

# Der DC-Josephson-Effekt als Praktikumsversuch

Staatsexamensarbeit

von

Markus Schrade

Universität Stuttgart  
Fakultät für Mathematik und Physik  
1. Physikalisches Institut

Betreuer:

Prof. Dr. M. Dressel

Tag der Anmeldung: 13. August 2007  
Tag der Abgabe: 13. Februar 2008





---

Ich erkläre, dass ich die Arbeit selbständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln angefertigt und dass ich alle Stellen, die dem Wortlaut oder dem Sinne nach anderen Werken entnommen sind, durch Angabe der Quellen als Entlehnung kenntlich gemacht habe.

Im Falle der Aufbewahrung meiner Arbeit im Staatsarchiv erkläre ich mein Einverständnis, dass die Arbeit zugänglich gemacht wird.

Stuttgart, den 13. Februar 2008

.....



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Supraleitung . . . . .	3
2.1.1	Historische Übersicht . . . . .	3
2.1.2	Phänomenologische Betrachtung . . . . .	4
2.1.3	Die London-Theorie . . . . .	8
2.1.4	Die Ginzburg-Landau Theorie . . . . .	9
2.1.5	Die BCS Theorie . . . . .	10
2.1.6	Tunnelprozesse von Quasiteilchen . . . . .	13
2.2	Die Josephson-Effekte . . . . .	17
2.2.1	Die Josephson-Gleichungen . . . . .	18
2.2.2	Der DC-Josephson-Effekt . . . . .	20
2.2.3	Der AC-Josephson-Effekt . . . . .	20
2.2.4	Magnetfeld- und Temperaturabhängigkeit des DC-Josephson-Stromes . . . . .	21
2.2.5	Das RCSJ-Modell . . . . .	26
2.2.6	Suprastrom-Stufen . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>33</b>
3.1	Stand zu Beginn der Arbeit . . . . .	33
3.2	Versuchsaufbau . . . . .	34
3.2.1	Kryostat und Pumpstand . . . . .	34
3.2.2	Messaufbau . . . . .	36
3.3	Der Probenstab . . . . .	40
3.4	Der Josephson-Chip . . . . .	45
3.5	Das Messprogramm . . . . .	47
3.6	Temperaturmessung . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Messergebnisse und deren Auswertung</b>	<b>55</b>
4.1	Strom-Spannungs-Charakteristiken . . . . .	55
4.2	Magnetfeldabhängigkeit des maximalen DC-Josephson-Stromes . . . . .	68

<b>5</b>	<b>Der Versuch im Praktikum</b>	<b>71</b>
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>73</b>
<b>A</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>75</b>
A.1	Belegung von Steckern und Buchsen . . . . .	75
A.2	Layout des Josephson-Chips . . . . .	76
A.3	Technische Zeichnungen des Probenstabes . . . . .	77
<b>B</b>	<b>Interpolationsprogramm für die Eichkurve des Cernox</b>	<b>83</b>
<b>C</b>	<b>Das Messprogramm</b>	<b>85</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>91</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>93</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>99</b>
	<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>101</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>103</b>

# 1. Einleitung

Der DC-Josephson-Effekt stellt mit Sicherheit einen der interessantesten Versuche im Physikalischen Fortgeschrittenen Praktikum dar. Wie kein anderer Effekt bietet er die Möglichkeit, den makroskopischen Charakter des mikroskopischen Phänomens der Supraleitung in einem Praktikum zu untersuchen. Zudem ermöglicht der Versuch einen Einblick in die Arbeitsweise der experimentellen Physik, insbesondere auch in die Kühl-, Vakuum- und Messtechnik.

Die bisher verwendeten selbst hergestellten Zinn-Tunnelndioden haben sich als sehr instabil bezüglich Temperaturzyklen erwiesen. So dürfen diese nach dem erstmaligen Abkühlen nicht wieder auf Zimmertemperatur erwärmt werden. Die Folge wäre eine Zerstörung der Tunnelkontakte. Daher wurden die Kontakte zwischen den einzelnen Versuchstagen auf der Temperatur flüssigen Stickstoffs bei  $77K$  gehalten. Trotz dieses Aufwandes fielen diese Tunnelndioden oft aus.

Im Rahmen der vorliegenden Staatsexamensarbeit sollten daher die sehr empfindlichen Zinn-Tunnelndioden durch robustere Tunnelkontakte ersetzt werden. Als geeignet haben sich mikrostrukturierte Nb-Al/ $\text{AlO}_x$ -Nb Kontakte herausgestellt. Diese weisen eine große Stabilität bezüglich Temperaturzyklen auf. Die Gruppe von Prof. D. Kölle an der Eberhard Karls Universität Tübingen stellte diese Kontakte für den Praktikumsversuch freundlicherweise zur Verfügung.

Der Einsatz des neuen Niob-Josephson-Chips zog diverse Umbau- und Erneuerungsmaßnahmen mit sich. So musste aufgrund der viel kleineren Dimensionierung des Tunnelkontaktes und den damit verbundenen sehr kleinen elektrischen Spannungen und Strömen die komplette Messtechnik ersetzt werden. Dieser Umstand erforderte wiederum die Neuprogrammierung eines Messprogrammes, welches zudem die Ansteuerung von Stromquelle und Messgeräten regelt. Die kleinen Abmessungen des Josephson-Chips und die höhere Sprungtemperatur von Niob ließ die Konstruktion eines neuen Probenhalters erforderlich werden. Ebenso musste eine stabile Kontak-

tierung der Josephson-Elemente auf dem Chip gefunden werden.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich wie folgt auf. In der ersten Hälfte der Arbeit soll ein theoretisches Grundgerüst für die in der zweiten Hälfte folgenden praktischen und experimentellen Kapitel gelegt werden. Die ersten beiden theoretischen Kapitel dienen dazu, einen Einblick in das vielfältige Themengebiet der Supraleitung, der Josephson-Effekte und insbesondere des DC-Josephson-Effektes zu ermöglichen. Der dritte Teil der Arbeit stellt eine Zusammenfassung der am Aufbau durchgeführten Veränderungen und Neuerungen dar. Im Anschluss wird auf die ermittelten Messergebnisse und deren Auswertung eingegangen. Abschließend soll die Durchführung und der Ablauf des Versuches im Praktikum betrachtet werden.



## 2. Theoretische Grundlagen

### 2.1 Supraleitung

#### 2.1.1 Historische Übersicht

Die Entdeckung der Supraleitung zu Beginn des letzten Jahrhunderts wird mit keinem anderem Namen so eng verbundene, wie mit dem von Heike Kamerlingh Onnes. Dieser forschte als Professor an der Universität Leiden (Niederlande) an der Verflüssigung von Gasen. Nachdem ihm die Verflüssigung von Stickstoff im Jahre 1906 geglückt war, konnte zwei Jahre später auch Helium verflüssigt werden. Dadurch wurde es möglich, bei einer Temperatur von nur wenigen Kelvin, Experimente an verschiedenen Materialien durch zu führen. Drei Jahre nach der ersten Heliumverflüssigung untersuchte Kamerlingh Onnes das Verhalten des elektrischen Widerstandes von reinem Quecksilber. Dabei beobachtete er, dass der Widerstand von Quecksilber bei rund  $4,2K$  auf einen nicht mehr messbaren Wert abfiel (s. Abbildung 2.1).

Im Laufe des 20. Jahrhunderts wurden nach intensiver Forschung immer neue Supraleiter mit immer höheren Übergangstemperaturen entdeckt. Die Kupferoxidverbindung  $HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$  besitzt laut [BK04] mit einer kritischen Temperatur  $T_c$  von  $135K$  bei Normaldruck und  $164K$  bei  $30GPa$  die höchste bisher gemessene Sprungtemperatur.

Ein Supraleiter ist jedoch nicht nur ein idealer Leiter, sondern auch ein idealer Diamagnet. Diese beiden Eigenschaften zusammen sind es, welche die Supraleitung charakterisieren. Entdeckt wurde dies von den beiden Physikern Walther Meissner und Robert Ochsenfeld im Jahre 1933, als sie den Einfluss von Magnetfeldern auf Supraleiter untersuchten.

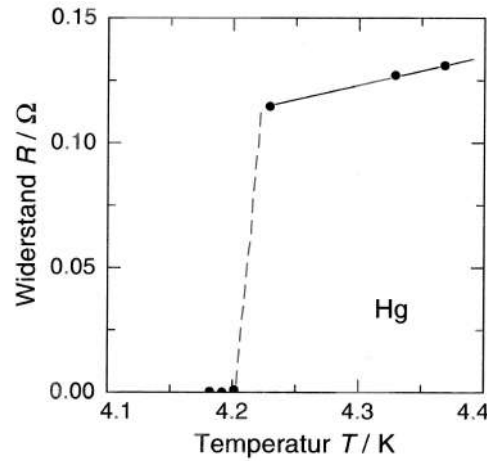


Abbildung 2.1: Supraleitung von Quecksilber, aus [EH00].

Die erste theoretische Beschreibung der Supraleitung stammt von den Brüdern F. und H. London aus dem Jahre 1935. Im Rahmen dieser phänomenologischen Theorie interpretierte F. London die Supraleitung als „eine makroskopische Erscheinungsform von Quanteneffekten“ [Pet75, S. 13]. Ginzburg und Landau lieferten Mitte des letzten Jahrhunderts eine umfassende Verallgemeinerung der London’schen Theorie. Erst die sieben Jahre später veröffentlichte mikroskopische BCS-Theorie, benannt nach den Theoretikern John Bardeen, Leon Neil Cooper und John Robert Schrieffer, vermochte die Supraleitung mit ihren Eigenschaften zufriedenstellend zu beschreiben und zu erklären.

### 2.1.2 Phänomenologische Betrachtung

Kamerlingh Onnes konnte sich nicht sicher sein, ob der elektrische Widerstand tatsächlich auf Null, oder nur auf einen zwar sehr kleinen, aber doch endlichen Wert abgesunken war. Der Grund hierfür war die nicht ausreichende Exaktheit der damals verwendeten Messgeräte. Eine deutlich genauere Möglichkeit, die Eigenschaft eines idealen Leiters zu überprüfen, bietet eine indirekte Widerstandsmessung. In einem supraleitenden Ring wird durch das Abschalten eines Magnetfeldes ein Strom induziert. Über einen langen Zeitraum hinweg kann nun überprüft werden, ob und gegebenenfalls wie das vom Induktionsstrom erzeugte Magnetfeld abklingt. Abbildung 2.2 verdeutlicht den prinzipiellen Aufbau und Ablauf solch einer Messung. Das Ergebnis unzähliger Versuche mit noch empfindlicheren Messanordnungen zeigt, dass innerhalb der Genauigkeit der verwendeten Messgeräte der Widerstand tatsächlich auf Null zurück geht [BK04].

Wie schon in Kapitel 2.1.1 erwähnt, ist der supraleitenden Zustand nicht ausschließlich über das Verschwinden des elektrischen Widerstandes charakterisiert, sondern vor allem auch über die Eigenschaften eines perfekten Diamagneten.

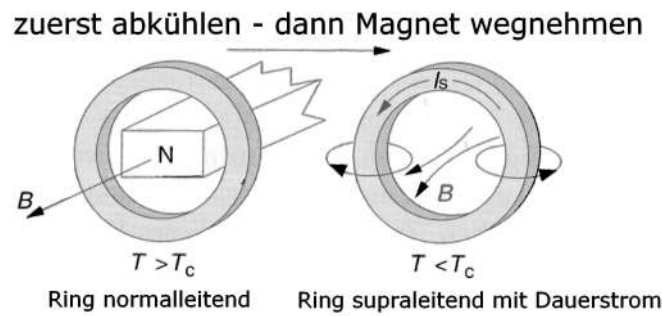


Abbildung 2.2: Prinzip der Dauerstromerzeugung durch einen Stabmagneten, aus [EH00].

Meissner und Ochsenfeld erkannten durch den nach ihnen benannten Effekt, dass sich Supraleiter wie perfekte Diamagnete verhalten, d. h. eine magnetische Suszeptibilität  $\chi_m = -1$  besitzen. Abbildung 2.3 verdeutlicht den prinzipiellen Unterschied zwischen einem idealen Leiter ( $R = 0$ ) und einem Supraleiter hinsichtlich ihrer magnetischen Eigenschaften. Die abgebildeten Proben werden bei verschiedenen Temperaturen einem Magnetfeld  $B_a$  ausgesetzt.

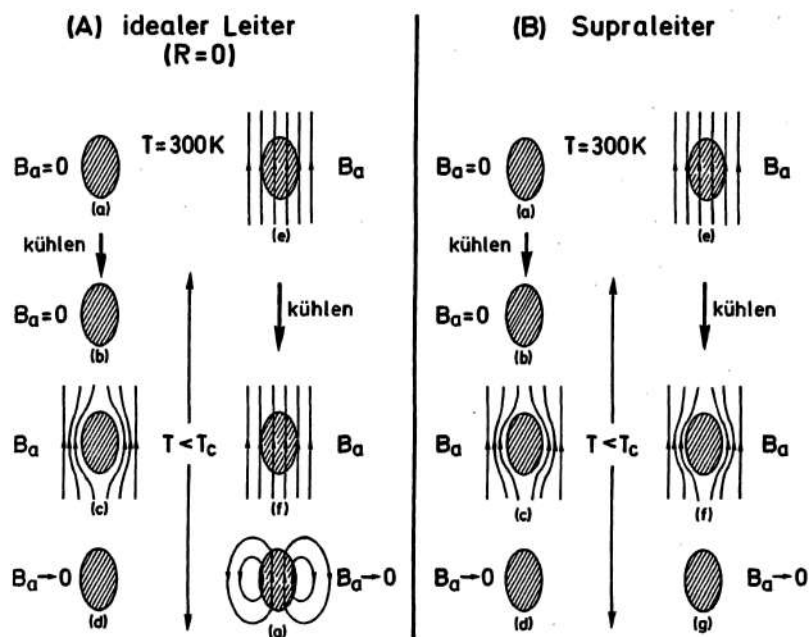


Abbildung 2.3: Verhalten von idealem Leiter (A) und Supraleiter (B) im Magnetfeld, aus [IL99].

Im ersten Fall wird jeweils erst nach Unterschreiten von  $T_c$  ein äußeres Magnetfeld zugeschaltet. Die durch den Einschaltvorgang hervorgerufene Feldänderung löst gemäß der Lenz'schen Regel Induktionsströme an der Materialoberfläche aus. Diese wirken dem äußeren Magnetfeld entgegen. Die widerstandslos fließenden Ströme verdrängen das von außen angelegte Feld dauerhaft aus dem Inneren. Wird das Magnetfeld im Anschluss ausgeschaltet, stellt sich der ursprüngliche Zustand in beiden

Materialien wieder ein. Für den zweiten Fall werden die beiden Proben in einem konstanten äußeren Magnetfeld abgekühlt. Da keine Feldänderung vorliegt, ergibt sich für den „idealen Leiter“ auch keine Veränderung hinsichtlich des magnetischen Flusses. Wird das Magnetfeld aber im ideal leitenden Zustand abgeschaltet, kommt es zu den schon beschriebenen Lenz’schen Induktionsströmen. Als Folge wird ein dauerhaftes Magnetfeld durch die Ströme erzeugt. Ein Supraleiter zeigt im Gegensatz dazu kein solches Verhalten. Dies bedeutet, dass die Oberflächenströme eines Supraleiters sein Inneres stets gegen ein äußeres Magnetfeld abschirmen. Dabei ist es unerheblich, ob das Magnetfeld vor oder erst nach Erreichen der Übergangstemperatur eingeschaltet wird. Zusammenfassend kann man somit sagen, dass es sich bei der Supraleitung um einen thermodynamischen Zustand handelt, da der „Weg“, wie dieser Zustand erreicht wurde, keine Rolle spielt.

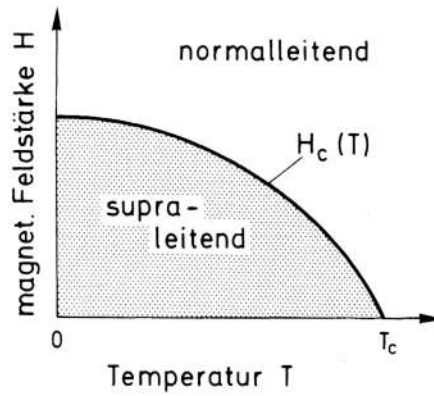


Abbildung 2.4: Temperaturabhängigkeit der kritischen Magnetfeldstärke  $H_c$ , aus [IL99].

Ab einer kritischen Magnetfeldstärke  $H_c$  ist es für den jeweiligen Supraleiter jedoch energetisch günstiger, wieder in den normalleitenden Zustand zurück zu kehren. Abbildung 2.4 verdeutlicht in einem Phasendiagramm die qualitative Temperaturabhängigkeit der kritischen Magnetfeldstärke  $H_c$ . In guter Näherung ist diese Abhängigkeit, mit  $H_0 = H_c(T = 0)$ , gegeben durch

$$H_c \approx H_0 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (2.1)$$

mit  $T_c$  als Übergangstemperatur ohne Magnetfeld und  $H_0$  als Kritische Magnetfeldstärke bei  $T = 0K$ . Dass die Supraleitung ein quantenmechanisches Phänomen darstellt, spiegelt sich im induzierten Fluss  $\phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$  eines supraleitenden Ringes wieder, wie er in Abbildung 2.2 für den Nachweis des verschwindenden elektrischen Widerstandes verwendet wurde.

$\vec{B}$  bezeichnet dabei die magnetische Flussdichte und  $\vec{A}$  den Normalenvektor der Fläche. Im Jahre 1961 veröffentlichten Doll und Näbauer sowie Deaver und Fairbank unabhängig voneinander, dass der Fluss nur in ganzzahligen Vielfachen eines magnetischen Flussquantens  $\phi_0$  auftritt. Dieses ist gegeben durch  $\phi_0 = h/2e = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Tm}^2$ . Die beiden Naturkonstanten  $h$  und  $e$  deuten darauf hin, dass es sich bei der Supraleitung um ein Quantenphänomen handelt. Für den experimentellen Nachweis wurde ein kleiner, auf ein Quarzstäbchen aufgedampfter supraleitender Bleizylinder verwendet [BK04, S. 30].

Das oben beschriebene Verhalten von Supraleitern in einem äußeren Magnetfeld trifft nicht auf alle Supraleiter zu. Grundsätzlich wird zwischen zwei Typen von Supraleitern unterschieden. Bei Typ-I Supraleitern garantieren Ströme in der Oberfläche ein magnetisierfeldfreies Inneres. Ab einer kritischen magnetischen Flussdichte  $B_c$  wird der supraleitende Zustand zerstört und die Probe kehrt in den normalleitenden Zustand zurück. Supraleiter des Typs II hingegen reagieren anders auf ein äußeres Magnetfeld. Ab einer unteren kritischen magnetischen Flussdichte  $B_{c1}$  ist es für den Supraleiter energetisch günstiger, dass das Magnetfeld teilweise in sein Inneres eindringt. Unterhalb von  $B_{c1}$ , der sog. Meissner-Phase, verhält sich der Supraleiter wie ein idealer Diamagnet. Erst ab einem oberen kritischen Magnetfeld  $B_{c2}$  kehrt der Supraleiter in den normalleitenden Zustand zurück. Die Phase zwischen den beiden kritischen magnetischen Flussdichten wird als Shubnikov-Phase bezeichnet (s. Abbildung 2.5 a)). Das obere kritische Magnetfeld kann um ein Vielfaches größer sein, als das kritische Magnetfeld bei einem Typ-I Supraleiter.

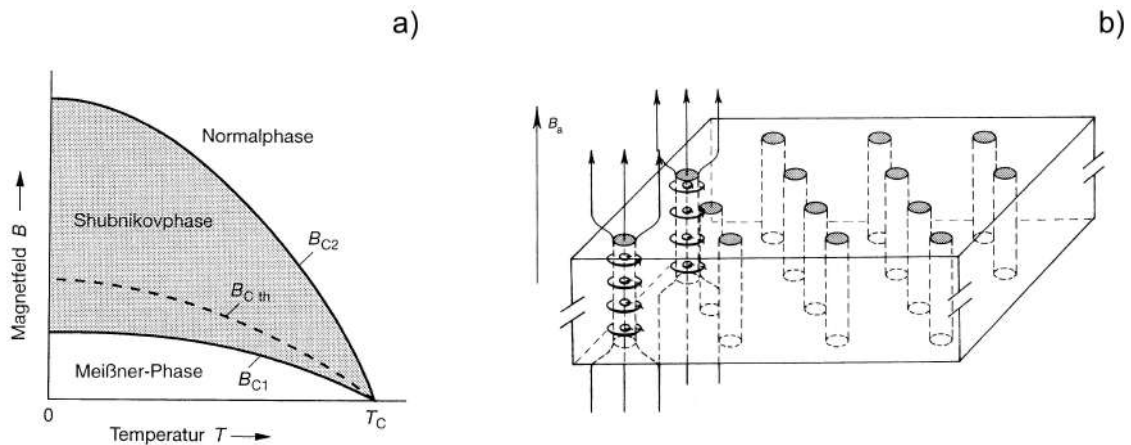


Abbildung 2.5: a) Phasendiagramm von Typ-II Supraleitern; b) Flussschläuche in der Shubnikov-Phase, aus [BK04].

Ein äußeres Magnetfeld kann nicht wahllos in einen Typ-II Supraleiter eindringen. Wirbelströme sorgen dafür, dass die magnetischen Feldlinien zu sog. Abrikosov-Flusswirbeln gebündelt werden. Diese Flusswirbel ordnen sich in einem idealen Su-

praleiter zu einem Gitter gleichseitiger Dreiecke an. Dabei enthält jeder dieser Fluss-schläuche genau ein elementares Flussquant  $\phi_0$ . Wird das äußere Magnetfeld erhöht, reduziert sich der Abstand zwischen den Flusswirbeln.

