней поверхности воздушного клина и образует отраженные лучи  $1'$  и  $1''$ , имеющие разность хода:

$$\Delta = 2dn + \frac{\lambda_0}{2}. \quad (19)$$

Для воздуха  $n=1$  и при отражении от границы раздела оптически менее плотной среды с оптически более плотной в точке  $B$  фаза волны изменяется на  $\pi$ , а в разность хода добавляется половина длины волны в вакууме.

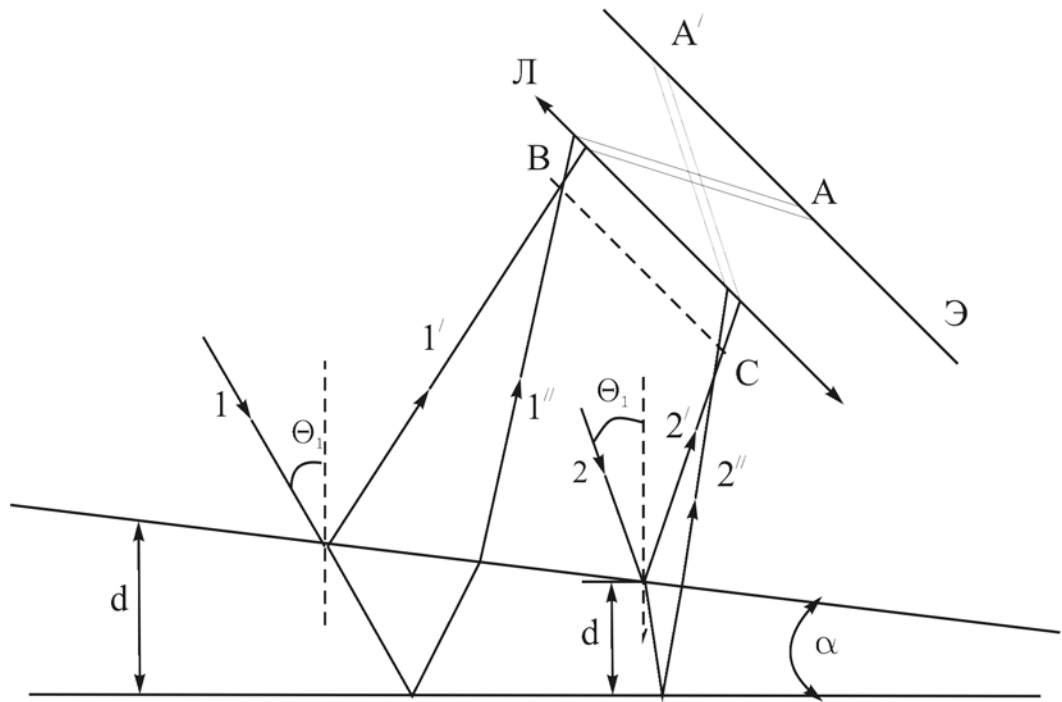


Рис. 12. Получение полос равной толщины на тонком прозрачном клине  
Из  $\triangle AOC$  имеем:

$$R^2 = (R - d)^2 + r^2,$$

где  $r$  - радиус кольца Ньютона.

При нормальном падении света полосы равной толщины имеют вид концентрических окружностей, а при наклонном падении – эллипсов.

Из предыдущего выражения толщина воздушного зазора  $d$  равна:

$$d = \frac{r^2}{2R}.$$

Подставляя в оптическую разность хода, получим:

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Если на оптической разности хода укладывается целое число длин волн, то имеют место светлые кольца Ньютона:

$$\begin{aligned} \Delta &= m\lambda_0, \quad \frac{r_{ce}^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0, \\ r_{ce} &= \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)R\lambda_0} \end{aligned} \quad (20)$$

А если на оптической разности хода укладывается целое число полуволн, то такой  $\Delta$  соответствуют темные кольца Ньютона:

$$\begin{aligned} \Delta &= \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0, \quad \frac{r_m^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0, \\ r_m &= \sqrt{mR\lambda_0} \end{aligned} \quad (21)$$

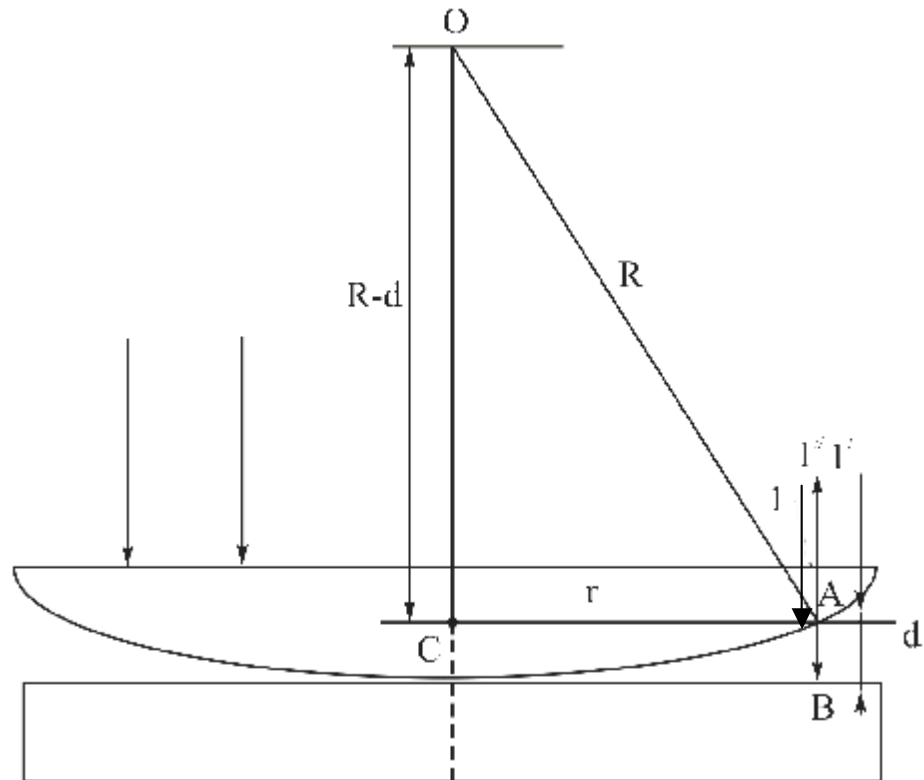


Рис. 13. К расчету радиусов светлых и темных колец Ньютона

#### Тема 4. Дифракция света.

##### 4.1. Принцип Гюйгенса-Френеля.

##### 4.2. Метод зон Френеля.



#### 4.1 Принцип Гюйгенса – Френеля

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. Для наблюдения дифракции световых волн необходимо, чтобы препятствия были соизмеримы с длиной световой волны.

Согласно принципу Гюйгенса каждая точка пространства, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, огибающая которых задает положение волнового фронта в следующий момент времени.

Волновой фронт – геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени  $t$ .

Принцип Гюйгенса решает лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде, (интенсивности) волн, распространяющихся по разным направлениям. Френель вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей интерференции вторичных волн.

Согласно принципу Гюйгенса – Френеля световая волна, возбуждаемая каким – либо источником  $S$  может быть представлена как результат суперпозиции когерентных вторичных волн. Каждый элемент волновой поверхности  $S$  (рис. 14,а) служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента  $dS$ . Амплитуда этой вторичной волны убывает с расстоянием  $r$  от источника вторичной волны до точки наблюдения по закону  $1/r$ . Следовательно, от каждого участка  $dS$  волновой поверхности в точку наблюдения  $P$  приходит элементарное колебание:

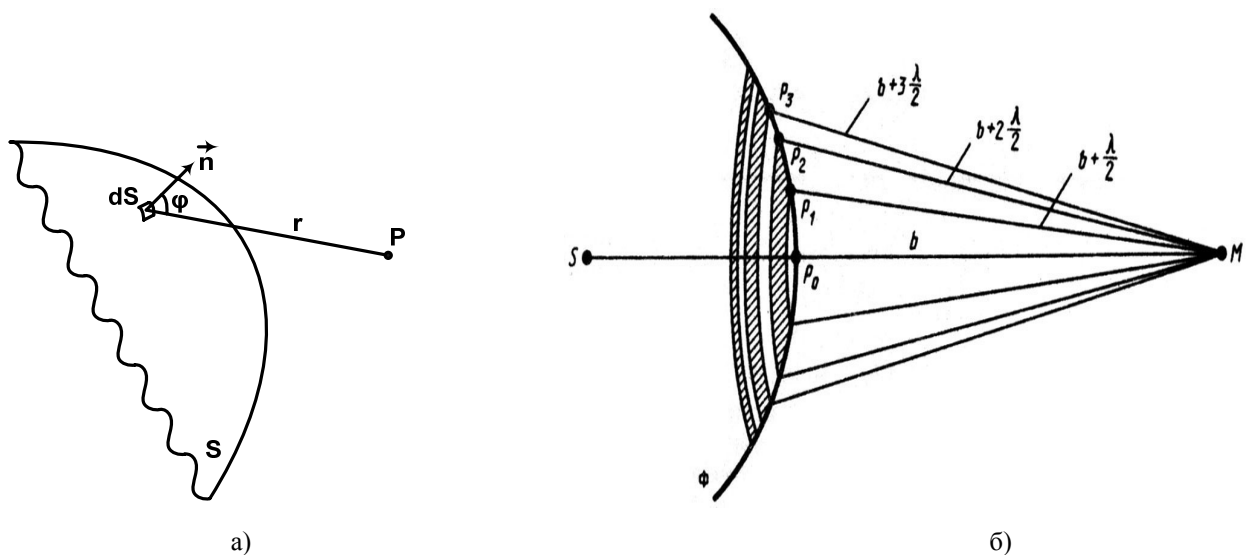


Рис. 14. Дифракция света: а) к выводу аналитического выражения принципа Гюйгенса-Френеля; б) к построению зон Френеля.

$$dE = K \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0), \quad (22)$$

где  $(\omega t + \alpha_0)$  - фаза колебания в месте расположения волновой поверхности  $S$ ,  $k$  - волновое число,  $r$  - расстояние от элемента поверхности  $dS$  до точки  $P$ , в которую приходит колебание. Множитель  $a_0$  определяется амплитудой светового колебания в месте расположения элемента  $dS$ . Коэффициент  $K$  зависит от угла  $\varphi$  между нормалью к площадке  $dS$  и направлением на точку  $P$ . При  $\varphi = 0$  этот коэффициент максимален, а при  $\varphi = \pi/2$  он равен нулю.

Результирующее колебание в точке  $P$  представляет собой суперпозицию колебаний (22), взятых для всей поверхности  $S$ :

$$E = \int_S K(\varphi) \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS \quad (23)$$

Эта формула является аналитическим выражением принципа Гюйгенса-Френеля.

## 4.2 Метод зон Френеля

Вычисления по формуле (23) представляет собой в общем случае очень трудную задачу. Однако, как показал Френель, в случаях, отличающихся симметрией, нахождение амплитуды результирующего колебания может быть осуществлено простым алгебраическим или геометрическим суммированием.

Найдем в произвольной точке  $M$  амплитуду сферической световой волны, распространяющейся в однородной среде из точечного источника  $S$ .

Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, заменим действие источника  $S$  действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности  $\Phi$ , являющейся поверхностью фронта волны, идущей из  $S$  (поверхность сферы с центром  $S$ ). Френель разбил волновую поверхность  $\Phi$  на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до  $M$  отличались на  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $\left( P_1M - P_0M = P_2M - P_1M = P_3M - P_2M = \frac{\lambda}{2} \right)$ . Подобное

разбиение фронта волны на зоны можно выполнить, проведя с центром в точке  $M$  сферы радиусами  $b + \frac{\lambda}{2}; b + 2\frac{\lambda}{2}; b + 3\frac{\lambda}{2} \dots$  (рис. 14,б). Так как колебания от соседних зон проходят до точки  $M$  расстояния, отличающиеся на  $\frac{\lambda}{2}$ , то в точку  $M$  они приходят в противоположной фазе и при наложении эти колебания будут взаимно ослаблять друг друга. Поэтому амплитуда результирующего светового колебания в точке  $M$ :

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \dots,$$

где  $A_1, A_2, \dots, A_m$  – амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й, ...,  $m$ -й зонами.

Для оценки амплитуд колебаний найдем площади зон Френеля. Пусть внешняя граница  $m$ -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический

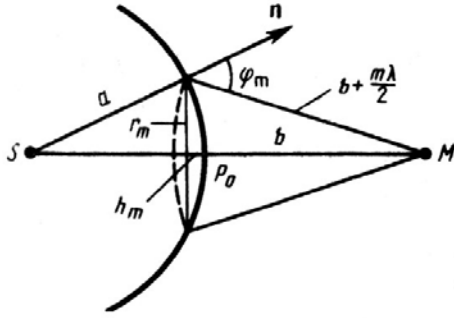


Рис. 15. Вычисление площадей зон Френеля

сегмент высоты  $h_m$ . (рис. 15). Обозначив радиус этого сегмента через  $r_m$ , найдем, что площадь  $m$ -й зоны Френеля:

$$\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1}.$$

$\sigma_{m-1}$  – площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей  $m-1$ -й

зоны. Из рисунка следует, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2.$$

После элементарных преобразований, учитывая, что  $\lambda \ll a$  и  $\lambda \ll b$ , получим

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}.$$

Площадь сферического сегмента и площадь  $m$ -й зоны Френеля:

$$\begin{aligned}\sigma_m &= 2\pi ah_m = \frac{\pi ab\lambda}{a+b} m; \\ \Delta\sigma_m &= \sigma_m - \sigma_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}.\end{aligned}$$

где  $\Delta\sigma_m$  площадь  $m$ -й зоны Френеля, которая, как показывает последнее выражение, не зависит от  $m$ . При не слишком больших  $m$  площади зон Френеля одинаковы.

Таким образом, построение зон Френеля разбивает волновую поверхность сферической волны на равные зоны.

Найдем из (3) радиусы зон Френеля:

$$\begin{aligned}r_m^2 &= 2ah_m = 2a \frac{bm\lambda}{2(a+b)} = \frac{ab}{a+b} m\lambda \\ r_m &= \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}\end{aligned}\quad (24)$$

Согласно предположению Френеля, действие отдельных зон в точке  $M$  тем меньше, чем больше угол  $\varphi_m$  между нормалью к поверхности зоны и направлением на  $M$ , т. е. действие зон постепенно убывает от центральной

(около  $P_0$ ) к периферическим. Кроме того, интенсивность излучения в направлении точки  $M$  уменьшается с ростом  $m$  и вследствие увеличения расстояния от зоны до точки  $M$ . Учитывая оба этих фактора, можем записать:

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 \dots$$

Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, отличаются на  $\pi$ . Поэтому амплитуда результирующего колебания в точке  $M$  определяется выражением

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

Последнее выражение запишем в виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

Вследствие монотонного убывания амплитуд зон Френеля с возрастанием номера зоны, амплитуда колебания  $A_m$  от некоторой  $m$ -й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

Тогда

$$A = \frac{A_l}{2} + \left( \frac{A_l}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_l}{2}, \quad (25)$$

$$\left( \frac{A_l}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) = 0, \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) = 0.$$

Таким образом, амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке  $M$  определяется действием только половины центральной зоны Френеля. Следовательно, действие всей волновой поверхности на точку  $M$  сводится к действию ее малого участка, меньшего центральной зоны.

Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только первую зону Френеля, амплитуда в точке  $M$  равна  $A_1$ , а интенсивность в 4 раза больше, чем при отсутствии преграды между точками  $S$  и  $M$ .

Распространение света от S к M происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль прямой SM, т.е. прямолинейно. Таким образом, принцип Гюйгенса-Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

Правомерность деления волнового фронта на зоны Френеля подтверждена экспериментально. Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все четные или нечетные зоны Френеля, то интенсивность света в точке M резко возрастет. При закрытых четных зонах Френеля амплитуда в точке M будет равна

$$A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$$

В опыте зонная пластинка во много раз увеличивает интенсивность света в точке M, действуя подобно собирающей линзе.

Еще большего эффекта можно достичь, не перекрывая четные (или нечетные) зоны Френеля, а изменяя фазу их колебаний на  $180^\circ$ . Такая пластинка называется фазовой зонной пластинкой. По сравнению с амплитудной зонной пластинкой фазовая дает дополнительное увеличение амплитуды в 2 раза, а интенсивность света – в 4 раза.

## **Тема 5. Дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера от простейших преград.**

### **5.1 Дифракция Френеля на круглом отверстии**

### **5.2 Дифракция Френеля на круглом диске**

### **5.3 Дифракция Фраунгофера от щели**

#### **5.1 Дифракция Френеля на круглом отверстии**

Дифракция Френеля осуществляется, если источник света и точка наблюдения располагаются вблизи от препятствия, а на препятствие падает сферическая волна.

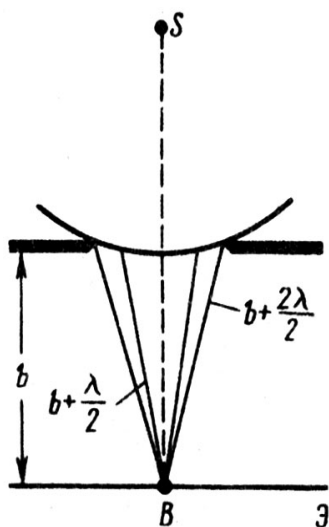


Рис.16. Схема дифракции на круглом отверстии

Сферическая волна, распространяющаяся из точечного источника  $S$ , встречает на своем пути экран с круглым отверстием. Дифракционную картину наблюдаем на экране  $\mathcal{E}$  в точке  $B$ , лежащей на линии, соединяющей  $S$  с центром отверстия. Экран параллелен плоскости отверстия и находится от него на расстоянии  $b$ . Разобьем открытую часть волновой поверхности  $\Phi$  на зоны Френеля. Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, открываемых отверстием.

$$r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda,$$

$$\text{откуда } m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (26)$$

Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке  $B$  всеми зонами:

$$A = \frac{A_I}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (27)$$

знак плюс соответствует нечетным  $m$  и минус – четным  $m$ .

Когда отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то амплитуда (интенсивность) в точке  $B$  будет больше, чем при свободном распространении волны; если четное, то амплитуда (интенсивность) будет равна нулю. Если отверстие открывает одну зону Френеля, то в точке  $B$  амплитуда  $A = A_I$ , т. е. вдвое больше, чем в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием. Интенсивность света больше соответственно в четыре раза. Если отверстие открывает две зоны Френеля, то их действия в точке  $B$  практически уничтожат друг друга из-за интерференции. Таким образом, дифракционная картина от круглого отверстия вблизи точки  $B$  будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец с центрами в точке  $B$  (если  $m$  четное, то в центре будет темное кольцо, если  $m$  нечетное – то светлое кольцо), причем интенсивность в максимумах убывает с расстоянием от центра картины.

Расчет амплитуды результирующего колебания на внеосевых участках экрана более сложен, так как соответствующие им зоны Френеля частично перекрываются непрозрачным экраном. Если отверстие освещается не монохроматическим, а белым светом, то кольца окрашены.

Число зон Френеля, открываемых отверстием, зависит от его диаметра.

Если он большой, то  $A_m \ll A$  и результирующая амплитуда  $A = \frac{A_l}{2}$ , т. е. такая же, как и при полностью открытом волновом фронте. Никакой дифракционной картины не наблюдается, свет распространяется, как и в отсутствие круглого отверстия, прямолинейно.

## 5.2 Дифракция Френеля на круглом диске

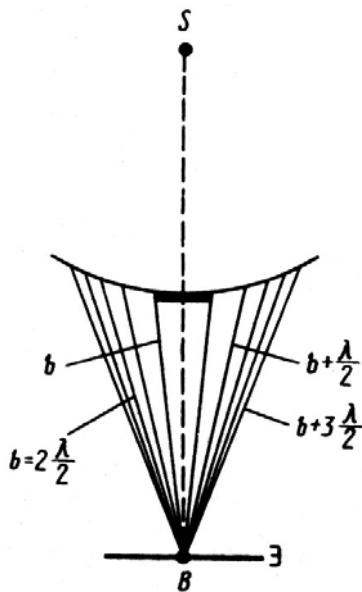


Рис. 17. Схема дифракции на круглом диске

Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника  $S$ , встречает на своем пути диск. Дифракционную картину наблюдаем на экране  $\mathcal{E}$  в точке  $B$ , лежащей на линии, соединяющей  $S$  с центром диска. В данном случае закрытый диском участок волнового фронта надо исключить из рассмотрения и зоны Френеля строить, начиная с краев диска. Пусть диск закрывает  $m$  первых зон Френеля. Тогда амплитуда результирующего колебания в точке  $B$  равна:

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left( \frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right),$$

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}. \quad (28)$$

Следовательно, в точке  $B$  всегда наблюдается интерференционный максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой



открытой зоны Френеля. Центральный максимум окружен концентрическими темными и светлыми кольцами, а интенсивность в максимумах убывает с расстоянием от центра картины. С увеличением размеров диска  $(m+1)$ -ая открытая зона располагается дальше от точки В, а также увеличивается угол  $\varphi_m$  между нормалью к поверхности этой зоны и направлением на точку В. В результате интенсивность центрального максимума с увеличением размеров диска уменьшается. При больших размерах диска за ним наблюдается тень, вблизи границ которой имеет место весьма слабая дифракционная картина. В данном случае дифракцией света можно пренебречь и считать свет распространяющимся прямолинейно.

### 5.3 Дифракция Фраунгофера на одной щели

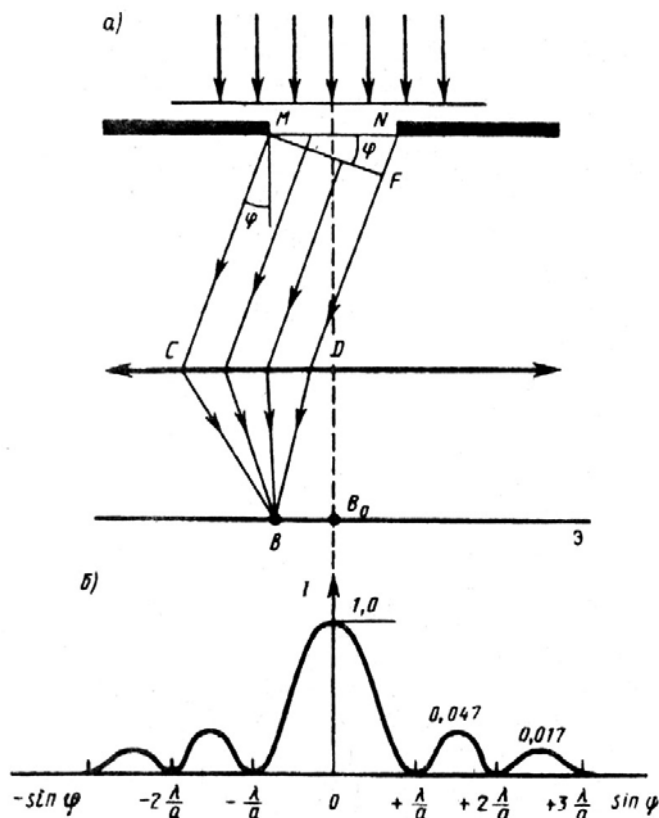


Рис.18. Дифракция на щели: к аналитическому вычислению результирующей амплитуды

Фраунгофер рассмотрел дифракцию плоских световых волн, или дифракцию в параллельных лучах. Она наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию. Чтобы этот тип дифракции осуществить, достаточно точечный источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй

собирающей линзы, установленной за препятствием.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера от бесконечно длинной щели (для этого практически достаточно, чтобы длина щели была значительно больше ее ширины).

