Алгоритмы и структуры данных Лабораторная работа по приоритетным очередям и СНМ, 2015 год

Использовать стандартную библиотеку (std::priority_queue, java.util.PriorityQueue, std::set, java.util.TreeSet) не разрешается. Все задачи решаются с помощью СНМ или приоритетных очередей, никаких неизученных структур данных не требуется.

Задача А. Хип ли?

Имя входного файла: isheap.in
Имя выходного файла: isheap.out
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Структуру данных Неар можно реализовать на основе массива.

Для этого должно выполнятся *основное свойство Heap'a*, которое заключается в следующем. Для каждого $1 \leqslant i \leqslant n$ выполняются следующие условия:

- Если $2i \leqslant n$, то $a[i] \leqslant a[2i]$
- Если $2i+1\leqslant n$, то $a[i]\leqslant a[2i+1]$

Дан массив целых чисел. Определите является ли он Неар'ом.

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит целое число n ($1 \le n \le 10^5$). Вторая строка содержит n целых чисел по модулю не превосходящих $2 \cdot 10^9$.

Формат выходных данных

Выведите «YES», если массив является Неар'ом и «NO» в противном случае.

isheap.in	isheap.out
5	NO
1 0 1 2 0	
5	YES
1 3 2 5 4	

Задача В. Система непересекающихся множеств

Имя входного файла: dsu.in
Имя выходного файла: dsu.out
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Реализуйте систему непересекающихся множеств. Вместе с каждым множеством храните минимальный, максимальный элемент в этом множестве и их количество.

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит n — количество элементов в носителе ($1 \le n \le 100000$). Далее операций с множеством. Операция get должна возвращать минимальный, максимальный элемент в соответствующем множестве, а также их количество.

Формат выходных данных

Выведите последовательно результат выполнения всех операций get.

dsu.in	dsu.out
5	3 3 1
union 1 2	1 2 2
get 3	1 3 3
get 2	5 5 1
union 2 3	4 5 2
get 2	1 5 5
union 1 3	
get 5	
union 4 5	
get 5	
union 4 1	
get 5	

Задача С. Приоритетная очередь

Имя входного файла: priorityqueue.in Имя выходного файла: priorityqueue.out

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Реализуйте приоритетную очередь. Ваша очередь должна поддерживать следующие операции: добавить элемент, извлечь минимальный элемент, уменьшить элемент, добавленный во время одной из операций.

Все операции нумеруются по порядку, начиная с 1.

Формат входных данных

Входной файл содержит описание операций со очередью. В очередь помещаются и извлекаются только целые числа, не превышающие по модулю 10^9 .

Формат выходных данных

Выведите последовательно результат выполнения всех операций extract-min. Если перед очередной операции extract-min очередь пуста, выведите вместо числа звездочку.

priorityqueue.in	priorityqueue.out
push 3	2
push 4	1
push 2	3
extract-min	*
decrease-key 2 1	
extract-min	
extract-min	
extract-min	

Задача D. Парковка

Имя входного файла: parking.in Имя выходного файла: parking.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 64 мегабайта

На кольцевой парковке есть n мест пронумерованых от 1 до n. Всего на парковку приезжает n машин в порядке нумерации. У i-й машины известно место p_i , которое она хочет занять. Если машина приезжает на парковку, а её место занято, то она едет далее по кругу и встаёт на первое свободное место.

Формат входных данных

В первой строке входного файла находится число n ($1 \le n \le 300\,000$) — размер парковки и число машин. Во второй строке записаны n чисел, i-е из которых p_i ($1 \le p_i \le n$) — место, которое хочет занять машина с номером i.

Формат выходных данных

Выведите n чисел: i-е число — номер парковочного места, которое было занято машиной с номером i.

parking.in	parking.out
3	2 3 1
2 2 2	
3	1 2 3
1 1 2	

Задача E. Yet another set merging

Имя входного файла: restructure.in Имя выходного файла: restructure.out

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Вам задано n различных чисел от 1 до n. Изначально каждое число лежит в своем множестве. Обозначим множество, которому принадлежит элемент i как s(i).

Ваша задача поддерживать три вида операций:

- 1. Объединить множества s(x) и s(y), где $1 \le x, y \le n$. Если s(x) совпадает с s(y), ничего делать не требуется.
- 2. Объединить множества $s(x), s(x+1), \ldots, s(y)$, где $1 \le x \le y \le n$.
- 3. Ответить на вопрос, правда ли, что числа x и y лежат в одном множестве $(1 \le x, y \le n)$.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит два целых числа n и q (1 $\leqslant n \leqslant 200\,000$, $1 \leqslant q \leqslant 500\,000$) — количество чисел и количество запросов.

В последующих q строках находятся запросы. Каждый запрос имеет вид $type \ x \ y$, где $type \in \{1,2,3\}$. Обратите внимание, что x может равняться y в запросе любого типа.

Формат выходных данных

На каждый запрос типа 3 выведите «YES» или «NO» (без кавычек), в зависимости от того, находятся ли числа в одном множестве.

restructure.in	restructure.out
8 6	NO
3 2 5	YES
1 2 5	YES
3 2 5	
2 4 7	
2 1 2	
3 1 7	

Задача F. Разрезание графа

Имя входного файла: cutting.in Имя выходного файла: cutting.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дан неориентированный граф. Над ним в заданном порядке производят операции следующих двух типов:

- cut разрезать граф, то есть удалить из него ребро;
- ask проверить, лежат ли две вершины графа в одной компоненте связности.

Известно, что после выполнения всех операций типа **cut** рёбер в графе не осталось. Найдите результат выполнения каждой из операций типа **ask**.

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит три целых числа, разделённые пробелами — количество вершин графа n, количество рёбер m и количество операций k ($1 \le n \le 50\,000,\ 0 \le m \le 100\,000,\ m \le k \le 150\,000$).

Следующие m строк задают рёбра графа; i-я из этих строк содержит два числа u_i и v_i ($1 \le u_i, v_i \le n$), разделённые пробелами — номера концов i-го ребра. Вершины нумеруются с единицы; граф не содержит петель и кратных рёбер.

Далее следуют k строк, описывающих операции. Операция типа cut задаётся строкой " cut u v" $(1 \leq u, v \leq n)$, которая означает, что из графа удаляют ребро между вершинами u и v. Операция типа ask задаётся строкой " ask u v" $(1 \leq u, v \leq n)$, которая означает, что необходимо узнать, лежат ли в данный момент вершины u и v в одной компоненте связности. Гарантируется, что каждое ребро графа встретится в операциях типа cut ровно один раз.

Формат выходных данных

Для каждой операции **ask** во входном файле выведите на отдельной строке слово "YES", если две указанные вершины лежат в одной компоненте связности, и "NO" в противном случае. Порядок ответов должен соответствовать порядку операций **ask** во входном файле.

cutting.in	cutting.out
3 3 7	YES
1 2	YES
2 3	NO
3 1	NO
ask 3 3	
cut 1 2	
ask 1 2	
cut 1 3	
ask 2 1	
cut 2 3	
ask 3 1	