МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Санкт–Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения»

ФАКУЛЬТЕТ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
РУКОВОДИТЕЛЬ ____________________________

преподаватель		
должность, уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

по дисциплине МДК 02.03

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. №	С326		Э.С. Тигранян
		подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2025

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА No 4.

Решение задач нелинейного программирования графическим методом и методом множителей Лагранжа.

Вариант 1

1. Найти глобальные экстремумы функции $L = x_1 + 3x_2$

при ограничениях: $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \le 9 \\ x_{1,2} \ge 0 \end{cases}$

2. Найти точку условного экстремума функции $L = x_1^2 + 2x_1 + 3x_2$

при условии: $x_1 - x_2 = 2$

Задание 1:

Область допустимых решений — часть окружности с радиусом 3, которая расположена в первой четверти.

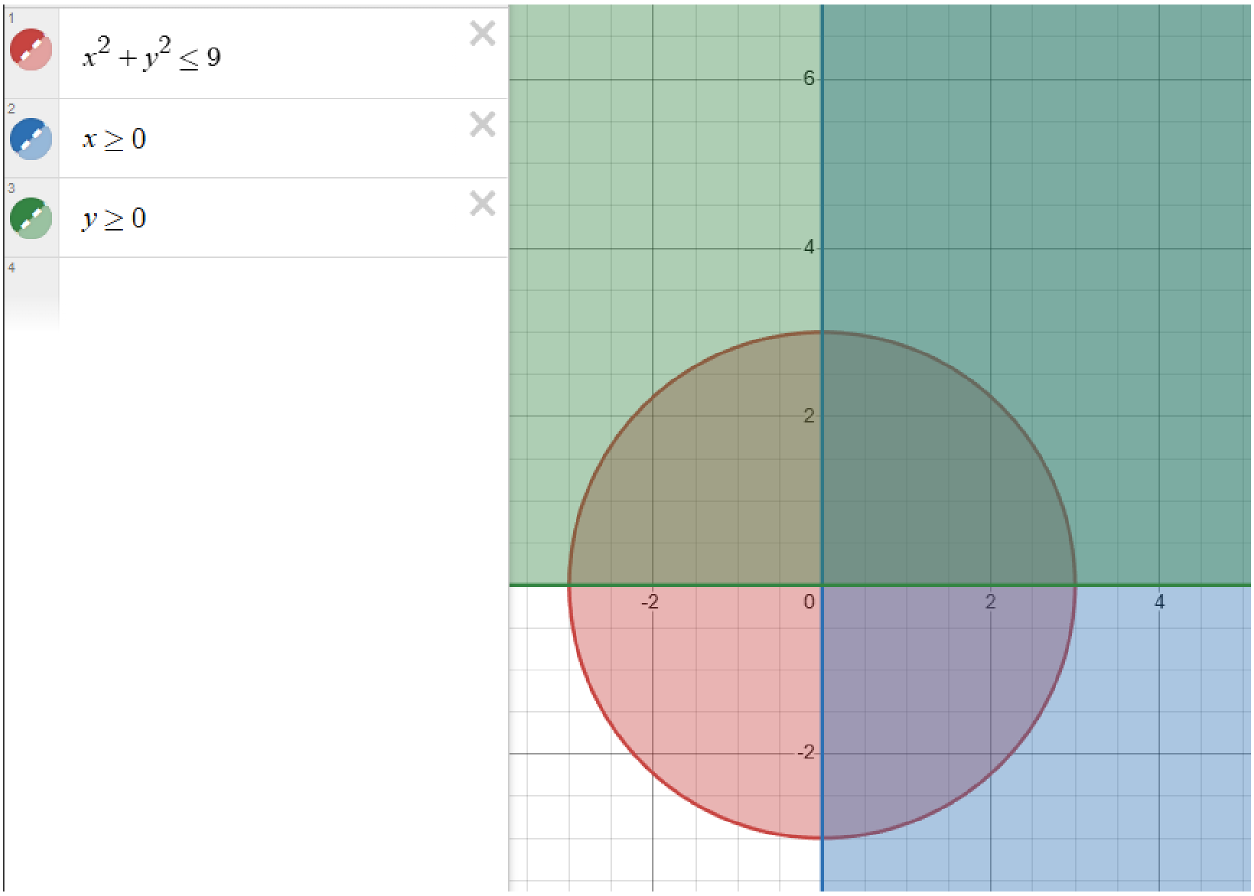

Рисунок 1 – Ограничения

Опорный вектор $\bar{c}$ ={1;3}c ={1;3}. Линиями уровня целевой функции являются параллельные прямые с угловым коэффициентом, равным $-\frac{1}{3}$.