### 2.1.3 Die London-Theorie

Im Jahre 1935 wurde von den Brüdern F. und H. London [BK04] die erste phä-nomenologische Theorie zur Supraleitung veröffentlicht. Diese Theorie ermöglichte den Meissner-Ochsenfeld-Effekt zu erklären. Als Grundlage für die Entwicklung der Theorie wurde hierbei das Zwei-Flüssigkeiten-Modell von C.J. Gorter und H.B.G. Casimir herangezogen. Dabei wurde angenommen, dass ein Supraleiter einerseits normalleitende und andererseits supraleitende Elektronen besitzt, wobei letztere sich widerstandsfrei bewegen können.

Die 1. London-Gleichung beschreibt die Beschleunigung der supraleitenden Ladungs-träger unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes:

$$\Lambda \frac{\partial \vec{j}_s}{\partial t} = \vec{E} \quad (2.2)$$

$\vec{j}_s$  bezeichnet dabei die Suprastromdichte. Mit  $n_s$  als Dichte der supraleitenden La-dungsträger gilt  $\Lambda = m/(n_s e^2)$ . Ein elektrisches Feld bewirkt somit eine Änderung der Suprastromdichte. Die 2. London-Gleichung lautet

$$\Delta \times \Lambda \vec{j}_s + \frac{1}{c} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

mit  $c$  für die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Diese Gleichung beschreibt die Ab-schirmung des Magnetfeldes  $\vec{B}$  durch supraleitende Wirbelströme. Es gilt weiter die Beziehung  $\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_s$  und für die normalleitenden Ladungsträger das Ohm'sche Gesetz  $\vec{j}_n = \sigma_1 \vec{E}$ . Zusammen mit den London-Gleichungen und den Maxwell-Gleichungen ergibt sich die London'sche Eindringtiefe  $\lambda_L$  zu

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m c^2}{\mu_0 n_s e^2}} \quad (2.4)$$

wobei  $\mu_0$  für die magnetische Feldkonstante und  $e$  für die Elementarladung steht. Die London'sche Eindringtiefe  $\lambda_L$  gibt an, über welche Länge hinweg ein Magnetfeld in die Oberfläche eines Supraleiters eindringen kann. Sie beschreibt, in welchem Abstand zur Oberfläche das Magnetfeld exponentiell auf das 1/e-fache abgeklungen ist.

Aufgrund der Temperaturabhängigkeit der supraleitenden Ladungsträgerdichte  $n_s$ , ergibt sich für die Eindringtiefe:

$$\lambda_L(T) \approx \lambda(0) \sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4} \quad (2.5)$$

### 2.1.4 Die Ginzburg-Landau Theorie

In der in Kapitel 2.1.3 beschriebenen Theorie wurde die Dichte der supraleitenden Ladungsträger  $n_s$  stets als räumlich konstant angenommen. In der von V.L. Ginzburg und L.D. Landau [BK04] im Jahre 1950 als Verallgemeinerung der London'schen Überlegungen veröffentlichten phänomenologischen Theorie ist  $n_s$  räumlich veränderlich. Hierzu wurde eine komplexe Pseudowellenfunktion  $\psi$  eingeführt. Diese stellt einen Ordnungsparameter innerhalb der von Landau erdachten Theorie der Phasenübergänge zweiter Ordnung dar. Die lokale Dichte der supraleitenden Ladungsträger wird dabei durch das Betragsquadrat dieser Wellenfunktion beschrieben:  $n_s = |\psi(x)|^2$ .

Mittels einer Taylorentwicklung der freien Enthalpiedichte in Potenzen von  $|\psi(x)|^2$  kann über eine Variationsrechnung die 1. Ginzburg-Landau-Gleichung bestimmt werden:

$$\frac{1}{2m^*} \left( \frac{\hbar}{i} \nabla - \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi + (\beta |\psi|^2 + \alpha) \psi = 0 \quad (2.6)$$

mit  $m^*$  als Masse und  $e^*$  als Ladung der supraleitenden Ladungsträger.  $\vec{A}$  bezeichnet das Vektorpotential des Magnetfeldes,  $\hbar$  ist das Planck'sche Wirkungsquantum und  $\alpha, \beta$  stellen die Koeffizienten der Entwicklung dar. Diese Gleichung beschreibt die diamagnetische Reaktion des Systems auf ein Magnetfeld. Sie stellt ein Analogon für eine nichtlineare Schrödinger-Gleichung dar. Eine Variation bezüglich des Vektorpotentials  $\vec{A}$  ergibt die 2. Ginzburg-Landau-Gleichung:

$$\vec{j}_s = \frac{e^* \hbar}{i 2 m^*} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{(e^*)^2}{m^* c} |\psi|^2 \vec{A} \quad (2.7)$$

wobei  $\psi^*$  konjugiert komplex zu  $\psi$  ist, d. h.  $\psi \psi^* = |\psi|^2$ . Damit kann auf der einen Seite erklärt werden, dass ausreichend starke magnetische Felder in der Lage sind  $|\psi|^2$  zu ändern. Andererseits kann auch die räumliche Änderung von  $n_s$  beschrieben werden. Im Zuge der Ginzburg-Landau-Theorie wird eine charakteristische Länge, die sog. Ginzburg-Landau-Kohärenzlänge, eingeführt:

$$\xi_{GL}(T) = \frac{\hbar}{|2 m^* \alpha(T)|^{1/2}} \quad (2.8)$$

Diese beschreibt, wie die Dichte  $n_s$  der supraleitenden Ladungsträger bis zu einem konstanten Wert  $n_\infty$  ansteigt. Als eine weitere charakteristische Länge lässt sich die London'sche Eindringtiefe (s. Kapitel 2.1.3) aus der Ginzburg-Landau-Theorie herleiten. Das Verhältnis aus  $\lambda_L$  und der Kohärenzlänge  $\xi_{GL}$  gibt an, um welche Klasse von Supraleiter es sich handelt.  $\kappa = \lambda_L/\xi_{GL}$  wird auch als Ginzburg-Landau-Parameter bezeichnet. Gilt  $\kappa < 1/\sqrt{2}$ , so handelt es sich um einen Typ-I Supraleiter, ist jedoch  $\kappa > 1/\sqrt{2}$ , handelt es sich um einen Supraleiter des Typs II.

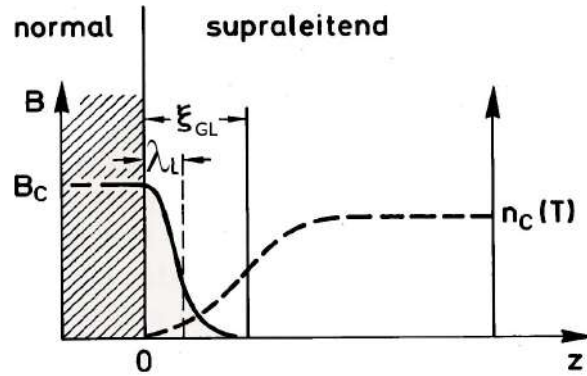


Abbildung 2.6: Ginzburg-Landau-Kohärenzlänge als Bestimmungsgröße des Anstieges der supraleitenden Ladungsträgerdichte  $n_s$  (hier bei einem Typ-I Supraleiter), aus [IL90].

## 2.1.5 Die BCS Theorie

### a) Cooper-Paare und der BCS-Grundzustand

Entscheidend für die Entstehung einer mikroskopischen Theorie der Supraleitung war die von L.N. Cooper [BK04] im Jahre 1956 beschriebene Instabilität eines bei  $T = 0K$  im Grundzustand befindlichen Elektronengases. Dies ist genau dann der Fall, wenn zwischen zwei Elektronen eine anziehende Wechselwirkung besteht. Als Folge sind die beiden Elektronen in der Lage ihre Energie zu verringern. Es stellt sich die Frage, wie dies trotz der Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Elektronen gewährleistet werden kann. H. Fröhlich und J. Bardeen diskutierten schon 1950 eine Wechselwirkung der Elektronen über Gitterschwingungen [BK04]. Man stelle sich hierzu ein Elektron vor, welches sich durch ein ihn umgebendes Ionengitter bewegt. Die positiven Ionen werden dabei durch die negative Ladung des Elektrons angezogen. Es kommt zu einer „positiven Ladungsspur“, welche das Elektron bei seiner Bewegung erzeugt. Diese Verdichtung von positiven Ladungen wirkt auf ein weiteres Elektron anziehend. Ehe die positiven Atomrümpfe ihre höchste Ladungsdichte erreicht haben, befindet sich das erste Elektron schon mehrere hundert  $\text{\AA}$  weit entfernt. Die Coulomb-Abstoßung zwischen den Elektronen ist nur sehr gering. Die Elektronen tauschen somit Phononen mit einem Wellenvektor  $\mathbf{q}$  aus, wie Abbildung 2.7 verdeutlicht.



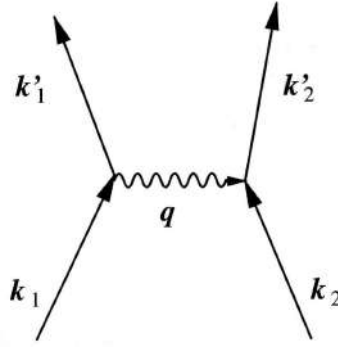


Abbildung 2.7: Wechselwirkung der Elektronen mittels Phononen, aus [EH00].

Die Wahrscheinlichkeit einer Phononenwechselwirkung wird genau dann maximal, wenn für die Impulse und damit für die Wellenvektoren der beteiligten Elektronen gilt:  $\mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_2$ . Wird außerdem noch der Spin der Elektronen in Betracht gezogen, kann ein so genanntes Cooper-Paar wie folgt beschrieben werden:

$$(\mathbf{k} \uparrow, -\mathbf{k} \downarrow)$$

Das Symbol  $\uparrow$  steht für „spin-up“ des ersten Elektrons und  $\downarrow$  für „spin-down“ des zweiten Elektrons. Da der Gesamtdrehimpuls der Cooper-Paare ganzzahlig, nämlich genau Null ist, unterliegen sie als Bosonen nicht dem Pauli-Verbot der Fermionen. Es sind somit alle Paare in der Lage, den gleichen quantenmechanischen Zustand einzunehmen. Der Grundzustand eines Supraleiters kann somit als ein gemeinsamer makroskopischer Zustand aller Cooper-Paare betrachtet werden. Dieser kann wiederum durch eine Wellenfunktion  $\Psi$  beschrieben werden.

### b) Anregung des BCS-Grundzustandes

Auch der BCS-Grundzustand eines Supraleiters kann angeregt werden. Fraglich ist jedoch, welche Energie dazu aufgewendet werden muss. Will man den beschriebenen Grundzustand anregen, muss ein Cooper-Paar aufgebrochen werden, wodurch allerdings zwei ungepaarte Elektronen (Quasiteilchen) entstehen. Es zeigt sich, dass hierzu mindestens eine Energie  $\delta E = 2\Delta$  aufgebracht werden muss. Dies ist selbst dann der Fall, wenn die ungepaarten Elektronen keinerlei kinetische Energie besitzen sollen. Der Faktor 2 in obiger Gleichung drückt aus, dass stets zwei Quasiteilchen entstehen. Diese Überlegungen zeigen, dass Supraleiter, im Gegensatz zu Normalleitern, eine Energielücke  $\Delta$  besitzen. Der BCS-Grundzustand ist demnach durch die Energielücke  $\Delta$  von den Anregungszuständen der Quasiteilchen getrennt. Die Bestimmung der Zustandsdichte  $D_S$  der ungepaarten Elektronen ergibt eine Singularität am Rand der Energielücke (s. Abbildung 2.8 (A)). Die im normalleitenden

Zustand im Bereich der Energielücke befindlichen Zustände wurden auf deren Rand geschoben.

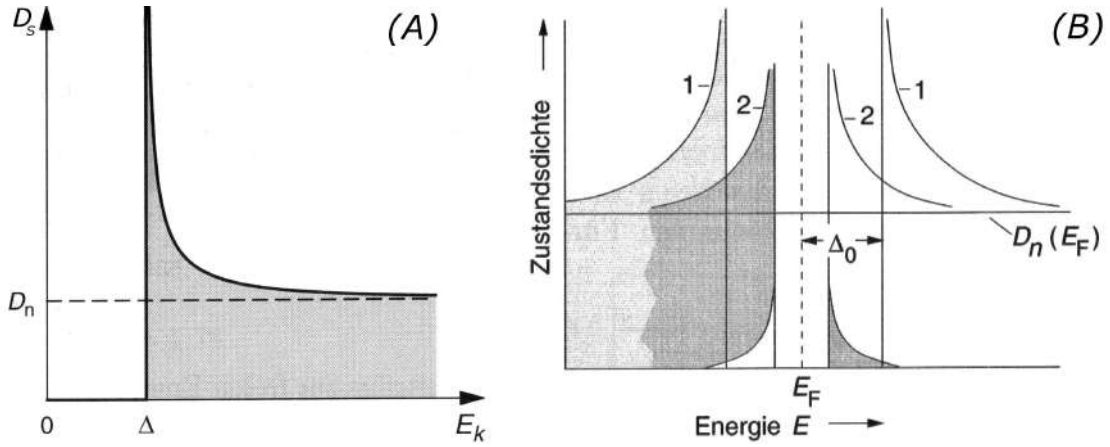


Abbildung 2.8: (A) Zustandsdichte  $D_s$  der ungepaarten Elektronen, (B) Quasiteilchen-Zustandsdichte eines Supraleiters bei (1)  $T = 0K$  und (2)  $0 < T < T_c$ , aus [EH00].

Kurve 1 in Abbildung 2.8 (B) stellt die Dichte der besetzten Zustände (grau) und der unbesetzten Zustände (weiß) bei  $T = 0K$  dar. Endliche Temperaturen bedeuten eine steigende Zahl thermisch angeregter Quasiteilchen sowie eine abnehmende Anzahl Cooper-Paare. Die Folge ist eine Schwächung des BCS-Grundzustandes und damit eine Verkleinerung der Energielücke, wie dies durch Kurve 2 angedeutet ist. Durch die thermische Anregung kommt es zu leeren Zuständen unterhalb von  $E_F - \Delta$  und besetzten Zuständen oberhalb von  $E_F + \Delta$ . Die BCS-Theorie gibt für den Fall der schwachen Kopplung in guter Näherung folgende implizite Form für die Energielücke an:

$$\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} = \tanh \left( \frac{T_c}{T} \cdot \frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \right) \quad (2.9)$$

Weiter können für die Fälle  $T = 0K$  und  $T \rightarrow T_c$  folgende Gleichungen angegeben werden:

$$T = 0K : \quad \Delta(0) = 1,76 \cdot k_B T_c \quad (2.10)$$

$$T \rightarrow T_c : \quad \frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} = 1,74 \cdot \left( 1 - \frac{T}{T_c} \right)^{1/2} \quad (2.11)$$

### 2.1.6 Tunnelprozesse von Quasiteilchen

Aufgrund ihrer Wellennatur besitzen Elektronen die Fähigkeit eine ausreichend dünne Barriere zu durchtunneln. Realisiert werden kann dies, indem zwischen zwei normalleitende Metalle eine wenige Nanometer dicke isolierende Schicht aufgebracht wird. Da es sich bei den ungepaarten Elektronen um Fermionen handelt und diese dem Pauli-Verbot unterliegen, müssen bei der gleichen Energie auf der anderen Barrierenseite unbesetzte Zustände vorhanden sein. W. Buckel und R. Kleiner führen drei Faktoren an, die den Tunnelprozess bestimmen. Diese sind:

- die Anzahl der Elektronen, die gegen die Barriere anlaufen,
- die Wahrscheinlichkeit die Barriere zu durchtunneln sowie
- die Zahl der freien Plätze auf der anderen Seite der Barriere.

#### a) Normalleiter-Normalleiter Tunneln

Besteht über der Barriere keine Potentialdifferenz (s. Abbildung 2.9 (a)), ergibt sich auch kein Nettotunnelstrom. Der Strom der hin und her tunnelnden Elektronen kompensiert sich. Wird jedoch eine Spannung angelegt, verschieben sich die Fermi-Niveaus. Den besetzten Zuständen stehen unbesetzte gegenüber und ein Nettostrom fließt (s. Abbildung 2.9 (b)).

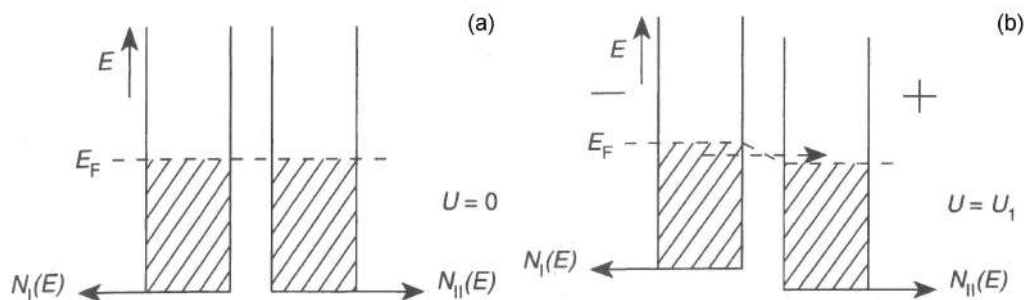


Abbildung 2.9: Tunneln von Quasiteilchen zwischen zwei Normalleitern ( $T = 0K$ ), aus [BK04].

Im obigen Beispiel ist vereinfachend  $T = 0K$  angenommen. Der Quasiteilchenstrom und damit der Nettotunnelstrom durch die Barriere ist daher proportional zur angelegten Spannung (s. Abbildung 2.10, Kurve 1).

#### b) Normalleiter-Supraleiter Tunneln

Wird für den beschriebenen Aufbau statt des zweiten Normalleiters ein Supraleiter verwendet, ändert sich die gemessene Strom-Spannungs-Kennlinie. In diesem Fall

müssten die am Fermineveau des Normalleiters befindlichen Elektronen zunächst einmal die Energielücke des Supraleiters überwinden, um tunneln zu können. Ohne eine angelegte Spannung stehen ihnen aber keine leeren Zustände bei der gleichen Energie im Supraleiter gegenüber. Für den Fall  $T = 0K$  fließt daher erst ein Nettostrom, wenn eine Potentialdifferenz von  $U \geq \Delta/e$  über der Barriere anliegt.

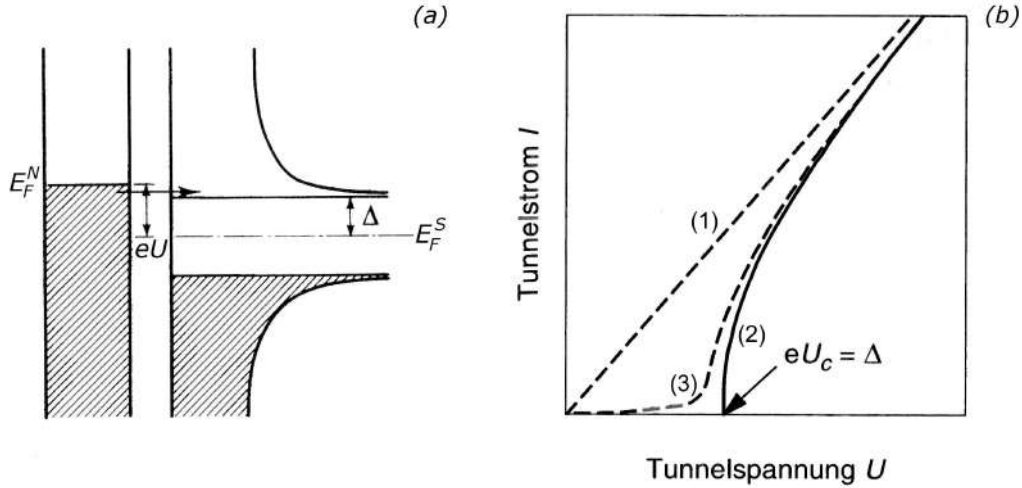
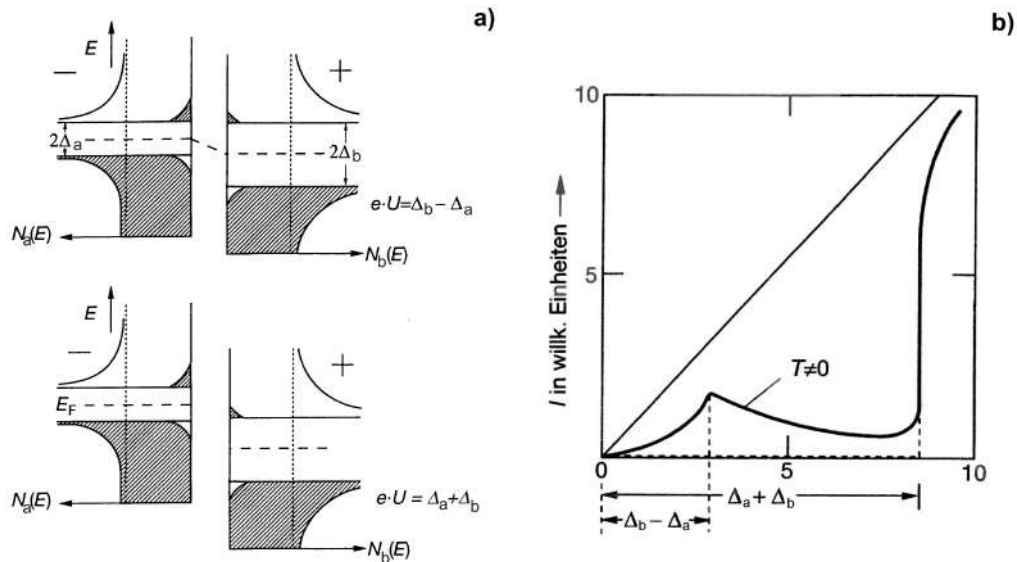


Abbildung 2.10: (a) Tunneln von Quasiteilchen zwischen Normalleiter und Supraleiter im Bändermodell der Halbleiterttheorie bei  $T = 0K$ , es wurde Energie über der Zustandsdichte aufgetragen; (b) I-U-Kennlinien: (1) Normalleiter-Normalleiter, (2) Normalleiter-Supraleiter bei  $T = 0K$ , (3) Normalleiter-Supraleiter bei  $0 < T < T_c$ , aus [Tin96].