Пусть плоская монохроматическая световая волна падает нормально непрозрачному экрану, в котором находится узкая щель шириной  $b$ . Оптическая разность хода между крайними лучами  $MC$  и  $ND$ , идущими от щели в произвольном направлении  $\varphi$ :

$$\Delta = NF = b \cdot \sin \varphi ,$$

$F$  – основание перпендикуляра, опущенного из точки  $M$  на луч  $ND$  (рис. 18).

Мысленно разбиваем открытую часть волнового фронта на элементарные зоны шириной  $dx$ , параллельные краям щели  $b$ .

Элементарное колебание, посылаемое одной элементарной зоной, определяется согласно принципу Гюйгенса-Френеля по формуле (22). Поскольку падает плоская световая волна на щель, то амплитуда элементарного колебания не зависит от множителя  $1/r$ , при небольших углах дифракции можно считать коэффициент  $K(\varphi) = const$ . Тогда амплитуда зависит только от площади элементарной зоны  $dS$ , а для бесконечной щели  $dS \square dx$ , следовательно, амплитуда элементарного колебания, посылаемого одной элементарной зоной в точку наблюдения  $B$ , пропорциональна ширине этой зоны

$$dA = C dx$$

Обозначим алгебраическую сумму амплитуд колебаний, возбуждаемых в точке  $B$  экрана всеми зонами, через  $A_0$ :

$$A_0 = \int_0^b C dx = Cb, C = \frac{A_0}{b}, dA = \frac{A_0}{b} dx$$

Теперь найдем соотношение между фазами элементарных колебаний, исходящих из элементарных зон с координатами  $0$  и  $x$ . Разность хода для этих зон  $\Delta = x \sin \varphi$ . Умножим  $\Delta$  на волновое число, тогда получим фазу колебания, посылаемого в точку  $B$  элементарной зоной с координатой  $x$

$\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi\right)$ . Запишем напряженность электрического поля колебания, исходящего из элементарной зоны с координатой  $x$ :

$dE_{\varphi} = \frac{A_0}{b} dx e^{j(\omega t - kx \sin \varphi)}$ . Тогда результирующее колебание от всех элементарных зон в точке В вычисляется:

$$\begin{aligned} E_{\varphi} &= \int dE_{\varphi} = \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{A_0}{b} e^{j\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi\right)} dx = \\ &= \frac{A_0}{b} e^{j\omega t} \int_{-b/2}^{+b/2} e^{-2j\gamma x} dx = \left| \gamma = \frac{\pi}{\lambda} \sin \varphi \right| = \frac{A_0}{b} e^{j\omega t} \frac{1}{-2j\gamma} e^{-2j\gamma x} \Big|_{-b/2}^{+b/2} = \frac{A_0}{b} e^{j\omega t} \frac{1}{-2j\gamma} (e^{-j\gamma b} - e^{j\gamma b}) = \\ &= \frac{A_0}{b} e^{j\omega t} \frac{1}{-2j\gamma} (\cos \gamma b - j \sin \gamma b - \cos \gamma b - j \sin \gamma b) = \frac{A_0}{b} e^{j\omega t} \frac{-2j \sin \gamma b}{-2j\gamma} = A_0 \frac{\sin \gamma b}{\gamma b} e^{j\omega t} \\ \text{Амплитуда} &= A_0 \frac{\sin \gamma b}{\lambda b}, \end{aligned}$$

а интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды:

$$I = A_0^2 \frac{\sin^2 \gamma b}{(\gamma b)^2} = I_0 \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\left( \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)^2}. \quad (29)$$

Проанализируем полученное выражение:

1). При  $\varphi = 0$   $\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin \varphi}{\varphi} = 1$ , поэтому интенсивность приобретает

максимальное значение  $I = I_0$ .

2). Интенсивность света равна нулю, если аргумент синуса равен  $\pm k\pi$ :

$$\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} = \pm k\pi, k = 1, 2, 3, \dots$$

Отсюда получим условие минимумов интенсивности на дифракционной картине от одной щели:

$$b \sin \varphi = \pm k\lambda, k = 1, 2, 3, \dots \quad (30)$$

Качественно решим задачу о дифракции Фраунгофера от щели, уподобив каждую элементарную зону зоне Френеля. Разобьем открытую

часть волновой поверхности в плоскости щели  $MN$  на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру  $M$  щели. Ширина каждой зоны выбирается так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна  $\frac{\lambda}{2}$ , т. е.

всего на ширине щели уместится  $\frac{D}{\lambda/2}$  зон. Так как свет на щель падает нормально, то плоскость щели совпадает с волновым фронтом; следовательно, все точки волнового фронта в плоскости щели будут колебаться в одинаковой фазе. Амплитуды вторичных волн в плоскости щели будут равны, так как выбранные зоны Френеля имеют одинаковые площади и одинаково наклонены к направлению наблюдения.

Число зон Френеля, укладывающихся на ширине щели, зависит от угла  $\varphi$ . От их числа, в свою очередь, зависит результат наложения всех вторичных волн. Из приведенного построения следует, что при интерференции света от каждой пары соседних зон Френеля амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как колебания от каждой пары соседних зон взаимно гасят друг друга. Следовательно, если число зон Френеля четное, то

$$b \cdot \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

и в точке  $B$  наблюдается дифракционный минимум (полная темнота), если же число зон Френеля нечетное, то

$$b \cdot \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

и наблюдается дифракционный максимум, соответствующий действию одной некомпенсированной зоны Френеля.

В направлении  $\varphi = 0$  колебания от элементарных зон приходят в одной фазе, и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью, т. е. в точке  $B_0$  наблюдается центральный дифракционный максимум.

Установим количественный критерий для определения вида дифракции. Для этого найдем разность хода лучей от краев щели до точки Р (рис.18,а). Применим теорему косинусов к треугольнику со сторонами  $r, r+\Delta, b$ :

$$(r + \Delta)^2 = r^2 + b^2 - 2rb \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right),$$

$$2r\Delta + \Delta^2 = b^2 + 2rb \sin \varphi.$$

Нас интересует случай, когда лучи, идущие от краев щели в точку Р, почти параллельны. При этом условии  $\Delta^2 \ll r\Delta$ , поэтому

$$2r\Delta = b^2 + 2rb \sin \varphi,$$

$$\Delta = \frac{b^2}{2r} + b \sin \varphi \quad (31)$$

В пределе при  $r \rightarrow \infty$  разность хода  $\Delta_\infty = b \sin \varphi$  и совпадает с формулой (30).

При конечных  $r$  характер дифракционной картины будет определяться соотношением между разностью  $\Delta - \Delta_\infty$  и длиной волны  $\lambda$ . Если  $\Delta - \Delta_\infty \ll \lambda$ , то имеет место дифракция Фраунгофера. При  $\Delta - \Delta_\infty$  сравнимой с  $\lambda$ , будет иметь место дифракция Френеля.

Из (31) следует, что

$$\Delta - \Delta_\infty = \frac{b^2}{2r} \ll \frac{b^2}{l}, \text{ то есть } \frac{b^2}{l} \ll \lambda, \frac{b^2}{l\lambda} \ll 1.$$

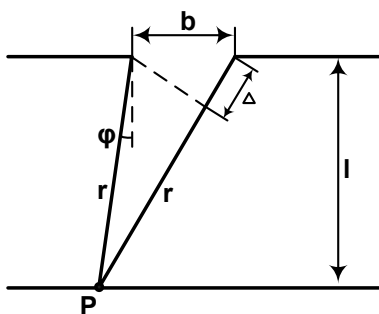


Рис. 18, а.

К выводу количественного критерия для определения вида дифракции

геометрической оптики.

Характер дифракции зависит от значения параметра  $b^2/l\lambda$ . Если он много меньше единицы, наблюдается дифракция Фраунгофера, а если порядка единицы – дифракция Френеля. Наконец, если этот параметр много больше единицы, оказывается применимым приближение

$$\frac{b^2}{l\lambda} \left\{ \begin{array}{l} \square 1 - \text{дифракция Фраунгофера} \\ \square 1 - \text{дифракция Френеля} \\ \square 1 - \text{геометрическая оптика} \end{array} \right\}$$

## Тема 6. Дифракционная решетка.

### 6.1. Экскурс в многолучевую интерферометрию.

### 6.2. Условия максимумов и минимумов интенсивности света для дифракционной решетки.

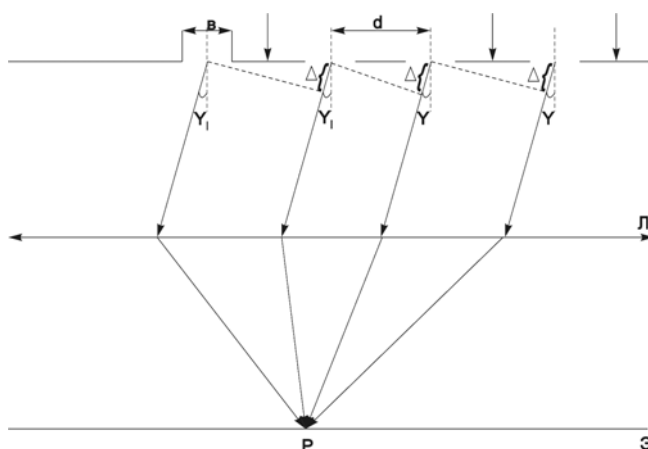
### 6.3. Построение графика зависимости интенсивности света от угла дифракции для дифракционной решетки.

### 6.4. Наклонное падение лучей на решетку.

#### 6.1 Экскурс в многолучевую интерферометрию

*Дифракционной решеткой* называют совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние, щелей. Расстояние  $d$  между серединами соседних щелей называют *периодом решетки*.

Расположим параллельно решетке собирающую линзу, в фокальной плоскости которой поставим экран. Выясним характер дифракционной картины, получающейся на экране при нормальном падении на решетку плоской световой волны (рис. 19).



Если бы колебания, приходящие в точку  $P$  от различных щелей были некогерентными, результирующая картина от  $N$  щелей отличалась бы от картины, создаваемой одной щелью, лишь тем, что интенсивность в максимумах

Рис. 19. К определению положений главных максимумов и добавочных минимумов при дифракции на решетке

возросла бы в  $N$  раз.

Решетка представляет собой регулярную структуру чередующихся непрозрачных промежутков шириной  $a$  и прозрачных – шириной  $b$ . Период решетки  $d=a+b$ . Нормально падающая на решетку плоская волна делится на  $N$  волн, проходящих через  $N$  отверстий. Эти волны одинаковой частоты, одного направления и сдвинуты друг относительно друга на одну и ту же разность фаз:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta,$$

$$\Delta = d \sin \varphi.$$

Следовательно, эти волны интерферируют. Предполагаем, что радиус когерентности падающей волны намного превышает длину решетки.

Рассмотрим многолучевую интерференцию, имеющую место после прохождения плоской волны через дифракционную решетку.

Пусть в данную точку  $P$  экрана приходит  $N$  лучей одинаковой интенсивности, причем фаза каждого следующего луча сдвинута относительно фазы предыдущего на одну и ту же величину  $\delta$ . Тогда напряженности электрических полей для каждого из этих лучей можно записать:

$$E_1 = ae^{j\omega t}, E_2 = ae^{j(\omega t + \delta)}, E_3 = ae^{j(\omega t + 2\delta)}, \dots,$$

$$E_N = ae^{j[\omega t + (N-1)\delta]}.$$

Результирующее колебание в точке  $P$  определяется суммой колебаний от всех щелей решетки под углом дифракции  $\varphi$ :

$$E = ae^{j\omega t} \left[ 1 + e^{j\delta} + e^{j2\delta} + \dots + e^{j(N-1)\delta} \right] = ae^{j\omega t} \cdot \frac{1 - e^{jN\delta}}{1 - e^{j\delta}}.$$

Выражение в скобках представляет собой сумму  $N$  членов геометрической прогрессии с первым членом, равным единице.

Результирующее колебание в точке  $P$  описывается выражением:

$$E = ae^{j\omega t} \cdot \frac{1 - e^{jN\delta}}{1 - e^{j\delta}} = A e^{j\omega t},$$

где  $A = a \cdot \frac{1 - e^{jN\delta}}{1 - e^{j\delta}}$  - комплексная амплитуда.

Интенсивность света в точке  $P$  пропорциональна квадрату амплитуды.

В нашем случае комплексную амплитуду  $A$  умножаем на комплексную сопряженную  $A^*$ :

$$\begin{aligned} I &= A \cdot A^* = a^2 \cdot \frac{1 - e^{jN\delta}}{1 - e^{j\delta}} \cdot \frac{1 - e^{-jN\delta}}{1 - e^{-j\delta}} = a^2 \cdot \frac{1 - e^{-jN\delta} - e^{jN\delta} + 1}{1 - e^{-j\delta} - e^{j\delta} + 1} = \\ &= a^2 \cdot \frac{2 - (e^{jN\delta} + e^{-jN\delta})}{2 - (e^{j\delta} + e^{-j\delta})} = a^2 \cdot \frac{1 - \cos N\delta}{1 - \cos \delta} = a^2 \cdot \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)}. \end{aligned}$$

Для того, чтобы провести эти преобразования необходимо помнить, что  $\frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} = \cos \alpha$ , а  $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ .

Итак, 
$$I(\delta) = I_\varphi \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)}, \quad (32)$$

где  $I_\varphi$  - интенсивность света для угла дифракции  $\varphi$ , созданная одной щелью.

Проанализируем полученное выражение (32):

1. При  $\delta = 2\pi m, (m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots)$ . Выражение  $I(\delta)$  становится неопределенным. Раскроем неопределенность по правилу Лопиталья:

$$\lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} = \lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} \frac{2 \sin(N\delta/2) \cos(N\delta/2) \cdot N/2}{2 \sin(\delta/2) \cos(\delta/2) \cdot 1/2} = \lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} N \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}.$$

Полученное выражение также является неопределенным. Применим правило Лопиталья еще раз:

$$\lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} = \lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} N \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} = \lim_{\delta \rightarrow 2\pi m} N \frac{\cos(N\delta/2) \cdot N/2}{\cos(\delta/2) \cdot 1/2} = N^2.$$

Таким образом, для

$$\begin{aligned} \delta &= 2\pi m, \\ (m &= 0; \pm 1; \pm 2; \dots) \end{aligned} \quad (33)$$

наблюдаются главные максимумы и интенсивность в них в  $N^2$  раз больше, чем в максимумах дифракционной картины от одной щели:

$$I(\delta) = I_\varphi \cdot N^2.$$



Число  $m$  называется порядком главного максимума.

2. Рассмотрим условие, при котором числитель выражения (32), описывающего  $I(\delta)$ , обращается в нуль:

$$\begin{aligned}\frac{N\delta}{2} &= k^{\perp}\pi, \\ \delta &= \frac{2k^{\perp}\pi}{N}, \\ k^{\perp} &= 1, 2, \dots, N-1.\end{aligned}\tag{34}$$

Это условие, при котором интенсивность света  $I(\delta)$  обращается в нуль, называется *минимумом интенсивности*.

## 6.2 Условия максимумов и минимумов интенсивности света для дифракционной решетки

Для решетки разность фаз для двух соседних щелей:

$$\delta = k \cdot \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \varphi,$$

где  $k$  - волновое число,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

В выражении (32) заменим  $\delta$ , согласно последней формуле, а также  $I_{\varphi}$  - интенсивность от одной щели:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2(\pi b \sin \varphi / \lambda)}{(\pi b \sin \varphi / \lambda)^2},$$

где  $I_{\varphi}$  - интенсивность света в направлении угла  $\varphi$ , обусловленная одной щелью;

$I_0$  - интенсивность в середине дифракционной картины, созданная одной щелью.

Тогда (32) будет иметь вид:

$$I_{\text{реш.}} = I_0 \frac{\sin^2(\pi b \sin \varphi / \lambda)}{(\pi b \sin \varphi / \lambda)^2} \cdot \frac{\sin^2(N\pi d \sin \varphi / \lambda)}{\sin^2(\pi d \sin \varphi / \lambda)},\tag{35}$$

где  $I_{\text{реш.}}$  - интенсивность в направлении  $\varphi$ , созданная дифракционной решеткой.

При анализе (35) условия (33) и (34) сохраняются:

$$\begin{aligned} 1. \quad \delta = 2\pi m, \text{ но } \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \varphi, \text{ следовательно, } \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \varphi = 2\pi m, \\ d \sin \varphi = m\lambda, \\ m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots \end{aligned} \quad (36)$$

Это условие определяет положение главных максимумов.

$$2. \quad \delta = \frac{2k'\pi}{N}, \text{ согласно выражению (34).}$$

$$\text{Но } \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \varphi, \text{ тогда } \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \varphi = \frac{2k'\pi}{N}.$$

$$d \sin \varphi = \frac{k'\lambda}{N}, \quad (37)$$

$$k' = \pm 1; \pm 2; \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots$$

В формуле (37)  $k'$  принимает все целочисленные значения, кроме  $0, N, 2N, \dots$ . Условие (37) определяет минимумы интенсивности, обусловленные действием всех щелей решетки. Они называются *дополнительными минимумами*. К этим условиям добавляется еще одно условие, обусловленное действием одной щели:

$$\begin{aligned} b \sin \varphi = k\lambda, \\ k = \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (38)$$

Оно определяет положение минимумов интенсивности от одной щели решетки.

### 6.3 Построение графика зависимости интенсивности света на экране от угла дифракции для решетки

Рассчитаем интенсивность света, создаваемую дифракционной решеткой с периодом 0,005 мм, четырьмя щелями, у которых  $d/b = 3$ , при нормальном падении на нее волны длиной  $6 \cdot 10^{-7}$  м.

Максимальный порядок дифракционного спектра определяется условием (36):

$$d = m_{max} \cdot \lambda,$$

$$m_{max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{6 \cdot 10^{-7} \text{ м}} \approx 8.$$

Найденное решение определяет лишь максимально возможный порядок спектра. Но не все главные максимумы реализуются. Те из них, положение которых совпадает с минимумами дифракционной картины от одной щели, исчезают. Осуществляются только те главные максимумы, которые попадают в центральный максимум дифракционной картины от одной щели. Согласно условию минимумов от одной щели имеем:

$$\frac{d}{3} \sin \varphi = k \cdot \lambda,$$

$$k = \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$$

Главные максимумы третьего, шестого и т.д. порядков приходятся на минимумы от одной щели, вследствие чего они исчезают.

Согласно (36) на рис. 20 главные максимумы находятся в точках  $m \frac{\lambda}{d}, m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$ . Пунктирной линией изобразим на рисунке интенсивность от одной щели, увеличенную в  $N^2$  раз. Отметим также положения главных максимумов. Определим угловую ширину центрального (нулевого) максимума. Положение ближайших к нему дополнительных минимумов определяется условием:

$$d \sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{N},$$

откуда значения углов:

$$\varphi = \pm \arcsin \frac{\lambda}{Nd}.$$

Для угловой ширины центрального максимума имеем:

$$\delta \varphi_0 = 2 \arcsin \frac{\lambda}{Nd} \approx \frac{2\lambda}{Nd}, \text{ т.к. } \frac{\lambda}{Nd} \ll 1.$$

Положение дополнительных минимумов, ближайших к главному максимуму  $m$ -го порядка, определяется условием:

$$d \sin \varphi = \left( m \pm \frac{1}{N} \right) \lambda.$$

Между дополнительными минимумами располагаются слабые вторичные максимумы, интенсивность которых не превышает  $1/22$  интенсивности ближайшего главного максимума. Число таких максимумов, приходящихся на промежуток между соседними главными максимумами, равно  $N-2$ . В нашем случае на рис. отмечены два вторичных максимума между соседними главными максимумами.

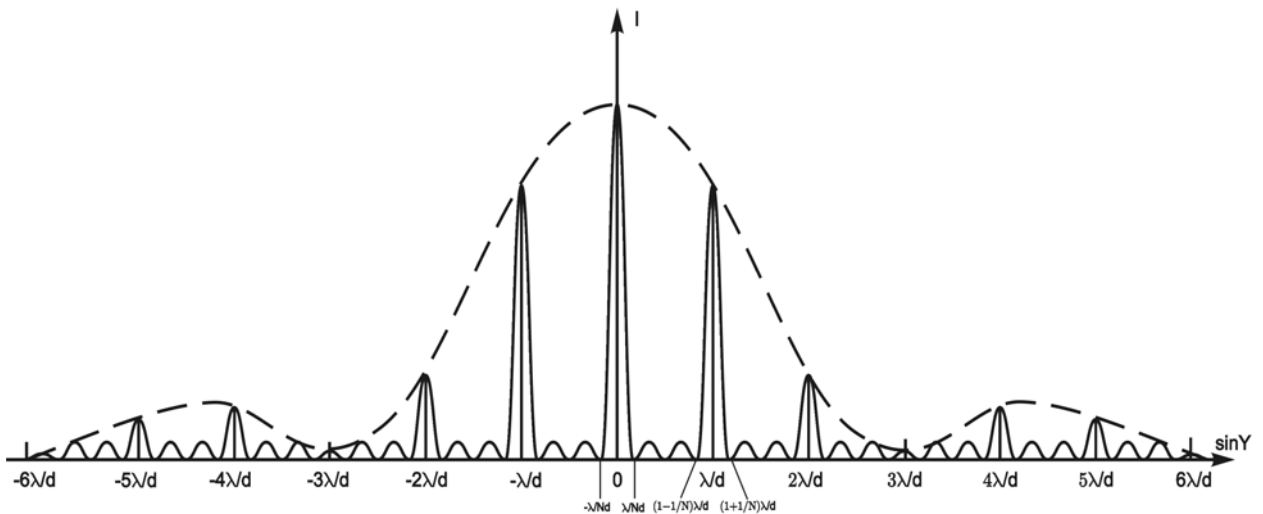
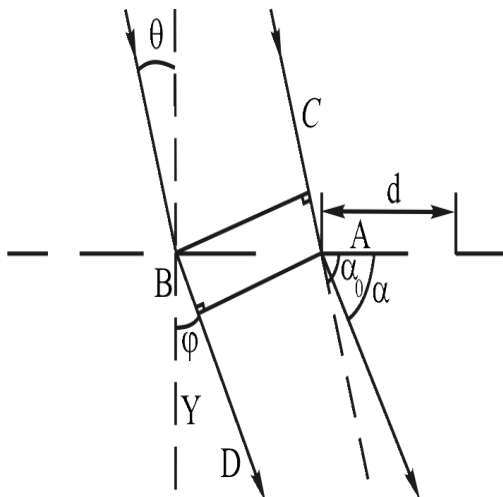


Рис. 20. График функции  $I = f(\sin \varphi)$  для решетки с  $N=4$  и  $d/b=4$

## 6.4 Наклонное падение лучей на решетку

Если плоская волна падает на решетку под углом  $\theta$  (рис. 21), то полная разность хода для двух соответственных волн равна:

$$AC - DB = d \sin \theta - d \sin \varphi$$



Удобнее характеризовать направления падающего и дифрагированного лучей углами  $\alpha_0$  и  $\alpha$ , которые составляют эти направления с осью X, проведенной в плоскости решетки. Тогда разность хода имеет вид:

$$\Delta = d(\cos \alpha - \cos \alpha_0),$$

максимума.