Глобальный минимум достигается в точке O(0,0), глобальный максимум — в точке A касания линии уровня и окружности. Для определения координат точки A проведем через неё прямую, направляющим вектором которой является вектор $\bar{c}$ Прямая проходит через начало координат, имеет угловой коэффициент 3 и уравнение $x_2 = 3x_1$.

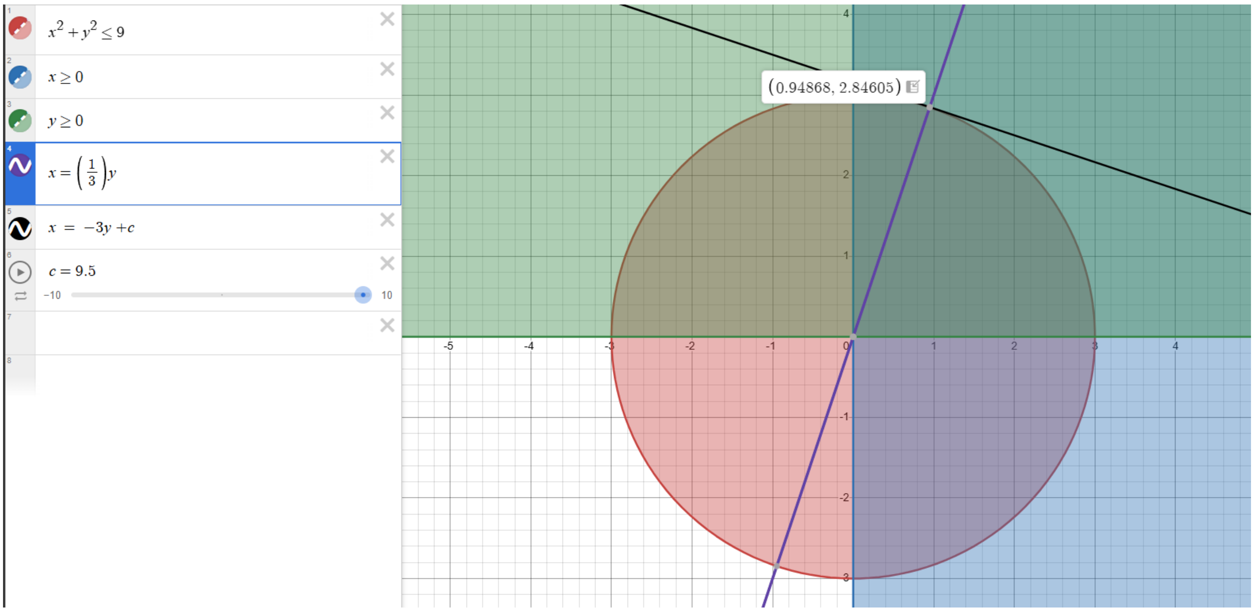

Рисунок 2 - Вектор

Решаем систему, учитывая требование не отрицательности переменных:

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 = 9 \\ x_1 = \frac{1}{3}x_2 \end{cases}$$

Подставляем x_2 из второго уравнения в первое:

$$x_1^2 + (3x_1)^2 = 9$$

$$x_1^2 + 9x_1^2 = 9$$

$$10x_1^2 = 9$$

$$x_1^2 = \frac{9}{10}$$

$$x_1 = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

Тогда:

$$x_2 = 3 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{9}{\sqrt{10}} = \frac{9\sqrt{10}}{10}$$

$$L = x_1 + 3x_2 = 3\sqrt{10}$$

Ответ:

Глобальный минимум, равный 0, достигается в точке O(0,0), глобальный максимум, равный $3\sqrt{10}$, достигается в точке A($\frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\frac{9\sqrt{10}}{10}$).