Abbildung 2.10 (a) zeigt die Absenkung der Energie der freien Zustände durch die Potentialdifferenz. In Abbildung 2.10 (b) ist die für die verschiedenen Kontakte typischen I-U-Charakteristik dargestellt. Der zu beobachtende steile Anstieg der Kennlinie für einen Normalleiter-Supraleiter Kontakt bei  $eU_c$  lässt sich auf die hohe Dichte an freien Zuständen im Supraleiter am Rand der Energielücke zurückführen. Kurve 3 resultiert aus der thermischen Besetzung von Zuständen oberhalb bzw. freien Zuständen unterhalb der Energielücke des Supraleiters bei endlichen Temperaturen. Es kommt zu einer Verschmierung der Kennlinie und einer kleineren Energielücke (siehe Abbildung 2.8).

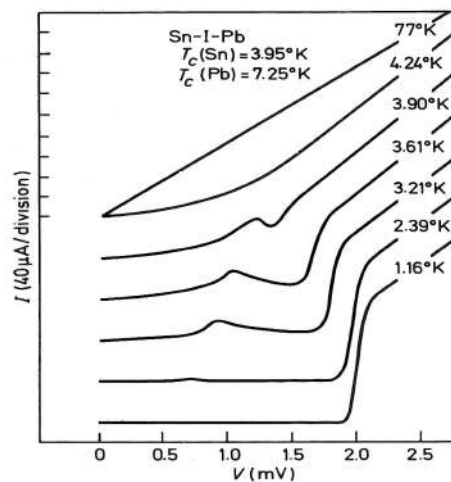
### c) Supraleiter-Supraleiter Tunneln

Im Folgenden wird das Tunneln von Quasiteilchen bei endlichen Temperaturen durch eine dünne Barriere zwischen zwei verschiedenen Supraleitern betrachtet. Abbildung 2.11 veranschaulicht die dabei ablaufenden Prozesse. Wird die angelegte Spannung erhöht, kommt es bei  $eU = \Delta_b - \Delta_a$  zu einem ersten kleineren Maximum, da an diesem Punkt die Quasiteilchen oberhalb der Energielücke des ersten Supraleiters eine große Dichte an freien Zuständen im zweiten Supraleiter vorfinden.



Abbildungung 2.11: a) Bänderdarstellung eines Supraleiter-Supraleiter Tunnelvorgangs, b) Schematische Darstellung einer Quasiteilchen-Tunnelkennlinie bei verschiedenen Supraleitern. Die gestrichelte Kurve zeigt den Fall  $T = 0K$ , aus [BK04].

Wird die Spannung weiter erhöht, sinkt der Quasiteilchenstrom, da die Dichte der freien Zustände im zweiten Supraleiter wieder abnimmt. Wird eine Spannung mit  $eU = \Delta_a + \Delta_b$  angelegt, steigt die Strom-Spannungs-Charakteristik stark an, da eine große Dichte an besetzten Zuständen unterhalb der Energielücke im ersten Supraleiter einer großen Dichte an unbesetzten Zuständen im zweiten Supraleiter gegenüber steht. Durch diesen Anstieg lässt sich die Energielücke bestimmen. Mit steigender Temperatur nimmt deren Größe ab (s. Abbildung 2.12).



Abbildungung 2.12: Abgebildet sind die Tunnelkennlinien eines Sn-I-Pb-Kontaktes. Deutlich ist die Abhängigkeit der Energielücke von der Temperatur zu erkennen, aus [Sol72].

Mit der Darstellung aus Abbildung 2.13 ist es ebenfalls möglich, den Tunnelprozess zu beschreiben. Im Folgenden ist er für  $T = 0K$  dargestellt. Alle Cooper-Paare befinden sich auf Höhe der Fermi-Niveaus. Der restliche (erlaubte) Energiebereich beinhaltet die Quasiteilchen. Um ein Cooper-Paar aufzubrechen und so anzuregen, dass eines durch die Barriere tunnelt und das andere einen freien Zustand einnimmt, bedarf es einer Spannung  $U \geq (\Delta_a + \Delta_b)/e$ . Die erforderliche Energie, das eine Elektron um  $\Delta_a$  anzuregen, kann dabei durch das zweite Elektron bei seinem Übergang im äußeren Spannungsfeld aufgebracht werden.

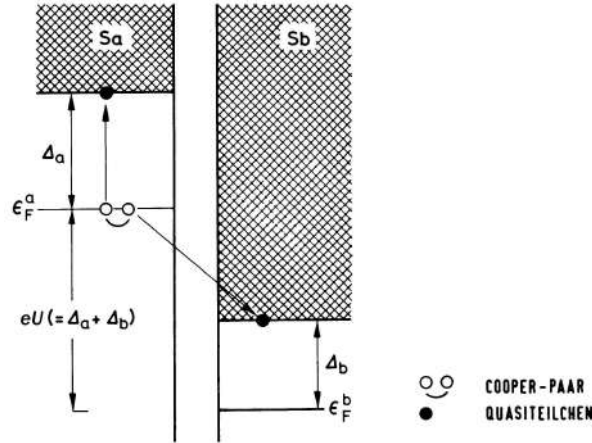


Abbildung 2.13: Darstellung eines Supraleiter-Supraleiter Tunnelvorgangs durch Cooper-Paare und angeregte Einzelelektronen. Die unbesetzten Zustände sind schraffiert dargestellt. Es wurde eine Spannung von  $U = (\Delta_a + \Delta_b)/e$  angelegt, aus [Pet75].

#### d) Weitere Tunnelströme

Steigt die Temperatur, erhöht sich auch die Anzahl der thermisch angeregten ungepaarten Elektronen und damit der thermische Tunnelstrom. Dieser kann nach [Epp77] mit  $k_B T \ll \Delta$  und  $k_B T \ll eU$  zwischen zwei identischen Supraleitern näherungsweise beschrieben werden durch

$$I_{th} \approx \frac{1}{e R_\infty} \sqrt{2 \pi \Delta K_B T} \frac{e U + \Delta}{\sqrt{(e U + \Delta)^2 - \Delta^2}} e^{-\frac{\Delta}{k_B T}} \quad (2.12)$$

wobei  $R_\infty$  den Tunnelwiderstand bei Normalleitern darstellt. Neben thermischen Einflüssen können sich zusätzlich auch noch temperaturunabhängige Leckströme - aufgrund von Unregelmäßigkeiten der Barriere - und so genannte Zwei-Teilchen-Ströme auswirken. Bei diesen Strömen tunneln gleichzeitig zwei Quasiteilchen durch die Barrierschicht. Sichtbar wird dieser Einfluss anhand eines deutlichen Anstieges der Strom-Spannungs-Kennlinie bei  $\Delta/e$ . Oberhalb dieses Punktes wächst der Tunnelanteil der Zwei-Teilchen-Ströme exponentiell mit der angelegten Potentialdifferenz an.

## 2.2 Die Josephson-Effekte

Im Jahre 1962 wurde von B.D. Josephson ein weiterer Tunnelprozess bei Supraleitern vorhergesagt. Neben dem schon beschriebenen Tunneln von Quasiteilchen sollten auch Cooper-Paare durch eine wenige Nanometer dicke Barriere tunneln können. Bei diesem Tunnelprozess, so Josephsons Vorhersage, sollten zwei Effekte auftreten. Der grundlegende Gedanke des ersten Effektes besteht darin, dass ein Strom durch einen Tunnelkontakt fließen kann, ohne dass eine Spannung am Kontakt abfällt. Ein magnetfeldabhängiger kritischer Stromwert  $I_c$  bildet dabei die obere Grenze dieses Effektes. Beschrieben wird er durch die Gleichung

$$I_s = I_c \cdot \sin(\gamma) \quad 1. \text{ Josephson-Gleichung}$$

mit  $\gamma$  als zeitlich konstanter Phasendifferenz zwischen den Wellenfunktionen der Supraleiter. Übersteigt der Strom den kritischen Wert, fällt eine Spannung über dem Kontakt ab und es kommt zu einem hoch frequenten Wechselstrom. Dies wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\frac{d}{dt}(\gamma) = \frac{2e}{\hbar} U \quad 2. \text{ Josephson-Gleichung}$$

$\gamma$  ist nun zeitabhängig.  $U$  stellt die über dem Kontakt abfallende Spannung dar,  $e$  ist die Elektronenladung und  $\hbar$  die Planck'sche Konstante.

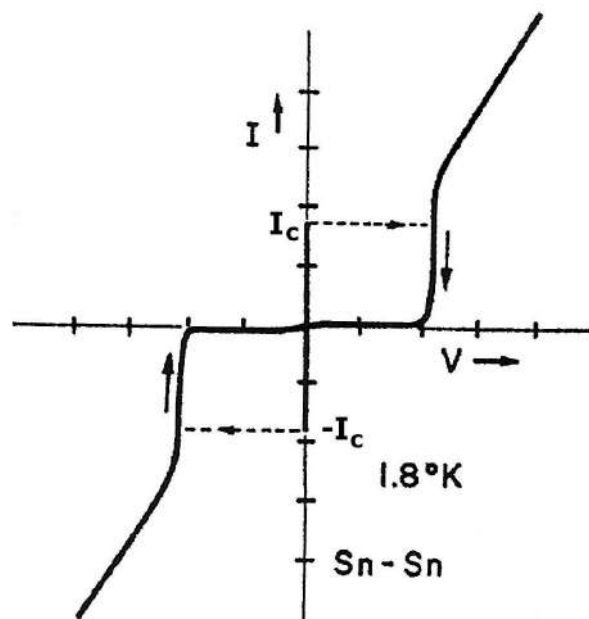


Abbildung 2.14: I-U-Kennlinie eines Sn-SnO<sub>x</sub>-Sn Kontaktes. Die auftretende Hysterese ist deutlich zu erkennen, aus [BK04].

In Abbildung 2.14 wird die charakteristische Tunnelkennlinie eines ausgedehnten Josephson-Kontaktes gezeigt. Man sieht deutlich den spannungslosen Anstieg des Stromes, welcher durch den kritischen Wert  $I_c$  begrenzt wird. Für höhere Ströme fällt eine Spannung ab und es folgt ein Sprung auf die schon bekannte Tunnelkennlinie der ungepaarten Elektronen. Wird der Strom reduziert zeigt sich der hysteretische Charakter der Kennlinie.

### 2.2.1 Die Josephson-Gleichungen

Die Gleichungen, welche Josephson in seiner theoretischen Arbeit veröffentlicht hatte, sollen im Folgenden hergeleitet werden. Die Art und Weise der Herleitung geht dabei auf Richard Feynman [BK04] zurück. Dabei werden zwei gleiche Supraleiter als schwach miteinander gekoppelte quantenmechanische Systeme betrachtet. Die schwache Kopplung erfolgt über eine dünne isolierende Schicht zwischen den Supraleitern. Um die Rechnung nicht zu verkomplizieren, wird auf die Berücksichtigung von Magnetfeldeffekten verzichtet.

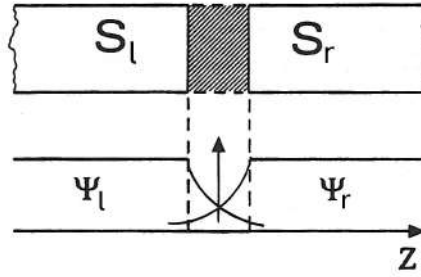


Abbildung 2.15: Supraleiter-Tunnelkontakt mit Darstellung der jeweiligen Paar-Wellenfunktionen, die über die Tunnelbarriere schwach gekoppelt sind, aus [BP82].

Die beiden quantenmechanischen Systeme  $S_l$  und  $S_r$  können durch makroskopischen Wellenfunktionen  $\Psi_l$  und  $\Psi_r$  beschrieben werden, wobei  $\varphi_l$  und  $\varphi_r$  die Phasen der Wellenfunktionen darstellen

$$\Psi_l = \sqrt{n_l} e^{i\varphi_l} \quad \text{und} \quad \Psi_r = \sqrt{n_r} e^{i\varphi_r} \quad (2.13)$$

Die makroskopische Beschreibung der Supraleiter durch  $\Psi_l$  und  $\Psi_r$  erlaubt,  $n_l$  und  $n_r$  als die Dichte der Cooper-Paare aufzufassen. Mit der zeitabhängigen Schrödinger-Gleichung gilt für die beiden Systeme

$$\frac{\partial \Psi_l}{\partial t} = \frac{-i}{\hbar} E_l \Psi_l \quad \text{und} \quad \frac{\partial \Psi_r}{\partial t} = \frac{-i}{\hbar} E_r \Psi_r \quad (2.14)$$

Die obigen Gleichungen beschreiben die jeweilige zeitliche Änderung der beiden Systeme. Da diese schwach miteinander gekoppelt sind, muss sich eine zeitliche Ände-



rung der einen Wellenfunktion auch auf die andere Wellenfunktion auswirken. Der Austausch von Cooper-Paaren über die Barriere wirkt sich auf beide Supraleiter aus. Mit Hilfe einer Kopplungskonstanten  $K$  kann dies entsprechend berücksichtigt werden.

$$\frac{\partial \Psi_l}{\partial t} = \frac{-i}{\hbar} (E_l \Psi_l + K \Psi_r) \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \Psi_r}{\partial t} = \frac{-i}{\hbar} (E_r \Psi_r + K \Psi_l) \quad (2.16)$$

Durch Einsetzen der Wellenfunktionen in obige Gleichungen, ergibt sich

$$\frac{\dot{n}_l}{2\sqrt{n_l}} e^{i\varphi_l} + i\sqrt{n_l} e^{i\varphi_l} \cdot \dot{\varphi}_l = -\frac{i}{\hbar} [E_l \sqrt{n_l} e^{i\varphi_l} + K \sqrt{n_r} e^{i\varphi_r}] \quad (2.17)$$

$$\frac{\dot{n}_r}{2\sqrt{n_r}} e^{i\varphi_r} + i\sqrt{n_r} e^{i\varphi_r} \cdot \dot{\varphi}_r = -\frac{i}{\hbar} [E_r \sqrt{n_r} e^{i\varphi_r} + K \sqrt{n_l} e^{i\varphi_l}] \quad (2.18)$$

Nun kann eine Trennung nach Real- und Imaginärteil erfolgen. Da gleiche Supraleiter sowie Ladungserhaltung vorausgesetzt werden, gilt zudem  $\dot{n}_l = -\dot{n}_r = \dot{n}_s$  und  $n_l = n_r = n_s$ . Daraus erhält man:

$$\dot{n}_l = \frac{2K}{\hbar} n_l \sin(\varphi_r - \varphi_l) \quad (\stackrel{!}{=} -\dot{n}_r) \quad (2.19)$$

$$\frac{d}{dt}(\varphi_r - \varphi_l) = \frac{1}{\hbar} (E_r - E_l) \quad (2.20)$$

Mit  $I_l = \dot{n}_l \cdot V_l \cdot 2e$ , wobei  $V_l$  das Volumen des Supraleiters und  $2e$  die Ladung der Cooper-Paare ist, ergibt sich mit  $I_l = -I_r = I_s$  die erste Josephson-Gleichung

$$I_s = \frac{2K \cdot 2e}{\hbar} V n_s \cdot \sin(\varphi_r - \varphi_l)$$

$$\Rightarrow I_s = I_c \cdot \sin(\varphi_r - \varphi_l) \quad (2.21)$$

Der Faktor  $I_c = (4K e/\hbar) \cdot V n_s$  stellt den maximalen Josephson-Gleichstrom dar. Gleichung (2.20) drückt die zeitliche Änderung der Phasendifferenz der beiden Supraleiter aus. Ersetzen der Energiedifferenz  $E_r - E_l$  durch den Faktor  $2eU$  ergibt die zweite Josephson-Gleichung:

$$\frac{d}{dt}(\varphi_r - \varphi_l) = \frac{2e}{\hbar} U \quad (2.22)$$

Im Rahmen dieser idealisierten Herleitung wurden Magnetfeldeffekte außer Acht gelassen. Tatsächlich wirken sich Magnetfelder, wie z. B. äußere Magnetfelder oder

auch das Eigenfeld des Josephson-Stromes, auf die beschriebene Phasendifferenz aus. Darauf wird im Kapitel 2.2.4 näher eingegangen. Berücksichtigt man diese Effekte, ergibt sich eine sog. eichinvariante Phasendifferenz

$$\gamma = \varphi_r - \varphi_l - \frac{2e}{\hbar} \cdot \int_l^r \vec{A} d\vec{z} \quad (2.23)$$

### 2.2.2 Der DC-Josephson-Effekt

Betrachtet man den Fall, dass am Tunnelkontakt keinerlei Spannung abfällt, folgt aus Gleichung (2.22)

$$\frac{d}{dt}(\varphi_r - \varphi_l) = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_r - \varphi_l = \gamma = \text{const.}$$

Die Phasendifferenz  $\varphi_r - \varphi_l$  der Paar-Wellenfunktionen ist zeitlich konstant. Für die erste Josephson-Gleichung folgt somit, dass der Strom durch den Kontakt für eine konkrete Phasenverschiebung  $\gamma \neq 0$  einen endlichen Wert annimmt. Dieser wird maximal, wenn  $\gamma = \pi/2$  erreicht. Überschreitet der Strom jedoch diesen kritischen Wert  $I_c$ , bricht der DC-Josephson-Strom zusammen und eine Spannung fällt über dem Kontakt ab. Die entsprechende I-U-Charakteristik (s. Abbildung 2.14 b) zeigt, dass der Strom bei Erreichen von  $I_c$  auf einen endlichen Wert der stabilen Quasiteilchen-Kennlinie springt. Auf die Magnetfeld- und Temperaturabhängigkeit des Josephson-Gleichstromes wird in Kapitel 2.2.4 eingegangen.

### 2.2.3 Der AC-Josephson-Effekt

Besteht eine Potentialdifferenz über dem Tunnelkontakt (z. B. nach Erreichen von  $I_c$ ), bedeutet dies eine von Null verschiedene zeitliche Änderung der Phasendifferenz. Nach Integration von Gleichung (2.22) nach der Zeit gilt

$$\gamma = \varphi_r - \varphi_l = \frac{2e}{\hbar} U \cdot t + \varphi_0 = \omega_J t + \varphi_0$$

Setzt man dies in die erste Josephson-Gleichung ein, erhält man für den Strom

$$I = I_c \cdot \sin(\omega_J t + \varphi_0) \quad (2.24)$$

mit  $\omega_J$  als Kreisfrequenz des AC-Josephson-Stromes und  $I_c$  als maximalen DC-Josephson-Strom. Die Frequenz des Wechselstromes ist nur über die Konstanten  $e$  und  $\hbar$  mit der Spannung verknüpft. Auf der einen Seite ist es somit möglich, durch Messung von Spannung und Frequenz  $e/\hbar$  zu bestimmen. Ist diese Konstante andererseits ausreichend genau bekannt, kann die am Kontakt abfallende Spannung durch

eine Frequenzmessung sehr exakt bestimmt werden. Dies eröffnet die Möglichkeit, den AC-Josephson-Effekt für einen neuen Spannungsstandard zu verwenden. Aus der in Abbildung 2.14 b) gezeigten Kennlinie ist der Josephson-Wechselstrom nicht ersichtlich, da sich für eine Spannung von  $100 \mu V$  schon eine Frequenz von rund  $48 GHz$  ergibt.

### 2.2.4 Magnetfeld- und Temperaturabhängigkeit des DC-Josephson-Stromes

#### a) Magnetfeldabhängigkeit

Im Folgenden soll der Einfluss eines äußeren Magnetfeldes auf den Josephson-Gleichstrom betrachtet werden. Hierzu wird ein räumlich ausgedehnter Josephson-Kontakt gewählt, der aus zwei gleichen Supraleitern und einer Barrierenschicht der Dicke  $D$  besteht. Das Magnetfeld verlaufe in y-Richtung und damit parallel zur Barrierenschicht.

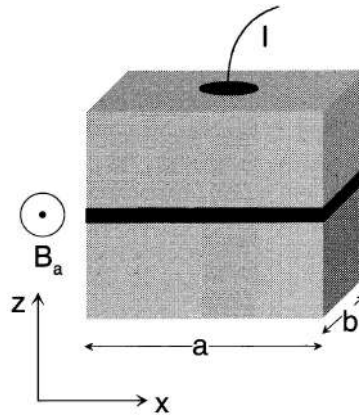


Abbildung 2.16: Josephson-Kontakt der Länge  $a$  und der Breite  $b$  unter Einwirkung eines äußeren Magnetfeldes, welches parallel zur Barriere verläuft, nach [BK04].

Die Änderung der Phasendifferenz der beiden Supraleiter in x-Richtung ergibt sich nach [BK04] zu

$$\frac{d\gamma}{dx} = \frac{2\pi}{\phi_0} B_a \cdot d \quad (2.25)$$

mit  $d = 2\lambda_L + D$  als sog. effektive Dicke und  $\phi_0 = h/2e$  als elementarem Flussquant. Für eine weitere Betrachtung sollen die durch Josephson-Ströme erzeugten Eigenfelder nicht berücksichtigt werden. Eine Integration der Gleichung (2.25) nach  $x$  ergibt

$$\gamma(x) = \gamma_0 + \frac{2\pi}{\phi_0} B_a \cdot d \cdot x$$

Für die erste Josephson-Gleichung in Form der Stromdichte erhält man somit

$$j_s(x) = j_c \cdot \sin\left(\gamma_0 + \frac{2\pi}{\phi_0} B_a \cdot d \cdot x\right) \quad (2.26)$$

Aus obiger Gleichung ist ersichtlich, dass die Suprastromdichte orthogonal zum Magnetfeld in x-Richtung oszilliert (s. Abbildung 2.18).