Рис. 21. Наклонное падение параллельного пучка на дифракционную решетку

а условия образования главных максимумов соответственно:

$$d(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = \pm m\lambda, (39)$$

где  $m=0;1;2;\dots$  - порядок главного

## **Тема 7. Дифракция рентгеновских лучей.**

### **7.1. Дифракция на двумерных структурах.**

### **7.2. Дифракционные явления на трехмерных структурах.**

### **7.3. Формула Брэгга – Вульфа.**

#### **7.1 Дифракция на двумерных структурах**

Поставим две дифракционные решетки одну за другой так, чтобы их штрихи были взаимно перпендикулярными.

Пусть свет падает на подобную решетку нормально. Выберем направление света за ось  $Z$ , направления вдоль решеток – за оси  $X$  и  $Y$ . Охарактеризуем направления падающего пучка углами  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ , дифрагировавшего – углами  $\alpha, \beta, \gamma$ . В нашем случае  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\beta_0 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\gamma_0 = 0$ , т. е.  $\cos \alpha_0 = \cos \beta_0 = 0$ ,  $\cos \gamma_0 = 1$ .

Отклонение дифрагированного луча вдоль  $X$  приведет к образованию минимумов и максимумов света в зависимости от угла дифракции. Положения главных максимумов должны удовлетворять условию

$$d_1 \cos \alpha = \pm m_1 \lambda \quad (m_1 = 0; 1; 2; \dots)$$

Аналогично дифракция в направлении оси  $Y$  дает главные максимумы в направлениях, определяемых условием:

$$d_2 \cos \beta = \pm m_2 \lambda \quad (m_2 = 0; 1; 2; \dots)$$

В итоге дифракционная картина будет иметь вид правильно расположенных пятен, каждому из которых соответствуют два целочисленных индекса  $m_1$  и  $m_2$ .

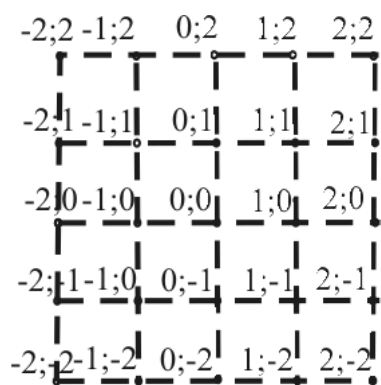


Рис. 22. Дифракционная картина, полученная на двумерной периодической структуре

Такая же дифракционная картина получается, если вместо двух отдельных решеток взять одну прозрачную пластинку с нанесенными на нее двумя системами взаимно перпендикулярных штрихов. Подобная пластинка представляет собой двумерную периодическую структуру. Для возникновения дифракционных максимумов необходимо, чтобы период структуры  $d$  был больше  $\lambda$ .

Таким образом, из трех условий:

$$\begin{aligned} d_1 \cos \alpha &= m_1 \lambda \\ d_2 \cos \alpha &= m_2 \lambda \\ \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma &= 1 \end{aligned} \quad (40)$$

Определяем значения углов  $\alpha, \beta, \gamma$ , под которыми будут наблюдаться главные максимумы света.

## 7.2 Дифракционные явления на трехмерных структурах

Дифракция наблюдается также на трехмерных структурах, то есть пространственных образованиях, обнаруживающих периодичность по трем не лежащим в одной плоскости направлениям. Подобными структурами являются все кристаллические тела. Для них условие  $d > \lambda$  выполняется только для рентгеновских лучей.

Найдем условия образования дифракционных максимумов от трехмерной структуры. Ее можно представить как совокупность равноотстоящих параллельных линейных цепочек из структурных элементов, расположенных вдоль одной из координатных осей.

Пусть свет падает вдоль оси  $z$ , то есть  $\alpha_0 = \beta_0 = \frac{\pi}{2}$  и  $\gamma_0 = 0$ . Рассмотрим какой-нибудь слой, параллельный плоскости  $XY$ , слой, для которого  $z = const$ . Он представляет собой двумерную решетку, и свет, проходя через нее, испытывает дифракцию, рассмотренную в предыдущем параграфе. Для каждой длины волны  $\lambda$  получим максимумы по направлениям, заданным значениями углов  $\alpha, \beta, \gamma$ , определяемым из условия (40).

Рассматриваемая среда представляет собой совокупность таких двумерных решеток, расположенных периодически вдоль  $Z$  с периодом  $d_3$ . По найденному направлению  $(\alpha, \beta, \gamma)$  будет распространяться несколько когерентных волн с одной и той же разностью хода, и мы должны учесть их взаимную интерференцию.

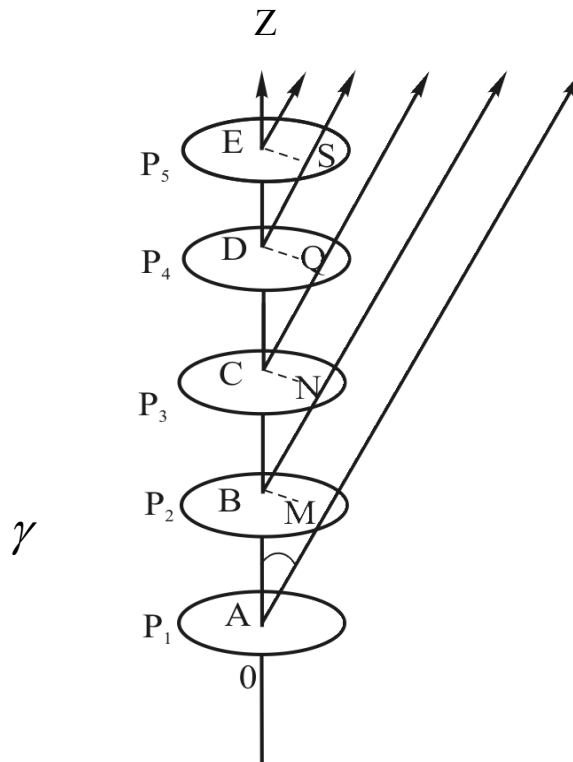


Рис. 23. Схема дифракции на трехмерной структуре

На рис. 23  $OZ$  – направление падающей волны;  $AM, BN, CQ, DS, \dots$  – направления волн, дифрагированных на отдельных слоях, схематически изображенных маленькими площадками  $P_1, P_2, P_3, \dots$ . Направления  $AM, BN, CQ, \dots$  составляют угол  $\gamma$  с направлением  $OZ$ .  $AB = BC = CD = \dots = d_3$  –

третий период структуры. Между каждой парой лучей имеется разность хода, равная:

$$(AB - AM) = (BC - BN) = (CD - CQ) = \dots$$

Чтобы волны, отклоненные по указанному направлению каждым слоем, взаимно усиливали друг друга, необходимо, чтобы эта разность хода была равна целому числу волн. Это добавочное условие выразиться в виде

$$d_3 - d_3 \cos \gamma = m_3 \lambda$$

Таким образом, в случае дифракции на пространственной структуре с периодами  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  мы получим максимумы света только в направлениях, удовлетворяющих следующим четырем условиям:

$$d_1 \cos \alpha = m_1 \lambda$$

$$d_2 \cos \beta = m_2 \lambda \tag{41}$$

$$d_3 (1 - \cos \gamma) = m_3 \lambda ,$$

где  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  – целые числа, и геометрическое условие:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

Нетрудно видеть, что нельзя для любой длины волны получить направление  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , для которого выполняются все эти условия. Действительно, исключая из уравнений (41)  $\alpha, \beta, \gamma$ , найдем соотношение

$$\frac{m_1^2 \lambda^2}{d_1^2} + \frac{m_2^2 \lambda^2}{d_2^2} + \frac{(d_3 - m_3 \lambda)^2}{d_3^2} = 1, \tag{42}$$

которое показывает, какие значения должна иметь длина волны  $\lambda$  для того, чтобы в данной структуре при заданном первоначальном направлении распространения света образовались отчетливые дифракционные максимумы. В отличие от дифракции на линейной и поверхностной решетках, дифракция на заданной пространственной решетке дает максимум не для всех длин волн, а только для тех, которые удовлетворяют указанному условию (42).



Таким образом, если параллельный пучок всех длин волн (белый свет) направить на линейную решетку, то получим максимумы для каждой длины волны, располагающиеся вдоль линии, перпендикулярной к штрихам решетки (спектр). Если параллельный пучок белого света падает на двумерную решетку, то получим максимумы для всех длин волн, располагающиеся в определенном порядке в плоскости, параллельной плоскости решетки (цветные пятна). Если же направить на пространственную решетку свет всех длин волн, то получатся дифракционные максимумы только для некоторых длин волн, удовлетворяющих условию (42). Волны других длин формируют дифракционный максимум нулевого порядка. По расположению максимумов и значению длин волн  $\lambda$ , которым они соответствуют, возможно однозначно воспроизвести ту пространственную решетку, которая обусловила дифракцию.

### 7.3 Формула Брэгга – Вульфа

Русский ученый Ю.В. Вульф и английские физики У.Г. и У.Л. Брэгги предложили независимо друг от друга простой метод расчета дифракции рентгеновского излучения на кристаллах (1913 г.). Они исходили из предположения, что дифракцию рентгеновского излучения можно рассматривать как результат отражения от системы параллельных сетчатых плоскостей кристалла, т.е. плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки. Это отражение в отличие от обычного осуществляется лишь при таких углах падения, которые соответствуют дифракционным максимумам для лучей, отраженных от разных плоскостей.

~

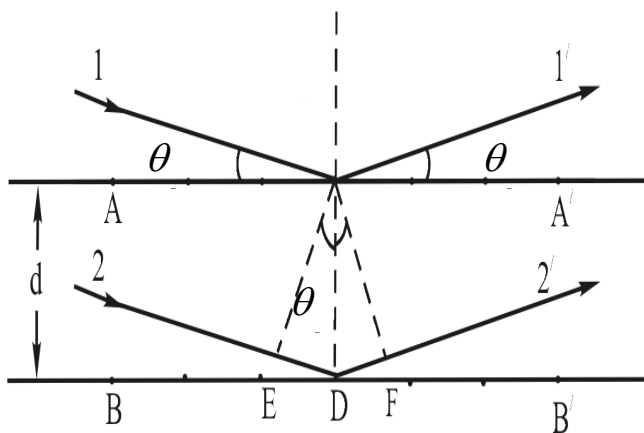


Рис. 24. Отражение лучей от системы параллельных сетчатых плоскостей кристалла

На рис. 24 изображены две соседние сетчатые плоскости  $AA'$  и  $BB'$ . Оптическая разность хода между лучами  $1'$  и  $2'$ , отраженных от рассматриваемых плоскостей равна:

$$\Delta = |DE| + |DF| = 2d \sin \theta,$$

где  $d$  – период структуры кристалла в направлении, перпендикулярном к рассматриваемым слоям,  $\theta$  - угол,

дополнительный к углу падения и называемый углом скольжения падающих лучей. Следовательно, направления, в которых получают дифракционные максимумы, определяются условием:

$$2d \sin \theta = \pm m\lambda \quad (m = 1; 2; \dots) \quad (43)$$

Это соотношение называется формулой Брэгга – Вульфа. Из формулы (43) следует, что наблюдение дифракционных максимумов возможно только при определенном соотношении между  $\lambda$  и  $\theta$ :  $\frac{\lambda}{\sin \theta} = \frac{2d}{m}$ .

Дифракция рентгеновских лучей от кристаллов находит два основных применения. Она используется для исследования спектрального состава рентгеновского излучения и для изучения структуры кристаллов.

## Тема 8. Характеристики спектральных аппаратов.

### 8.1. Угловая и линейная дисперсия.

### 8.2. Разрешающая способность спектрального аппарата.

#### 8.1 Угловая и линейная дисперсия

Основное назначение спектральных аппаратов состоит в установлении длины волны исследуемого света – задача, которая сводится к измерению

различия в длинах волн двух близких спектральных линий. Положение спектральной линии в аппарате задается углом, определяемым направлением нормали к волновому фронту после дисперсионного элемента. Поэтому дисперсию определяют как угловое расстояние между направлениями для двух спектральных линий, отличающихся по длине волны на  $1 \text{ \AA}$ . Если двум линиям, отличающимся по длине волны на  $d\lambda$ , соответствует разница в углах, равная  $d\varphi$ , то мерой дисперсии служит величина

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (44)$$

выражаемая в угловых единицах на ангстрем (угловая дисперсия).

Так как мы часто наблюдаем положение линии на экране или фотопластинке, то удобно заменить угловое расстояние между линиями линейным расстоянием  $dl$ , выраженным, например, в миллиметрах. Если фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран равно  $f$ ,

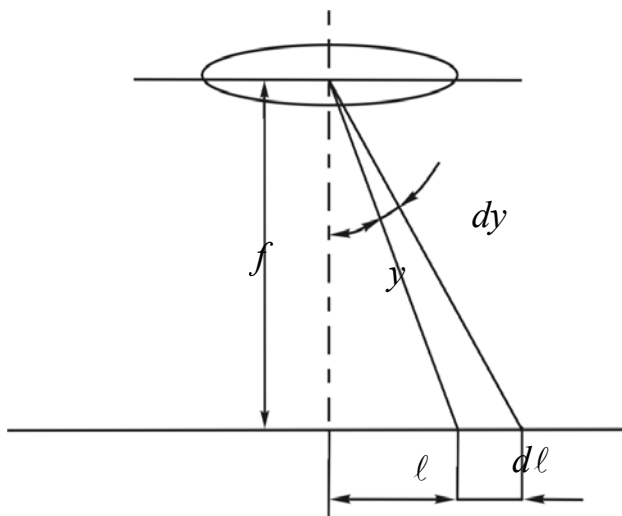


Рис. 25. Угловое и линейное расстояние между направлениями для двух спектральных линий

то  $dl = f d\varphi$  (рис. 25), так что линейная дисперсия равна

$$D_{\text{лин}} = \frac{dl}{d\lambda} = fD \quad (45)$$

и выражается обычно в миллиметрах на ангстрем.

Пусть мы имеем две близкие длины волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , точнее, два спектральных участка, настолько узких, что их можно охарактеризовать значениями

$\lambda_1$  и  $\lambda_2$ ; таковы, например, две линии, испускаемые ртутной лампой. Расстояние между максимумами  $d\varphi$  для  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  найдем из условия, определяющего положение максимумов:  $d \sin \varphi = m\lambda$ . Дифференцируя, получим

$$d \cos \varphi d\varphi = m d\lambda,$$

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} \quad (46)$$

При небольших углах  $\cos \varphi \approx 1$ ,  $D \approx \frac{m}{d}$ .

Таким образом, дисперсия тем больше, чем меньше период решетки  $d$  и чем выше порядок  $m$  наблюдаемого спектра.

## 8.2 Разрешающая способность спектрального аппарата

Наличие значительной дисперсии еще не обеспечивает возможности раздельного наблюдения двух близких спектральных линий  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Действительно, дисперсия определяет угловое или линейное расстояние между максимумами интенсивности для двух длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , но в любом аппарате переход от максимума данной длины волны к минимуму происходит более или менее постепенно, в зависимости от устройства аппарата.

Наблюдаемое распределение освещенности есть сумма освещенностей, создаваемых близкими спектральными линиями  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  одинаковой интенсивности; оно и изображено кривой С на рис.26.

Даже при большой дисперсии (большое расстояние АВ на рис.26) нет возможности обнаружить наличие двух длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , если спад освещенности происходит так полого, как изображено на рисунке.

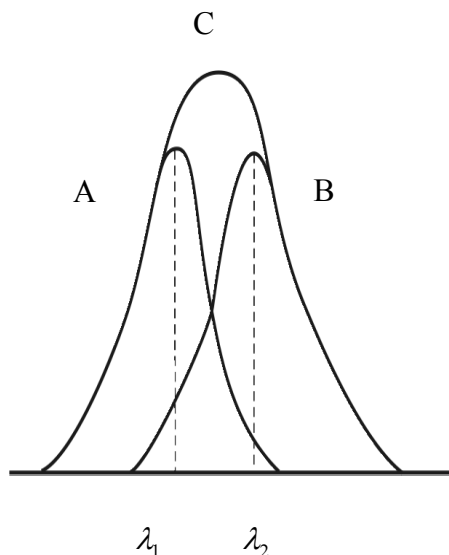


Рис. 26. Распределение освещенности при наложении двух близких спектральных линий одинаковой интенсивности

Для того, чтобы аппарат позволил установить наличие спектральных линий двух длин волн (разрешить две длины волны), необходимо, чтобы при заданном расстоянии между максимумами очертания обеих линий были достаточно резкими (рис. 26).

Согласно предложению Рэлея, условно принято считать разрешение полным, когда два горба расположены, как показано на рис. 26, то есть когда максимум

первого горба совпадает с минимумом второго. Два близких максимума воспринимаются глазом раздельно в том случае, если интенсивность в промежутке между ними составляет не более 80% от интенсивности максимума.

Найдем разрешающую силу дифракционной решетки. Положение середины  $m$ -го максимума для длины волны  $\lambda + d\lambda$  определяется условием

$$d \sin \varphi_{\max} = m(\lambda + d\lambda).$$

Края  $m$ -го максимума для длины волны  $\lambda$  расположены под углами, удовлетворяющими соотношению

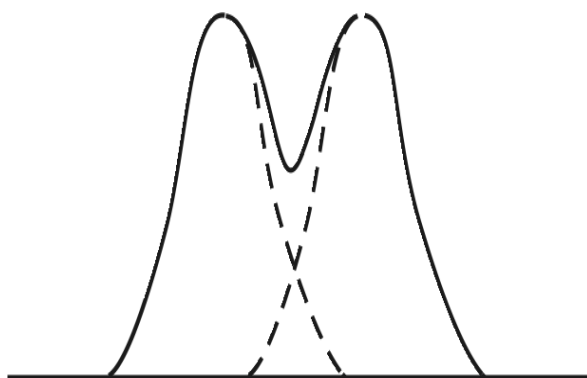


Рис. 27. Распределение освещенности для двух еще разрешаемых спектральных линий (критерий Рэлея)

$$d \sin \varphi_{\min} = \left( m \pm \frac{1}{N} \right) \lambda.$$

Середина максимума для длины волны  $\lambda + d\lambda$  совпадает с краем максимума для длины волны  $\lambda$  в том случае, если

$$m(\lambda + d\lambda) = \left( m + \frac{1}{N} \right) \lambda.$$

Отсюда

$$md\lambda = \frac{\lambda}{N}, \quad \frac{\lambda}{d\lambda} = mN$$

Разрешающей силой спектрального прибора называют безразмерную величину

$$R = \frac{\lambda}{d\lambda}, \quad (47)$$

где  $d\lambda$  - минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются раздельно.

$$R = mN \quad (48)$$

Таким образом, разрешающая способность решетки при заданном числе штрихов увеличивается при переходе к спектрам высших порядков. А поскольку  $m_{\max} = \frac{d}{\lambda}$ , то максимальная разрешающая способность решетки есть  $R_{\max} = \frac{Nd}{\lambda}$ . Но произведение  $Nd$  есть общая ширина решетки.

Следовательно, максимальная разрешающая способность решетки определяется ее общей шириной. Она не зависит от того, образована ли она большим числом штрихов ( $N_1$ ) малого периода ( $d_1$ ) или малым числом штрихов ( $N_2$ ) большого периода ( $d_2$ ), если только  $N_1d_1 = N_2d_2$ . Однако мелко нарезанная решетка (малое  $d_1$  и большое  $N_1$ ) имеет громадное преимущество, ибо малому  $d$  соответствует большая угловая дисперсия при сравнительно невысоком порядке. Практическую ценность представляют решетки малого периода с большим числом штрихов и большой общей шириной. Хорошие решетки для видимой части спектра имеют общую ширину 150 мм и содержат около 100000 штрихов при периоде 1/600 мм. Большая разрешающая способность хорошей дифракционной решетки достигается за счет огромных значений  $N$  (общего числа штрихов решетки) при незначительном  $m$  (2 или 3), тогда как в интерференционных спектро스코пах  $N$  невелико (не более 20 – 30), но  $m$  очень велико (десятки тысяч).

## **Тема 9. Поляризация света.**

### **9.1. Естественный и поляризованный свет.**

### **9.2. Способы получения поляризованного света.**

#### **9.2.1. Поляризация света при отражении и преломлении на границе раздела двух диэлектриков.**

#### **9.2.2. Поляризация при двойном лучепреломлении.**

#### **9.2.3. Искусственная оптическая анизотропия.**

### **9.1 Естественный и поляризованный свет**

Как известно, световая волна является поперечной и представляет собой распространение взаимно перпендикулярных колебаний – векторов напряженности полей: электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$ .

Поперечные волны обладают изначально, только им присущим свойством, известным под названием «поляризация волн». По отношению к световым волнам применяется термин «поляризация света».

Если при распространении световой волны направление колебаний электрического вектора  $\vec{E}$  хаотически изменяется и, следовательно, все его направления в плоскости, перпендикулярной распространению волны, равновероятны, то такой свет называется естественным (рис. 28,а). Большинство природных и искусственных источников света излучает именно такой свет.

Свет, в котором направления колебаний вектора  $\vec{E}$  упорядочены каким-либо образом и подчиняются определенной закономерности, называется поляризованным. Если колебания вектора  $\vec{E}$  могут совершаться лишь в одном определенном направлении, то свет называется линейно- или плоскополяризованным (рис. 28,в).

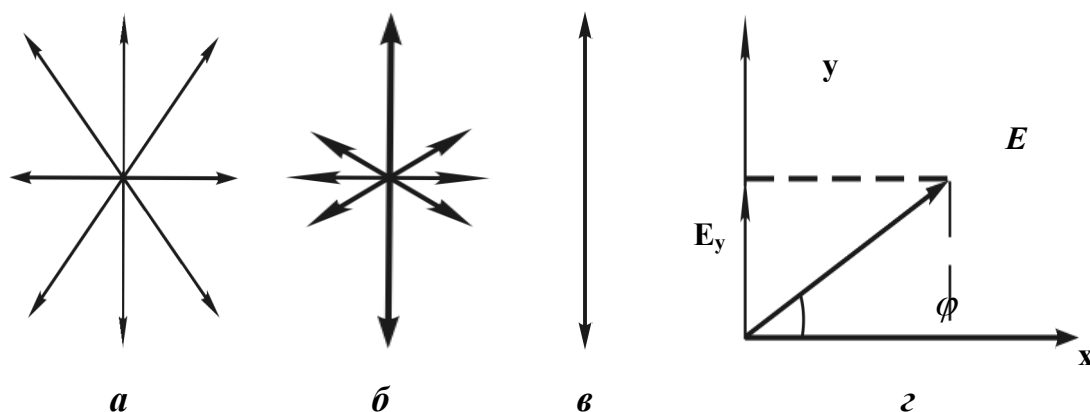


Рис. 28. Схематическое изображение светового вектора: а – естественный свет, б – частично поляризованный свет, в – линейно поляризованный свет, г – световой вектор  $E$ , разложенный на компоненты вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$

С таким же правом, конечно, можно рассматривать колебания не электрического, а магнитного вектора  $\vec{H}$ . Фиксация одного вектора однозначно определяет положение второго. Но в качестве светового вектора принято рассматривать именно электрический вектор  $\vec{E}$ , так как он играет основную роль в большинстве известных процессов взаимодействия света с веществом.

Графически удобно изображать поляризованный свет в виде проекции конца колеблющегося электрического вектора на плоскость, перпендикулярную направлению распространения луча. В этой плоскости световой вектор представляет собой отрезок прямой под определенным углом к одной из выбранных осей координат. Угол между проекцией и осью  $Ox$  принято называть азимутом поляризации (рис. 28,г). При линейной поляризации плоскость, содержащая луч и вектор  $\vec{E}$ , называется плоскостью колебаний.