Задание 2:

$$L = x_1^2 + 2x_1 + 3x_2$$

$$x_1 - x_2 = 2$$

$$L = (x_1 x_2 \lambda) = \ x_1^2 + 2x_1 + 3x_2 + \ \lambda(x_1 - x_2 - 2)$$

Нахождение частных производных и приравнивание к нулю:

$$\frac{dL}{dx_1} = \ 2x_1 + 2 + \lambda = 0$$

$$\frac{dL}{dx_2} = 3 - \lambda = 0$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = x_1 - x_2 - 2 = 0$$

Отсюда:

$$x_1 = -\frac{5}{2}$$

$$x_2 = -\frac{9}{2}$$

$$\lambda = 3$$

$$L = -\frac{49}{4}$$

Определим характер экстремума, изменяя полученные значения переменных. Измененные значения должны удовлетворять заданной системе ограничений. Подставим

$x_2 = x_1 - 2$ в f

$$f(x_1) = x_1^2 + 2x_1 + 3(x_1 - 2) = x_1^2 + 2x_1 + 3x_1 - 6 = x_1^2 + 5x_1 - 6$$

Это парабола с ветвями вверх, минимум при $x_1 = -\frac{5}{2}$ (вершина).

Значит, в найденной точке — минимум.

$$x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = -\frac{9}{2}, L = -\frac{49}{4}$$