Um den maximalen Josephson-Strom  $I_c$  zu erhalten ist es zunächst nötig, die Stromdichte über die Fläche des Kontaktes zu integrieren. Nach anschließender Verwendung eines Additionstheorems erhält man

$$I_s = j_c \cdot a \cdot b \cdot \sin(\delta) \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\phi_0} B_a \cdot d \cdot a\right)}{\frac{\pi}{\phi_0} B_a \cdot d \cdot a}$$

wobei  $\delta = \gamma(0) + \pi \cdot \phi_k / \phi_0$  und als magnetischer Fluss  $\phi_k = B_a \cdot d \cdot a$ . Da der Strom  $I_s$  und über das Magnetfeld auch der magnetische Fluss  $\phi_k$  vorgegeben werden, wird sich  $\delta$  so einstellen, dass obige Gleichung erfüllt ist.

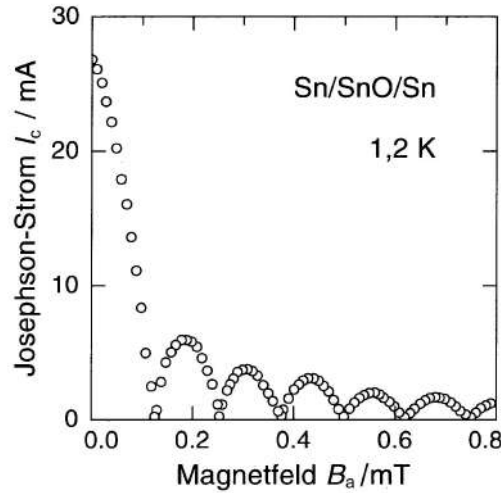


Abbildung 2.17:  $I_c$  über  $B_a$  aufgetragen, für einen Sn-SnO<sub>x</sub>-Sn Tunnelkontakt, aus [EH00].

Der maximale Suprastrom wird genau dann erreicht, wenn  $\sin(\delta) = \pm 1$  ist. In diesem Fall gilt

$$I_c(\phi_k) = I_c(0) \cdot \left| \frac{\sin\left(\pi \frac{\phi_k}{\phi_0}\right)}{\pi \frac{\phi_k}{\phi_0}} \right| \quad (2.27)$$

mit  $I_c(0) = j_c \cdot a \cdot b$ . Abbildung 2.17 zeigt am Beispiel eines Sn-SnO<sub>x</sub>-Sn Kontaktes die Magnetfeldabhängigkeit des maximalen Josephson-Gleichstromes. Die Nullstellen werden genau dann erreicht, wenn  $\phi_k$  ein ganzzahliges Vielfaches des elementaren

Flussquanten  $\phi_0$  ist. Anschaulich verursacht das durch ein äußeres Magnetfeld hervorgerufene Anwachsen der Phasendifferenz eine Oszillation der Suprastromdichte entlang der x-Achse (siehe Gleichung (2.26)). Erreicht die Wellenlänge dieser Schwingung ein ganzzahliges Vielfaches der Länge  $a$  des Kontaktes, gleichen sich die hin und her fließenden Ströme aus und das Integral über die Stromdichte ergibt Null.

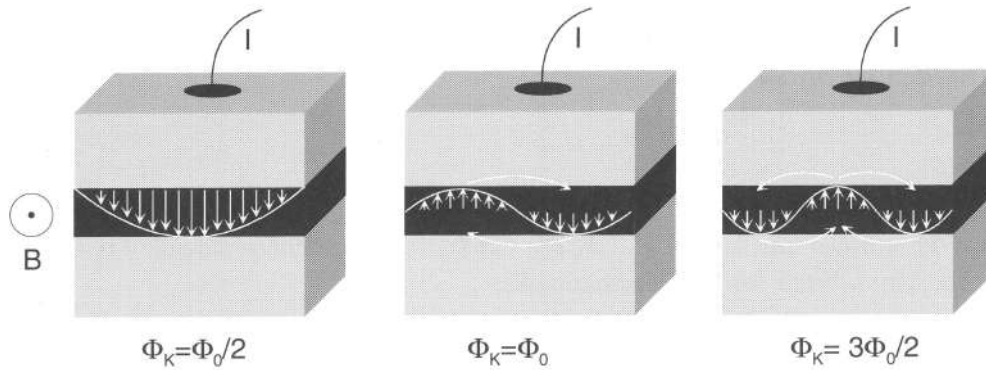


Abbildung 2.18: Schematische Darstellung der Stromdichte in einem Josephson-Kontakt bei verschiedenen Werten von  $\phi_k$ , aus [BK04].

### b) Einflüsse des Eigenfeldes

Jede bewegte Ladung erzeugt ein Magnetfeld. Dies trifft genauso auf den Suprastrom in einem Tunnelkontakt zu. Es stellt sich nur die Frage, ob und in welcher Art und Weise sich dieses erzeugte Eigenfeld auswirkt. Abbildung 2.19 stellt den Querschnitt eines Tunnelkontaktes der Länge  $L$  dar. Die Dicke der Tunnelbarriere sei  $D$  und ein äußeres Magnetfeld verlaufe parallel zu dieser Barriere.

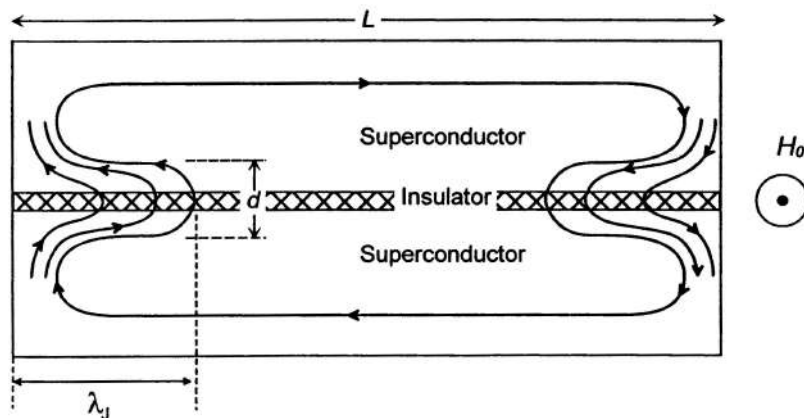


Abbildung 2.19: Querschnitt eines Tunnelkontaktes mit parallel zur Barrierenschicht verlaufendem Magnetfeld, aus [Sch97].

Durch das Magnetfeld werden Suprastrome erzeugt, welche das Magnetfeld daran hindern in die Supraleiter einzudringen. Die Abschirmströme fließen hierbei in

einer kleinen Oberflächenschicht deren Dicke der London'schen Eindringtiefe  $\lambda_L$  entspricht. Im Gegensatz dazu dringen die Supraströme im Bereich der isolierenden Barriere weiter in den Tunnelkontakt ein. Diese Länge wird als die Josephson-Eindringtiefe bezeichnet. Für sie gilt

$$\lambda_J = \left( \frac{\phi_0}{2\pi\mu_0 j_c d} \right)^{1/2} \quad (2.28)$$

mit  $\phi_0$  als elementarem Flussquant,  $\mu_0$  als magnetischer Feldkonstanten und  $j_c$  als maximaler Stromdichte durch den Kontakt.

Gilt  $\lambda_J > L$ , so kann die Wirkung des Eigenfeldes der fließenden Supraströme vernachlässigt werden. Die Supraströme durchdringen wie auch das äußere Magnetfeld die gesamte Barriere. Da aber das äußere Magnetfeld wesentlich stärker als das Eigenfeld ist, kann von einer Berücksichtigung der Auswirkungen des Eigenfeldes abgesehen werden.

Gilt jedoch  $\lambda_J < L$ , kann das Eigenfeld nicht mehr vernachlässigt werden. In diesem Fall dringen die an der Oberfläche fließenden Abschirmströme nur marginal in die Barriere ein. Dadurch wird aber das äußere Magnetfeld am Eindringen gehindert. Folglich muss das Eigenfeld aufgrund der Abwesenheit eines stärkeren äußeren Magnetfeldes berücksichtigt werden. Das Eigenfeld bewirkt ein Kippen der in Abbildung 2.17 gezeigten Magnetfeldabhängigkeit des maximalen Josephson-Gleichstromes.

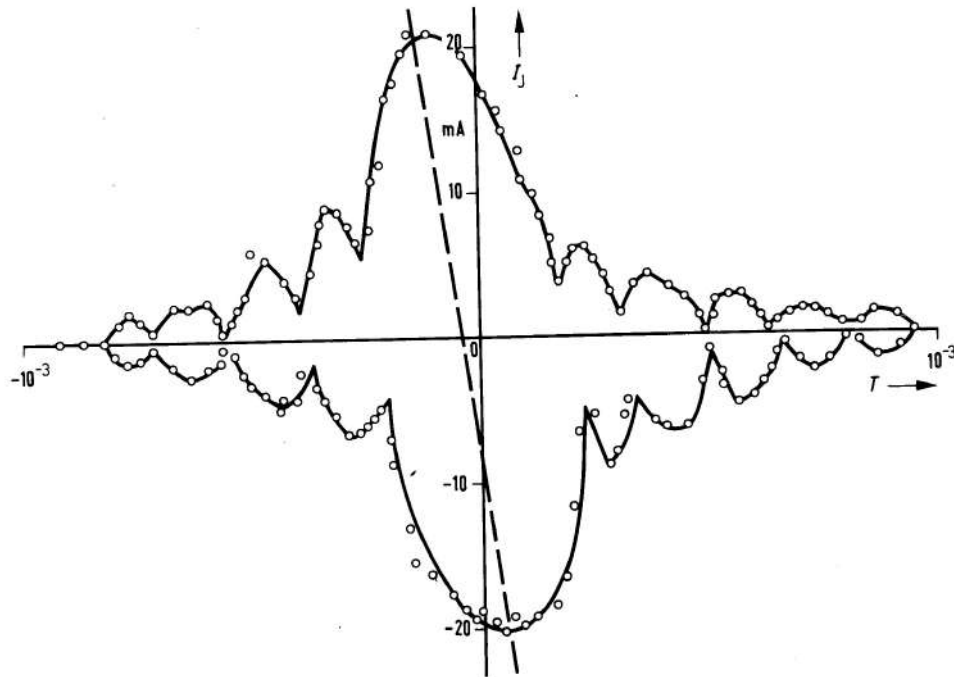


Abbildung 2.20: Wirkung des Eigenfeldes auf den maximalen Josephson-Gleichstrom, aus [Pet75].

### c) Temperaturabhängigkeit

Die Ambegaokar-Baratoff-Relation ([BK04] und [AB63]) gibt die Temperaturabhängigkeit des maximalen Josephson-Gleichstromes zwischen zwei gleichen Supraleitern an.

$$I_c(T) = \frac{\pi}{2e \cdot R_n} \Delta_0(T) \cdot \tanh\left(\frac{\Delta_0(T)}{2k_b T}\right) \quad (2.29)$$

Die Temperaturabhängigkeit der Energielücke wurde schon im Kapitel 2.1.6 angesprochen. Für Temperaturen  $T \rightarrow 0$  reduziert sich die Relation auf

$$I_c(T \rightarrow 0) = \frac{\pi}{2e \cdot R_n} \Delta_0(0) \quad (2.30)$$

Der maximale Josephson-Gleichstrom wird also Temperaturunabhängig.

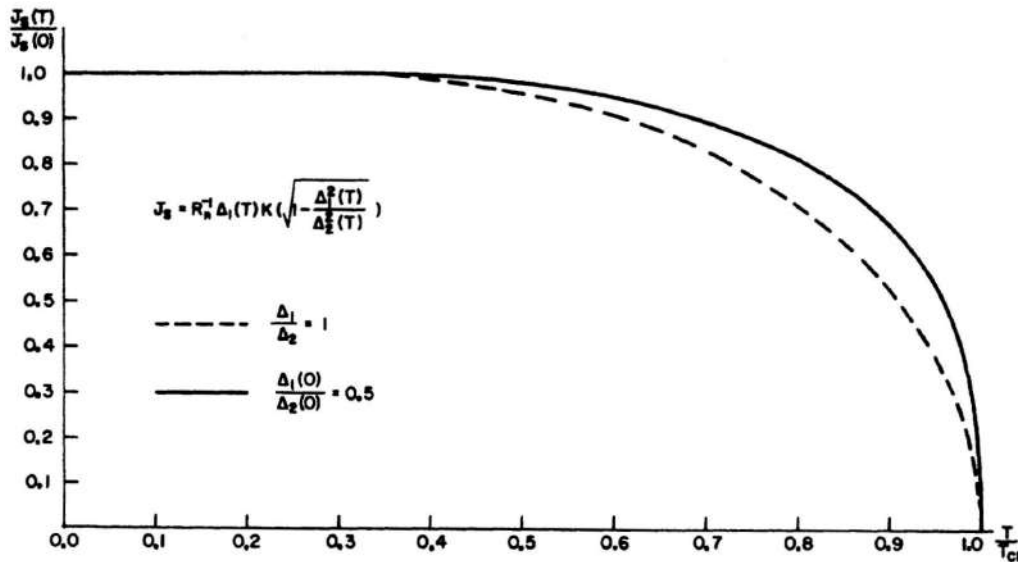


Abbildung 2.21: Es ist der reduzierte Josephson-Gleichstrom über der reduzierten Temperatur aufgetragen. Die gestrichelte Linie steht für den Fall gleich großer Energielücken, die durchgezogene Linie für Energielücken deren Größen im Verhältnis 1:2 zueinander stehen, aus [AB63].

Andererseits geht die Energielücke und damit auch der maximale Gleichstrom  $I_c$  für ein Anwachsen der Temperatur bis zur Übergangstemperatur  $T_c$  stetig gegen Null. Die Größe  $R_n$  in den obigen Gleichungen bezeichnet den Tunnelwiderstand im normalleitenden Fall. Eine einfache Möglichkeit, diesen zu bestimmen besteht darin, I-U-Charakteristika von Tunnelkontakten aufzunehmen. Hierbei ist es wichtig, deutlich über  $2\Delta_0$  zu messen, da sich die Charakteristik dort der Normalleiterkennlinie annähert.

### 2.2.5 Das RCSJ-Modell

Im Jahre 1968 veröffentlichten D.E. McCumber, W.C. Stewart und W.J. Johnson [BK04] unabhängig voneinander ein relativ einfaches Modell, welches die unterschiedlichen Strom-Spannungs-Kennlinien verschiedener „weak-link“ Kontakte erklären sollte. Unter dem Begriff eines „weak-link“ Kontaktes versteht man z. B. Punktkontakte, sehr dünne aufgedampfte Supraleiter-Isolator-Supraleiter (SIS) Kontakte, Supraleiter-Normalleiter-Supraleiter (SNS) Kontakte oder auch sog. Dayem-Brücken, welche eine normalleitende Engstelle in der Größenordnung der Kohärenzlänge besitzen.

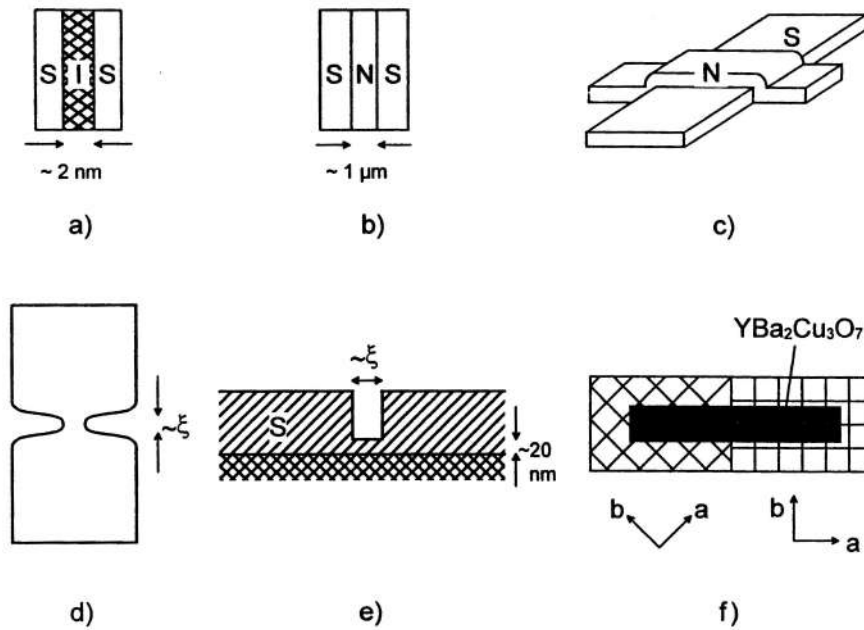


Abbildung 2.22: Verschiedene „weak-link“ Kontakte: a) SIS Kontakt, b) SNS Kontakt, c) der normalleitende Film N verursacht eine lokale Unterdrückung des Ordnungsparameters der supraleitenden Schicht S, d) und e) Dayem-Brücken mit Engstelle und variabler Dicke, f) Korngrenzen-Kontakt, aus [Sch97].

In diesem Modell werden die Kontakte durch eine elektrische Schaltung beschrieben. Die Form und der Aufbau eines SIS Kontaktes zeigt z. B. eine gewisse Ähnlichkeit mit einem Kondensator. Ebenso kann man sich leicht vorstellen, dass der Strom der ungepaarten Elektronen durch den Kontakt einen gewissen elektrischen Widerstand verspürt. Die Kapazität und der Widerstand eines Kontaktes werden in diesem Modell parallel zu einem idealen Josephson-Kontakt geschaltet. Dieser soll dabei keinerlei Kapazität und einen unendlichen Widerstand für die ungepaarten Elektronen besitzen, d. h. nur Cooper-Paare können über ihn fließen. Es soll gelten, dass dem Kontakt, wie in Abbildung 2.23 angedeutet, ein Strom aufgeprägt werden soll, welcher auch von der Zeit abhängen kann. Dieser kann nun als Summe der verschiedenen Teilströme aufgefasst werden: Josephson-Strom  $I_J$  durch den



idealen Josephson-Kontakt, Verschiebungsstrom  $I_v$  des Kondensators und Quasiteilchenstrom  $I_q$ .

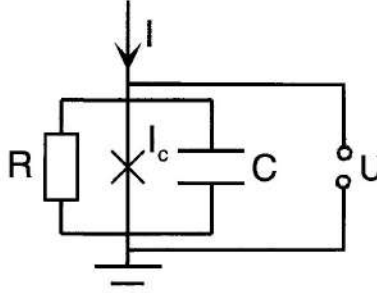


Abbildung 2.23: Ersatzschaltbild für einen realen Josephson-Kontakt im RCSJ-Modell, bestehend aus Widerstand, Kapazität und idealem Josephson-Kontakt, aus [BK04].

Die Herleitung der folgenden Gleichungen soll nach Johnson [BP82] erfolgen. Es gilt

$$I = I_J + I_q + I_v = I_c \cdot \sin(\gamma) + \frac{U}{R} + C \dot{U} \quad (2.31)$$

mit  $\gamma$  als eichinvarianter Phasendifferenz aus Gleichung (2.23). Durch Einsetzen der zweiten Josephson-Gleichung  $\dot{\gamma} = (2e/\hbar)U$  soll nun die Spannung  $U$  durch die Phasendifferenz  $\gamma$  ersetzt werden und man erhält folgende Differentialgleichung

$$I = I_c \cdot \sin(\gamma) + \frac{\phi_0}{2\pi R} \cdot \dot{\gamma} + \frac{C \phi_0}{2\pi} \cdot \ddot{\gamma} \quad (2.32)$$

wobei  $\phi_0 = h/2e$  wieder das elementare Flussquant darstellt. Gleichung (2.32) soll weiter umgeformt werden. Dazu definiert man folgende dimensionslose Größen

$$\tau = \omega_J t \quad \text{und} \quad \beta_J = \frac{1}{\omega_J R C}$$

Daraus lässt sich nun die normalisierte Spannung sowie der normalisierte Strom definieren

$$\eta(\tau) = \beta_J \frac{d\gamma}{d\tau} = \frac{U}{R I_c} \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{I}{I_c}$$

Für die durchgeführten Umformungen und Berechnungen wurde die Plasmafrequenz im Falle kleiner Ströme eingeführt

$$\omega_J = \sqrt{\frac{2e I_c}{\hbar C}}$$

Mit diesen ganzen Definitionen wird Gleichung (2.32) zu

$$\alpha = \sin \gamma + \beta_J \frac{d\gamma}{d\tau} + \frac{d^2 \gamma}{d\tau^2} \quad (2.33)$$

Die so erhaltene Gleichung ist in der vorliegenden Form nicht analytisch sondern nur numerisch lösbar. Erst für den Fall, dass die zweite zeitliche Ableitung der Phasendifferenz verschwindet (d. h. wenn  $C \rightarrow 0$ ), lassen sich analytische Lösungen finden.

