# Задача А. Паросочетание

Имя входного файла: matching.in
Имя выходного файла: matching.out
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дан двудольный невзвешенный граф. Необходимо найти максимальное паросочетание.

## Формат входного файла

В первой строке входного файла три целых числа n, m и k ( $1 \le n, m \le 200, 1 \le k \le n \times m$ ) — количество чисел в первой и второй долях, а также число ребер соответственно. Далее следуют k строк, в каждой из которых два числа  $a_i$  и  $b_i$ , что означает ребро между вершиной с номером  $a_i$  первой доли и вершиной с номером  $b_i$  второй доли. Вершины в обеих долях нумеруются с единицы.

## Формат выходного файла

В выходной файл выведите одно число — максимальное число ребер в паросочетании.

matching.in	matching.out
3 3 5	3
1 1	
1 3	
2 1	
2 2	
3 2	

# Задача В. Максимальный поток

Имя входного файла: maxflow.in Имя выходного файла: maxflow.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Найдите максимальный поток из вершины с номером 1 в вершину с номером n.

## Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n и m — количество вершин и количество ребер графа ( $2 \le n \le 100, \ 1 \le m \le 1000$ ). Следующие m строк содержат по три числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа и его пропускную способность. Пропускные способности не превосходят  $10^5$ .

## Формат выходного файла

В выходной файл выведите одно число — величину максимального потока из вершины с номером 1 в вершину с номером n.

maxflow.in	maxflow.out
4 5	3
1 2 1	
1 3 2	
3 2 1	
2 4 2	
3 4 1	

# Задача С. Минимальный разрез

Имя входного файла: cut.in
Имя выходного файла: cut.out
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задан неориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Вершина с номером 1 — исток. Вершина с номером n — сток. Требуется найти минимальный S-T разрез в этом графе.

Напомним, что S-T разрезом в графе называется пара дизъюнктных множеств вершин S и T, таких что  $S \cup T = V$ ,  $s \in S$ ,  $t \in T$ . Мощностью разреза называется сумма пропускных способностей ребер, один из концов которого принадлежит S, а другой T.

## Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n и m — количество вершин и ребер графа соответственно  $(2 \le n \le 500, \ 1 \le m \le 10^4)$ . В следующих m строках содержатся по три числа: номера вершин u и v, которые соединяет ребро (u, v) и его пропускная способность. Пропускные способности не превосходят  $10^9$ .

## Формат выходного файла

В первой строке выходного файла выведите натуральное число k — количество вершин в множестве S. В следующей строке выведите k чисел, разделенных пробелом — номера вершин в множестве S.

cut.in	cut.out
4 4	2
1 2 2	1 2
2 4 1	
1 3 1	
3 4 2	

# Задача D. Покрытие путями

Имя входного файла: paths.in
Имя выходного файла: paths.out
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задан ориентированный ациклических граф. Требуется определить минимальное количество непересекающихся путей, покрывающих все вершины.

## Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n и m — количество вершин и ребер графа соответственно ( $2 \le n \le 1000, \ 0 \le m \le 10^5$ ). В следующих m строках содержатся по два числа: номера вершин u и v, которые соединяет ребро (u, v).

## Формат выходного файла

В первой строке выходного файла выведите натуральное число k — минимальное количество путей, необходимых, чтобы покрыть все вершины.

paths.in	paths.out
3 3	1
1 3	
3 2	
1 2	

# Задача Е. Декомпозиция потока

Имя входного файла: decomposition.in Имя выходного файла: decomposition.out

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Найдите максимальный поток из вершины с номером 1 в вершину с номером n и постройте декомпозицию этого потока.

#### Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n и m — количество вершин и количество ребер графа ( $2 \le n \le 500, 1 \le m \le 10000$ ). Следующие m строк содержат по три числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа и его пропускную способность. Пропускные способности не превосходят  $10^9$ .

## Формат выходного файла

В первую строку выходного файла выведите одно число — количество путей в декомпозции максимального потока из вершины с номером 1 в вершину с номером n. Следующий строки должны содержать описания элементарых потоков, на который был разбит максимальный. Описание следует выводить в следующем формате: величина потока, количество ребер в пути, вдоль которого течет данный поток и номера ребер в этом пути. Ребра нумеруются с единицы в порядке появления во входном файле.

decomposition.in	decomposition.out
4 5	3
1 2 1	1 2 1 4
1 3 2	1 3 2 3 4
3 2 1	1 2 2 5
2 4 2	
3 4 1	

# Задача F. Циркуляция

Имя входного файла: circulation.in Имя выходного файла: circulation.out

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Назовем *циркуляцией* поток величины 0. Дан ориентированный граф с нижними и верхними пропускными способностями, то есть для любых вершин i и j должно быть верно, что  $l_{ij} \leq f_{ij} \leq c_{ij}$ , где  $l_{ij}$  — нижняя граница, а  $c_{ij}$  — верхняя. Требуется найти циркуляцию в данном графе, удовлетворяющую данным ограничениям.