Максимума нет

Решение в excel

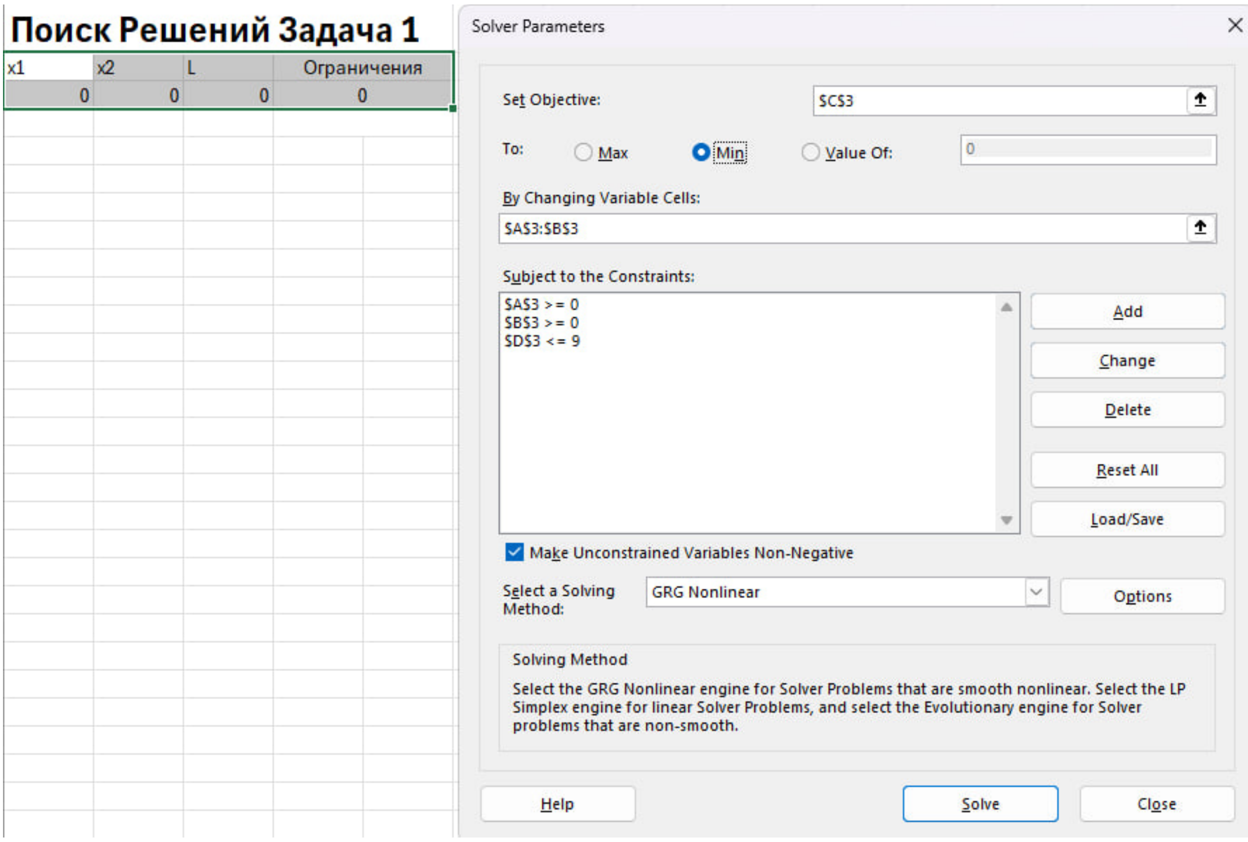

Рисунок 3 – Нахождение минимума в первой задаче

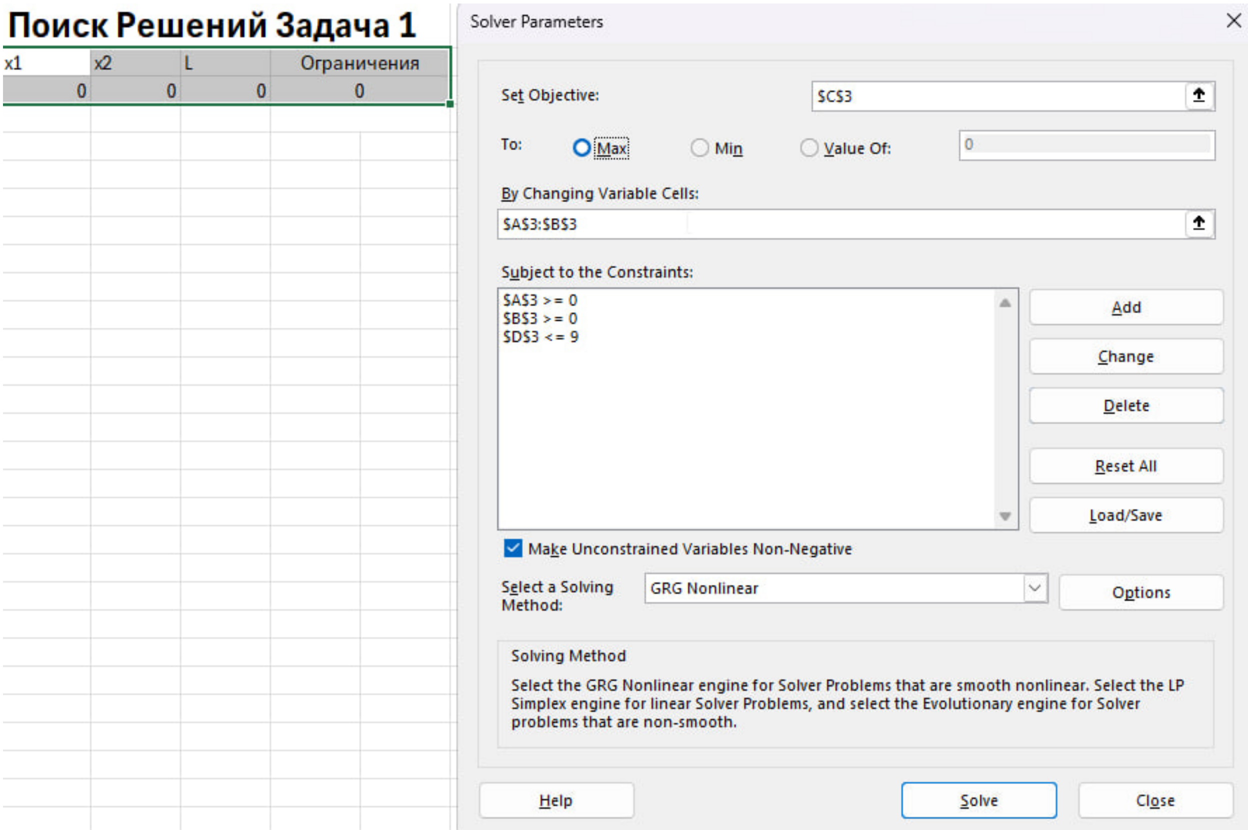

Рисунок 4 – Нахождение максимума в первой задаче