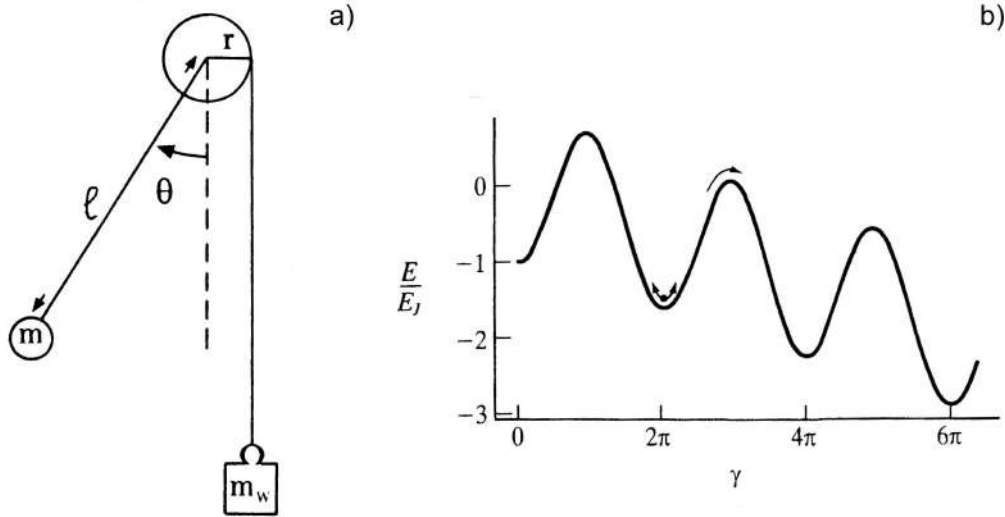


Abbildung 2.24: a) Physikalisches Pendel mit antreibendem Drehmoment, aus [BP82]; b) gekipptes Waschbrett-Potential, aus [Tin96].

Durch analoge Modelle, wie das gekippte Waschbrett-Potential oder ein einfaches Pendel mit wirkendem Drehmoment ist es außerdem möglich, einen tieferen Einblick in die Dynamik eines „weak-link“ Kontaktes zu bekommen. Abbildung 2.24 a) zeigt ein solches Pendel mit der Länge  $l$ , welches um den Winkel  $\theta$  ausgelenkt wurde. Gleichung (2.34) beschreibt die Bewegung eines solchen analogen Systems und man erkennt sofort die Ähnlichkeit mit Gleichung (2.32)

$$M = m g l \cdot \sin \theta + \Gamma \frac{d\theta}{dt} + \Theta \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (2.34)$$

wobei  $M$  das äußere Drehmoment,  $\Gamma$  die Dämpfung und  $\Theta$  das Trägheitsmoment des Pendels darstellen. Der ausgelenkte Winkel  $\theta$  entspricht demnach der eichinvarianten Phasendifferenz  $\gamma$  der Josephson-Kontakte, das äußere Drehmoment  $M$  dem Strom  $I$  und die zeitliche Änderung des Auslenkungswinkels der Spannung  $U$ . Erhöht man das Drehmoment auf einen endlichen, nicht zu großen Wert, wird das Pendel auf einen Winkel  $\theta_0$  ausgelenkt und verharrt in dieser Lage. Die mittlere Winkelgeschwindigkeit  $\langle \dot{\gamma} \rangle$  ergibt Null. Für einen Josephson-Kontakt bedeutet dies, dass die zeitliche Mittelung der Spannung  $\langle U \rangle$  ebenfalls Null ergibt. Wird jedoch  $\theta > \pi/2$ , beginnt das Pendel zu rotieren, d. h. für  $I > I_c$  ist die über dem Kontakt abfallende gemittelte Spannung von Null verschieden. Diese Analyse lässt sich nun

fortsetzen, indem man berücksichtigt, wie groß die Masse und die Dämpfung des Pendels sind.

### a) Überdämpfte Kontakte

Für eine verschwindende Kapazität  $C \rightarrow 0$  gilt  $\beta_J \gg 1$ . Unter dieser Bedingung kann die zweite Ableitung von  $\gamma$  in Gleichung (2.33) vernachlässigt werden und sie wird analytisch lösbar. Integration sowie Auflösen nach der eichinvarianten Phasendifferenz  $\gamma$  ergibt

$$\gamma(\tau) = 2 \arctan \left\{ \sqrt{\frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2}} \cdot \tan \left( \frac{\pi \tau}{T} \right) - \alpha \right\} \quad (2.35)$$

mit  $T = (2\pi\beta_J)/\sqrt{\alpha^2 - 1}$  als Periode. Um Aussagen über die abfallende Spannung treffen zu können muss die zeitliche Änderung der Phasendifferenz betrachtet werden. Wird dann noch zeitlich gemittelt, erhält man  $\langle d\gamma/d\tau \rangle = 2\pi/T$ . Mit dieser Gleichung lässt sich nun ein Zusammenhang zwischen normalisierter Spannung und normalem Strom herstellen

$$\frac{\langle U \rangle}{R I_C} = \beta_J \frac{d\gamma}{d\tau} = \sqrt{\alpha^2 - 1} \quad (2.36)$$

Es fließt also genau so lange ein Josephson-Gleichstrom, wie die normalisierte Spannung Null ist. Erreicht der spannungslos fließende Strom jedoch einen kritischen Wert  $I_c$ , ist die gemittelte Spannung nicht mehr Null. In diesem Zusammenhang wird zur Charakterisierung der Kontakte oft statt  $\beta_J$  der sog. Stewart-McCumber-Parameter  $\beta_c$  verwendet. Es gilt

$$\beta_c = \frac{1}{\beta_J^2} = (\omega_J R C)^2 \quad (2.37)$$

Abbildung 2.25 (a) beschreibt den Verlauf solcher Strom-Spannungs-Kennlinien für verschiedene Werte von  $\beta_c$ . Man sieht deutlich, dass sich die Kennlinien für große Ströme asymptotisch der Normalleiter-Kennlinie annähern. Zusammenfassend gilt somit, dass man für  $\beta_c < 1$  von überdämpften „weak-link“-Kontakten spricht.

### b) Unterdämpfte Kontakte

Ist die Kapazität  $C$  ausreichend groß, so dass  $\beta_c > 1$  gilt, spricht man von unterdämpften Kontakten. Für diesen Fall ist Gleichung (2.33) nicht mehr analytisch lösbar. Die zugehörigen Strom-Spannungs-Kennlinien werden hysterisch (s. Abbildung 2.25 (b)). Wie bei den überdämpften Kontakten fließt für  $I < I_c$  ein Strom, ohne dass Spannung am Kontakt abfällt. Bei Erreichen des maximalen Josephson-Stromes  $I_c$  bricht die Supraleitung zusammen und es fällt eine Spannung ab. Eine anschließende Erhöhung von  $I$  führt zur schon bekannten asymptotischen Annäherung an die Normalleiter-Kennlinie. Wird der Strom reduziert, zeigt sich der hysterische Cha-

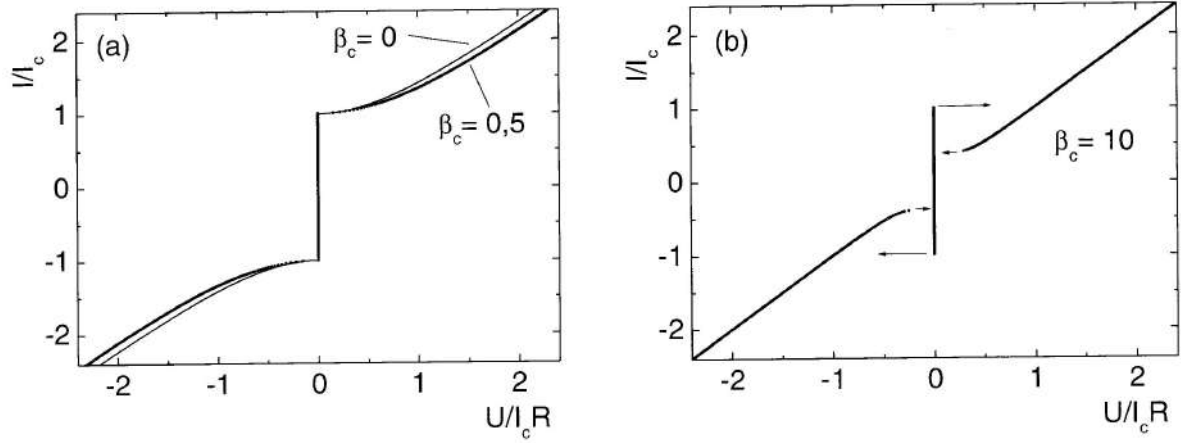


Abbildung 2.25: Zeitlich gemittelte, normalisierte I-U-Charakteristika, berechnet nach dem RSCJ-Modell. In (a) sind Kennlinien zweier überdämpfter Kontakte und in (b) die Kennlinie eines unterdämpften Kontaktes zu sehen, aus [BK04].

rakter der Kennlinien. Es erfolgt bei  $I_c$  kein Sprung zurück in den spannungslosen Zustand, sondern erst bei einem geringeren Stromwert  $I_R$ . Für ein großes  $\beta_c$  gilt für den Rücksprungstrom näherungsweise

$$I_R = \frac{4}{\pi (\beta_c)^{1/2}} I_c \quad (2.38)$$

Sind die Parameter für die entsprechenden Kontakte bekannt, gilt für SIS-Dünnschicht-Kontakte die Bedingung  $\beta_c \rightarrow \infty$ , für Punktkontakte findet sich  $0 < \beta_c < 10$  und für Supraleiter-Normalleiter-Supraleiter Kontakte gilt  $\beta_c \rightarrow 0$ . Wird ein Tunnelkontakt zusätzlich mit einem so genannten Shunt-Widerstand parallel geschaltet, wird der Gesamtwiderstand des Kontaktes reduziert. Auf diese Weise lassen sich Kontakte herstellen, deren Kennlinie keine Hysterese aufweist.

## 2.2.6 Suprastrom-Stufen

### a) Shapiro-Stufen

Setzt man einen Josephson-Kontakt einfallender Mikrowellenstrahlung aus, lassen sich bemerkenswerte Wechselstromeffekte beobachten. Zur Beschreibung dieses Effektes soll das durch die Strahlung hervorgerufene elektrische Feld die selbe Frequenz besitzen wie die Mikrowellen. Außerdem soll kein äußeres Magnetfeld vorhanden sein. Die Spannung welche am Kontakt abfällt, kann damit als die Summe einer konstanten und einer alternierenden Spannung aufgefasst werden

$$U(t) = U_0 + U_r \cdot \cos(\omega_r t) \quad (2.39)$$

wobei  $\omega_r$  die Kreisfrequenz der Wechselspannung ist. Über die zweite Josephson-Gleichung und anschließendes Integrieren erhält man einen Ausdruck für die Phasendifferenz

$$\gamma(t) = \gamma_0 + \omega_0 t + \frac{2eU_r}{\hbar\omega_r} \cdot \sin(\omega_r t) \quad (2.40)$$

mit  $\omega_0 = 2eU_0/\hbar$  und  $\gamma_0$  als Integrationskonstante. Diese Phasendifferenz kann nun ihrerseits wieder in die erste Josephson-Gleichung eingefügt werden. Man erhält

$$I = I_c \cdot \sin \left\{ \gamma_0 + \omega_0 t + \frac{2eU_r}{\hbar\omega_r} \cdot \sin(\omega_r t) \right\}$$

Diese Gleichung kann mit Hilfe einer Fourier-Bessel-Reihenentwicklung umgeformt werden in

$$I = I_c \cdot \sum_n (-1)^n J_n \left( \frac{2eU_r}{\hbar\omega_r} \right) \cdot \sin \{ \gamma_0 + (\omega_0 - n\omega_r) \cdot t \} \quad n \in \mathbb{Z}$$

unter Verwendung von  $J_n$  als Bessel-Funktionen  $n$ -ter Ordnung. Genau dann, wenn  $\omega_0 - n\omega_r = 0$  erfüllt ist, kommt es zu einem Gleichstrom, für den gilt

$$I_n = I_c J_n \cdot \left( \frac{nU_r}{U_0} \right) \cdot \sin \gamma_0 \quad (2.41)$$

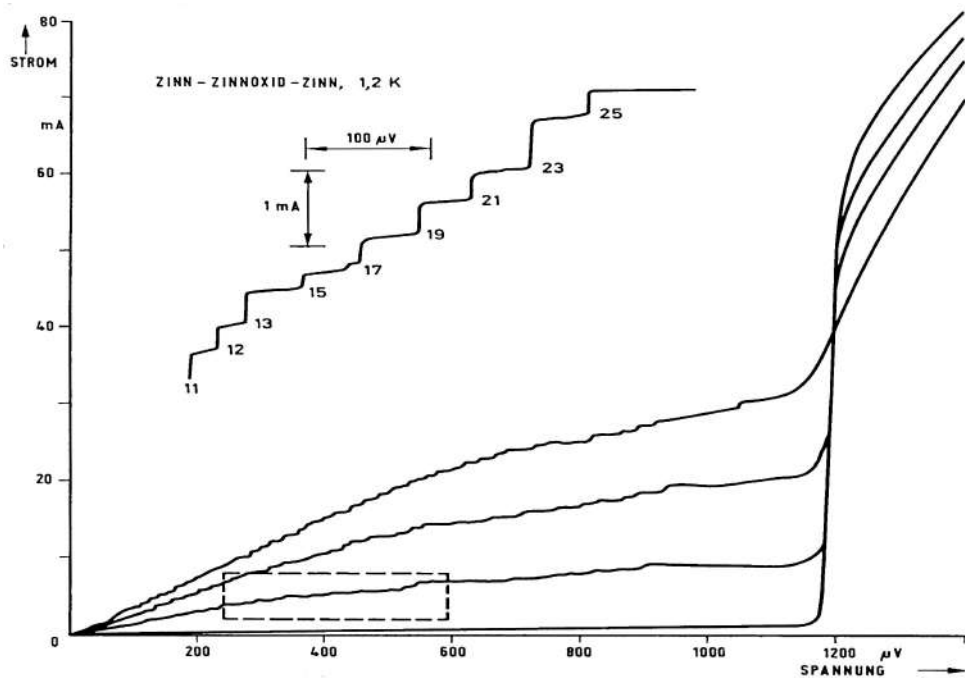


Abbildung 2.26: Durch Mikrowellenstrahlung hervorgerufene Shapiro-Stufen, aus [Pet75].

Die so entstandenen Stufen treten bei äquidistanten Spannungswerten auf, welche sich aus der obigen Bedingung  $\omega_0 - n \omega_r = 0$  herleiten lassen

$$U_0 = n \cdot \frac{\hbar \omega_r}{2e} \quad (2.42)$$

Die Stufenhöhe hängt von der Phasendifferenz  $\gamma_0$  ab und kann damit auch durch ein äußeres Magnetfeld beeinflusst werden. Die Leistung der Mikrowellenstrahlung wirkt sich ebenfalls auf die Höhe der Stufen aus. Als es Shapiro im Jahre 1963 gelang diese Stufen zu messen, war ein wichtiger indirekter Nachweis über die Existenz des Josephson-Wechselstromes erbracht.

### b) Fiske-Stufen

Ein ähnlicher Effekt der Stufenbildung des Suprastromes lässt sich auch ohne ein äußeres Mikrowellenfeld beobachten. Als Voraussetzung muss jedoch ein kleines konstantes Magnetfeld parallel zur Kontaktfläche vorhanden sein. Erklärt werden kann dieser Effekt, indem man die Isolierschicht des Tunnelkontaktes als einen Hohlraumresonator betrachtet. Befindet sich die Stromdichtewelle in Resonanz mit einer Eigenschwingung des Resonators, kommt es zur Verstärkung des elektromagnetischen Feldes im Kontakt. Dieses wiederum wirkt wie ein oben beschriebenes externes Mikrowellenfeld. Als Folge sind äquidistante Stromstufen zu beobachten. Die Stromdichtewelle wird durch das statische Magnetfeld und eine am Kontakt abfallende Spannung beeinflusst.

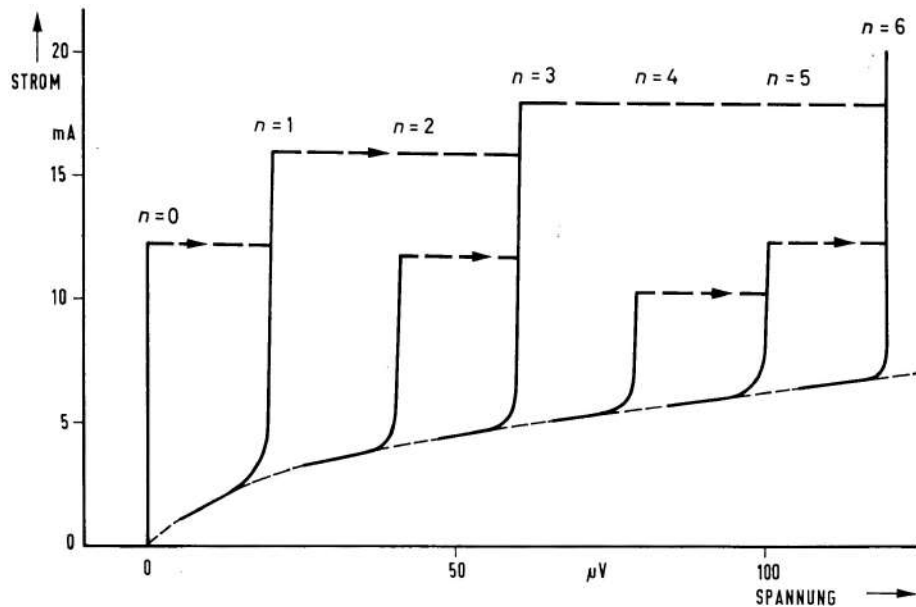


Abbildung 2.27: Darstellung von Fiske-Stufen zu unterschiedlichen, mit  $n$  gekennzeichneten Schwingungsmoden, aus [Pet75].

## 3. Experimenteller Aufbau

### 3.1 Stand zu Beginn der Arbeit

Zu Beginn der Staatsexamensarbeit war ein Versuchsaufbau zum DC-Josephson-Effekt für das Fortgeschrittenen Praktikum vorhanden. Dieser wurde im Zuge mehrerer Staatsexamensarbeiten aufgebaut und modifiziert. Der vorhandene Aufbau war jedoch sehr wartungsintensiv und störanfällig. Zu Beginn der vorliegenden Arbeit war er nicht funktionsfähig. Die Messung der Strom-Spannungs-Charakteristiken erfolgte an selbst hergestellten Zinn-Tunneldioden (s. Abbildung 3.1). Das für die Dioden verwendete Zinn wird erst bei einer Temperatur von  $3,72K$  supraleitend. Flüssiges Helium hingegen besitzt bei Normaldruck eine Temperatur von  $4,2K$ . Es war somit notwendig, die Heliumtemperatur weiter zu erniedrigen. Dies konnte durch Abpumpen des Heliumdampfes erreicht werden. Zum Kühlen der Kontakte wurde daher ein Badkryostat und ein System aus zwei Vakuumpumpen verwendet.



Abbildung 3.1: Links: Alter Probenhalter mit Verkabelung und Kohlewiderstand zur Temperaturmessung. Rechts: Siliziumkristall mit aufgedampften Zinnfilmen.

Als Stromquelle für den Messvorgang diente eine regelbare Batteriebox. Die Erfassung der Strom-Spannungs-Kennlinien erfolgte über Verstärkerboxen und zwei nachgeschaltete Digital-Analog-Wandler. Teile der Messung konnten über einen PC gesteuert und ausgewertet werden. Die Proben temperatur wurde über einen geeichten Kohlewiderstand bestimmt. Mittels ausgerichteter Spulen war es möglich, auf der einen Seite das Erdmagnetfeld zu kompensieren und auf der anderen Seite die Tunnelkontakte einem regelbaren Magnetfeld auszusetzen.

Die Art und Weise, wie der alte Aufbau konzipiert war, brachte jedoch einige Probleme mit sich. Die Herstellung der Tunneldioden erforderte sehr großes Geschick und Erfahrung im Umgang mit der Aufdampfanlage. Die Oxidschicht zwischen den Zinnschichten musste einerseits ausreichend dünn sein, durfte aber andererseits keine Leckstellen besitzen. Oft waren mehrere Versuche notwendig, um eine funktionierende Diode zu erhalten. Auch hielten die verwendeten Zinn-Kontakte keine Temperaturzyklen aus. Nach dem ersten Abkühlen mussten die Kontakte dauerhaft auf der Temperatur des flüssigen Stickstoffs gehalten werden, da ein erneutes Aufwärmen die Zerstörung der Josephson-Elemente zur Folge gehabt hätte. Diese sehr begrenzte Lebensdauer der selbst hergestellten Zinn-Tunnelkontakte, ihre Instabilität gegenüber Temperaturzyklen und ihr aufwändiges Herstellungsverfahren waren ausschlaggebend für den erneuten Umbau dieses Versuches.

## 3.2 Versuchsaufbau

### 3.2.1 Kryostat und Pumpstand

Zur Durchführung des Versuches ist es notwendig, die Probe auf Temperaturen unterhalb der Übergangstemperatur des Supraleiters zu bringen. Abbildung 3.2 zeigt die prinzipielle Zusammensetzung des Kühlaufbaus, bestehend aus Kryostat, automatischer Stickstoffnachfüllung und Pumpstand. Der verwendete Kryostat setzt sich aus einem inneren Dewar, einer sich anschließenden Isolationsvakuumkammer und einem umgebenden äußeren Dewar zusammen. Das äußere Dewargefäß wird mit flüssigem Stickstoff gefüllt und dient zusammen mit dem Isolationsvakuum als Wärmeschild für das im inneren Dewar befindliche Bad aus flüssigem Helium.

Vor dem Einsetzen des Probenstabes wird zunächst die Vakuumkammer mit Stickstoffgas geflutet, um möglichen Schäden an der Glaswand des Kryostaten vorzubeugen. Während der Messstab eingesetzt wird, muss man darauf achten, die Helimrückleitung des Kryostates geschlossen zu halten. Nach dem anschließenden Leerpumpen der Vakuumkammer kann die automatische Stickstoffnachfüllung aktiviert und der äußere Dewar gefüllt werden. Das flüssige Helium wird über einen Heber in den dafür vorgesehenen inneren Dewar gefüllt. Die Durchführung des Versuches kann im Gegensatz zum alten Aufbau bei einer Temperatur von  $4,2K$  und höher erfol-



gen. Dies ergibt sich aus der Tatsache, dass nicht mehr Zinn-Tunneldioden, sondern Tunnelkontakte aus Niob verwendet werden, welches eine Übergangstemperatur von  $9,2K$  besitzt. Für Zinn liegt die Sprungtemperatur hingegen bei  $3,72K$ . Da das Pumpen am Heliumbad nicht mehr erforderlich ist, kann auf einen Teil des alten Pumpstandes verzichtet werden. Einzig zur Erzeugung des Isolationsvakuums wird eine Drehschieberpumpe benötigt.