Рассмотрим суперпозицию двух линейно поляризованных волн одной и той же частоты, распространяющихся в одном направлении, плоскости колебаний которых взаимно перпендикулярны. Для определенности будем считать, что колебания светового вектора  $\vec{E}$  первой волны в произвольной фиксированной точке совершаются вдоль оси  $Ox$ , а второй – вдоль оси  $Oy$  (см. рис. 28,г). Тогда можно записать:



$$E_x = A_1 \cos \omega t \text{ и } E_y = A_2 \cos(\omega t + \delta), \quad (49)$$

где  $\delta$  - сдвиг фаз между колебаниями.

Результирующая напряженность  $\vec{E}$  является векторной суммой напряженностей  $\vec{E}_x$  и  $\vec{E}_y$ . Угол между направлениями векторов  $\vec{E}_x$  и  $\vec{E}$  определяется выражением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_y}{E_x} = \frac{A_2 \cos(\omega t + \delta)}{A_1 \cos \omega t} \quad (50)$$

Допустим, что световые волны  $\vec{E}_x$  и  $\vec{E}_y$  когерентны, причем  $\delta$  равна нулю или  $\pi$ . Тогда согласно (50)

$$\operatorname{tg} \varphi = \pm \frac{A_2}{A_1} = \operatorname{const} \quad (51)$$

Следовательно, результирующее колебание совершается в фиксированном направлении – волна оказывается плоскополяризованной.

В случае, когда  $A_1 = A_2$  и  $\delta = \pm \pi / 2$

$$\operatorname{tg} \varphi = \mp \operatorname{tg} \omega t \quad (52)$$

Отсюда вытекает, что плоскость колебаний поворачивается вокруг направления луча с угловой скоростью, равной частоте колебаний. Свет в этом случае будет поляризованным по кругу.

Чтобы выяснить характер результирующего колебания в случае произвольного постоянного значения  $\delta$ , примем во внимание, что величины (49) представляют собой координаты конца результирующего вектора  $\vec{E}$ . Изучения о колебаниях известно, что два взаимно перпендикулярных гармонических колебания одинаковой частоты ( $\delta = \operatorname{const}$ ) при сложении дают в общем случае движение по эллипсу. Аналогично, точка с координатами, определяемыми выражениями (49), т.е. конец вектора  $\vec{E}$ , движется по эллипсу. При разности фаз  $\delta$ , равной нулю или  $\pi$ , эллипс вырождается в отрезок прямой и получается плоскополяризованный свет. При  $\delta = \pi / 2$  и равенстве амплитуд складываемых волн эллипс превращается в окружность – получается свет, поляризованный по кругу.

В зависимости от направления вращения вектора  $\vec{E}$  различают правую и левую эллиптическую и круговую поляризацию. Если вы смотрите на источник света и вектор  $\vec{E}$  в поляризованном свете вращается по часовой стрелке, поляризация называется правой, в противном случае – левой.

На рис. 29 для фиксированных значений  $\delta$  изображены фигуры, описываемые концом осциллирующего вектора электрического поля.

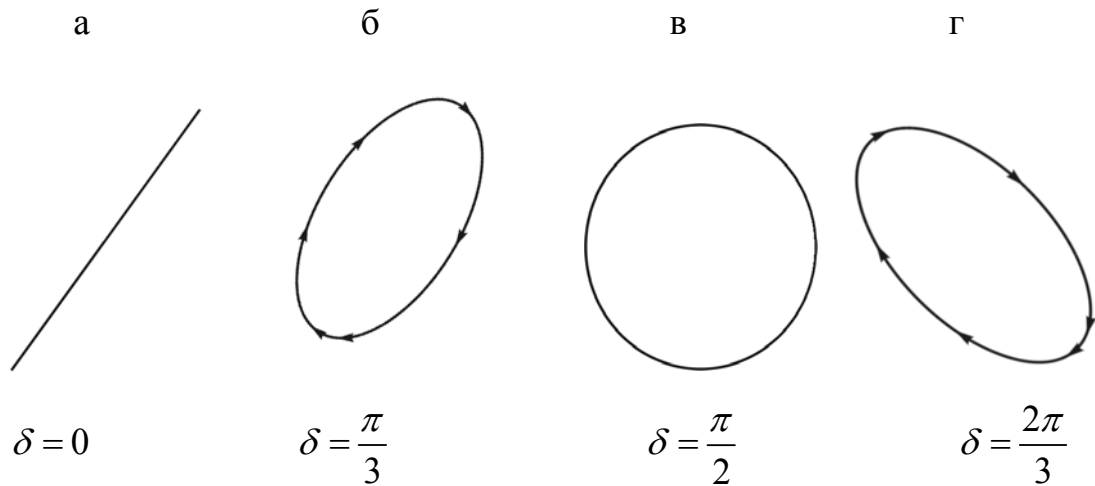


Рис. 29. Схематическое изображение различных видов поляризации: а - линейно поляризованный свет, б и г – эллиптически поляризованный свет, в – циркулярно-поляризованный свет.

Если разность фаз претерпевает случайные хаотические изменения, то и угол  $\varphi$ , т.е. направление светового вектора, будет испытывать скачкообразные беспорядочные изменения. В соответствии с этим естественный свет можно представить как суперпозицию двух некогерентных электромагнитных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях.

Получение поляризованного света возможно при разнообразных физических эффектах – прохождение света через анизотропные среды, отражение от диэлектриков и т.д. Устройства для получения поляризованного света называются поляризаторами. Поляризаторы пропускают колебания, параллельные плоскости, называемой плоскостью пропускания, и задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости.

Рассмотрим луч от источника света S, прошедший через поляризатор  $\Pi$  (рис. 30). На выходе из него имеем линейно поляризованный луч  $\vec{E}_0$  в плоскости пропускания 0-0 поляризатора. На пути поляризованного луча света поместим второй поляризатор, который называется анализатором. При вращении анализатора интенсивность света на его выходе постепенно возрастает до некоторого максимального значения, затем убывает до нуля.

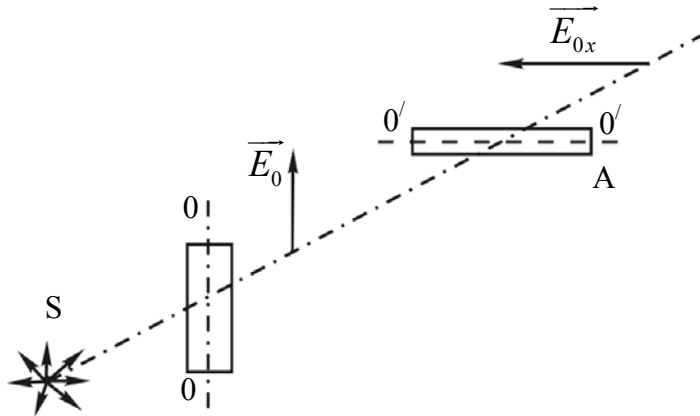


Рис.30. Схема прохождения света через систему поляризатор-анализатор

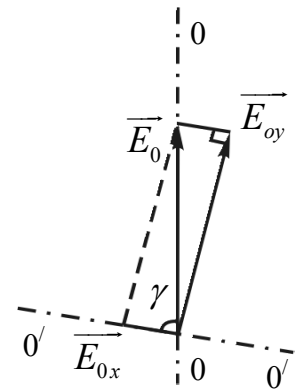


Рис. 31. Световой вектор, разложенный на две взаимно ортогональные составляющие

Световой вектор,  $\vec{E}_0$  прошедший через поляризатор, можно разложить на два взаимно перпендикулярных гармонических колебания одинаковой частоты  $\omega$  с разностью фаз 0 или  $\pi$  (рис. 31). Одно из них  $\vec{E}_{0x}$  направим вдоль плоскости пропускания анализатора  $0' - 0'^{0x}$ , а другое  $\vec{E}_{0y}$  - ортогонально этой плоскости. Через анализатор пройдет только одна составляющая  $\vec{E}_{0x}$ , параллельная плоскости пропускания анализатора и определяемая выражением

$$E_{0x} = E_0 \cos \gamma,$$

где  $\gamma$  - угол между плоскостями пропускания анализатора и поляризатора.

Поскольку интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды волны, то

$$I = I_0 \cos^2 \gamma \quad (53)$$

Это выражение называется законом Малюса.

## 9.2 Способы получения поляризованного света

### 9.2.1 Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков

Переход электромагнитного излучения из одной среды в другую сопровождается отражением, преломлением и поглощением электромагнитных волн, а также их амплитудные и фазовые соотношения описываются формулами Френеля

$$I'_{\perp} = I_{\perp} \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}, \quad I'_{\parallel} = I_{\parallel} \frac{\operatorname{tg}^2(\theta_1 - \theta_2)}{\operatorname{tg}^2(\theta_1 + \theta_2)}, \quad (54)$$

где  $I_{\perp}, I'_{\perp}$  - интенсивности падающего и отраженного света, у которого колебания светового вектора перпендикулярны плоскости падения (рис. В.4, а),  $I_{\parallel}, I'_{\parallel}$  - интенсивности падающего и отраженного света, у которого колебания светового вектора параллельны плоскости падения,  $\theta_1$  - угол падения,  $\theta_2$  - угол преломления.

Частный случай формул Френеля – закон Брюстера: луч, отраженный от границы раздела двух диэлектриков, полностью поляризован, если угол падения удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} \theta_B = n_{21}, \quad (55)$$

где  $n_{21}$  – относительный показатель преломления второй среды относительно первой,  $\theta_B$  - угол Брюстера (рис. 32, б).

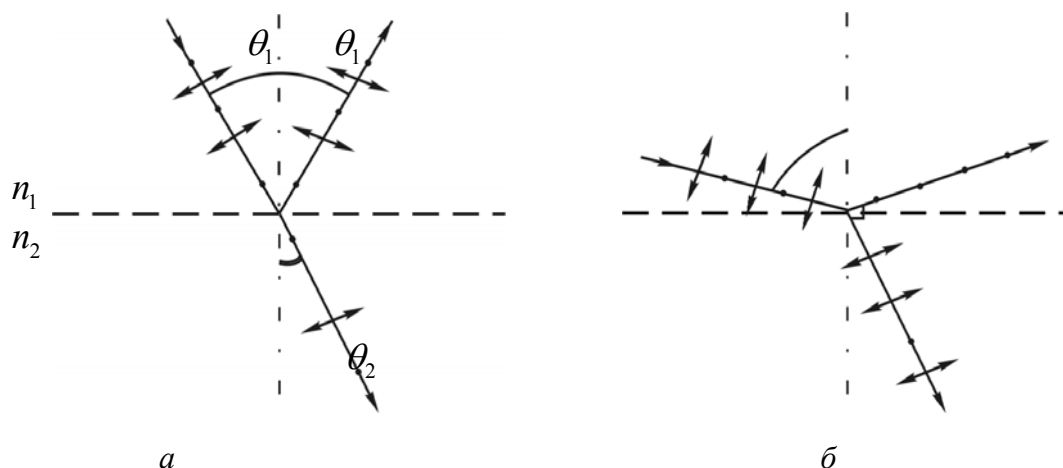


Рис. 32. Луч, падающий на границу раздела двух диэлектриков, а – под произвольным углом, б – под углом Брюстера

Для стекла с показателями преломления  $n=1,5$  соответственно угол Брюстера равен  $57^\circ$ .

Свет поляризуется при преломлении в стеклянной пластине частично. Максимальная степень поляризации достигается в том случае, когда свет падает на пластину под углом Брюстера. Однако поляризация преломленного луча будет всегда неполной.

Степень поляризации проходящего света можно повышать, подвергая его ряду последовательных отражений и преломлений, в стопе, состоящей из нескольких одинаковых и параллельных друг другу пластин из прозрачного диэлектрика, установленных под углом Брюстера к падающему пучку света. Такой прибор со стеклянными пластинами называется стопой Столетова. Если число пластин в стопе достаточно велико, то проходящий через нее свет оказывается практически полностью поляризованным.

### 9.2.2 Поляризация при двойном лучепреломлении

Другой способ получения поляризованного света основан на явлении двойного лучепреломления. Луч света, падающий на поверхность кристалла, раздваивается в нем на два преломленных луча. Один из них подчиняется законам преломления света и называется обыкновенным лучом (о). Вторым луч называют необыкновенным и обозначают (е). В общем случае он не лежит в плоскости падения и не подчиняется закону Снеллиуса (рис. 33, а).

Даже в случае нормального падения света на поверхность пластины, вырезанной из одноосного кристалла, необыкновенный луч преломляется (рис. 33, б). Угол его преломления зависит от того, как ориентирована поверхность пластинки по отношению к оптической оси  $MN$ . Оптическая ось – это направление в кристалле, в котором не наблюдается двойного лучепреломления. Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется главным сечением или главной плоскостью кристалла. Обычно пользуются главным сечением, проходящим через световой луч. В зависимости от типа симметрии кристаллы бывают одноосными и двуосными, т.е. имеют одну или две оптические оси.

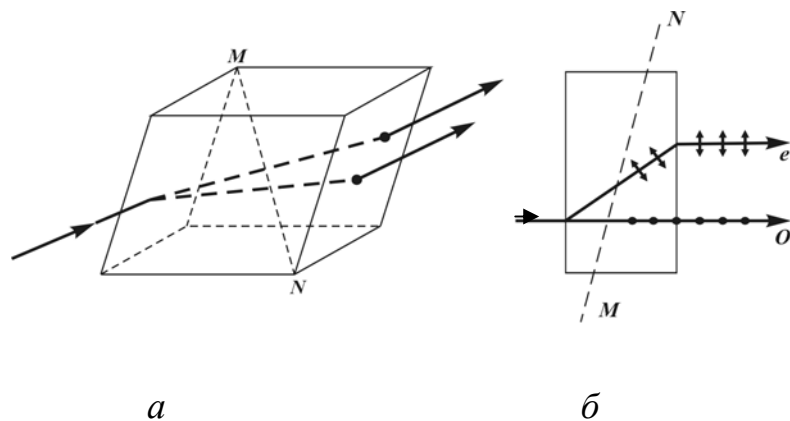


Рис. 33. Луч света, падающий на поверхность кристалла, а – произвольное падение луча, б – нормальное падение

В любом одноосном кристалле обыкновенный и необыкновенный луч движутся с разными скоростями:

$$v_e = \frac{c}{n_e}, v_o = \frac{c}{n_o}, \quad (56)$$

где  $n_o, n_e$  - показатели преломления кристалла для обыкновенного и необыкновенного лучей,  $c$  – скорость света в вакууме,  $v_o, v_e$  - лучевые скорости обыкновенной и необыкновенной волны.

Лучевой скоростью волны или скоростью луча в оптически анизотропном кристалле называется скорость переноса энергии волной.

Лучевой поверхностью волны в кристалле называется геометрическое место точек концов векторов лучевой скорости, проведенных из некоторой точки  $O$  кристалла во всевозможных направлениях.

В одноосном кристалле лучевая поверхность обыкновенной волны имеет вид сферы, а лучевая поверхность необыкновенной волны – эллипсоида вращения вокруг оптической оси  $MN$ , проведенной через точку  $O$ . Эллипсоид и сфера касаются друг друга в точках их пересечения с оптической осью  $MN$ . Если  $n_e \geq n_o$ , то эллипсоид вписывается в сферу (рис. 34, а), а если  $n_e \leq n_o$ , то эллипсоид описывается вокруг сферы (рис. 34, б).

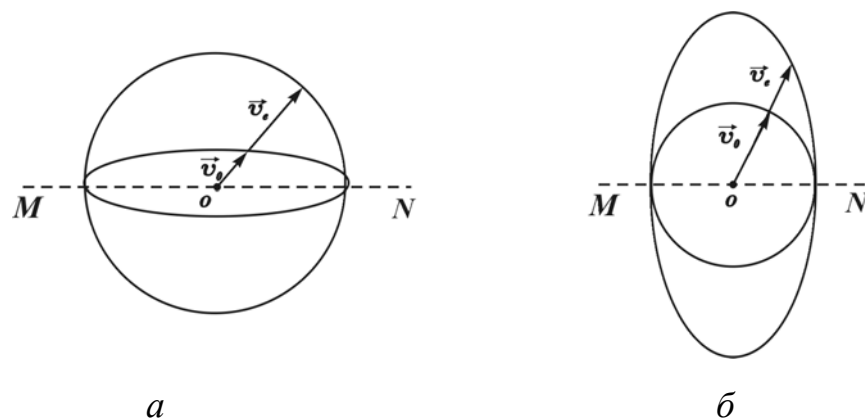


Рис. 34. Лучевые поверхности обыкновенной и необыкновенной волны для одноосного кристалла, а – оптически положительного, б – оптически отрицательного

На рис. 34, а лучевые поверхности обыкновенной и необыкновенной волны изображены для одноосного кристалла, который называется оптически положительным (например, кварц); для него  $v_e < v_o$ , а на рис. 34, б – для одноосного кристалла, называемого оптически отрицательным (например, исландский шпат, турмалин); для него  $v_e > v_o$ .

Обыкновенный и необыкновенный лучи поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. На толщине образца они приобретают оптическую разность хода. Если свет падает нормально на плоскую поверхность одноосного кристалла, оптическая ось которого параллельна этой поверхности, то оптическая разность хода для обыкновенного и необыкновенного лучей равна:

$$\Delta = d(n_0 - n_e). \quad (57)$$

Например, луч, прошедший через кристалл исландского шпата, делится на два луча. Для обыкновенного луча показатель преломления  $n_0 = 1,66$ , а для необыкновенного луча показатель преломления  $n_e$  меняется от 1,49 до 1,66, в зависимости от угла между направлением падающего на кристалл луча и оптической осью кристалла. Используя призму, составленную из двух таких кристаллов (рис. 35), между которыми находится вещество с меньшим показателем преломления (канадский бальзам), можно устранить обыкновенный луч с помощью внутреннего отражения. Призму пройдет только полностью поляризованный необыкновенный луч (е). Такие призмы называются призмами Николя.

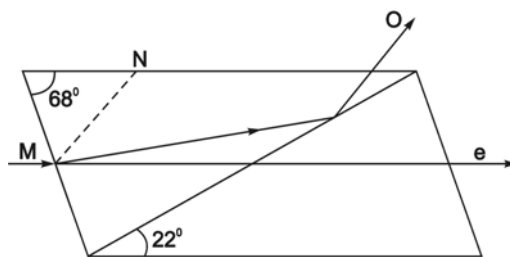


Рис. 35. Поляризационная призма Николя

### 9.2.3 Искусственная оптическая анизотропия

Еще один способ получения поляризованного света основан на том, что оптически изотропное твердое тело под влиянием механической нагрузки становится оптически анизотропным (свойства и характеристики тела в разных направлениях различны). Например, при одностороннем сжатии или растяжении стеклянная пластинка приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением сжатия или растяжения. Разность показателей преломления  $n_0, n_e$  в направлении, перпендикулярном оптической оси, пропорциональна нормальному напряжению  $\sigma$ :

$$n_0 - n_e = k_e \sigma, \quad (58)$$



где  $k_e$  - коэффициент, зависящий от свойств вещества.

Поместим пластину из прозрачного диэлектрика, испытывающую механическое напряжение, между поляризатором и скрещенным с ним анализатором (угол между плоскостями пропускания двух приборов равен  $90^\circ$ ).

Луч, прошедший через поляризатор, линейно поляризован (рис. 36). После прохождения такого луча через деформированную пластинку возникают обыкновенный и необыкновенный лучи  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ , являющиеся когерентными. Эти волны, выходя из пластины, не могут интерферировать, так как они поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Разность фаз этих лучей:

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_0 - n_e), \quad \delta' = \frac{2\pi}{\lambda} dk_e \sigma. \quad (59)$$

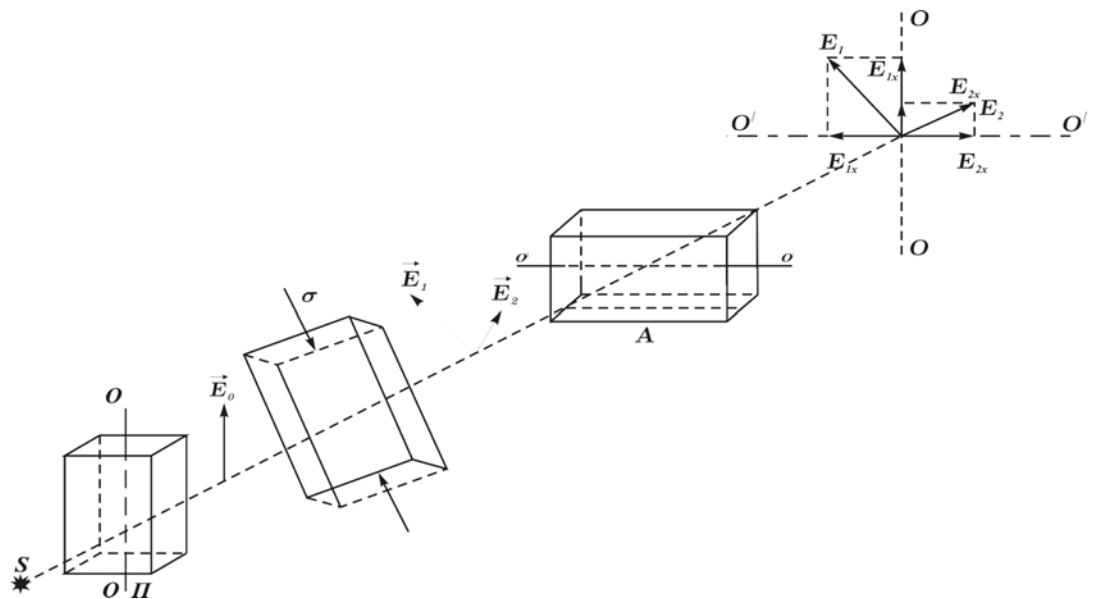


Рис. 36. Прохождение света через систему скрещенных поляризатора и анализатора, между которыми находится стеклянная деформированная пластинка

Каждый из световых векторов  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  можно разложить на два ортогональных гармонических колебания  $\vec{E}_{1x}$  и  $\vec{E}_{1y}$ , а также  $\vec{E}_{2x}$  и  $\vec{E}_{2y}$ . Как видим из рис. 36, два гармонических колебания  $\vec{E}_{1x}$  и  $\vec{E}_{2x}$  пройдут через

анализатор, так как они лежат в плоскости его пропускания. Эти две волны когерентны, одного направления и имеют постоянную разность фаз (59).

Созданы условия, необходимые для осуществления интерференции этих волн. Через анализатор прозрачная деформированная пластина видна окрашенной в разные цвета. Если толщина пластины всюду одинакова, то каждая цветная интерференционная линия (изохромата) соединяет точки, для которых механические напряжения одинаковы.

Жидкий или твердый прозрачный изотропный диэлектрик, помещенный в достаточно сильное однородное электрическое поле, становится так же, как и под влиянием механической деформации, оптически анизотропным. Опыты показали, что под действием однородного электрического поля в плоском конденсаторе жидкость поляризуется и приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением вектора  $\vec{E}$  напряженности поля конденсатора (рис. 37). Разность показателей преломления для необыкновенного и обыкновенного лучей в таком диэлектрике в направлении, перпендикулярном вектору  $\vec{E}$ , пропорциональна  $E^2$ :

$$n_e - n_0 = B\lambda_0 E^2, \quad (60)$$

где  $\lambda_0$  - длина волны света в вакууме,  $B$  - константа Керра, зависящая от природы вещества, длины волны и температуры.