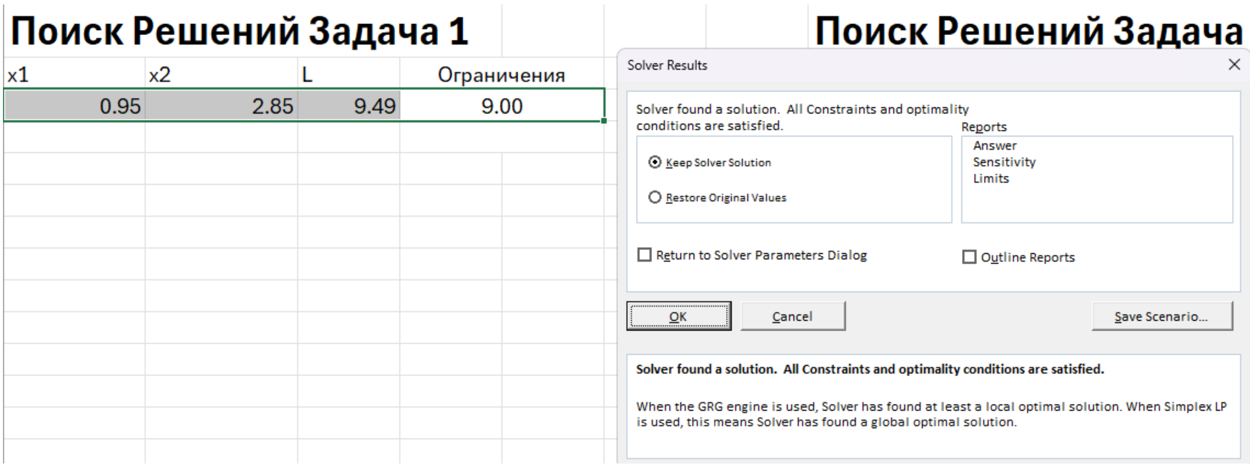

Рисунок 5 – Результат нахождения максимума

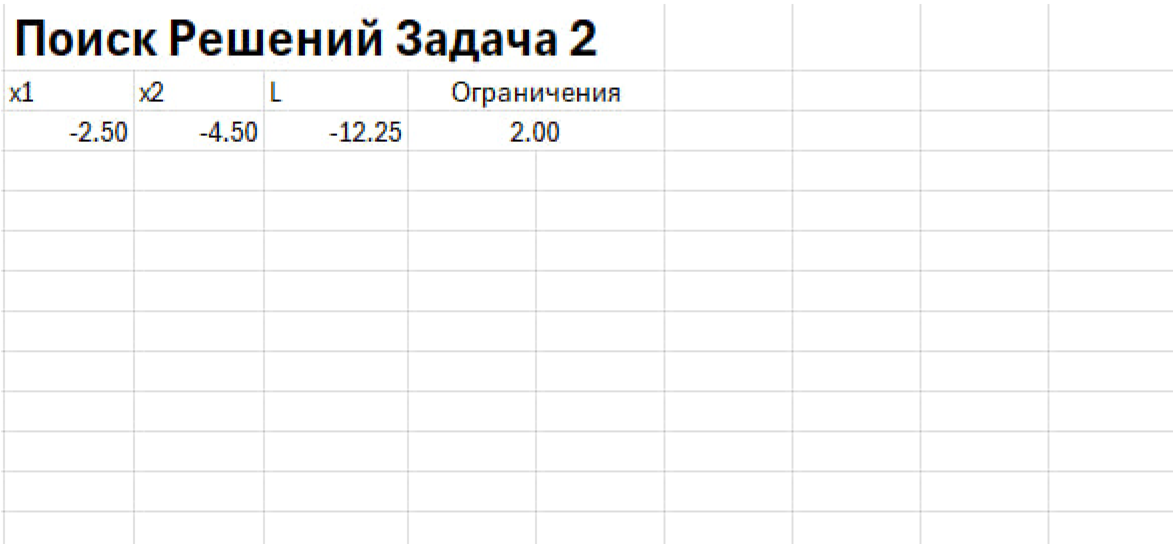

Рисунок 6 – Результат нахождения минимума во 2 задаче