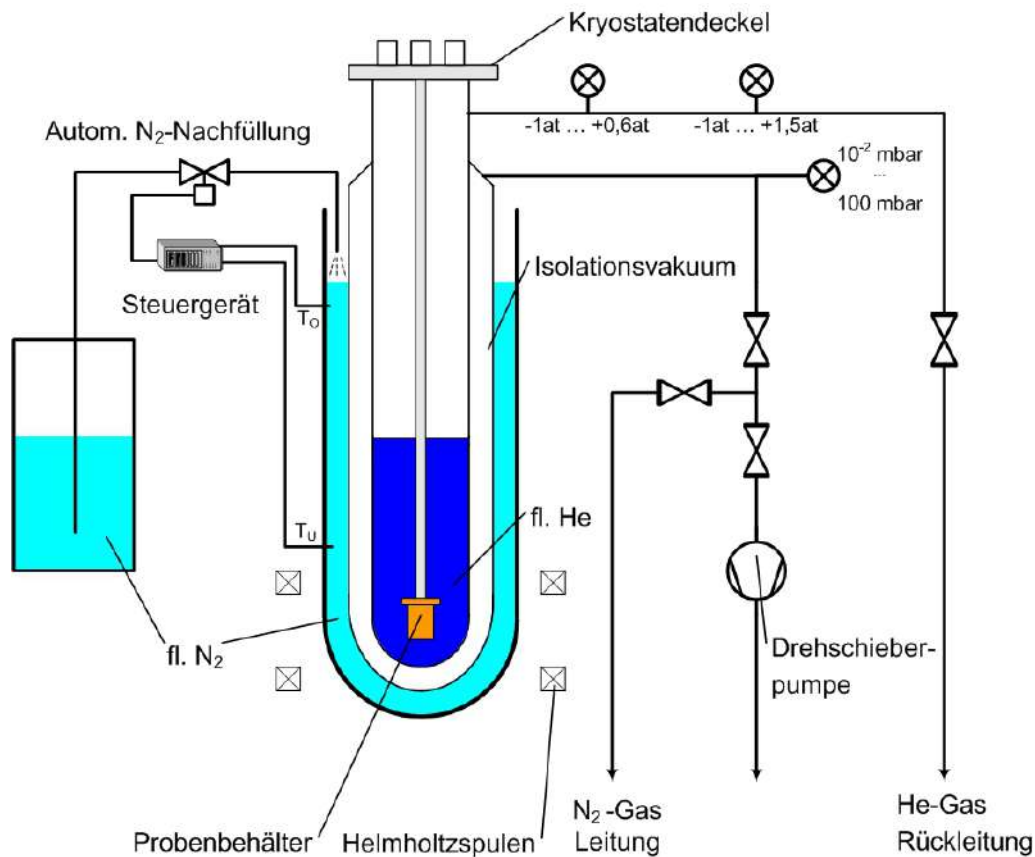


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Badkryostaten mit angeschlossener Stickstoffnachfüllung und Leitungen zum Pumpenstand und zur Heliumrückführung, nach [Fri00].

Die vorhandene automatische Stickstoffnachfüllung ist aufgrund der neuen Tunnelkontakte ebenfalls nicht mehr zwingend erforderlich. Sie besteht aus zwei - über ein elektronisches Steuergerät - verbundene Temperatursensoren, welche sich auf unterschiedlicher Höhe im äußeren Dewar befinden. Sinkt der Stickstofffüllstand unter den tiefergelegenen Sensor, öffnet das Steuergerät ein Magnetventil und startet den Nachfüllprozess. Dieser wird durch Schließen des Magnetventils beendet, wenn der Pegelstand des Stickstoffs den oberen Sensor erreicht hat. Das Steuergerät bietet die Möglichkeit, je nach Bedarf zwischen automatischem und manuellem Betrieb umzuschalten. Die automatische Stickstoffnachfüllung wird weiter verwendet, um das Ver-

dampfen des flüssigen Heliums zu minimieren und die für den Versuch notwendigen Temperaturen  $< 9,2K$  so lange wie möglich aufrecht zu erhalten. Probertemperaturen zwischen  $4,2K$  und ca.  $11K$  können durch Gegenheizen am Probenhalter erreicht werden.

### 3.2.2 Messaufbau

Es zeigte sich, dass der ursprünglich vorhandene Messaufbau in großen Teilen nicht für die weitere Verwendung geeignet war. Die neuen und deutlich kleineren, mittels Mikrostrukturtechnik hergestellten Josephson-Kontakte erfordern eine wesentlich bessere und genauere Messtechnik. Die rauschanfällige Kombination aus Signalverstärkern und Digital-Analog-Wandlern wurde daher ersetzt durch sehr hochwertige Messgeräte, welche direkt über GPIB und RS-232 angesteuert werden können. An Stelle der regelbaren Batteriebox wurde eine hochpräzise Strom-/Spannungsquelle verwendet, welche ebenso wie die Messgeräte digital ansteuerbar ist. Die ersten Messungen wurden mit Hilfe eines provisorischen Messaufbaus durchgeführt, für den auch ein vorläufiges LabView-Messprogramm geschrieben wurde. Diese erste Messanordnung wurde verwendet, um Parameter wie z. B. die erforderliche Messgenauigkeit der Geräte zu ermitteln und die prinzipielle Funktionsfähigkeit des Aufbaus zu überprüfen. Die so erhaltenen Eckdaten waren die Grundlage für die Entscheidung, welche Geräte langfristig für den Versuch angeschafft werden sollten und welche weiteren Umbauten noch erforderlich waren. So hat sich gezeigt, dass für die Spannungsmessung eine Auflösung von mindestens  $1\mu V$  und für die Strommessung sowie das Anlegen von Strom eine Genauigkeit von  $100nA$  erforderlich ist. Das Messprogramm diente dazu, den Ansteuer- und Abfrageprozess zwischen Computer und Messgeräten zu koordinieren sowie die Messdatenerfassung und -auswertung zu optimieren.

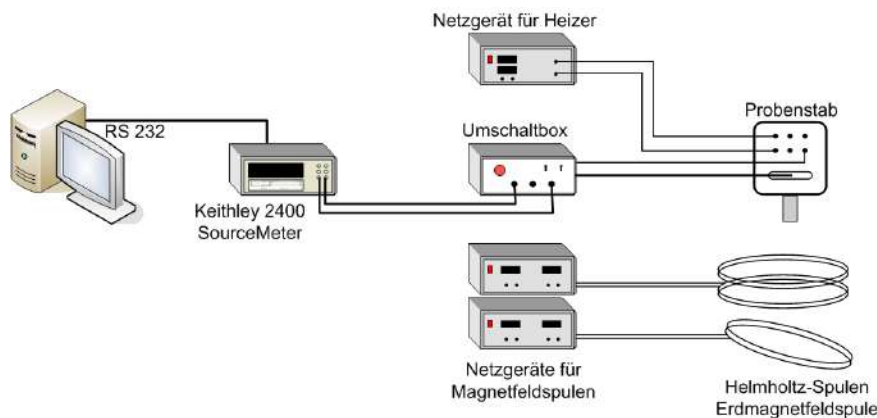


Abbildung 3.3: Darstellung des bestehenden Messaufbaus mit den jeweiligen Netzgeräten für Heizer- und Spulenbetrieb.

Abbildung 3.3 zeigt den aktuellen Aufbau. Statt einzelner Geräte wird jetzt ein SourceMeter 2400 der Firma Keithley verwendet. Dieses vereint die Eigenschaften von präzisen Strom- und Spannungsmessgeräten und ermöglicht es zudem, exakte Spannungen bzw. Ströme anzulegen. Die Stromquelle wird über einen seriellen RS-232 Anschluss mittels Computer angesteuert. Diese, im Vergleich zum IEEE-488 Standard ältere und langsamere serielle Schnittstelle bietet den großen Vorteil, dass kein zusätzlicher teurer Schnittstellenadapter benötigt wird. Im Gegensatz zu einem GPIB-Anschluss verfügt jeder Computer in der Regel über eine solche serielle Schnittstelle. Um die Kommunikation zwischen PC und dem SourceMeter 2400 über RS-232 zu gewährleisten, muss dies zunächst manuell eingestellt werden. Die weiteren, für den Datenverkehr relevanten Parameter werden anschließend durch das Messprogramm übermittelt (s. Kapitel 3.5).

Für den Versuch ist es wichtig, Messfehler aufgrund von Zuleitungs- und Kontaktwiderständen zu vermeiden. Eine Möglichkeit dies zu verwirklichen, bietet die Methode der Vierpunktmessung. Bei diesem Messprinzip erfolgt die Spannungsmessung und die Einspeißung des Stromes über verschiedene Kontakte, wodurch die Messung der Spannung nahezu stromlos erfolgt. Der Spannungsabfall am Kontaktwiderstand bei der Spannungsmessung ist daher vernachlässigbar. Das verwendete SourceMeter 2400 ermöglicht die Wahl zwischen einer Zweipunkt- und einer Vierpunktmessung. Abbildung 3.4 verdeutlicht das im Gerät und auf den Anschlusskontakten des Chips realisierte Prinzip der Vierpunktmessung. Die erhaltenen Messdaten werden mittels Computer erfasst und weiter verarbeitet.

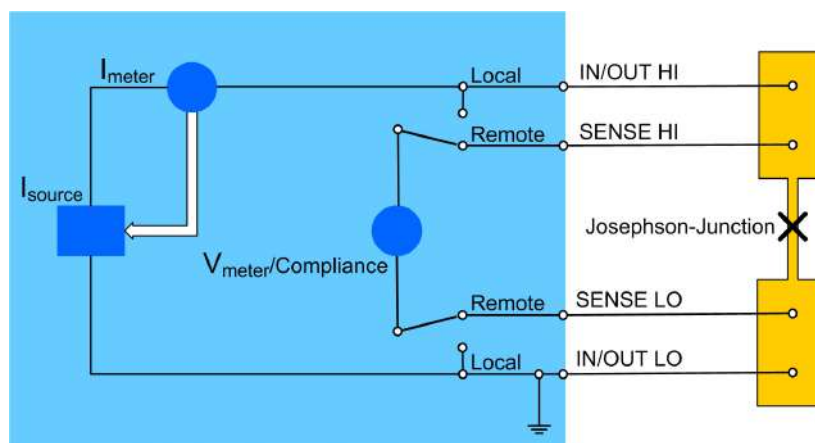


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung der Messkonfiguration: Strom wird angelegt, Spannung und Strom werden in einer Vierpunktmessung ermittelt, nach [KI].

Auf dem für den Versuch verwendeten Chip befinden sich insgesamt 24 Josephson-Kontakte. Diese unterscheiden sich in der Größe der zu den Tunnelkontakten parallel geschalteten Widerständen (s. Kapitel 3.4). Für den Versuchsaufbau wurden

vier Josephson-Elemente kontaktiert. Durch die in Abbildung 3.5 dargestellte Umschaltbox ist es möglich, zwischen diesen vier Kontakten auszuwählen. Sie ist mit verschiedenen BNC-Buchsen für Stromquelle, Spannung- und Strommessung so konzipiert, dass sie mit drei einzelnen Geräten betrieben werden kann. Die Buchse für die Strommessung wird im Versuch durch einen  $50\Omega$ -Anschlusswiderstand überbrückt, da sie durch die Verwendung des SourceMeters nicht benötigt wird.



Abbildung 3.5: Umschaltbox mit BNC-Buchsen, einer Sub-D-Buchse, einer Buchse für die Erdung und Schaltern zur Einstellung der Messung.

Die Umschaltbox besitzt jedoch auch die Aufgabe, die sehr empfindlichen Tunnelkontakte zu Beginn einer Messung zu schützen. Hierzu sind zwei weitere Schalter eingebaut: Schalter 1 (blau) dient dazu, den Spannungs- und den Stromkreislauf kurz zu schließen. Dadurch können eventuelle statische Aufladungen, welche durch Einstecken der Kabel etc. entstanden sind, beseitigt werden. Schalter 2 (rot) hat die Aufgabe, einerseits die Josephson-Kontakte vom Strom- bzw. Stromkreislauf zu trennen und andererseits auf die Temperaturmessung umzuschalten. Wählt man über den Drehschalter den Tunnelkontakt Nr.1, läuft der Strom zwischen  $I_1$  und  $I_3$ . Die Spannung wird zwischen  $U_1$  und  $U_3$  abgegriffen. Schalterstellung Nr.2 bedeutet demnach, dass der Strom zwischen  $I_2$  und  $I_7$  läuft. Die Spannung wird zwischen  $U_2$  und  $U_7$  gemessen. Die weiteren Schalterstellungen ergeben sich aus dem Schaltplan, welcher in Abbildung 3.6 dargestellt ist. Um eine bessere Signalqualität zu erhalten, sind vier Frequenzfilter in die Box eingebaut worden. Die Hin- und Rückleitungen von Strom- und Stromkreislauf wurden mit einem Tiefpass versehen. Jedes der vier RC-Glieder wurde wiederum mit einer Buchse für einen 4-mm-Federstecker („Bananenstecker“) verbunden. Die Erdung erfolgt, indem man diese Buchse mit den entsprechenden Massebuchsen der Laborleiste verbindet. Außerdem besteht die

Möglichkeit über ein Kabel eine Verbindung zur Massebuchse am Probenstab herzustellen. Die Charakterisierung eines Tiefpasses erfolgt über die sog. Grenzfrequenz  $f_0$ , für die gilt

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{R \cdot C} \quad (3.1)$$

mit  $R$  als Widerstand und  $C$  als Kapazität des Kondensators. Im Falle der verwendeten RC-Glieder ergibt sich eine Grenzfrequenz von  $f_0 \approx 1,7 \text{ kHz}$ .

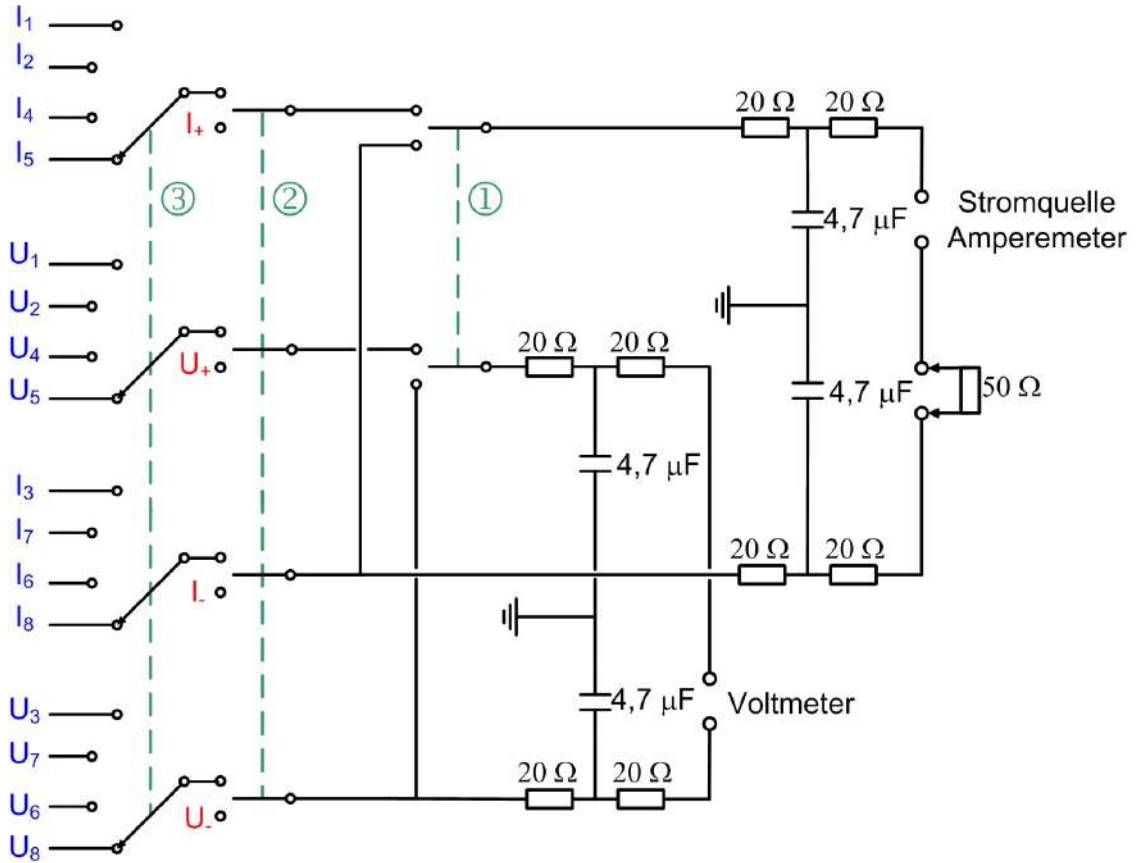


Abbildung 3.6: Schaltplan der Umschaltbox: Rechts sind die Anschlüsse zum Source-Meter, dann die Frequenzfilter, der Kurzschlusschalter ①, der Temperaturumschalter ② und der Drehschalter zur Auswahl der Tunnelkontakte ③.  $I_i$  und  $U_i$ , mit  $i \in \{1, \dots, 8\}$ , stellen die Anschlüsse der Josephson-Kontakte dar.  $I_{+,-}$  und  $U_{+,-}$  sind die Anschlüsse der Temperaturmessung am Cernox.

Der Probenstab - und damit der Josephson-Chip - wird mittels eines Datenkabels und den entsprechenden zweireihigen 25-poligen Sub-D Buchsen und Steckern mit der Umschaltbox verbunden. Das verwendete Kabel enthält 16 Adern, wobei jeweils zwei Adern miteinander verdreht sind. Man spricht auch von einem „Twisted-Pair“-Kabel. Dadurch kann der Einfluss von störenden Feldern verringert werden. Außerdem sind die Adern durch ein elektrisch leitendes, dünnes Drahtgeflecht vor störenden äußeren elektromagnetischen Feldern abgeschirmt.

Die Temperatur wird über einen Cernox des Typs CX-1050-AA der Firma LakeShore Cryotronics bestimmt (s. Kapitel 3.6). Der Temperatursensor arbeitet nach dem Prinzip der Vierpunktmessung. Die Auswertung der Strom- und Spannungswerte für den Cernox erfolgt wieder über den Computer. Dieser berechnet und zeigt den elektrischen Widerstand an. Mit Hilfe einer Eich-tabelle kann für den jeweiligen Widerstandswert die Temperatur bestimmt werden. Die Belegung der Stecker und weitere Angaben zu den miteinander verdrehten Kabeln finden sich im Anhang A.1.

### 3.3 Der Probenstab

Die Neukonzeption des Versuches erforderte eine Neukonstruktion des für den alten Versuchsaufbau verwendeten Probenstabes. Die sehr kleine Dimension des mikrostrukturierten Josephson-Chips machte eine völlig neue Halterungs- und Kontaktierungsmethode notwendig. Auch musste aufgrund der im Vergleich zu Zinn hohen Sprungtemperatur von Niob eine neue Möglichkeit der Temperaturregulierung gefunden werden. Da die kritische Temperatur von Zinn bei  $T_c = 3,72K$  liegt, reichte die Temperatur von flüssigem Helium bei Normaldruck nicht aus, um die an den Zinn-Tunnelkontakten den DC-Josephson-Effekt untersuchen zu können. Die Temperatur musste durch Abpumpen des Heliumdampfes weiter erniedrigt werden. Es konnten dabei Temperaturen bis  $1K$  erreicht werden. Die temperaturabhängige Bestimmung des maximalen Josephson-Gleichstromes bzw. der Energielücke war somit durch einfaches Eintauchen der Tunneldiode in das Heliumbad und Variation der Pumpleistung möglich. Die Feineinstellung erfolgte mittels eines im Heliumbad hängenden Heizwiderstandes.

Statt der Zinn-Tunneldioden wird im neuen Versuchsaufbau ein mikrostrukturierter Chip verwendet, welcher Josephson-Kontakte aus Niob besitzt. Die höhere kritische Temperatur  $T_c = 9,2K$  von Niob macht ein zusätzliches Abpumpen des Heliumdampfes überflüssig. Die Temperatur von flüssigem Helium bei Normaldruck von  $4,2K$  ist ausreichend. Um die Temperaturabhängigkeit der Energielücke und des maximalen DC-Josephson-Stromes nachzuweisen, ist es jedoch sinnvoll, die Probe bis zu Temperaturen um  $T_c = 9,2K$  erwärmen zu können. Der für den alten Aufbau verwendete Heizwiderstand, welcher sich direkt im Heliumbad befand, kann hierfür nicht verwendet werden. Er würde zwar das Helium zum Verdampfen bringen, nicht jedoch die Probe kontrolliert erwärmen. Für die Messung der Strom-Spannungs-Charakteristiken ist es notwendig, die Temperatur auf einer konstanten Temperatur stabil halten zu können. Für die Neuentwicklung des Probenstabes ist somit darauf zu achten, dass die Probe einerseits ausreichend thermisch an das flüssige Helium koppelt, aber andererseits auch gezielt erwärmt werden kann. Dies ist mit der Konzeption einer direkt im Heliumbad befindlichen Probe nicht realisierbar. Es wäre möglich, die Temperatur durch die Position des Probenhalters über dem Heliumbad

zu steuern. Da jedoch die Lage des Chips während des Versuches durch die äußeren Magnetfeldspulen vorgegeben ist, kann diese Variante nicht verwirklicht werden. Eine zweite Möglichkeit ist in Abbildung 3.7 dargestellt.