## Формат входного файла

В первой строке входного файла 2 целых числа N и M ( $1 \le N \le 200$ ,  $0 \le M \le 15000$ ). Далее следуют M строк, описывающие ребра графа. Каждая строка содержит 4 целых положительных числа  $i, j, l_{ij}$  и  $c_{ij}$  ( $0 \le l_{ij} \le c_{ij} \le 10^5$ ), что означает, что ребро ведет из вершины с номером i в вершину с номером j с нижней границей  $l_{ij}$  и верхней  $c_{ij}$ . Гарантируется, что если в графе есть ребро из i в j, то нет ребра из j в i.

## Формат выходного файла

Если не существует циркуляции удовлетворяющей данным ограничения, выведите NO. Иначе на первой строке выведите YES. Далее в M строках должно содержаться по одному числу. В i-ой строке — величина потока по ребру на i-ой строке во входном файле. Напомним, что для любых i и j должно быть верно, что  $l_{ij} \leq f_{ij} \leq c_{ij}$ .

circulation.in	circulation.out
4 6	NO
1 2 1 2	
2 3 1 2	
3 4 1 2	
4 1 1 2	
1 3 1 2	
4 2 1 2	
4 6	YES
1 2 1 3	1
2 3 1 3	2
3 4 1 3	3
4 1 1 3	2
1 3 1 3	1
4 2 1 3	1

# Задача G. Задача о назначениях

Имя входного файла: assignment.in Имя выходного файла: assignment.out

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дана целочисленная матрица C размера  $n \times n$ . Требуется выбрать n ячеек так, чтобы в каждой строке и каждом столбце была выбрана ровно одна ячейка и сумма значений в выбранных ячейках было минимальна.

#### Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n ( $2 \le n \le 300$ ). Каждая из последующих n строк содержит по n чисел:  $C_{ij}$  Все значения во входном файле неотрицательны и не превосходят  $10^6$ .

## Формат выходного файла

В первую строку выходного файла выведите одно число — искомая минимизуруемая величина. Далее выведите n строк по два числа в каждой — номер строки и столбца клетки, участвующей в оптимальном назначении.

Пары чисел можно выводить в произвольном порядке.

assignment.in	assignment.out
2	2
1 2	1 1
2 1	2 2

# Задача Н. Максимальный поток минимальной стоимости

Имя входного файла: mincost.in Имя выходного файла: mincost.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает пропускной способностью и стоимостью. Найдите максимальный поток минимальной стоимости из вершины с номером 1 в вершину с номером n.

#### Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n и m — количество вершин и количество ребер графа ( $2 \le n \le 100, \ 1 \le m \le 1000$ ). Следующие m строк содержат по четыре целых числа числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа, его пропускную способность и его стоимость. Пропускные способности и стоимости не превосходят  $10^5$ .

## Формат выходного файла

В выходной файл выведите одно число — цену максимального потока минимальной стоимости из вершины с номером 1 в вершину с номером n. Ответ не превышает  $2^{63}-1$ . Гарантируется, что в графе нет циклов отрицательной стоимости.

mincost.in	mincost.out
4 5	12
1 2 1 2	
1 3 2 2	
3 2 1 1	
2 4 2 1	
3 4 2 3	

# Задача І. k паросочетаний

Имя входного файла: multiassignment.in Имя выходного файла: multiassignment.out

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дан полный взвешенный двудольный граф с равным количеством вершин в долях. Требуется выбрать k максимальных попарно не пересекающихся паросочетаний так, чтобы их суммарный вес был минимален.

#### Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n и k — количество вершин в каждой из долей и количество паросочетаний  $(2 \le n \le 50, 1 \le k \le n)$ . Каждая из последующих n строк содержит по n чисел:  $C_{ij}$  — вес ребра, ведущего из i-й вершины левой доли в j-ю правой.

Все значения во входном файле неотрицательны и не превосходят  $10^6$ .

## Формат выходного файла

В первую строку выходного файла выведите одно число — искомый суммарный вес паросочетаний. Следующие k строк должны содержать n чисел — номера вершины, правой доли, соответствующие вершинам левой.

multiassignment.in	multiassignment.out
3 2	6
1 2 1	1 2 3
1 1 2	3 1 2
2 1 1	

# Задача Ј. Назначение на узкое место

Имя входного файла: minimax.in Имя выходного файла: minimax.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дан полный взвешенный двудольный граф с равным количеством вершин в долях. Требуется найти полное паросочетание, в котором минимальное ребро максимально.

## Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит n и k — количество вершин в каждой из долей и количество паросочетаний ( $2 \le n \le 300, 1 \le k \le n$ ). Каждая из последующих n строк содержит по n чисел:  $C_{ij}$  — вес ребра, ведущего из i-й вершины левой доли в j-ю правой.

Все значения во входном файле неотрицательны и не превосходят  $10^6$ .

## Формат выходного файла

В первую строку выходного файла выведите одно число — вес минимального ребра в паросочетании.

minimax.in	minimax.out
2	2
1 2	
2 1	