В однородном магнитном поле жидкости, стекла и коллоиды приобретают оптические свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает по направлению с вектором  $\vec{H}$  напряженности поля. Разность показателей преломления вещества для необыкновенного и обыкновенного лучей монохроматического света при его распространении в направлении, перпендикулярном вектору  $\vec{H}$ , пропорциональна  $H^2$ :

$$n_e - n_0 = C\lambda_0 H^2, \quad (61)$$

где  $C$  - постоянная Коттона – Мутона,  $\lambda_0$  - длина волны света в вакууме.

Значение постоянной  $C$  зависит от природы вещества, длины волны и температуры.

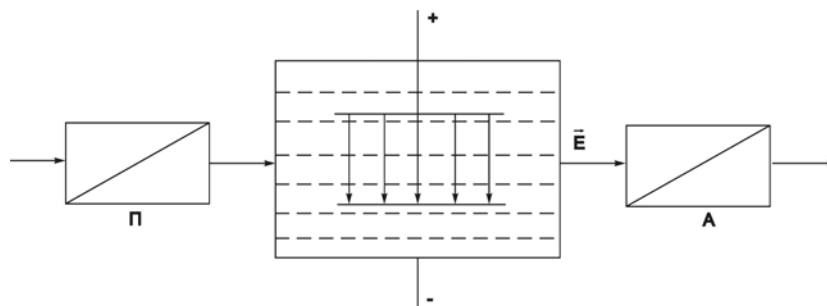


Рис. 37. Прохождение света через систему скрещенных поляризатора и анализатора, между которыми находится прозрачная кювета с жидкостью под действием однородного электрического поля, созданного плоским конденсатором

## Тема 10. Дисперсия света.

### 10.1. Дисперсия света. Аномальная дисперсия.

### 10.2. Группа волн.

### 10.3. Элементарная теория дисперсии.

#### 10.1 Дисперсия света. Аномальная дисперсия

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления вещества от частоты  $\nu$  (длины волны  $\lambda$ ) света или зависимость фазовой скорости света в среде от его частоты  $\nu$  (длины волны  $\lambda$ ). Дисперсия света представляется в виде зависимости:

$$n = f(\lambda), n = f(\nu). (62)$$

При вступлении в обычные среды ( $n \neq 1$ ) свет испытывает изменение скорости, и притом для разных частот скорость в средах оказывается различной.

Первые экспериментальные исследования дисперсии света, принадлежащие Ньютону (1672 г.), были выполнены по способу

преломления в призме. Направляя пучок белого света от линейного источника (щель), параллельно ребру призмы, и проецируя изображение щели на экран, он получал его растянутым в виде цветной полосы (спектра). При сравнении спектров, полученных с помощью призм с равными преломляющими углами, но из разных веществ, было замечено, что спектры не только отклонены на разные углы, но и растянуты на большую или меньшую длину. Ньютон применил метод скрещенных призм, состоящий в том, что свет проходил последовательно через две призмы, преломляющие ребра которых расположены перпендикулярно друг к другу (рис. 38). Цветная полоска, получающаяся в результате действия одной призмы, отклонялось второй призмой в разных своих частях различно в зависимости от величины показателя преломления, так что окончательная форма и расположение спектра определялось величиной дисперсии обеих призм.

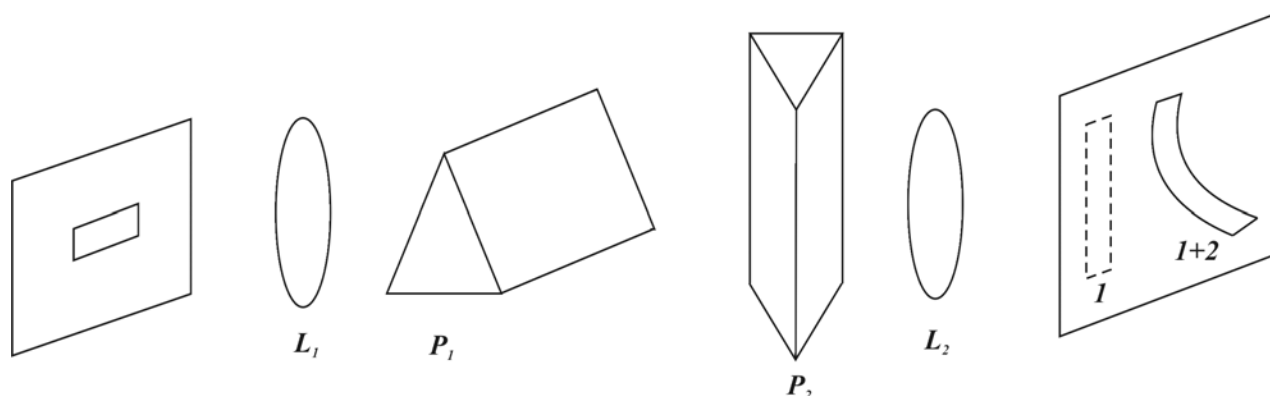


Рис. 38. Метод скрещенных призм Ньютона

Зависимость показателя преломления среды  $n$  от частоты  $\nu$  света нелинейная и немонотонная. Область значений  $\nu$ , в которых  $dn/d\nu > 0$  ( $dn/d\lambda < 0$ ) соответствует нормальной дисперсии света.

Для всех прозрачных бесцветных веществ функция  $n = f(\lambda)$  имеет в видимой части спектра характер, показанный на рис. 39.

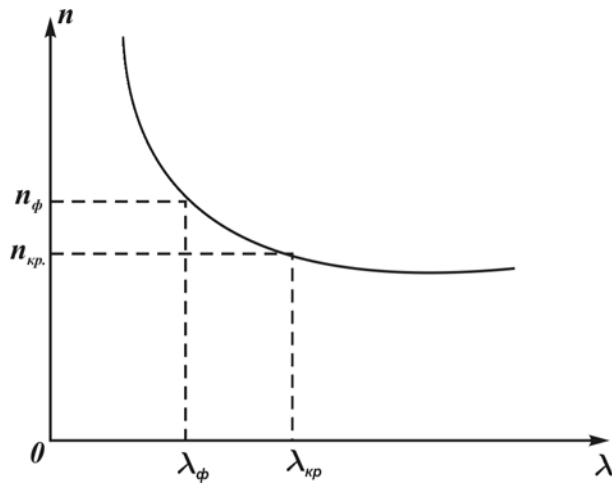


Рис. 39. Функция  $n = f(\lambda)$  в видимой части спектра

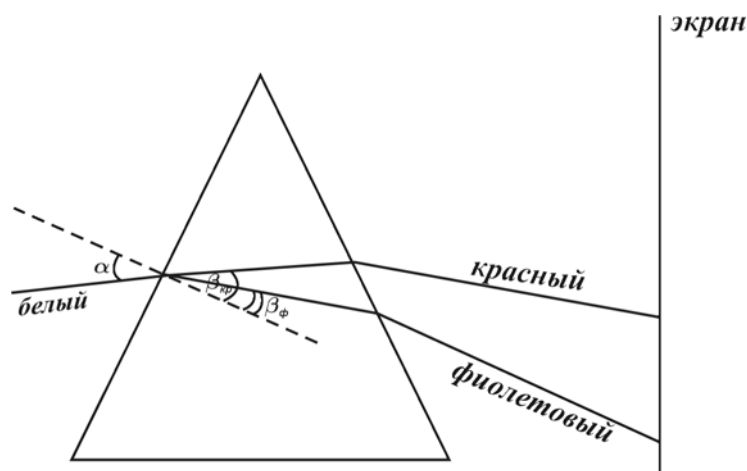


Рис. 40. Получение дисперсионного спектра с помощью призмы

Рассмотрим падение белого света на призму (рис. 40). Красные лучи обладают большей длиной волны, чем фиолетовые ( $\lambda_{\text{ед.}} > \lambda_{\text{д.}}$ ). Согласно рис. 39, красным лучам соответствует меньший показатель преломления, чем фиолетовым ( $n_{\text{ед.}} < n_{\text{д.}}$ ). Но  $n_{\text{ед.}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_{\text{ед.}}}$ , а  $n_{\text{д.}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_{\text{д.}}}$ , откуда  $\beta_{\text{ед.}} > \beta_{\text{д.}}$ .

С помощью призмы, также как и с помощью дифракционной решетки, можно определить спектральный состав света. Но если дифракционная решетка разлагает падающий свет непосредственно по длинам волн, и по измеренным углам можно вычислить длины волн, то разложение света в спектр в призме происходит по значениям показателя преломления, и для определения длины волны надо знать зависимость  $n = f(\lambda)$ . В дифракционной решетке синус угла отклонения пропорционален длине волны, и красные лучи отклоняются дифракционной решеткой сильнее.

Призма же разлагает лучи в спектр по значениям показателя преломления, которые для всех прозрачных веществ с увеличением длины волны монотонно уменьшаются. Следовательно, красные лучи, имеющие меньший показатель преломления, чем фиолетовые, отклоняются призмой слабее.

Дисперсию света в среде называют аномальной, если с ростом частоты абсолютный показатель преломления среды уменьшается, т.е.  $dn/d\nu < 0$  ( $dn/d\lambda > 0$ ). Аномальная дисперсия наблюдается в областях частот, соответствующих полосам интенсивного поглощения света веществом. Для стекла эти полосы находятся в ультрафиолетовой и инфракрасной частях спектра. В области видимого света стекло прозрачно и обладает нормальной дисперсией.

На рис. 41 и рис. 42 показан типичный ход зависимостей  $n = f(\omega)$  и  $n = f(\lambda)$ . Аномальной дисперсии на этих рисунках соответствуют интервалы частот  $\omega_1 \div \omega_2$  и длины волн  $\lambda_n \div \lambda_m$ .

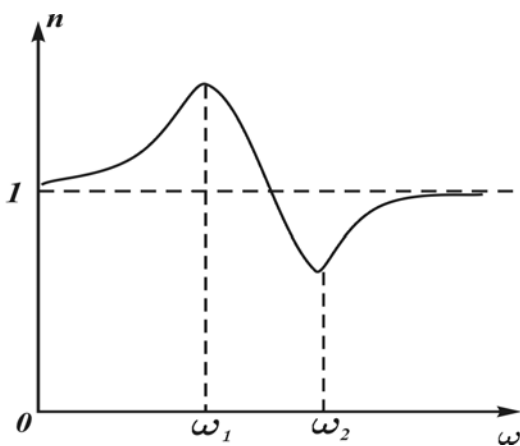


Рис. 41. Зависимость  $n = f(\omega)$

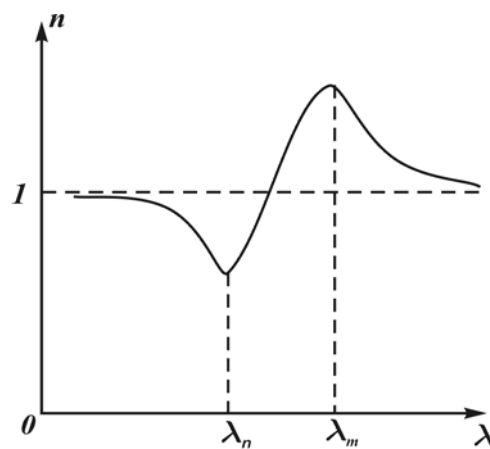


Рис. 42. Зависимость  $n = f(\lambda)$

## 10.2. Группа волн

При прохождении белого света через недиспергирующую среду все волны распространяются с одинаковой скоростью, называемой фазовой. В диспергирующей среде волны, перемещаясь, отличаются друг от друга по частоте на малую величину. Согласно теореме Фурье суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, представляет собой импульс,

называемый волновым пакетом или группой волн. Аналитическое выражение для группы волн имеет вид:

$$E(x, t) = \int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} A_{\omega} \cdot \cos(\omega t - k_{\omega} x + \alpha_{\omega}) d\omega \quad (63)$$

При фиксированном времени график, описывающий такое наложение волн, имеет вид, показанный на рис. 43. С изменением времени график смещается вдоль оси  $x$ .

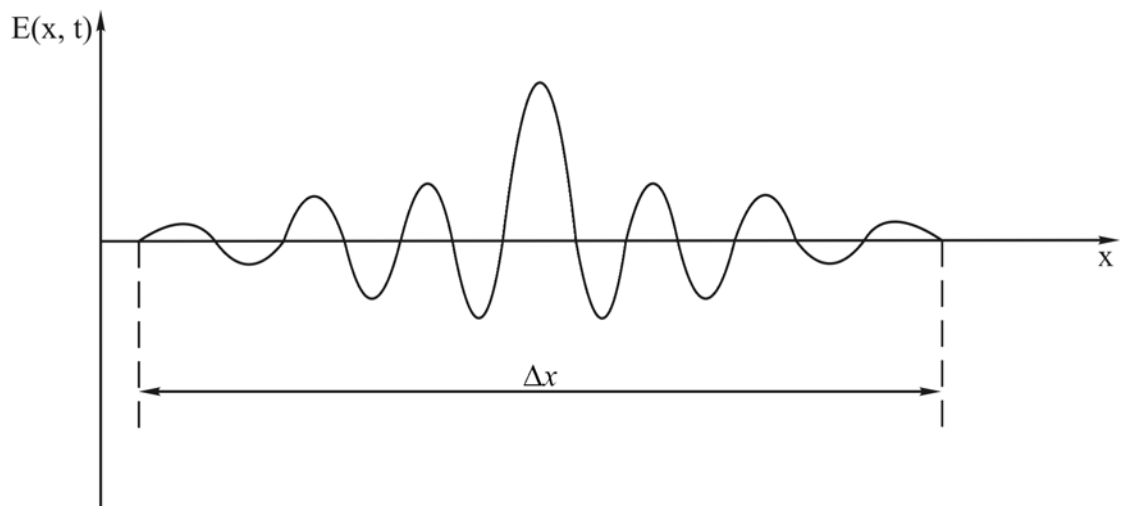


Рис. 43. График  $E(x, t) = f(x)$ , описывающий наложение волн, незначительно отличающихся по частоте

В пределах волнового пакета плоские волны в большей или меньшей степени усиливают друг друга. Вне пакета они практически полностью гасят друг друга. Для группы волн необходимо соблюдение условия  $|\omega| \leq \omega_0$ . Пакету можно приписать скорость  $u$ , под которой понимается скорость перемещения центра пакета, то есть точки с максимальным значением  $E$ . Скорость  $u$  называют групповой скоростью или скоростью группы волн. В диспергирующей среде скорость  $u$  отличается от фазовой скорости  $v$ . В зависимости от характера дисперсии скорость группы волн может быть как больше, так и меньше фазовой скорости  $v$ .

В самом деле:

$\omega = 2\pi\nu$ , волновое число  $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi\nu n}{c}$ , так что  $d\omega = 2\pi d\nu$ ,

$dk = \frac{2\pi}{c}(nd\nu + \nu \frac{dn}{d\nu} d\nu)$ , а групповая скорость

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{2\pi d\nu}{\frac{2\pi}{c}(nd\nu + \nu \frac{dn}{d\nu} d\nu)} = \frac{c}{n + \nu \frac{dn}{d\nu}} = \frac{v}{1 + \frac{\nu}{n} \cdot \frac{dn}{d\nu}}. \quad (64)$$

При нормальной дисперсии  $\frac{dn}{d\nu} > 0$ , а значит  $u < v$ . При аномальной

дисперсии  $\frac{dn}{d\nu} < 0$ , следовательно,  $u > v$  и, в частности, если  $n + \nu \frac{dn}{d\nu} < 1$ , то

$u > c$ .

Однако согласно теории относительности скорость распространения светового сигнала в любом веществе не может превосходить скорость света в вакууме. Поэтому полученный результат свидетельствует лишь о том, что в области аномальной дисперсии скорость группы волн не совпадает со скоростью переноса энергии группой волн. Это происходит потому, что вблизи полос поглощения дисперсия света в веществе настолько велика, что «форма» сигнала быстро изменяется по мере его распространения в веществе, то есть изменяется распределение амплитуды и энергии по длине сигнала.

### 10.3 Элементарная теория дисперсии

Дисперсия света может быть объяснена на основе электромагнитной теории и электронной теории вещества. Классическая теория дисперсии была разработана только после создания Лоренцем электронной теории строения вещества.

Из теории Максвелла следует, что абсолютный показатель преломления равен

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}$$



Оптически прозрачные среды немагнитны:  $\mu \approx 1$ , следовательно,  $n = \sqrt{\varepsilon}$ . Для воды  $\varepsilon = 81$ , в то же время для нее  $n = 1,33$ . «Противоречие» в теории Максвелла появилось из-за пренебрежения явлением дисперсии.

Относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$ , как и  $n$ , должна зависеть от частоты  $\nu$  переменного электромагнитного поля. Большая величина  $\varepsilon$  в электростатическом поле обусловлена ориентационной поляризацией молекул. В переменном электромагнитном поле молекулы не могут мгновенно изменить свою ориентацию, так как их момент инерции отличен от нуля. В силу большой частоты световой волны, проходящей через оптически прозрачную среду, поляризация молекулы вещества обусловлена смещением электронов, наиболее слабо связанных с ядрами атомов. Эти электроны называются оптическими.

Из курса электричества известно, что

$$\varepsilon = 1 + \chi = \frac{P}{\varepsilon_0 E}, \quad (65)$$

где  $\chi$  - диэлектрическая восприимчивость среды,  $P$  – проекция вектора поляризации на направление вектора напряженности электрического поля  $E$ .

Для простоты будем считать молекулы одноатомными.

$$P = n_0 p,$$

где  $n_0$  - число атомов в единице объема,

$p$  – наведенный дипольный момент атома.

В первом приближении можно считать, что величина дипольного момента атома определяется смещением оптических электронов.

Для атомов с одним оптическим электроном:

$$p = -ez, P = -n_0 ez,$$

где  $z$  – смещение электрона под действием электрического поля световой волны.

Знак минус введен потому, что векторы  $\vec{p}$  и  $\vec{P}$  противоположны по направлению.

Выражение (65) запишем в виде:

$$\varepsilon = n^2 = 1 - \frac{n_0 e z}{\varepsilon_0 E} = 1 - \frac{n_0 e}{\varepsilon_0} \cdot \frac{z}{E} \quad (66)$$

Задача сводиться к нахождению зависимости  $z$  от  $E$ .

Для прозрачных веществ можно считать, что на оптический электрон действуют две силы:

а) вынуждающая,  $F = -eE = -eE_0 \cos \omega t$ ;

б) возвращающая,  $F = -kz$ ,

где  $\omega$  - частота световой волны,

$k$  – коэффициент квазиупругой возвращающей силы.

$$k = m\omega_0^2,$$

где  $m$  – масса электрона,  $\omega_0$  - циклическая частота его свободных незатухающих колебаний.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний электрона имеет вид:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -m\omega_0^2 z - eE_0 \cos \omega t$$

Откуда

$$z = -\frac{eE_0 \cos \omega t}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} = -\frac{eE}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (67)$$

Подставляя (67) в (66), получим:

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{m\varepsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (68)$$

Если принять во внимание, что молекула состоит из нескольких атомов, оптические электроны которых имеют неодинаковые собственные частоты  $\omega_{0k}$ , то формула (68) примет вид:

$$n^2 = 1 + \frac{n_0}{\varepsilon_0} \sum_k \frac{e^2 / m}{\omega_{0k}^2 - \omega^2}, \quad (69)$$

где  $n_0$  – число молекул в единице объема.

При частотах  $\omega$ , заметно отличающихся от собственных частот  $\omega_{0k}$ , сумма в (69) будет мала по сравнению с единицей, так что  $n^2 \approx 1$ . Вблизи каждой из собственных частот функция (69) терпит разрыв: при стремлении  $\omega$  к  $\omega_{0k}$  слева она обращается в  $+\infty$ , при стремлении справа в  $-\infty$  (см. пунктирные кривые на рис. 7). Такое поведение функции (69) обусловлено тем, что мы пренебрегли трением излучения. Тогда амплитуда вынужденных колебаний при резонансе обращается в бесконечность. Учет трения излучения приводит к зависимости  $n^2$  от  $\omega$ , показанной на рис. 44 сплошной кривой.

Перейдя от  $n^2$  к  $n$  и от  $\omega$  к  $\lambda$ , получим кривую, изображенную на рис. 45. Участок 3-4 аналогичен кривой, приведенной на рис. 39. Участки 1-2 и 3-4 соответствуют нормальной дисперсии. На участке 2-3 дисперсия

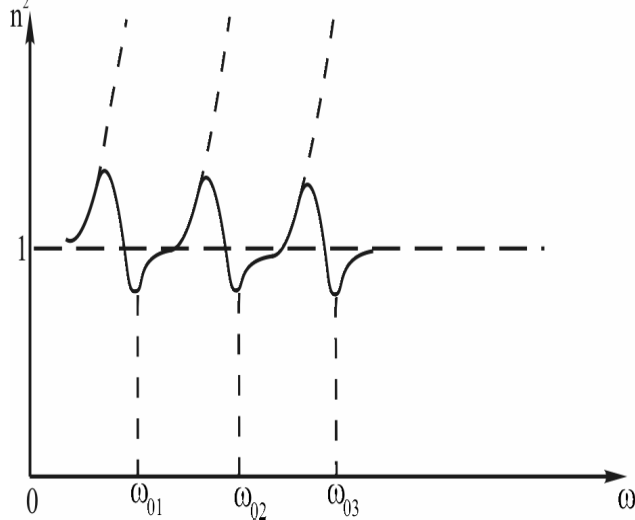


Рис. 44. График функции  $n^2 = f(\omega)$  с учетом того, что входящие в состав молекул оптические электроны имеют неодинаковые собственные частоты  $\omega_{0k}$ .

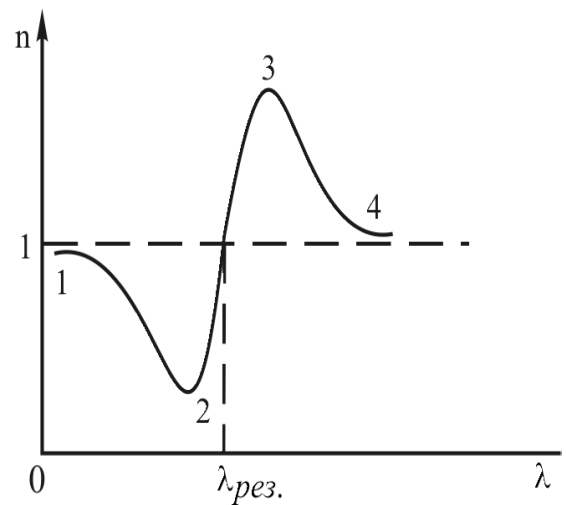


Рис. 45. Кривая  $n = f(\lambda)$  в области одной из резонансных длин волн

## Тема 11. Тепловое излучение.

### 11.1. Закон Кирхгофа.

### 11.2. Закон Стефана-Больцмана.

### **11.3. Закон смещения Вина.**

### **11.4. Формула излучения Планка.**

### **11.5. Оптическая пирометрия.**

#### **11.1 Закон Кирхгофа**

Нагретые до достаточно высоких температур тела светятся. Испускание электромагнитных волн за счет внутренней энергии тел называется *тепловым излучением*. Тепловое излучение совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких – преимущественно длинные (инфракрасные).

