

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

VÝZKUMNÝ ÚKOL

2016

Eduard Šubert

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra matematiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Voronoiova dlážďení a Cut-and-Project množiny

Voronoi Tiling and Cut-and-Project Sets

Vypracoval: Eduard Šubert

Školitel: Ing. Petr Ambrož, Ph.D.

Akademický rok: 2013/2014

Na toto místo přijde svázat **zadání diplomové práce!**
V jednom z výtisků musí být **originál** zadání, v ostatních kopie.

prázdná strana pro zadání

Čestné prohlášení

Prohlašuji na tomto místě, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškerou použitou literaturu.

V Praze dne December 20,
2016

.....
Eduard Šubert

Děkuji Ing. Petrovi Ambrožovi, Ph.D. za příkladné vedení mé bakalářské práce a za podnětné návrhy. Také děkuji doc. Ing. Zuzaně Masákové, Ph.D. ze rady v teoretické části práce.

Název práce: **Voronoiova dláždění a Cut-and-Project množiny**

Autor: Eduard Šubert

Obor: Inženýrská informatika

Zaměření: Softwarové inženýrství a matematická informatika

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Ing. Petr Ambrož Ph.D., Katedra matematiky, FJFI ČVUT v Praze

Abstrakt: Práce se zabývá kvazikrystaly definovanými iracionalitou $2 + \sqrt{3}$. Jsou rozebrány jednorozměrné kvazikrystaly především s okny ve tvaru $(c, d]$, ale uvádíme metody, jak výsledky zobecnit na libovolné okno. Dále poznatky aplikujeme na dvourozměrné kvazikrystaly a analyzujeme jejich strukturu pomocí Voronoiova okolí. Na závěr uvádíme všechny možné tvary Voronoiových okolí, které se vyskytují na studovaných kvazikrystalech.

Title: **Voronoi Tiling and Cut-and-Project Sets**

Author: Eduard Šubert

Abstract: Main focus of the thesis are quasicrystals defined by irrationality $2 + \sqrt{3}$. One dimensional case is analysed primarily for windows as intervals $(c, d]$, however methods for generalization are presented. Next findings are applied to Two dimensional case and the structure is investigated with the aid of Voronoi tessellation. In conclusion all different shapes of observed Voronoi tiles are listed.

Contents

Úvod

V polovině minulého století byly objeveny slitiny s difrakčními obrazy, které neměly krystalografickou symetrii [?]. Rychle byl zahájen experimentální i teoretický výzkum takových struktur. Díky zdánlivé podobnosti s krystaly vznikl název kvazikrystal.

Dnes bylo již o kvazikrystalech, jako o matematické struktuře, odvozeno a dokázáno mnoho tvrzení. Většina prací se zabývá kvazikrystaly definovanými pomocí iracionální konstanty $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ známější jako zlatý řez. V této práci budeme studovat kvazikrystaly definované pomocí iracionality $2 + \sqrt{3}$.

V sekci ?? definujeme jednorozměrné kvazikrystaly a analyzujeme jejich strukturu. Sekce ?? shrnuje algoritmy použité při analýze jednorozměrných kvazikrystalů. V sekci ?? definujeme dvourozměrné kvazikrystaly a ukážeme jejich souvislost s jednorozměrnými. Sekce ?? shrnuje nabyté poznatky grafickou formou.

Závěr

Výsledkem této práce je především analýza různých Voronoiových okolí, které se vyskytují na kvazikrystalech definovaných pomocí iracionality $\beta = 2 + \sqrt{3}$. Tuto analýzu jsme zatím provedli pouze pro speciální případ kosočtvercového okna. Nicméně nabyté znalosti jsou velmi užitečné i pro analýzu kvazitrystalů s obecnými okny.

V průběhu celé práce vznikla řada krátkých programů, které generovaly úseky slov kvazikrystalu, hledaly singulární body a nakonec i generovaly uvedené obrázky. Všechny zdrojové kódy jsou k nalezení na adrese:

<http://github.com/edasubert/quasicrystal>

Zde uvádím seznam programů s krátkým popisem:

betaSet.cpp Popis třídy `betaSet`, která poskytuje číselný typ $\mathbb{Z}[\beta]$.

geometricObject.h Třídy pro geometrické útvary jako bod, množina bodů nebo Voronoiovo okolí.

generate.cpp Funkce pro práci s jednorozměrnými kvazikrystaly

diagramMachine2.cpp Generátor dvourozměrných kvazikrystalů.

finite.cpp Generátor množných podslov dané délky (množiny $\mathcal{L}_\ell(n)$).

generateTile.cpp Generátor všech různých Voronoiových okolí.