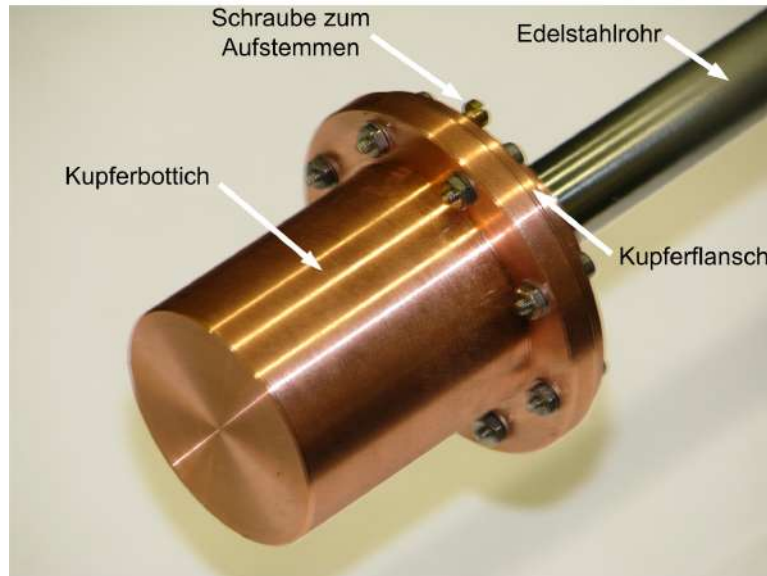


Abbildung 3.7: Probenstab im geschlossenen Zustand. Als Abdichtmaterial zwischen Bottich und Flansch wurde Indium verwendet.

Der Josephson-Chip befindet sich in einem mit Heliumgas gefüllten Probenraum, welcher durch einen Kupferzylinder vom flüssigen Helium abgetrennt wird. Der Kupferzylinder wird auf den unteren Teil des Messstabes aufgeschraubt und der Flansch mittels einer Indiumdichtung abgedichtet. Um den Probenraum wieder öffnen zu können, befinden sich zwei Schrauben an der Flanschoberseite. Mit ihrer Hilfe können die durch die Indiumdichtung quasi verklebten Teilstücke wieder auseinander gedrückt werden.

Die Kabelzuleitung erfolgt durch ein am Flansch kalt verlötetes Edelstahlrohr, welches wiederum oben am Kryostatdeckel befestigt ist. Drei längliche Ausfräsungen am oberen Rohrende ermöglichen es, die Kabel im Inneren des Rohres zum Probenhalter zu führen. Neben den zwölf Leitungen zur Messung des Josephson-Effektes befinden sich vier Leitungen für den Temperatursensor und zwei Leitungen für einen Heizwiderstand im Rohr. Alle Kabel sind nach dem schon beschriebenen „Twisted-Pair“-Prinzip zu zweit bzw. zu dritt miteinander verdreht. Die Öffnungen am Rohrende dienen nicht nur der Kabeldurchführung, sondern haben auch die wichtige Aufgabe dafür zu sorgen, dass es im Probengefäß zu keinem Überdruck kommt. Dies wäre bei einem gänzlich abgeschlossenen Behälter dann der Fall, wenn flüssiges Helium durch eine Leckstelle der Indiumdichtung in den Probenraum gelänge und



dort beim Erwärmen verdampfen würde. Durch die Öffnungen am Rohr kann das Gas entweichen und ein eventuell auftretender Überdruck wird vermieden.

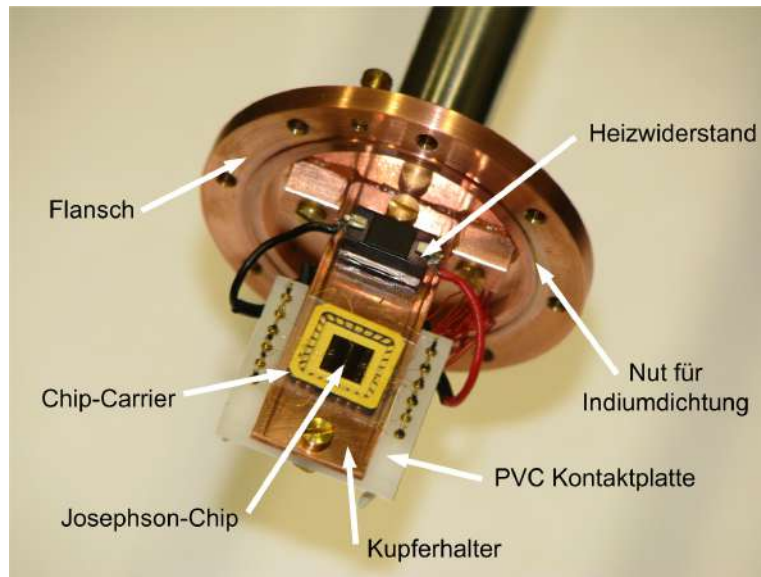


Abbildung 3.8: Geöffneter Probenstab mit goldbeschichtetem Chip-Carrier aus Keramik mit indirekter Kontaktierung des Chips.

Die thermische Ankopplung des Josephson-Chips erfolgt, wie in Abbildung 3.8 zu erkennen, über einen Kupferhalter, welcher am Flansch festgeschraubt wird. Der gesamte Probenbehälter aus Flansch und Kupferzylinder trennt somit nicht nur den Chip vom flüssigen Helium, sondern koppelt ihn auch thermisch an das Helium. Um gegen das Heliumbad heizen zu können und damit die Temperatur zu erhöhen, befindet sich oberhalb des Chips ein Heizwiderstand.

Zur Kontaktierung des Chips wurde zu Beginn ein LCC (leadless chip carrier) der Firma NTK Technologies aus gesintertem Aluminiumoxid verwendet. Die Keramik des Chip-Halters ist mit einer Goldschicht bedampft. Um den Chip zu kontaktieren, wurde er von den innen gelegenen Kontaktflächen des Halters aus mit Aluminiumdrähten gebondet (s. Abbildung 3.8). Diese Konstruktion hat den großen Vorteil, dass der LCC-Halter zusammen mit dem Chip wieder von der Kupferunterlage entfernt werden kann, ohne die Bonddrähte zu zerstören. Um den Chip-Carrier elektrisch vom Kupfer zu isolieren wurde eine dünne Saphirscheibe verwendet. Saphir ist ein guter phononischer Wärmeleiter und elektrisch ein Isolator. Die Kontakte des Chip-Halters selbst waren durch dünne Golddrähte mit den Steckerstiften der Anschlussplatte verbunden. Zur Befestigung dieser Drähte diente ein elektrisch leitender Klebstoff aus der Elektronenmikroskopie. Es zeigte sich, dass diese indirekte Kontaktierung des Chips keine zufriedenstellenden Ergebnisse liefert. Der Grund ist in der Art und Weise zu suchen, wie die Drähte an die seitlich gelegenen Kontakt-



stellen des Halters befestigt wurden. Mit Hilfe eines kleinen Klebstofftropfens wurden die Drahtenden an die jeweiligen Kontakte geklebt. Diese Befestigung war den großen Temperaturunterschieden beim Abkühlen bzw. Aufwärmen und den dabei auftretenden Verspannungen nicht gewachsen. Zudem kam es aufgrund des Klebens der Drähte zu einem unverhältnismäßig hohen Kontaktwiderstand. Aufgrund der beschriebenen Kontaktprobleme fiel die Entscheidung letztlich zu Gunsten einer direkten Kontaktierung des Chips aus. Abbildung 3.9 zeigt die Kupferunterlage mit dem auf einem Saphirsockel gelagerten Josephson-Chip, sowie den neuen Kontakten. Dieser ist von den umgebenden Messingkontakten aus mit Aluminiumdrähten gebondet. Die Messingkontakte besitzen an der Unterseite des PVC-Halters Steckstifte, über die der Chip für eine Messung angeschlossen werden kann. Der PVC-Halter hat die Aufgabe, die einzelnen Kontakte elektrisch voneinander zu isolieren. Die verwendeten Messingstifte wurden selbst angefertigt, da es keine vergleichbaren kommerziellen Produkte gibt. Hierzu werden Messingstifte aus der Isolierung einer handelsüblichen Platinen-Stiftleiste gelöst. Durch Entfernen der oberen Stifthälfte und anschließendes Feilen wird eine kleine ebene Fläche geschaffen. Poliert man diese mit entsprechenden Schleifmitteln, erhält man den gewünschten Kontaktstift.

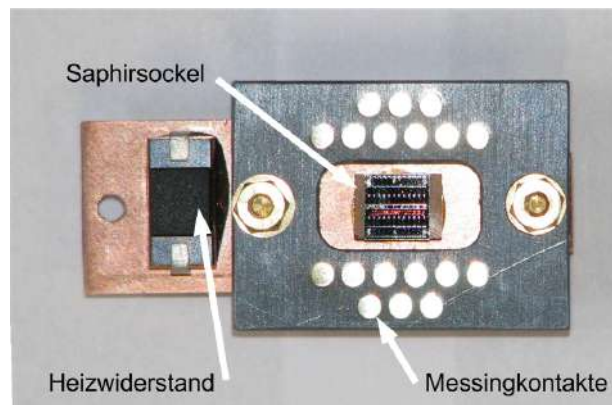


Abbildung 3.9: Großansicht des neuen Chiphalters, bestehend aus Kupferunterlage, Saphirsockel und PVC-Kontaktplatte. Der Chip wurde von den Messingkontakten aus gebondet.

Zwischen Saphirsockel und der Befestigung am Kupferflansch befindet sich ein Metallfilmwiderstand mit  $1000\Omega$  und einer Leistung von  $3W$ . Dieser dient dazu, die Temperatur des Chips zu variieren. Einerseits wird die Kupferunterlage, andererseits der Heliumdampf im Probenbehälter erwärmt, was sich wiederum beides auf die Temperatur des Chips auswirkt. Befindet sich der Probenbehälter im Heliumbad, d.h. bei  $4,2K$ , kann der Chip so durch den Heizwiderstand auf eine Temperatur von maximal  $11K$  gebracht werden. Es hat sich gezeigt, dass die Temperatur auf

diese Weise sehr genau reguliert werden kann. Eine so eingestellte Temperatur weist maximal eine Schwankung von  $0,01 - 0,02K$  auf.

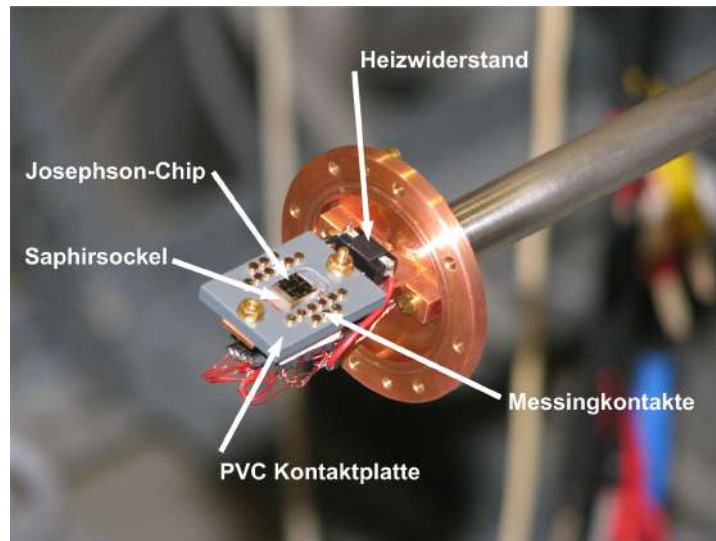


Abbildung 3.10: Geöffneter Probenstab mit direkter Kontaktierung des Josephson-Chips durch gebundene Aluminiumdrähte.

Die Abbildung 3.10 zeigt den Kupferhalter mit PVC Kontaktplatte und den darauf befindlichen Chip im eingebauten Zustand. In Abbildung 3.11 ist die Unterseite abgebildet. Zu sehen sind die Anschlüsse für den Heizwiderstand, für die Josephson-Kontakte und der Anschluss des Temperatursensors.

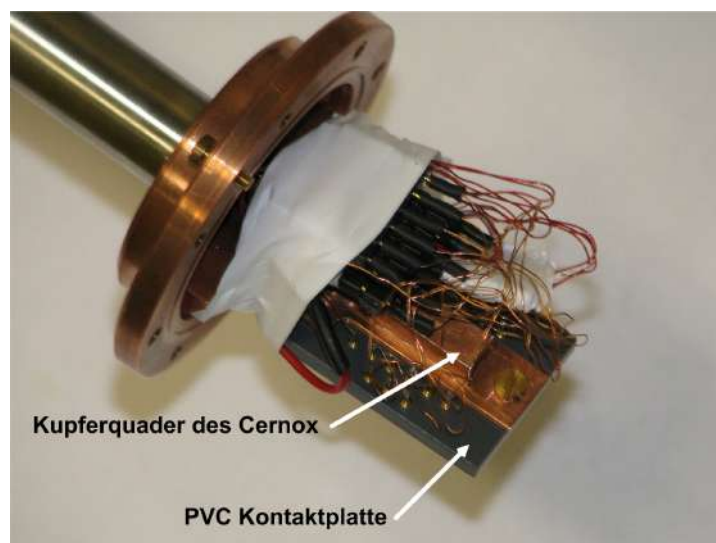


Abbildung 3.11: Probenstab im geschlossenen Zustand. Als Abdichtmaterial zwischen Bottich und Flansch wurde Indium verwendet.

Der Cernox befindet sich direkt unterhalb des Josephson-Chips auf der anderen Seite der Kupferunterlage. Der Temperatursensor wird dort in einen kleinen Kupferquader mit einer zylinderförmigen Aussparung eingesetzt werden. Diese wird zuvor mit einer dünnen Schicht Tieftemperatur-Vakuumfett ausgekleidet. So ist eine sehr gute thermische Ankopplung des Sensors gewährleistet. Die technischen Zeichnungen der einzelnen Bestandteile des Messstabes sind im Anhang A.3 abgedruckt.

## 3.4 Der Josephson-Chip

Die wohl gravierendste Änderung im Vergleich zum alten Versuchsaufbau ist die Verwendung eines mikrostrukturierten Chips der Eberhard Karls Universität Tübingen. Am Arbeitsbereich Experimentalphysik II für Festkörperphysik wird dort aktive Forschung an Josephson-Kontakten betrieben. Im Rahmen des Tübinger Fortgeschrittenen Praktikums für Physiker wird ebenfalls ein Versuch zu den Josephson-Effekten angeboten. Aus diesem Praktikum stammt der erhaltene Mikrochip. Aufgrund der Art und Weise seiner Fertigung ist er geeignet, die Temperaturzyklen des Einkühlens und Auftauens ohne eine Beschädigung der Josephson-Kontakte zu überstehen. Die Herstellung eines solchen Chips erfolgt mittels Mikrostrukturtechnik. Hierbei werden diverse Schichten unterschiedlicher Materialien aufgetragen und durch die Anwendung spezieller Masken strukturiert. Überflüssige Bereiche werden z. B. durch Ionenätzen entfernt.

Für den im Versuch verwendeten Mikrochip ergibt sich folgendes Fertigungsprinzip: Auf ein Si/SiO<sub>x</sub>-Substrat wird eine erste Schicht Niob aufgebracht. Als ein klassischer Supraleiter bietet sich Niob mit seiner hohen Sprungtemperatur von  $9,2K$  für die Verwendung in einem Josephson-Chip an. Niob-Filme weisen zudem eine hohe Haltbarkeit auf. Auf das Niob wird anschließend eine Schicht aus Aluminium aufgebracht, diese mit Hilfe einer Maske strukturiert und oberflächlich oxidiert. Dieses Oxid stellt die Isolierschicht im späteren Tunnelkontakt dar und entscheidet durch ihre Dicke über die Größe des kritischen Stromes. Eine Lage aus SiO<sub>x</sub> dient als Isolator. Auf dieser wird die für den Shunt-Widerstand nötige Metallschicht aufgebracht. Mittels einer weiteren Maske vervollständigt Niob den Kontakt. SiO<sub>x</sub> sorgt nun noch für eine ausreichende Isolation. Auf dem quadratischen Chip mit einer Kantenlänge von  $0,5cm$  befinden sich insgesamt 24 Nb-Al/AlO<sub>x</sub>-Nb Tunnelkontakte. Diese besitzen eine Querschnittsfläche von  $100\mu m^2$  und haben eine Kapazität von ungefähr  $4,7pF$ . Die Dicke der Barrierenschicht wird mit rund  $30nm$  angegeben. 20 der Kontakte sind mit parallel geschalteten Shunt-Widerständen unterschiedlicher Größe versehen. Der größte Widerstand beträgt ca.  $1,5\Omega$ . Aufgrund einer maximalen Josephson-Stromdichte von  $100A/cm^2$  ergibt sich der maximale Josephson-Gleichstrom zu  $100\mu A$ .

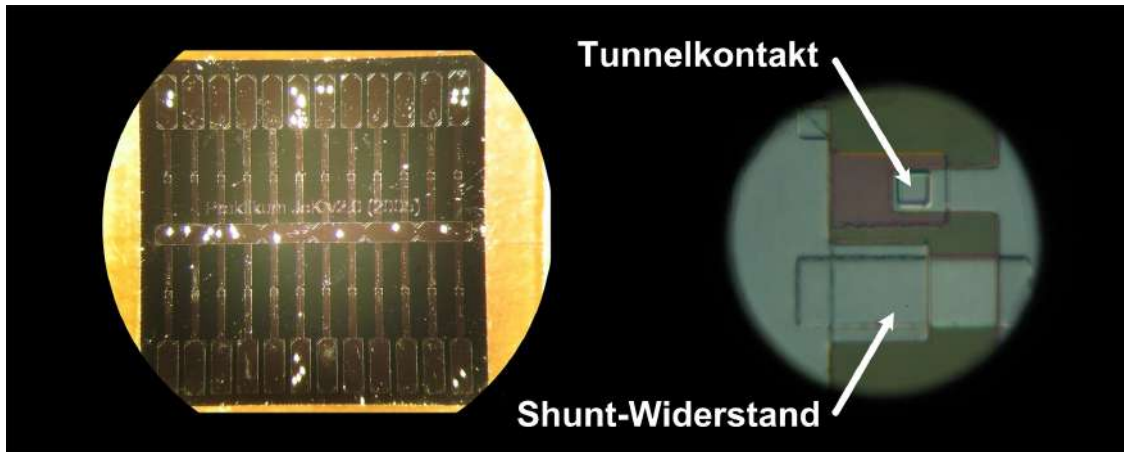


Abbildung 3.12: Links: Mikroskopaufnahme des gesamten Chips mit 24 Josephson-Kontakten. Rechts: Aufnahme eines Tunnelkontaktes mit Shunt-Widerstand.

Die Abbildung 3.12 zeigt im linken Bildausschnitt die Gesamtansicht des Chips unter dem Mikroskop. Deutlich erkennbar sind hier die verschiedenen Leiterbahnen zu den einzelnen Tunnelkontakten. Die über dem dunklen Chip-Hintergrund silber glänzenden Flecken sind Stellen, an denen der Chip schon einmal mit Aluminiumdrähten gebondet war. Der oberhalb des Mittelstegs erkennbare Schriftzug dient in Verbindung mit einer Entwurfszeichnung dazu, die Lage der verschiedenen Shunt-Widerstände zu kennzeichnen. Im rechten Bildausschnitt ist eine Nahaufnahme eines Josephson-Kontaktes mit parallel geschaltetem Widerstand zu sehen. Diese so genannten Shunt-Widerstände lassen den Gesamtwiderstand  $R$  des Tunnelkontaktes kleiner werden und beeinflussen auf diese Weise die I-U-Kennlinien.

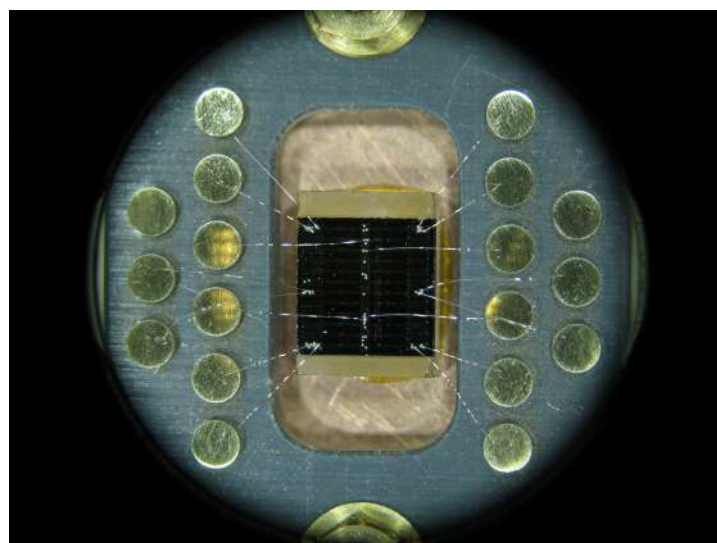


Abbildung 3.13: Kontaktierung des Josephson-Chips mit gebondeten Aluminiumdrähten. Der quadratische Chip besitzt eine Kantenlänge von  $5\text{mm}$ .

Das Layout des Chips ist so gestaltet, dass die jeweils gegenüberliegenden Tunnelkontakte einen gleichen Shunt-Widerstand besitzen. Die Tunnelkontakte selber befinden sich zwischen dem Kontaktstreifen in der Mitte und den Bond-Stellen außen. Abbildung 3.13 zeigt die Kontaktierung des Chips. Für den Versuch wurden je zwei Kontakte ohne und zwei mit größtem Shunt-Widerstand ausgewählt. Im Anhang A.2 ist das Layout des Chips skizziert.