Тепловое излучение – практически единственный вид излучения, который является равновесным. Предположим, что излучающее тело окружено идеально отражающей, непроницаемой для излучения оболочкой. Тогда излучение, испускаемое телом, не рассеивается по всему пространству, а, отражаясь стенками, сохраняется в пределах полости, падая вновь на излучающее тело и вновь поглощаясь им. Энергия системы содержится частично в виде энергии излучения, а частично в виде внутренней энергии излучающего тела. Состояние системы будет равновесным, если с течением времени распределение энергии между телом и излучением не меняется.

Поместим внутрь полости нагретое тело. Если в единицу времени тело больше испускает, чем поглощает (или наоборот), то температура его будет понижаться (или повышаться). При этом будет ослабляться или усиливаться испускание, пока, наконец, не установится равновесие. Такое равновесное состояние устойчиво.

Основная величина, характеризующая тепловое состояние тела, есть его температура. Эта величина является определяющей также и в явлениях теплового излучения.

Опыт показывает, что тела различной температуры, могущие передавать друг другу тепло, по истечению некоторого времени принимают одинаковую температуру, т.е. приходят в тепловое равновесие. Это происходит и в том случае, когда тела заключены в непроницаемую для тепла оболочку, в которой создан вакуум, т.е. исключена возможность теплового обмена в силу теплопроводности и конвекции, и имеет место лишь излучение и поглощение. Тепловое излучение имеет динамический характер, т.е. и при одинаковых температурах всех тел происходит излучение и поглощение лучистой энергии, но так, что в единицу времени тело столько же излучает тепла, сколько оно его поглощает. Следовательно, если тела обладают различной способностью к поглощению, то и их способность к испусканию не может быть одинаковой. Раз установилось тепловое равновесие, то для каждого тела должно соблюдаться равенство между количеством испускаемой и поглощаемой им в единицу времени энергии.

В 1859 г. Кирхгоф придал вид количественного закона правилу, устанавливающему связь между способностью тела поглощать и излучать тепло.

Для характеристики теплового излучения вводится величина потока энергии, излучаемого в единицу времени – мощность излучения. Поток, испускаемый единицей площади поверхности излучающего тела, называется энергетической светимостью или интегральной излучательной способностью. Обозначим ее  $R_T$ .

Тепловое излучение занимает определенную спектральную область. И так как излучательная способность тела зависит от длины волны (частоты), то для характеристики ее нужно оговорить, к какому спектральному участку относится определение. Допустим, что спектральный участок заключен между частотами  $\nu$  и  $\nu + d\nu$ . Чем меньше  $d\nu$ , тем детальнее будет охарактеризована излучательная способность тела.

Величина светового потока  $d\Phi$  данного спектрального интервала связана с шириной этого интервала  $d\nu$  соотношением:

$$d\Phi = r_\nu d\nu \quad (70)$$

где  $r_\nu$  - излучательная способность тела для частоты  $\nu$ .

Можем представить излучательную способность не в функции частоты  $\nu$ , а в функции длины волны  $\lambda$ , т.е. построить график не  $r_\nu$ , а  $r_\lambda$  (рис. 46). Поскольку площади как под той, так и под другой кривой определяют интегральную энергию излучения, то рационально выбрать масштабы так, чтобы площади эти были равны.

а)

б)

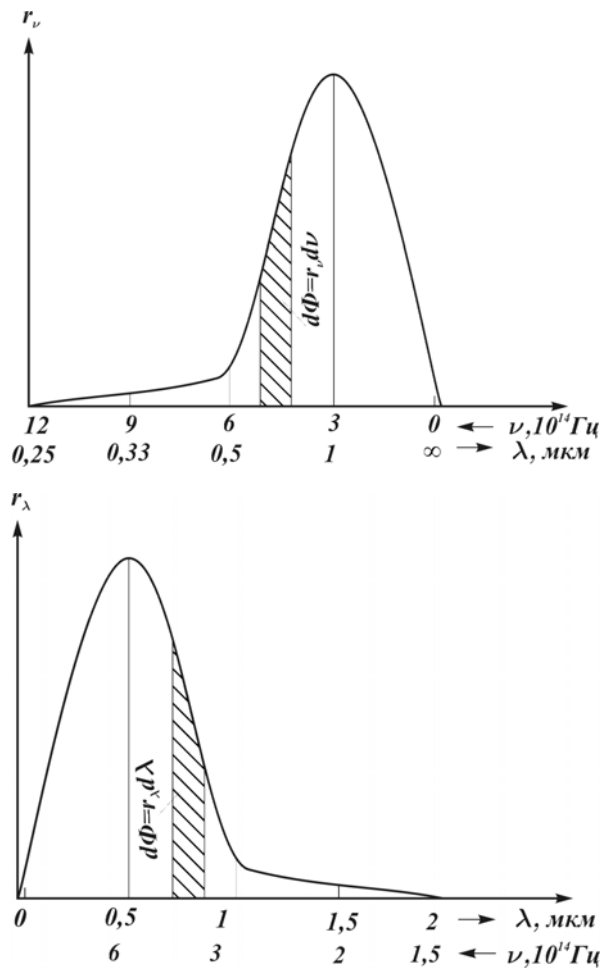


Рис. 46. Спектральная зависимость излучательной способности черного тела при  $T = 2900 \text{ K}$ : а) зависимость  $r_\nu$  от  $\nu$ , выраженная в равномерной шкале частот;

б) зависимость  $r_\lambda$  от  $\lambda$ , выраженная в равномерной шкале длин волн

Световой поток  $d\Phi$  определяется:

$$d\Phi = r_\nu d\nu = r_\lambda d\lambda,$$

то есть

$$r_\nu = r_\lambda \frac{d\lambda}{d\nu}.$$

Так как  $\lambda \nu = c$  ( $c$  – скорость света), то

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c},$$

где знак минус показывает, что с возрастанием  $\nu$  убывает  $\lambda$ .

Итак, 
$$r_\nu = r_\lambda \frac{\lambda^2}{c}, \quad (71)$$

то есть при переходе от  $r_\nu(\nu)$  к  $r_\lambda(\lambda)$  кривая трансформируется (рис. 46). В частности, положение максимумов на той и другой кривой соответствует разным частотам (длинам волн).

Опыт показывает, что  $r_\nu$  (равно как и  $r_\lambda$ ) в сильной степени зависит от температуры излучающего тела, так как излучающая способность  $r_{\nu,T}$ , есть функция частоты и температуры. Тогда (70) запишем в виде:

$$d\Phi = r_{\nu,T} d\nu. \quad (72)$$

Зная испускание тела в каждом спектральном участке, можно вычислить суммарное излучение, проинтегрировав (72) по всем частотам:

$$R_T = \int d\Phi = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu. \quad (73)$$

Если на единицу поверхности тела падает световой поток  $d\Phi$ , то часть этого потока  $d\Phi'$  поглощается телом. Поглощательной способностью тела называют отношение поглощенного потока  $d\Phi'$  к падающему  $d\Phi$ . Поглощательная способность тела, есть функция частоты и температуры тела:

$$a_{\nu,T} = \frac{d\Phi'_{\nu,\nu+d\nu}}{d\Phi_{\nu,\nu+d\nu}}.$$

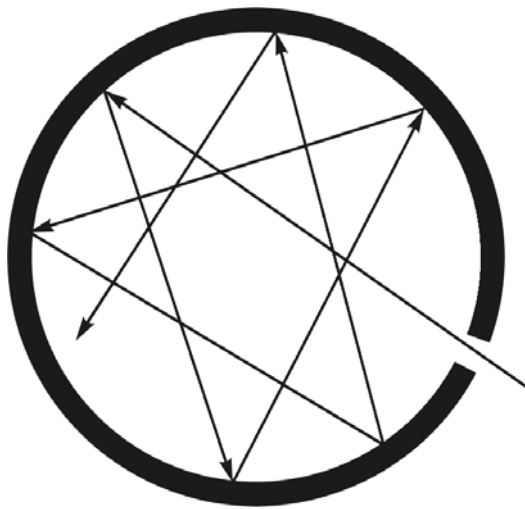
Кирхгоф назвал тела, для которых  $a_{\nu,T} = 1$  для всех частот и температур, абсолютно черными. Сажа, равно как и платиновая чернь, приближается по своим свойствам к абсолютно черному телу.

Закон Кирхгофа гласит: отношение излучательной и поглощательной способностей тела не зависит от природы тела, т.е.  $\frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}}$  есть универсальная

для всех тел, функция частоты и температуры, равная излучательной способности абсолютно черного тела, тогда как  $r_{\nu,T}$  и  $a_{\nu,T}$ , взятые отдельно, могут меняться чрезвычайно сильно при переходе от одного тела к другому.

$$\frac{r'_{\nu,T}}{a'_{\nu,T}} = \frac{r''_{\nu,T}}{a''_{\nu,T}} = \frac{r'''_{\nu,T}}{a'''_{\nu,T}} = \dots = r^r_{\nu,T}, \quad (74)$$

так как  $a^r_{\nu,T} = 1$ .



Моделью абсолютно черного тела является замкнутая полость с отверстием, диаметр которого не больше  $1/10$  поперечника полости, внутренняя поверхность которого зачернена. Излучение, проникающее через отверстие, падает на стенки полости, частично поглощается ими, частично рассеивается или отражается и вновь падает на стенки.

Рис. 47. Абсолютно черное тело

Вследствие малых размеров отверстия луч должен претерпеть много отражений и рассеяний, прежде чем он сможет выйти из отверстия. Повторные поглощения на стенках приводят к тому, что практически весь свет любой частоты поглощается такой полостью.

Наряду с понятием «абсолютно черное тело» используют понятие «серое тело», поглощательная способность которого неизменна и меньше единицы:

$$a^c_{\nu,T} = \text{const}, a^c_{\nu,T} < 1.$$

## 11.2 Закон Стефана - Больцмана

Закон Кирхгофа ставит в центр внимания теории теплового излучения функцию:

$$r^{\tau}_{\nu,T} = f(\nu, T),$$



представляющую собой излучательную способность черного тела. Определение вида этой функции явилось основной задачей теории теплового излучения. Решение было получено не сразу. Сначала был установлен теоретически и экспериментально закон, определяющий суммарное излучение черного тела (закон Стефана – Больцмана). Затем были определены некоторые основные черты искомой функции (закон Вина). Найден весьма точный экспериментальный ход ее в зависимости от  $\nu$  для разных  $T$ . После ряда неудачных попыток, имевших, однако, огромное значение для понимания вопроса (В.А. Михельсон, Рэлей – Джинс, Вин, Лорентц), удалось найти окончательное теоретическое решение задачи (Планк, 1900 г.).

Стефан (1879 г.) пришел к заключению, что суммарная энергия, испускаемая с  $1 \text{ см}^2$  в течение 1 с, пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры. Стефан сформулировал свой закон для излучения любого тела, однако последующие измерения показали неправильность его выводов. В 1884 г. Больцман, основываясь на термодинамических расчетах и исходя из мысли о существовании давления лучистой энергии, пропорционального его плотности, теоретически показал, что суммарное излучение абсолютно черного тела пропорционально четвертой степени температуры, то есть

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \sigma T^4, \quad (75)$$

где  $\sigma$  - постоянная Стефана – Больцмана:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{град}^4} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}.$$

Закон Стефана – Больцмана имеет силу только для абсолютно черного тела.

### 11.3 Закон смещения Вина

Закон Стефана – Больцмана не дает ответа относительно спектрального состава излучения абсолютно черного тела.

В 1893 г. Вин теоретически обосновал закон, дающий указание на характер функции  $r = f(\nu, T)$ . Вин рассматривал термодинамический процесс сжатия излучения, заключенного внутри идеального зеркального сосуда, при уменьшении объема последнего и, принимая во внимание изменение частоты излучения, отражающегося от движущегося зеркала (принцип Доплера), пришел к выводу, что излучательная способность черного тела имеет вид:

$$r_{\nu, T}^r = c\nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right), \quad (76)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме, а  $f$  – функция, для определения вида которой развитые Вином соображения оказались недостаточными.

Кривые, полученные в результате экспериментальных исследований, приведены на рис. 48. они выражают зависимость  $r_{\lambda, T}^r$  от  $\lambda$ . Все кривые имеют явно выраженный максимум, который по мере повышения температуры смещается в сторону более коротких волн. Площадь, ограниченная кривой зависимости  $r_{\lambda, T}^r = f(\lambda)$  и осью абсцисс, пропорциональна светимости абсолютно черного тела. Для определения положения максимума на графике в шкале  $\lambda$  перейдем в выражении закона Вина (76) от  $\nu$  к  $\lambda$ , пользуясь соотношением (71):

$$r_{\lambda, T}^r = \frac{c^5}{\lambda^5} f\left(\frac{c}{\lambda T}\right), \quad r_{\lambda, T}^r = c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}, \quad (77)$$

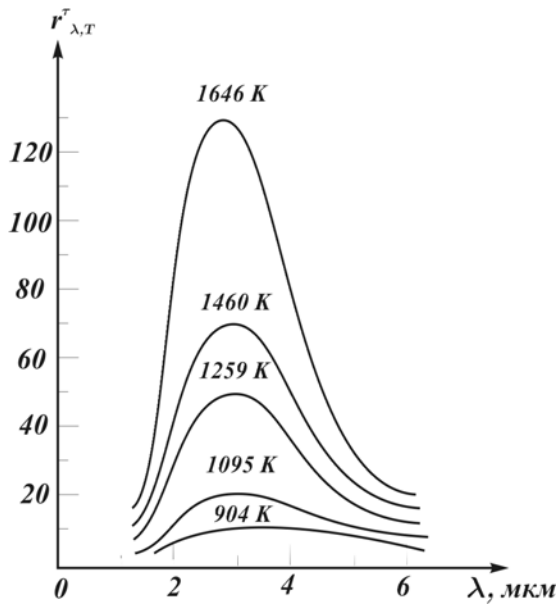
где  $c_1 = 3,70 \cdot 10^{-12} \text{ Вт} \cdot \text{см}^2$ ;  $c_2 = 14380 \text{ мкм} \cdot \text{К}$ .

Приравняв к нулю производную  $\frac{dr_{\lambda, T}^r}{d\lambda}$ , нетрудно видеть, что положение максимума  $\lambda_{\max}$  удовлетворяет условию:

$$T\lambda_{\max} = b, \quad (78)$$

где  $b$  не зависит от температуры.

$$b = 0.2898 \text{ см} \cdot \text{град} = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$$



В указанной форме (78) закон Вина носит название закона смещения, так как он показывает, что положение максимума функции  $r_{\lambda,T}$  по мере возрастания температуры смещается в область коротких волн.

Рис. 48. Кривые распределения энергии в спектре черного тела для разных температур

## 11.4 Формула излучения Планка

Многочисленные попытки теоретически установить закон излучения черного тела привели к установлению важных частных законов (Больцман, Вин), но не могли дать общего решения задачи. Причина неудач оказалась лежащей очень глубоко.

Если осуществить теоретическое черное тело при помощи бесконечной совокупности гармонических осцилляторов, каждый из которых дает отдельную монохроматическую линию, а все вместе – сплошное излучение черного тела, то, пользуясь законами, управляющими поведением этих осцилляторов, можно прийти к закону излучения такой системы.

Идя по этому пути, Планк не получил закона, согласного с опытом. Он пришел к выводу, что причина неудачи лежит в неприменимости законов классической физики к таким атомным осцилляторам.

По классическим законам осциллятор частоты  $\nu$  может заключать в себе любое количество энергии, так как энергия осциллятора

пропорциональна квадрату амплитуды. В соответствии с этим и излучающий осциллятор может испустить за единицу времени любое количество энергии.

Планк отказался от установившихся положений классической физики и выдвинул гипотезу, согласно которой атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а определенными порциями – квантами, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебаний:

$$\varepsilon_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

где  $h$  - постоянная Планка,  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ .

Так как излучение испускается порциями, то энергия гармонического осциллятора может принимать лишь определенные дискретные значения, кратные целому числу элементарных порций энергии  $\varepsilon_0$ :

$$\varepsilon = n\varepsilon_0 = nh\nu, \quad (79)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$

Используя статистические методы и представления о квантовом характере излучения, Планк вывел для излучательной способности абсолютно черного тела формулу:

$$r_{\nu, T}^r = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}, \quad (80)$$

которая согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектре излучения абсолютно черного тела во всем интервале частот от нуля до бесконечности и при различных температурах.

Запишем закон излучения Планка для  $r_{\lambda, T}^r$ :

$$r_{\lambda, T}^r = 2\pi h c^2 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1} = c_1 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{c_2/(\lambda T)} - 1}, \quad (81)$$

где  $c_1 = 2\pi h c^2 = 3,740 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} \cdot \text{см}^2$ ,

$$c_2 = \frac{hc}{k} = 1,4387 \text{ см} \cdot \text{К}$$

Для малых длин волн или низких температур (малое  $\lambda T$ ) формулы Вина и Планка совпадают:

$$I_{\lambda,T}^{\tau} = c_1 \lambda^{-5} e^{\frac{-c_2}{\lambda T}}, \quad (82)$$

Формула, полученная Планком, является, таким образом, полным решением основной задачи, поставленной Кирхгофом.

## 11.5 Оптическая пирометрия

Для сильно нагретых тел (выше  $2000^{\circ}\text{C}$ ) единственным надежным способом измерения температуры являются способы, основанные на законах черного излучения.

### 1. Радиационные пирометры и радиационная температура.

Устройство так называемых радиационных пирометров (рис. 49) сводится к возможности проецировать изображение источника на приемник аппарата так, чтобы приемник  $S$  всегда был полностью покрыт изображением источника и излучение входило в прибор под постоянным телесным углом  $\Omega$ , определяемым размерами прибора. Энергия, получаемая пирометром, будет пропорциональна яркости источника независимо от расстояния между ними. Показания пирометра будут зависеть от яркости, а, следовательно, и от температуры наблюдаемого черного тела. Проградуировав предварительно пирометр по черному телу с известной температурой, можно использовать его показания для измерения исследуемой температуры.

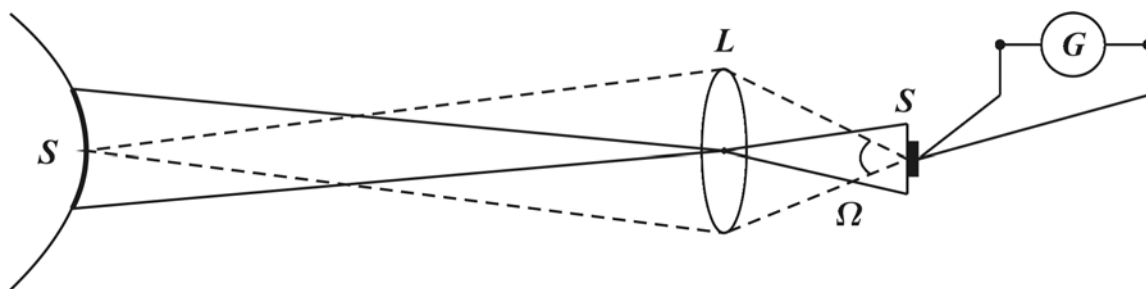


Рис. 49. Схема радиационного пирометра для измерения радиационной температуры

В качестве приемника в радиационных пирометрах чаще всего используют термопару, но существуют также пирометры с биметаллической спиралью, изгибающейся при нагревании, и т.д. Если исследуется не черное

телу, то показания радиационного пирометра дают не истинную температуру его, а так называемую радиационную температуру  $T_r$ , под которой понимают температуру такого черного тела, суммарная радиация которого равна радиации изучаемого тела. Между истинной температурой тела  $T$  и его радиационной температурой  $T_r$  можно установить связь, если известно отношение светимости исследуемого тела к светимости абсолютно черного тела при той же температуре:

$$Q_T = \frac{R_T}{R_T^c}.$$

По определению  $Q_T$  меньше единицы.

Значения  $Q_T$  хорошо известны для многих технически важных материалов. Для металлов они невелики (от 0,1 до 0,3), для окислов металлов и для угля значительны (до 0,9).

**Таблица 1 – Значения  $Q_T$  для ряда веществ**

Вещество	Температура	$Q_T$	Вещество	Температура	$Q_T$
Вольфрам	1300	0,15	Железо	1500	0,11
Молибден	1300	0,12	Окись железа	1500	0,89
Уголь	1300	0,52	Никель	1500	0,06
Серебро	1300	0,04	Окись никеля	1500	0,85

Найдем соотношение между истинной температурой  $T$  и радиационной температурой  $T_r$ :

$$Q_T = \frac{\sigma T_r^4}{\sigma T^4}, \text{ тогда}$$

$$T = \frac{1}{\sqrt[4]{Q_T}} \cdot T_r. \quad (83)$$

Зная  $Q_T$  и радиационную температуру нагретого материала, согласно (83), находим истинную температуру. Так как  $Q_T < 1$ , радиационная температура тела всегда меньше его истинной температуры.

2. Цветовая температура и распределение энергии в спектре излучающего тела.

Если найдено распределение энергии в спектре черного тела, то известно положение максимума на кривой энергии  $r_{\lambda,T}$  и температуру можно определить на основании закона смещения Вина:

$$\lambda_{\max} T = b .$$

Так, для Солнца найдено  $\lambda_{\max} = 470 \text{ нм}$ , что соответствует температуре 6150 К, если считать Солнце черным телом.

Если распределение энергии в спектре излучения серого тела такое же, как и в спектре абсолютно черного тела, имеющего ту же температуру, то возможно применение формулы Вина. А определенную таким образом температуру  $T_{\text{ц}}$  называют цветовой.

Для тел, характер излучения которых сильно отличается от излучения черного тела, понятие цветовой температуры не имеет смысла.

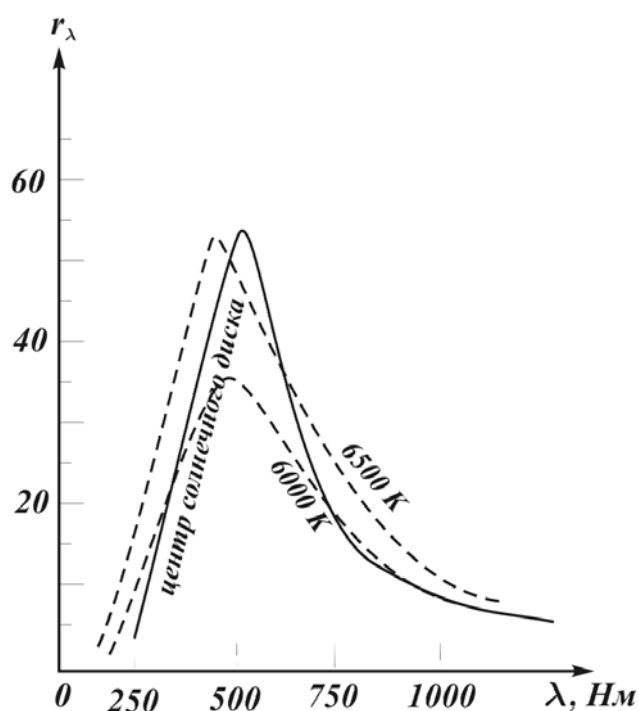


Рис. 50. Распределение энергии в спектре Солнца и в спектре черного тела при температурах 6000 и 6500 К

На рис. 50 приведены результаты исследования для Солнца. Одновременно на нем нанесены кривые распределения для черного тела при температурах 6000 и 6500 К. Рисунок показывает, что отождествление Солнца с черным телом может быть сделано только приблизительно. С этим приближением в качестве оценки цветовой температуры Солнца получаем 6500 К.

