

СПИСОК ВОПРОСОВ К КУРСУ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА»

ИТМО, группы М3236–М3239, осень 2016 г.

1. Исчисление высказываний. Общезначимость, доказуемость и выводимость. Корректность, полнота, непротиворечивость. Теорема о дедукции для исчисления высказываний. Теорема о полноте исчисления высказываний.
2. Интуиционистское исчисление высказываний. ВНК-интерпретация. Булевы и псевдобулевы алгебры. Алгебра Линденбаума. Полнота интуиционистского исчисления высказываний в псевдобулевых алгебрах.
3. Модели Крипке. Сведение моделей Крипке к псевдобулевым алгебрам. Гёделева алгебра. Нетабличность и дизъюнктивность интуиционистского исчисления высказываний.
4. Исчисление предикатов. Общезначимость и выводимость. Теорема о дедукции в исчислении предикатов.
5. Непротиворечивые множества формул. Доказательство существования моделей у непротиворечивых множеств формул в бескванторном исчислении предикатов.
6. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов. Доказательство полноты исчисления предикатов.
7. Машина Тьюринга. Тезис Чёрча. Задача об останове, её неразрешимость. Неразрешимость исчисления предикатов.
8. Теории первого порядка, структуры и модели. Аксиоматика Пеано. Арифметические операции. Формальная арифметика.
9. Рекурсивные функции и отношения. Функция Аккермана. Существование рекурсивных функций, не являющихся примитивно-рекурсивными.
10. Выразимость отношений и представимость функций в формальной арифметике. Бета-функция Гёделя. Представимость рекурсивных функций в формальной арифметике.
11. Гёделева нумерация. Рекурсивность выразимых отношений и представимых функций в формальной арифметике.
12. Непротиворечивость и ω -непротиворечивость. Первая теорема Гёделя о неполноте арифметики. Формулировка первой теоремы Гёделя о неполноте арифметики в форме Россера.
13. Условия выводимости Гильберта-Бернайса. Формулировка второй теоремы Гёделя о неполноте арифметики, *Consis*. Существенность условий выводимости Гильберта-Бернайса.
14. Вторая теорема Гёделя о неполноте арифметики.
15. Теория множеств. Аксиоматика Цермело-Френкеля.
16. Вполне упорядоченные множества. Ординальные числа. Операции над ординальными числами.
17. Аксиома выбора. Альтернативные формулировки (лемма Цорна, принцип максимума Хаусдорфа, теорема Цермело, существование обратной для сюръективной функции). Применение в математическом анализе. Критика аксиомы выбора.
18. Мощность множеств, кардинальные числа. Теорема Кантора-Бернштейна.
19. Теорема Лёвенгейма-Сколема. Парадокс Сколема.
20. Исчисление S_∞ . Сведение непротиворечивости формальной арифметики к непротиворечивости S_∞ .
21. Устранение сечений в S_∞ . Доказательство непротиворечивости формальной арифметики.