### 3. Яркостная температура и пирометр с исчезающей нитью.

Наиболее распространенный способ оптического определения температуры основывается на сравнении излучения нагретого тела в одном определенном спектральном участке  $\lambda$  с излучением черного тела с той же длиной волны. Сравнение это осуществляется при помощи пирометра с исчезающей нитью, устроенного следующим образом.

В фокусе объектива  $O$  (рис. 51) помещается электрическая лампа  $L$  с нитью, изогнутой в форме полукруга. Окуляр  $Ok$  позволяет наблюдать одновременно среднюю часть нити и изображение поверхности исследуемого источника. Красные стекла  $FF$ , помещенные между окуляром и глазом, пропускают монохроматическую часть света, испускаемого источником и нитью. Пропускаемая область соответствует  $\lambda = 660,0 \text{ нм}$ . Лампа питается током от батареи  $B$ , регулируемым реостатом  $R$ ; ток отсчитывается по амперметру  $A$ . При измерении температуры регулируют



ток нити до тех пор, пока последняя не исчезает на фоне изображения. При этой силе тока яркости излучения нити и источника для  $\lambda = 660,0 \text{ нм}$  совпадают. Следовательно, для данного  $\lambda$  совпадают и их излучательные способности.

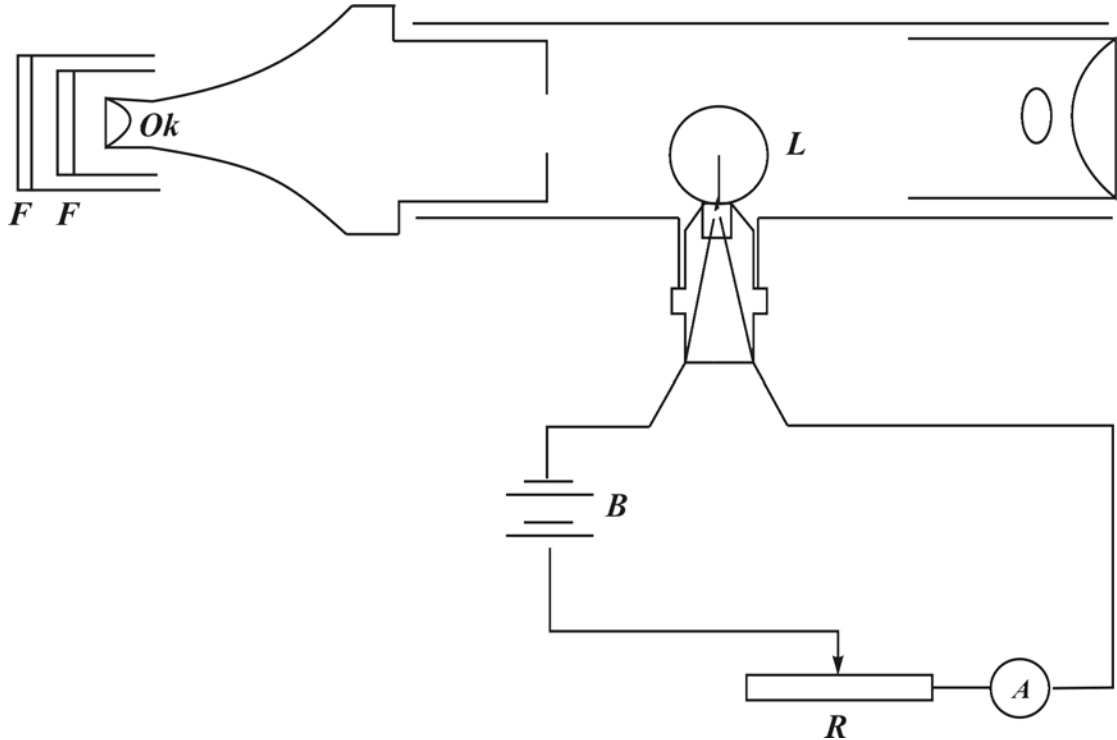


Рис. 51. Схема пирометра с исчезающей нитью для определения яркостной температуры

Яркостной называется температура, при которой излучательная способность исследуемого тела равна излучательной способности черного тела при температуре  $S_\lambda$ :

$$r_{\lambda, T_{я}} = r_{\lambda, S_\lambda}.$$

Если бы исследуемый источник был также черным телом, то найденная температура  $S_\lambda$  была бы его истинной температурой. На самом деле реальное тело излучает энергии меньше, чем черное при температуре  $S_\lambda$ . Задача состоит в том, чтобы рассчитать излучение абсолютно черного тела при той температуре, при которой находится исследуемое тело. Для этого используем соотношение:

$$Q_{\lambda,T} = \frac{r_{\lambda,S_{\lambda}}}{r_{\lambda,T}}. \quad (84)$$

Выведем соотношение между яркостной и истинной температурой. Воспользуемся упрощенной формулой Планка (82):

$$r_{\lambda,S_{\lambda}} = c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{S_{\lambda} \cdot T}}, \quad r_{\lambda,T} = c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda \cdot T}},$$

$$Q_{\lambda,T} = \exp \left[ \frac{c_2}{\lambda} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{S_{\lambda}} \right) \right], \quad (85)$$

$$\ln Q_{\lambda,T} = \frac{c_2}{\lambda} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{S_{\lambda}} \right).$$

Для  $\lambda = 660,0 \text{ нм}$  отношение (84) определено для многих технически важных материалов. Некоторые из этих значений приведены в таблице 2.

**Таблица 2 – Значения  $Q_{660}$  для ряда веществ**

Вещество	Температура, К	$Q_{660}$
Молибден	1300	0,40
Тантал	3200	0,38
Уголь	1500	0,89
Серебро	При температуре плавления	0,05
Железо	При температуре плавления	0,36
Окись железа	1500	0,92
Никель	При температуре плавления	0,37
Медь расплавленная	1500	0,15
Окись меди	1300	0,8

Таким образом, используя пирометр с исчезающей нитью мы определяем яркостную температуру, а переход к истинной температуре возможен при знании дополнительного параметра  $Q_{\lambda,T}$  и использовании формулы (85).

## **Тема 12. Фотоэффект.**

### **12.1. Внешний фотоэффект.**

### **12.2. Внутренний фотоэффект.**

### **12.3. Вентильный фотоэффект.**

### **12.4. Применение фотоэффекта.**

### **12.5. Масса и импульс фотона. Давление света.**

#### **12.5.1. Экспериментальное изучение давления света.**

#### **12.5.2. Давление света в рамках теории фотонов.**

### **12.1 Внешний фотоэффект**

В 1887 г. Г.Герц обнаружил, что при освещении отрицательного электрода искрового разрядника ультрафиолетовыми лучами разряд происходит при меньшем напряжении между электродами, чем в отсутствии такого освещения. Это явление как показали опыты А.Г.Столетова (1888 – 1890 гг.), обусловлено выбиванием под действием света отрицательных зарядов из металлического катода разрядника.

Схема опытов Столетова представлена на рисунке 52. Плоский конденсатор, одной из обкладок которого служила медная сетка  $C$ , а в качестве второй – цинковая пластина  $D$ , был включен через гальванометр  $G$  в цепи аккумуляторной батареи  $B$ . При освещении отрицательно заряженной пластины  $D$  светом от источника  $S$  в цепи возникал электрический ток, называемый фототоком.

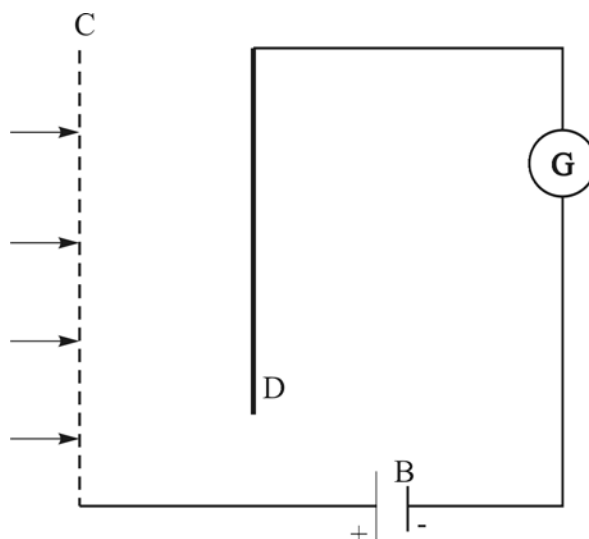


Рис. 52. Схема опыта Столетова

Сила фототока была пропорциональна освещенности пластины  $D$ . Освещение положительно заряженной обкладки  $C$  конденсатора не приводило к возникновению фототока. Тем самым Столетов пришел к выводам:

1. наибольшее действие оказывают ультрафиолетовые лучи;
2. сила тока возрастает с увеличением освещенности пластины;
3. испускаемые под действием света заряды имеют отрицательный знак.

Спустя 10 лет (в 1898 г.) Ленард и Томсон, измерив удельный заряд испускаемых частиц, установили, что эти частицы являются электронами.

Явление вырывания электронов из твердых и жидких веществ под действием света получило название внешнего фотоэффекта.

Экспериментальные исследования внешнего фотоэффекта у металлов показали, что это явление зависит не только от химической природы металла, но и от состояния его поверхности.

Даже ничтожные загрязнения поверхности металла существенно влияют на эмиссию электронов под действием света.

Опытным путем установлены следующие основные законы внешнего фотоэффекта:

1. максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности;
2. для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т.е. минимальная частота света, при которой еще возможен внешний фотоэффект;
3. число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света.

Для выхода из металла электрон должен совершить работу выхода  $A_{\text{вых}}$ . В результате поглощения фотона, электрон приобретает энергию  $h\nu$ . Если  $h\nu \geq A_{\text{вых}}$ , то электрон может совершить работу выхода и вырваться из металла. В соответствии с законом сохранения энергии максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона равна:

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - A_{\text{вых}}. \quad (86)$$

Это уравнение впервые было предложено Эйнштейном и называется уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Оно получено в предположении, что электроны в металле движутся независимо друг от друга, поэтому передача фотоном энергии одному из электронов не изменяет энергии всех остальных электронов. Такие процессы называются однофотонными. С изобретением лазеров были получены недостижимые до тех пор мощности световых пучков. Это дало возможность осуществить многофотонные процессы, в том числе и многофотонный фотоэффект, в ходе которого электрон приобретает энергию не от одного, а от  $N$  фотонов.

В этом случае красная граница фотоэффекта смещается в сторону более длинных волн.

## 12.2 Внутренний фотоэффект

В кристаллических полупроводниках и диэлектриках, помимо внешнего фотоэффекта, наблюдается внутренний фотоэффект, состоящий в

том, что под действием излучения увеличивается электропроводность этих веществ за счет возрастания в них свободных носителей тока. Это явление называют еще фотопроводимостью.

В диэлектрике и беспримесном полупроводнике зона проводимости не содержит электронов, а лежащая ниже ее следующая валентная зона целиком заполнена электронами (рис.53 а).

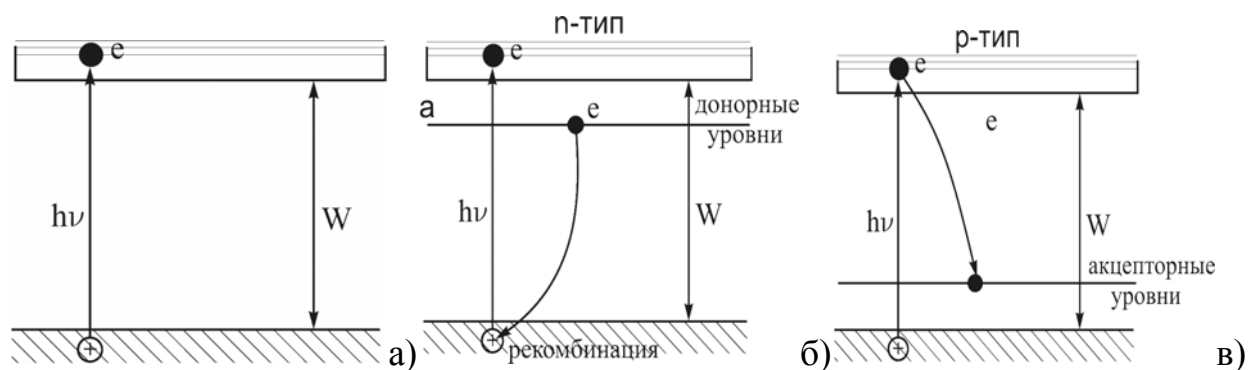


Рис. 53. Энергетические диаграммы полупроводников:  
а) беспримесного; б) n – типа; в) p – типа

Разность  $W$  между энергиями на нижнем уровне зоны проводимости и верхнем уровне валентной зоны называется энергией активации проводимости вещества. У полупроводников  $W$  значительно меньше, чем у диэлектриков. Если энергия фотона  $h\nu \geq W$ , то при поглощении фотона, электрон может быть переброшен из валентной зоны в зону проводимости. Таким образом, под действием света в зоне проводимости появляются электроны, а в валентной зоне – «положительные дырки». Эти пары разноименно заряженных носителей тока способны под действием внешнего электрического поля приходить в упорядоченное движение, образуя электрический ток. Очевидно, что концентрация электронов проводимости и дырок, а также зависящая от нее электропроводность вещества, пропорциональны числу фотонов, падающих на единицу поверхности вещества в единицу времени. В примесных проводниках с небольшим содержанием примесей вероятность поглощения фотонов электронами примесных атомов мала. Поэтому изменение проводимости под действием

света также в основном связано с переносом электронов из валентной зоны в зону проводимости и образованием пар разноименных носителей тока – электронов проводимости и дырок. Однако характер проводимости для электронных (n – типа) и дырочных (p – типа) примесных полупроводников различен.

В электронном полупроводнике имеются примесные донорные уровни энергии  $a$ , которые находятся вблизи «дна» зоны проводимости и заняты электронами (рис. 53, б). В процессе образования пар положительные дырки рекомбинируют с электронами донорной примеси. Поэтому фотопроводимость n – полупроводника имеет чисто электронный характер.

В дырочном полупроводнике поглощение фотонов вызывает переход части электронов из валентной зоны в зону проводимости, а оттуда – на вакантные акцепторные примесные уровни  $c$ , расположенные вблизи верхнего края валентной зоны (рис. 53, в).

При этом в валентной зоне образуются «положительные дырки», так что фотопроводимость p – полупроводника является чисто дырочной.

### **12.3 Вентильный фотоэффект (фотоэффект в запирающем слое)**

Особый практический интерес представляет вентильный фотоэффект (фотоэффект в запирающем слое), состоящий в возникновении электродвижущей силы вследствие внутреннего фотоэффекта вблизи поверхности контакта между металлом и полупроводником, обладающим односторонней проводимостью. Внутренний фотоэффект в полупроводнике вызывает нарушение равновесного распределения носителей тока в области контакта и приводит к изменению контактной разности потенциалов по сравнению с равновесной, т.е. к возникновению фотоэлектродвижущей силы.

## 12.4 Применение фотоэффекта

На явление фотоэффекта основано действие фотоэлектронных приборов, получивших разнообразное применение в различных областях науки и техники.

Простейшим фотоэлементом с внешним фотоэффектом является вакуумный фотоэлемент. Он представляет собой откачанный стеклянный баллон, внутренняя поверхность которого (за исключением окошка для доступа излучения) покрыта фоточувствительным слоем, служащим фотокатодом. В качестве анода обычно используется кольцо или сетка, помещаемая в центре баллона. Выбор материала фотокатода определяется рабочей областью спектра. Для регистрации видимого света и инфракрасного излучения используется кислородно-цезиевый катод, а для регистрации ультрафиолетового излучения и коротковолновой части видимого света выбирается сурьмяно – цезиевый фотокатод. Вакуумные фотоэлементы безынерционны, и для них наблюдается строгая пропорциональность фототока интенсивности излучения. Эти свойства позволяют использовать вакуумные фотоэлементы в качестве фотометрических приборов, например, фотоэлектрический экспонометр, люксметр (измеритель освещенности) и т. д.

Для повышения чувствительности иногда наполняют колбу фотоэлемента каким – либо газом, не вступающим в реакцию с веществом фотокатода. В таких газонаполненных фотоэлементах выбитые из катода электроны при своем движении к аноду ионизируют атомы газа. Образующиеся в газе ионы и электроны движутся к электродам фотоэлемента, заметно увеличивая исходный фототок. Чувствительность таких устройств велика (она достигает 500 мкА/лм), но их вольт – амперная характеристика имеет более сложный вид, чем обычная.

Другим недостатком газонаполненных фотоэлементов является их инерционность, приводящая к искажению фронта регистрируемого сигнала и ограничивающая возможность измерения модулированных и



быстроизменяющихся световых потоков. При частоте модуляции в несколько килогерц обычно уже невозможно использование газонаполненных фотоэлементов.

Существенный прогресс в фотоэлектрических измерениях достигнут в 40 50 – е годы, когда в практику начали широко внедряться фотоэлектронные умножители (ФЭУ). Идея создания таких приборов была выдвинута исследователями еще в 20 – е годы 20-го века.

Для усиления фототока применяются фотоэлектронные умножители, в которых наряду с фотоэффектом используется явление вторичной электронной эмиссии.

Фотоэлементы с внутренним фотоэффектом, называемые полупроводниковыми фотоэлементами или фотосопротивлениями (фоторезисторами), обладают гораздо большей интегральной чувствительностью, чем вакуумные. Для их изготовления используются *PbS*, *CdS*, *PbSe* и некоторые другие полупроводники. Если фотокатоды вакуумных фотоэлементов и фотоэлектронных умножителей имеют красную границу фотоэффекта не выше 1,1 мкм, то применение фотосопротивлений позволяет производить измерения в далекой инфракрасной области спектра (3 – 4 мкм), а так же в областях рентгеновского и гамма – излучений. Кроме того, они малогабаритны и имеют низкое напряжение питания. Недостаток фотосопротивлений – их заметная инерционность, поэтому они непригодны для регистрации быстропеременных световых потоков.

Фотоэлементы с вентильным фотоэффектом, называемые вентильными фотоэлементами (фотоэлементами с запирающим слоем), обладая, подобно элементам с внешним фотоэффектом, строгой пропорциональностью фототока интенсивности излучения, имеют большую по сравнению с ними интегральную чувствительность (примерно 2 – 30 мА/лм) и не нуждаются во внешнем источнике ЭДС. К числу вентильных фотоэлементов относятся германиевые, кремниевые, селеновые, сернисто-серебряные.

Кремниевые и другие фотоэлементы применяются для создания солнечных батарей, непосредственно преобразующих световую энергию в электрическую. Эти батареи уже в течении многих лет работают на космических спутниках и кораблях. КПД этих батарей составляет 10%.

Фотодиод представляет собой полупроводниковую пластинку, внутри которой имеются области электронной ( $n$  - область) и дырочной ( $p$  - область) проводимости, разделенные электронно-дырочным переходом (рис. 54).

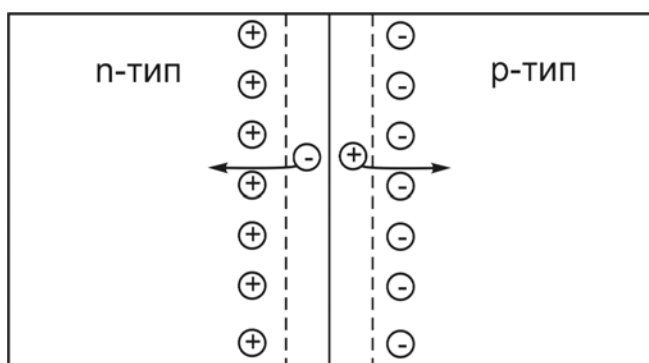


Рис. 54. Образование носителей заряда в  $p-n$  переходе при освещении его светом

Из полупроводника  $n$  - типа электроны диффундируют в полупроводник  $p$  - типа. И наоборот: дырки из области  $p$  - типа проникают в область  $n$  - типа. На границе раздела полупроводников  $n$  - и  $p$  - типа образуется электрическое поле. При освещении фотоэлемента в  $p-n$  переходе происходит образование новых носителей заряда. Электрическое поле, существующее в  $p-n$  переходе, производит разделение этих носителей заряда. При этом электроны попадают в  $n$  - область, а дырки, наоборот, в  $p$  - область. В результате накопления электронов в  $n$  - области и дырок в  $p$  - области в  $p-n$  переходе возникает дополнительная разность потенциалов – фото ЭДС.

Для преобразования солнечной энергии в электрическую, питающую установки космических аппаратов, используют кремниевые фотоэлементы. (рис. 55). Электронно-дырочный переход в монокристаллической пластине

кремния с электропроводностью  $p$  - типа создают диффузией фосфора или сурьмы. При большой концентрации доноров (фосфор или сурьма) в поверхностном слое кремния проводимость  $n$  - области получается высокой.

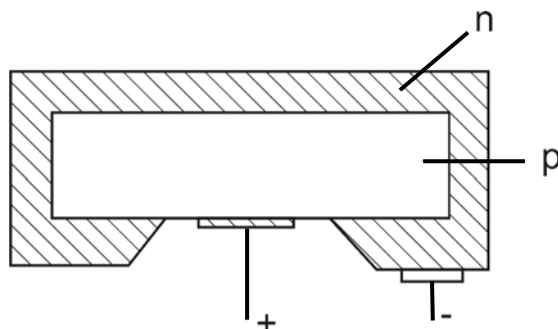


Рис. 55. Схематическое изображение фотодиода

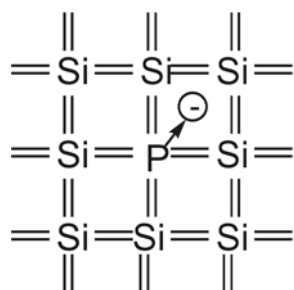


Рис. 56. Схематическое изображение донорной примеси в ковалентном полупроводнике

Фотодиод может работать в двух различных режимах: с внешним источником напряжения и без него. Для измерительных целей обычно включается внешняя разность потенциалов. Для генерации электрической энергии используют полупроводниковые устройства без внешней ЭДС, работающие в так называемом вентильном режиме.

## 12.5 Давление света

### 12.5.1 Экспериментальное изучение давления света

Световое давление было обнаружено на опыте и впервые измерено П.Н.Лебедевым (1900 г.) при помощи опытов, представлявших для своего времени образец экспериментального искусства.

Прибор Лебедева состоял из легкого подвеса на тонкой нити, по краям которого были прикреплены тонкие и легкие крылышки, одно из которых было зачернено, а другое оставлено блестящим. Подвес помещался в откачанном сосуде, образуя весьма чувствительные крутильные весы. Свет от лампы концентрировался при помощи системы линз и зеркал на одном из крылышек и вызывал закручивание подвеса, которое наблюдалось при помощи зеркальца, прикрепленного к нити.

Измерения Лебедева дали величину, согласующуюся с теорией Максвелла с точностью до 20%.

### 12.5.2 Давление света в рамках теории фотонов

Фотон – это элементарная частица, движущаяся в любой среде со скоростью света и не имеющая массы покоя.

Масса и энергия в теории относительности связаны соотношением:

$$mc^2 = h\nu, \quad (87)$$

но  $mc = p$ ,  $pc = h\nu$ ,  $p = \frac{h\nu}{c}$ .

Фотон, как и любая другая частица, характеризуется энергией, массой, импульсом. Выражение (87) связывает корпускулярные характеристики фотона – массу, энергию – с волновой характеристикой света – его частотой  $\nu$ .

Если фотоны обладают импульсом, то свет, падающий на тело, оказывает на него давление. В рамках фотонной теории световое давление интерпретируется как результат передачи импульса фотонов поглощающей или отражающей поверхности.

Если в единицу времени на единицу площади поверхности падает  $N$  фотонов, то при коэффициенте отражения света  $\rho$  от поверхности тела отразится  $\rho N$  фотонов, а  $(1-\rho)N$  фотонов поглотится. Каждый

поглощенный фотон передает поверхности импульс  $p = \frac{h\nu}{c}$ , а каждый отраженный фотон передает импульс  $2p = \frac{2h\nu}{c}$ .

Давление света – это импульс, который передается единице площади поверхности тела в единицу времени:

$$p = \frac{2h\nu}{c} \rho N + \frac{h\nu}{c} (1 - \rho) N = (1 + \rho) \frac{h\nu}{c} N.$$

Энергию фотонов, падающих на единицу площади поверхности в единицу времени обозначим  $E_e$ :

$$E_e = Nh\nu.$$

Объемной плотностью энергии излучения называется величина  $w = \frac{E_e}{c}$ , где  $c$  – скорость света. Тогда давление света можно записать в виде:

$$p = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = w(1 + \rho). \quad (88)$$

Эта формула совпадает с выражением для давления света из волновой теории Максвелла. Таким образом, давление света успешно объясняется и волновой, и квантовой теории света.

### **13. Эффект Комптона.**

#### **13.1. Тормозное рентгеновское излучение.**

#### **13.2. Эффект Комптона.**

##### **13.2.1. Томсоновское рассеяние. Экспериментальные факты.**

##### **13.2.2. Теория эффекта Комптона.**

#### **13.3. Выводы. Объяснение экспериментальных фактов.**

#### **13.1 Тормозное рентгеновское излучение**

Если энергия кванта  $h\nu$  значительно превосходит работу выхода  $A_{\text{вых}}$ , то уравнение Эйнштейна примет более простой вид:

$$h\nu = \frac{m v_{\max}^2}{2}$$

Эту формулу можно интерпретировать и иначе: не как переход энергии светового кванта в кинетическую энергию электрона, а наоборот, как переход кинетической энергии электронов, ускоренных разностью потенциалов  $U$ , в энергию квантов, возникающих при резком торможении электронов в металле. Тогда  $eU = h\nu$ .

Именно такой процесс происходит в рентгеновской трубке. Под действием напряжения  $U$  электроны разгоняются до энергии  $eU$ . Попад в металлический антиматод, электроны резко тормозятся, вследствие чего и возникает так называемое тормозное рентгеновское излучение (рис. 57). Спектр этого излучения сплошной, как и спектр видимого белого света

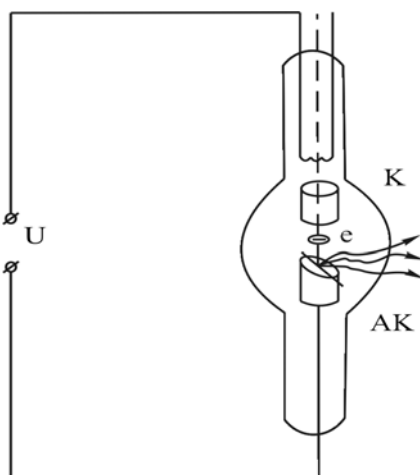


Рис. 57. Рентгеновская трубка, в которой возникает тормозное рентгеновское излучение

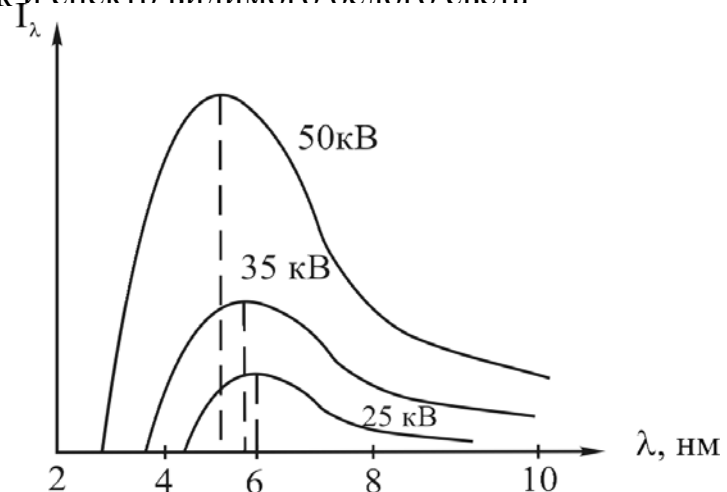


Рис. 58. Экспериментальные кривые (для вольфрама) распределения интенсивности излучения по длинам волн

Экспериментальные кривые распределения интенсивности  $I_\lambda$  по длинам волн  $\lambda$  приведены на рис. 58 для разных значений ускоряющего напряжения  $U$ . На графике обнаруживается наличие коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра. В целом процесс излучения при торможении сложен, но существование коротковолновой границы с корпускулярной точки зрения имеет очень простое объяснение. Действительно, если излучение возникает за счет энергии, теряемой электроном при торможении, то величина кванта  $h\nu$  не может быть больше энергии электрона  $eU$ . Отсюда следует, что частота

$$\nu_{\max} = \frac{eU}{h}$$

Значит, длина волны излучения не может быть меньше, чем

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{hc}{eU} \quad (89)$$

Существование такой границы является одним из наиболее ярких проявлений квантовых свойств рентгеновского излучения. С позиций классической электромагнитной теории коротковолновой границы вообще не должно быть.

## 13.2 Эффект Комптона

### 13.2.1 Томсоновское рассеяние

После открытия Рентгеном (1895 г.) электромагнитного излучения большой частоты (рентгеновских лучей) возник вопрос об их рассеянии в веществе. В то время атом (по Томсону Дж. Дж.) представлялся в виде непрерывного размазанного в небольшом объеме положительного заряда с вкрапленными в него точечными электронами. Под влиянием напряженности электрического поля падающей на атом световой волны электроны приобретают колебательное движение с частотой волны и сами становятся источниками вторичного излучения, называемого рассеянным. Частота рассеянного излучения равна частоте падающего на атом излучения.

Такое рассеяние теоретически исследовано Дж. Дж. Томсоном (1900 г.) и получило название томсоновского.

Рассеяние света на изолированном свободном электроны в рамках классической электродинамики также является томсоновским.

Длина волны рентгеновского излучения соизмерима с размером атома, а его частота много больше собственных частот колебаний электронов в атоме. Поэтому рассеяние рентгеновских лучей на атоме сводиться к рассеянию на отдельных электронах атомов.

Рассеяние рентгеновских лучей на атоме (томсоновское) от частоты излучения не зависит. Баркла (1909 г.) экспериментально изучал томсоновское рассеяние рентгеновских лучей. Его интересовало распределение интенсивности рассеянного излучения по различным направлениям. Теоретически оно было хорошо известно как распределение интенсивности излучения линейного осциллятора. Баркла нашел хорошее согласование результатов своих экспериментов с предсказаниями теории для достаточно «мягкого» рентгеновского излучения. Однако для жесткого рентгеновского излучения было отмечено качественное несогласие экспериментальных результатов с теорией. В то время не существовало методов измерения длины волны рентгеновского излучения. М.фон Лауэ (1912 г.) и несколько позднее В.Л. Брэгг разработали такой метод, положив в основу явление дифракции рентгеновских лучей на кристалле, и сделали возможными опыты Комптона.

Комптон (1922-1923 гг.) изучал не только распределение интенсивности рассеянного излучения в зависимости от направления, но и измерял длины волн этого излучения. На рис. 59 изображена схема экспериментальной установки Комптона.



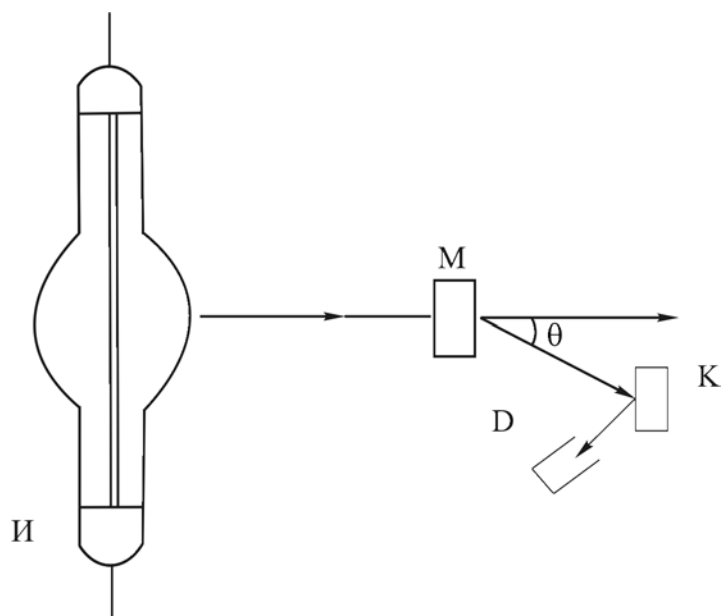
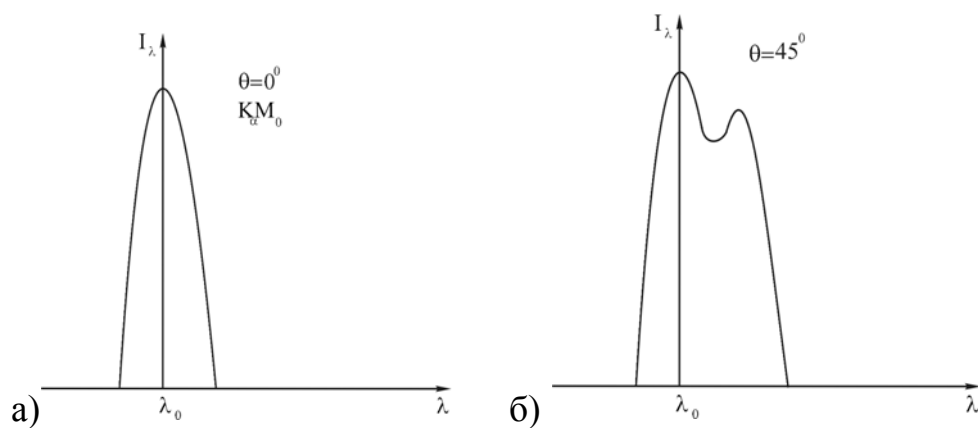


Рис. 59. Схема экспериментальной установки Комптона

Почти монохроматическое рентгеновское излучение с длиной волны  $\lambda_0$  от источника И направлялось на графитовую мишень М, которая рассеивала излучение по различным направлениям. В направлении угла  $\theta$  с помощью кристалла К и детектора Д измерялись как интенсивность, так и длина волны рассеянного излучения. Результаты этих опытов для некоторых направлений рассеяния показаны схематически на рис. 60 (линия  $K_\alpha$  молибдена).



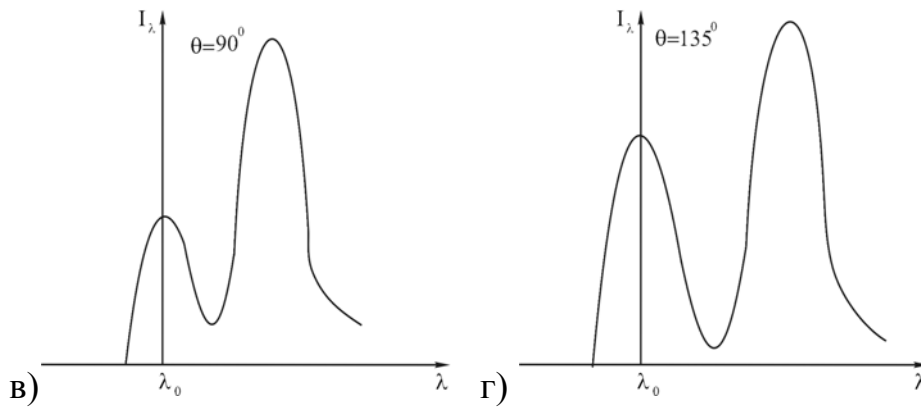


Рис. 60. Экспериментальные кривые зависимости  $I_\lambda = f(\lambda)$ . а) кривая характеризует первичное излучение; б) кривая при угле рассеяния  $\theta = 45^\circ$ ; в) кривая при угле рассеяния  $\theta = 90^\circ$ ; г) при угле рассеяния  $\theta = 135^\circ$

Видно, что при углах  $\theta$  отличных от нуля, в рассеянном излучении наряду с длиной волны  $\lambda_0$  присутствует вторая компонента излучения с длиной волны  $\lambda > \lambda_0$ .

Появление в рассеянном излучении длины волны, отличной от длины волны рассеиваемого излучения, получило название эффекта Комптона.

Комптоном было показано, что изменение длины волны  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  пропорционально  $\sin^2(\frac{\theta}{2})$  и не зависит от  $\lambda_0$ , а коэффициент пропорциональности  $a = 0,048 \cdot 10^{-10}$  м:

$$\Delta\lambda = a \cdot \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right). (90)$$

### 13.2.2 Теория эффекта Комптона

Теорию эффекта Комптона удалось построить, рассматривая рассеяние света с корпускулярной точки зрения.

Если считать, что свет состоит из фотонов, каждый из которых несет энергию  $h\nu$  и импульс  $h\vec{k}$ , то картина рассеяния света электронами сводится к столкновению между фотонами и электронами. Свободный электрон не может поглотить или испустить фотон, потому что при этом не

могут быть одновременно соблюдены законы сохранения энергии и импульса. В результате столкновения фотон изменяет не только направление своего движения, но и частоту, так как часть своей энергии при столкновении он передает электрону. Следовательно, энергия фотона при столкновении уменьшается, а длина волн увеличивается.

Эффект Комптона можно экспериментально получить лишь для достаточно коротких волн, лежащих примерно в рентгеновском диапазоне. Кванты рентгеновского излучения обладают очень большими энергиями и импульсами по сравнению с энергиями и импульсами фотонов видимого света. В результате столкновения с квантами рентгеновского излучения электрон приобретает очень большие импульсы и при математическом расчете необходимо пользоваться релятивистскими формулами.

Схема столкновения фотона с электроном изображена на рис. 61.

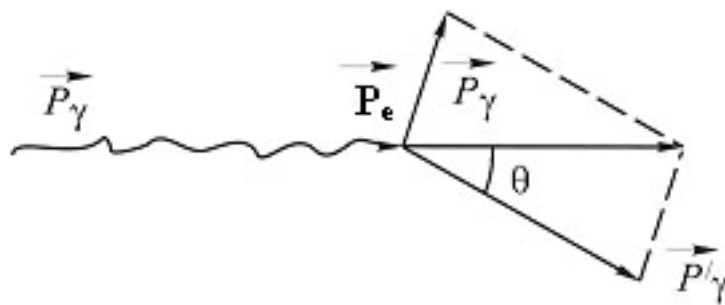


Рис. 61. Векторная диаграмма, иллюстрирующая упругое столкновение двух частиц – налетающего фотона с импульсом  $P_\gamma$  с покоящимся свободным электроном.

До столкновения электрон считается покоящимся. Импульс налетающего на электрон фотона станет равным  $\hbar\vec{k} = \vec{p}_\gamma$ . В результате столкновения электрон приобретает импульс  $p_e$ , а импульс фотона станет равным  $\hbar\vec{k}' = \vec{p}'_\gamma$ . Используя законы сохранения энергии и импульса, получим:

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}_e$$

$$\vec{p}_\gamma = \hbar\vec{k}, \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + m_e c^2$$

$$p_e^2 = p_\gamma^2 + p_{\gamma'}^2 - 2p_\gamma p_{\gamma'} \cos \theta$$

$$p_e^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2\frac{h}{\lambda} \cdot \frac{h}{\lambda'} \cos \theta$$

Полная энергия электрона находится:

$$E = E_0 + T,$$

где  $E_0$  - энергия покоя электрона,  $T$  – его кинетическая энергия.

Соотношение между энергией и скоростью, а также между импульсом и скоростью в механике Эйнштейна имеют вид:

$$E = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \vec{p} = \frac{E \vec{v}}{c^2}$$

Так что выполняется соотношение:

$$m_e^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2.$$

Откуда

$$p_e^2 = \frac{E^2 - m_e^2 c^4}{c^2}$$

$$p_e^2 = \frac{[h(v - v') + m_e c^2] - m_e^2 c^4}{c^2} = \frac{h^2 (v - v')^2 + 2h(v - v')m_e c^2 + m_e^2 c^4 - m_e^2 c^4}{c^2}$$

$$\frac{h^2}{c^2} (v - v')^2 + \frac{2h}{c^2} (v - v')m_e c^2 = p_\gamma^2 + p_{\gamma'}^2 - 2p_\gamma p_{\gamma'} \cos \theta$$

$$p_\gamma = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$$

$$\frac{h^2}{c^2} (v - v')^2 + 2hm_e (v - v') = \frac{h^2}{c^2} (v^2 + v'^2 - 2vv' \cos \theta)$$

$$\frac{h^2}{c^2} v - \frac{h^2}{c^2} 2vv' + \frac{h^2}{c^2} v'^2 + 2hm_e (v - v') = \frac{h^2}{c^2} v^2 + \frac{h^2}{c^2} v'^2 - 2\frac{h^2}{c^2} vv' \cos \theta$$

$$2hm_e (v - v') = 2\frac{h^2}{c^2} vv' (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{v - v'}{vv'} = \frac{h}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{1 - \frac{v'}{v}}{\frac{v'}{v}} = \frac{h}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{1}{v'} - \frac{1}{v} = \frac{h}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{\lambda'}{c} - \frac{\lambda}{c} = \frac{h}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_e c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\lambda' - \lambda = \Delta \lambda$$

$$\Delta \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (91)$$

$$\lambda_c = \frac{2h}{m_e c} = 0,024 \cdot 10^{-10} \text{ м} - \text{комптоновская длина}$$

волны электрона. Она значительно меньше длин волн рентгеновского излучения.

Формула (91) блестяще согласуется с экспериментальными результатами Комптона. Это доказывает правильность представлений о корпускулярных свойствах электромагнитных волн.

### 13.3 Выводы. Объяснение экспериментальных фактов

В своих экспериментах Комптон обнаружил, что некоторая часть рассеяния происходит без изменения длины волны. Это объясняется тем, что большинство фотонов рассеивается, сталкиваясь с внешними электронами атомов, которые связаны очень слабо с атомами и ведут себя при столкновении как свободные электроны. Для них справедлива формула (91).

Однако некоторая часть фотонов проникает вглубь атомов и сталкивается с внутренними электронами, которые очень сильно связаны с атомами, что эквивалентно столкновению фотона не со свободным электроном, а с атомом. Формула (91) остается справедливой и для этого случая, но под  $m_e$  надо понимать массу атома, которая в тысячу раз больше массы электрона. Следовательно, изменение длины волны при столкновениях в тысячи раз меньше, т.е. его практически нет. Этим объясняется присутствие в рассеянном излучении несмещенной компоненты.

Этим же объясняется отсутствие эффекта Комптона для видимого света. Энергия фотонов видимого света мала даже по сравнению с энергией связи внешних электронов атома, и столкновение происходит с целым атомом без изменения длины волны фотона. Если же наблюдать эффект Комптона для  $\gamma$  - квантов, энергия которых существенно больше энергии фотонов рентгеновского излучения, то в рассеянии наблюдается только смещенная компонента, потому что энергия  $\gamma$  - квантов очень велика по сравнению с энергией связи любого электрона атома.

## **14. Литература**

1. Ландсберг Г.С. Оптика. Учеб. пособие: Для вузов.-М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 848 с.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Учеб. пособие: Для вузов. В 5 т. Т.IV. Оптика. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 792 с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Учеб. пособие. В 3 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – М.: Наука, 1988. – 496 с.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. Учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 1989. – 608 с.

## Оглавление

Тема 1. Интерференция света.....	3
1.1. Интерференционные схемы.....	4
1.1.1. Опыт Юнга.....	4
1.1.2. Бизеркала Френеля.....	5
1.1.3. Бипризма Френеля.....	6
1.2. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников.....	6
1.2.1. Определение интенсивности света при наложении двух когерентных волн.....	6
1.2.2. Нахождение оптической разности хода для волн, излучаемых одним источником и разделенных на две части. Применение условия максимумов и минимумов.....	8
1.2.3. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников.....	9
Тема 2. Когерентность.....	11
2.1. Временная когерентность.....	11
2.2. Пространственная когерентность.....	15
Тема 3. Интерференция света при отражении от тонких пластинок.....	18
3.1. Расчет разности хода для лучей, отраженных от тонкой прозрачной пластинки, при соблюдении условий временной и пространственной когерентности.....	18
3.2. Полосы равной толщины и равного наклона.....	20
3.3. Кольца Ньютона.....	22
Тема 4. Дифракция света.....	25
4.1. Принцип Гюйгенса-Френеля.....	25
4.2. Метод зон Френеля.....	27
Тема 5. Дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера от простейших преград.....	30
5.1 Дифракция Френеля на круглом отверстии.....	30



5.2 Дифракция Френеля на круглом диске.....	32
5.3 Дифракция Фраунгофера от щели.....	33
Тема 6. Дифракционная решетка.....	38
6.1. Экскурс в многолучевую интерферометрию.....	38
6.2. Условия максимумов и минимумов интенсивности света для дифракционной решетки.....	41
6.3. Построение графика зависимости интенсивности света от угла дифракции для дифракционной решетки.....	42
6.4. Наклонное падение лучей на решетку.....	44
Тема 7. Дифракция рентгеновских лучей.....	45
7.1. Дифракция на двумерных структурах.....	45
7.2. Дифракционные явления на трехмерных структурах.....	46
7.3. Формула Брэгга – Вульфа.....	49
Тема 8. Характеристики спектральных аппаратов.....	50
8.1. Угловая и линейная дисперсия.....	50
8.2. Разрешающая способность спектрального аппарата.....	52
Тема 9. Поляризация света.....	55
9.1. Естественный и поляризованный свет.....	55
9.2. Способы получения поляризованного света.....	60
9.2.1. Поляризация света при отражении и преломлении на границе раздела двух диэлектриков.....	60
9.2.2. Поляризация при двойном лучепреломлении.....	61
9.2.3. Искусственная оптическая анизотропия.....	64
Тема 10. Дисперсия света.....	67
10.1. Дисперсия света. Аномальная дисперсия.....	67
10.2. Группа волн.....	70
10.3. Элементарная теория дисперсии.....	72
Тема 11. Тепловое излучение.....	75
11.1. Закон Кирхгофа.....	76
11.2. Закон Стефана-Больцмана.....	80

11.3. Закон смещения Вина.....	82
11.4. Формула излучения Планка.....	83
11.5. Оптическая пирометрия.....	85
Тема 12. Фотоэффект.....	91
12.1. Внешний фотоэффект.....	91
12.2. Внутренний фотоэффект.....	93
12.3. Вентильный фотоэффект.....	95
12.4. Применение фотоэффекта.....	96
12.5. Давление света.....	99
12.5.1. Экспериментальное изучение давления света.....	99
12.5.2. Давление света в рамках теории фотонов.....	100
13. Эффект Комптона.....	101
13.1. Тормозное рентгеновское излучение.....	101
13.2. Эффект Комптона.....	103
13.2.1. Томсоновское рассеяние. Экспериментальные факты.....	103
13.2.2. Теория эффекта Комптона.....	106
13.3. Выводы. Объяснение экспериментальных фактов.....	109
14. Литература .....	111