## 3.5 Das Messprogramm

In den vorangegangenen Kapiteln wurde der Versuchsaufbau in seinen einzelnen Komponenten beschrieben. Um mit diesem zu arbeiten, bedarf es eines leistungsfähigen und zuverlässigen Messprogramms. LabVIEW („Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench“) ist eine spezielle Programmierumgebung, welche es ermöglicht, eine komplexe Messstruktur zu entwerfen sowie externe Messgeräte zu steuern. Grundsätzlich unterscheidet sich LabVIEW durch seine graphische Programmstruktur von anderen textbezogenen Programmiersprachen, wie z. B. C oder Pascal. Ein jedes LabVIEW-Programm - wie kompliziert es auch sein mag - besteht aus zwei grundlegenden Bestandteilen. Das so genannte „Front-Panel“ stellt die Benutzeroberfläche des jeweiligen Messprogramms dar. Die Programmierung dieser Oberfläche erfolgt durch das „Block-Diagramm“.

Bei der Übernahme des Versuchsaufbaus war bereits ein auf LabVIEW basierendes Programm vorhanden. Dieses Programm konnte jedoch nicht weiter genutzt werden, da die komplette Messtechnik des alten Versuchsaufbaus entfernt, umgebaut und durch leistungsfähigere Komponenten ersetzt wurde. Für die Aufbau- und Testphase wurde ein vorläufiges, ebenfalls auf LabVIEW basierendes Hilfsprogramm entworfen. Dieses beinhaltet schon die wesentlichen Merkmale und Eigenschaften des endgültigen Messprogramms. Es musste nur dem Umstand Rechnung getragen werden, dass mit zwei einzelnen Messgeräten und einer Stromquelle gearbeitet wurde. Dieses Programm berücksichtigt unter anderem, dass die verwendeten hochwertigen Geräte über GPIB angesteuert werden können.

Mit dem entworfenen Hilfsprogramm ist es möglich, über die Ansteuerung der Messgeräte alle relevanten Daten zu erfassen und zu verarbeiten. Nach Beendigung eines jeden Versuchsdurchlaufs werden die gesammelten Datensätze abgespeichert. Außerdem regelt das Messprogramm die Funktion des für den Versuch notwendigen DC-Generators. Neben diesen für die Erfassung des Gleichstrom-Josephson-Effektes notwendigen Eigenschaften besitzt das Programm auch die Fähigkeit, die Proben-temperatur zu ermitteln. Durch Ansteuern des Generators wird eine Gleichspannung an den Cernox Temperatursensor angelegt. Aus den Messwerten für Strom und Spannung errechnet das Programm Widerstandswerte, aus welchen dann mittels einer Eich-tabelle die Temperatur bestimmt wird.

Das eigentliche Messprogramm stellt eine Weiterentwicklung und Verbesserung des Hilfsprogrammes dar. Viele der Veränderungen ergeben sich aus dem Umstand, dass die drei einzelnen Messgeräte durch das SourceMeter von Keithley ersetzt wurden. Die mit diesem Umbau einhergehende Änderung des Kommunikationsstandarts zwischen Computer und Messgerät, von GPIB hin zu RS-232, verursacht ebenfalls eine Korrektur der Programmstruktur. Abbildung 3.14 zeigt die Benutzeroberfläche, das so genannte Front-Panel dieses Messprogrammes. Es gliedert sich in drei Hauptbestandteile auf. Der hellblau markierte Bereich kennzeichnet die Möglichkeit zur Wahl der jeweiligen Funktion des Messprogramms. Außerdem erscheint hier die Statusmeldung des SourceMeters. Als Grundeinstellung dient die Temperaturmessung (grün), welche der zweite Teilbereich des Programms darstellt. Der mit rot umrissene Bereich zeigt den Teil des Messprogramms, mit dem die Strom-Spannungs-Charakteristiken der Josephson-Kontakte des Chips gemessen werden.

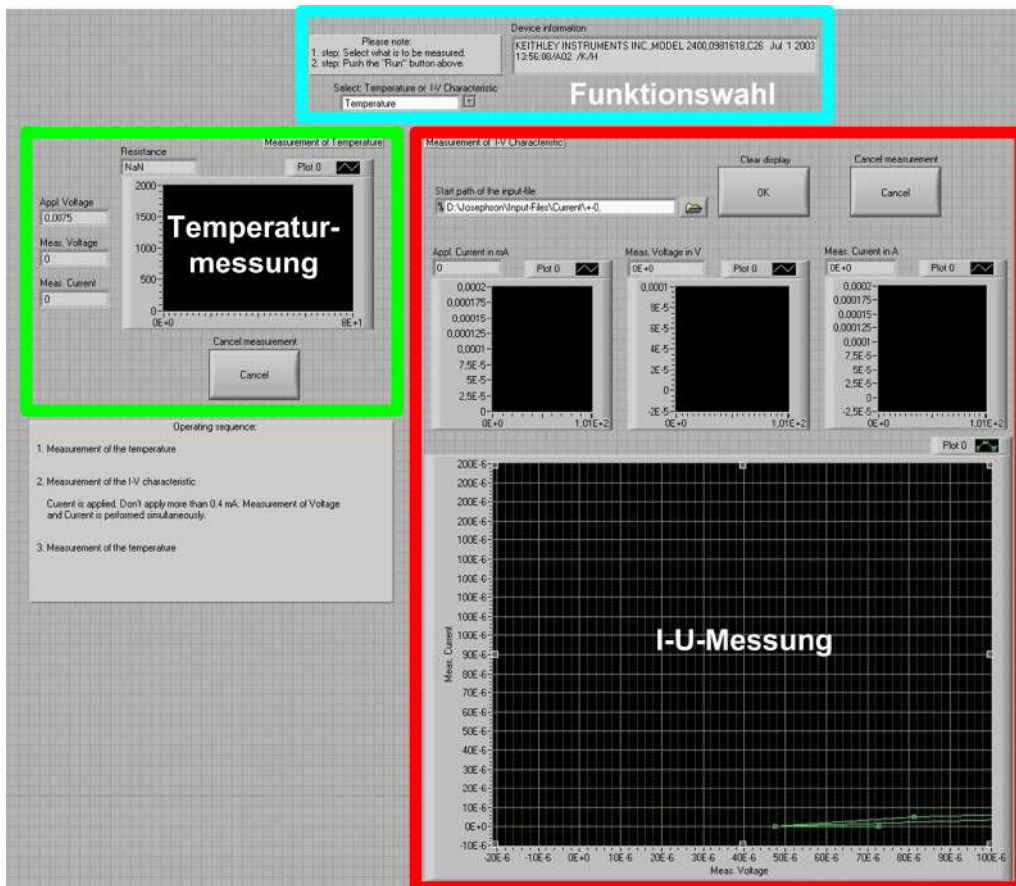


Abbildung 3.14: Benutzeroberfläche des LabVIEW-Messprogramms, bestehend aus drei Teilbereichen: Funktionswahl, Temperaturmessung und I-U-Messung.

Eine Großansicht des Front-Panels befindet sich im Anhang C. Im vorgesehenen Ablauf einer Messung während des Versuches soll zuerst die Proben temperatur ermittelt, dann die Strom-Spannungskennlinie aufgezeichnet und schließlich nochmals



zur Kontrolle die Temperatur des Chips prüft werden.

Zu Beginn soll nun die Implementierung der I-U-Messung betrachtet werden. Dies ist deshalb sinnvoll, da einige Programmkomponenten auch im Block-Diagramm der Temperaturmessung verwendet werden. Um die I-U-Messung zu starten, ist es zunächst notwendig, diese Funktion im oben beschriebenen hellblauen Bereich auszuwählen. Auf der Ebene des Block-Diagramms verbirgt sich eine sog. „Case-Struktur“, welche je nach Wahl das entsprechende Teilprogramm initiiert. Sowohl das Teilprogramm für die I-U-Messung, als auch das für die Bestimmung der Temperatur ist nach einem bestimmten logischen Muster aufgebaut. Nacheinander sollen bestimmte Befehle ausgeführt werden. Hierzu verwendet man eine Sequenzstruktur („Flat Sequence Structure“), welche ähnlich wie eine aus vielen Einzelbildern zusammengesetzte Filmrolle aufgebaut ist. Ein Bild bzw. ein Rahmen nach dem anderen wird dabei abgearbeitet. Im Unterschied zum oben erwähnten Hilfsprogramm wird die Sequenzstruktur auch für eine interaktive Benutzerführung genutzt. Jeder Anwender wird vor dem eigentlichen Beginn der Messung durch verschiedene Dialogboxen dazu angehalten, die Schalterstellungen an der Umschaltbox zu überprüfen, bzw. diese nach einem vorgegebenen Muster umzulegen. Durch diese Menüführung wird ein größerer Schutz des Josephson-Chips vor einer unbeabsichtigten Zerstörung gewährleistet.

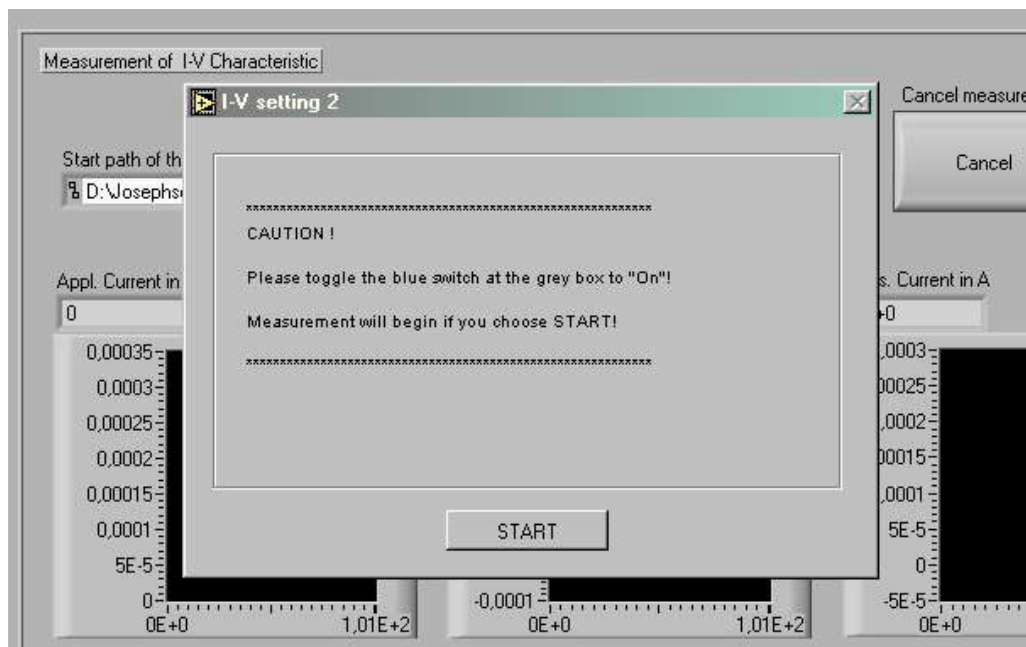


Abbildung 3.15: Dialogbox welche im Vorfeld der Messung einer Strom-Spannungs-Kennlinie den Anwender auffordert, bestimmte Schalter umzulegen.

Ein weiterer großer Unterschied zwischen Hilfsprogramm und eigentlichem Messprogramm besteht in der Art und Weise, wie die Messgeräte für den Versuch konfiguriert

werden. Für die Verwendung des Hilfsprogrammes war es notwendig, die Laborgeräte hinsichtlich verschiedener Parameter wie Messfunktion oder Range zu Beginn der Messung manuell einzustellen. Die Initialisierung des SourceMeters erfolgt im neuen Programm durch ein spezielles Unterprogramm (SubVI), welches eine Kommunikation zwischen Computer und Messgerät über die verwendete serielle Schnittstelle ermöglicht. Ihm liegt ein LabVIEW-eigenes Programm zugrunde, welches für die Anforderungen der beabsichtigten Messung modifiziert wurde. Das veränderte Programm namens „Basic A-set“ überträgt zum Einen die für die serielle Schnittstelle relevanten Einstellungen und zum Anderen die für eine Messung erforderliche Konfiguration des SourceMeters. Dabei wird unter anderem festgelegt, ob eine Zwei- oder eine Vierpunktmessung durchgeführt werden soll, welche Daten gemessen und übermittelt werden und welcher Messbereich jeweils gelten soll. Diese Maßnahme bietet einen effektiven Schutz vor einer möglicherweise falschen Bedienung der Messgeräte bzw. der Quelle. Nur so wird der Schutz des Josephson-Chips vor Bedienungsfehlern während des Versuchs und insbesondere im Praktikum gewährleistet. Für die Implementierung der Befehle wird die so genannte SCPI-Syntax („Standard Commands for Programmable Instruments“) verwendet. Die vollständige Implementierung findet sich zusammen mit der Darstellung von Front-Panel und Block-Diagramm im Anhang C.

Nach diesen vorbereitenden Schritten beginnt die eigentliche Messung. Das Programm fordert den Nutzer auf, eine Datei zu benennen, welche als „Input-File“ für die Stromquelle dient. Dabei handelt es sich um eine Datei, welche in einer Spalte die gewünschten Stromwerte enthält. Über mehrere Module werden diese Daten eingelesen und so konvertiert, dass LabVIEW mit ihnen arbeiten kann.

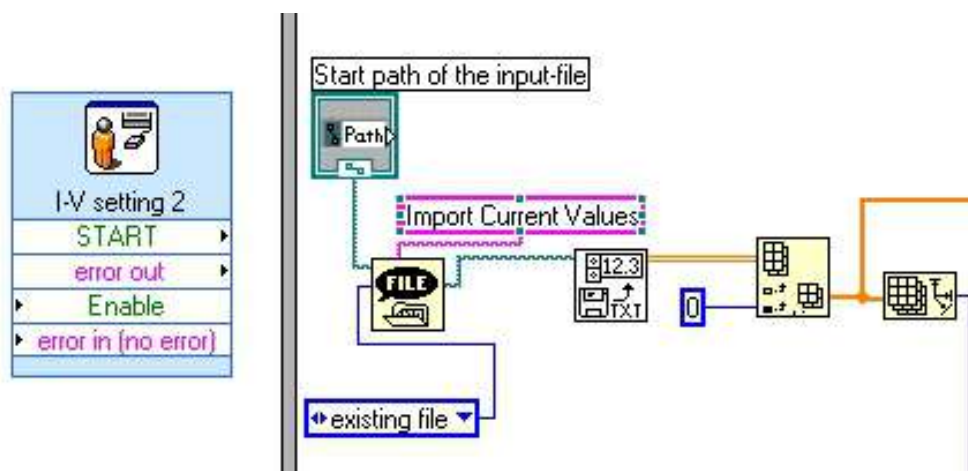


Abbildung 3.16: Links: Programmierung der in Abbildung 3.15 abgebildeten Dialogbox. Rechts: Teil der Sequenzstruktur, welche die nötigen Eingabedateien (Input-File) zum Anlegen des Stromes einliest.



Die nun folgende While-Schleife bildet das Herzstück des Programmes (s. Anhang C). Sie beinhaltet die Programmteile, welche für das Anlegen des Stromes bzw. das Auslesen von Spannungs- und Stromwerten verantwortlich sind. Die Daten des Input-Files werden nacheinander an die Schleife weitergereicht. Nach jedem Durchlauf wird ein neuer Stromwert eingelesen. D.h. die Schleife läuft genau so lange, wie es neue Daten aus dem Input-File gibt. Unabhängig davon besteht die Möglichkeit, die Schleife und damit auch die Messung abubrechen. Da ein zu großer Strom eine Beschädigung der Josephson-Kontakte zur Folge hätte, erfolgt an dieser Stelle eine Kontrolle durch das Programm. Es muss ausgeschlossen werden, dass ein zu großer Wert an die Stromquelle gesendet wird. Realisiert wird dies, indem man jeden eingelesenen Datensatz mit einem Referenzwert vergleicht. Registriert das Programm einen Wert, welcher den Vergleichswert übersteigt, erscheint eine Fehlermeldung und die Messung muss abgebrochen werden. Die dafür verwendete vollständige „True-False“-Struktur ist auf dem Block-Diagramm C.4 im Anhang zu sehen.

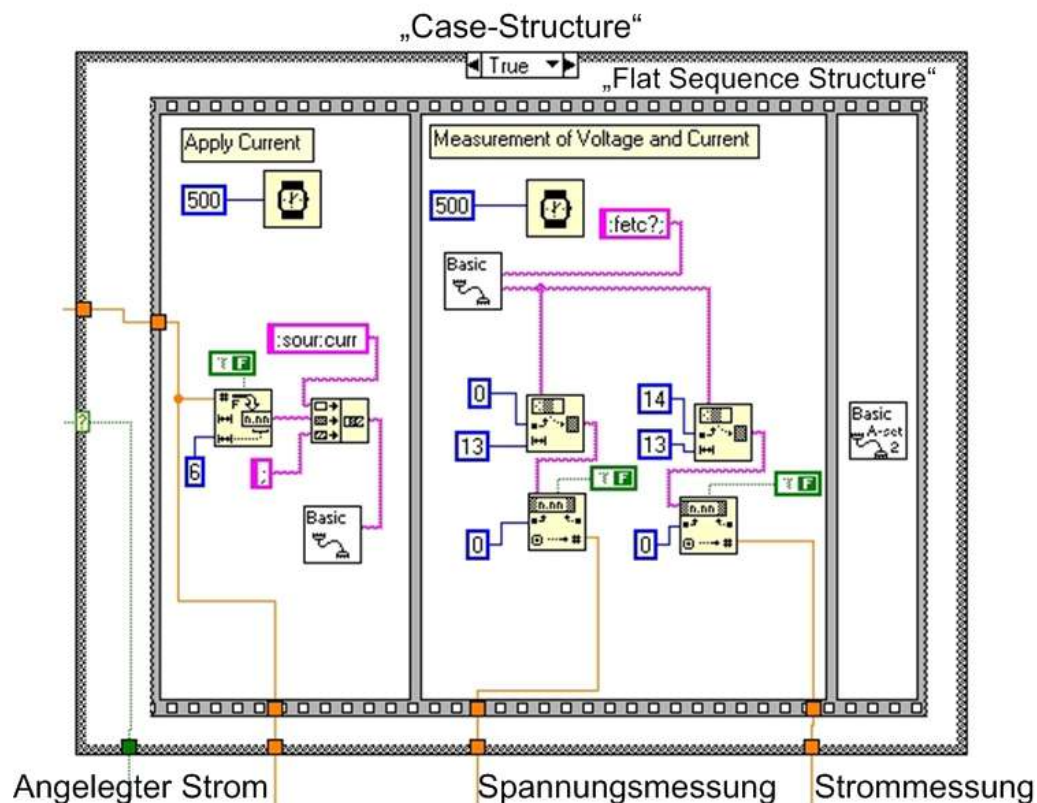


Abbildung 3.17: Sequenzstruktur, welche das Anlegen von Strom bzw. die Messung der Spannungs- und Stromwerte steuert. Zu sehen ist der „True“-Fall der Case-Struktur.

Das Übermitteln des gewünschten Stromes erfolgt durch die in Abbildung 3.16 dargestellte Sequenz. Zunächst müssen die eingespeißten Daten in ein speziell für die

Kommunikation notwendiges Format umgewandelt werden. Nach dem Zusammen setzen des vollständigen Befehls wird dieser durch ein weiteres SubVI an das SourceMeter gesendet. Das SubVI ist dem oben beschriebenen Programm zur Initialisierung der Messung bis auf den verwendeten Befehl identisch. Den nächsten Arbeitsschritt kann das Programm erst nach Verstreichen einer halben Sekunde beginnen. Damit wird gewährleistet, dass das SourceMeter ausreichend viel Zeit erhält, um die Daten und Befehle zu verarbeiten und auszuführen. Durch zu schnell aufeinander folgende Befehle könnte der Fall eintreten, dass das SourceMeter nicht mehr kontrollierbar ist. Die eigentliche Messung geschieht durch die sich anschließende Sequenz (s. Abbildung 3.17). Das erwähnte SubVI hat auf der einen Seite die Aufgabe, den für das Auslesen der Daten notwendigen Befehl zu senden. Auf der anderen Seite empfängt es diese Daten und leitet sie weiter. Im SourceMeter erfolgt nach dem Abfragebefehl eine gleichzeitige Messung von Spannung und Strom. Die dabei ermittelten Werte werden zusammen als String an das Programm übermittelt. Die ersten 13 Stellen beziehen sich auf die Spannung, die darauf folgenden 13 auf den Strom. Durch eine entsprechende Auswahl dieser Stringkomponenten erhält man die gewünschten Daten.

Um auch hier einen reibungslosen Ablauf der Messung zu garantieren, wird wie in der Sequenz zuvor eine halbe Sekunde gewartet, ehe der nächste Messschritt folgt. Zuvor ist es jedoch erforderlich diesen zu initialisieren, was wiederum mittels des erwähnten SubVI's geschieht. Die so erhaltenen Datenpaare werden bei jeder Schleife an die schon zwischengespeicherten Werte aus vorhergehenden Schleifendurchläufen angehängt. Einerseits werden die gemessenen Strom-Spannungs-Paare graphisch angezeigt, andererseits nach Beendigung der Messung in einer Tabelle als Textdatei gespeichert. Zum Ende der I-U-Messung wird das SourceMeter durch einen Reset-Befehl in den Ruhezustand versetzt und der Anwender durch eine abschließende Dialog-Box darum gebeten, die Schalter an der Umschaltbox wieder in die Ausgangsstellung zu bringen.

Das Teilprogramm zur Erfassung der Proben temperatur entspricht in weiten Teilen dem der I-U-Messung. Der Programmnutzer wird wieder über diverse Dialog-Boxen durch das Programm geleitet. Der wohl gravierendste Unterschied besteht in der Funktion des SourceMeters als Quelle. Zur Messung der Strom-Spannungs-Charakteristiken wurde zum Schutz des Kontaktes Strom angelegt. Für die Temperaturmessung hingegen wird das SourceMeter nicht mehr als Strom- sondern als Spannungsquelle verwendet. Da immer dieselbe Spannung von  $7,5\text{mV}$  angelegt wird, ist es nicht nötig ein extern erzeugtes Input-File für die Messung zu laden.

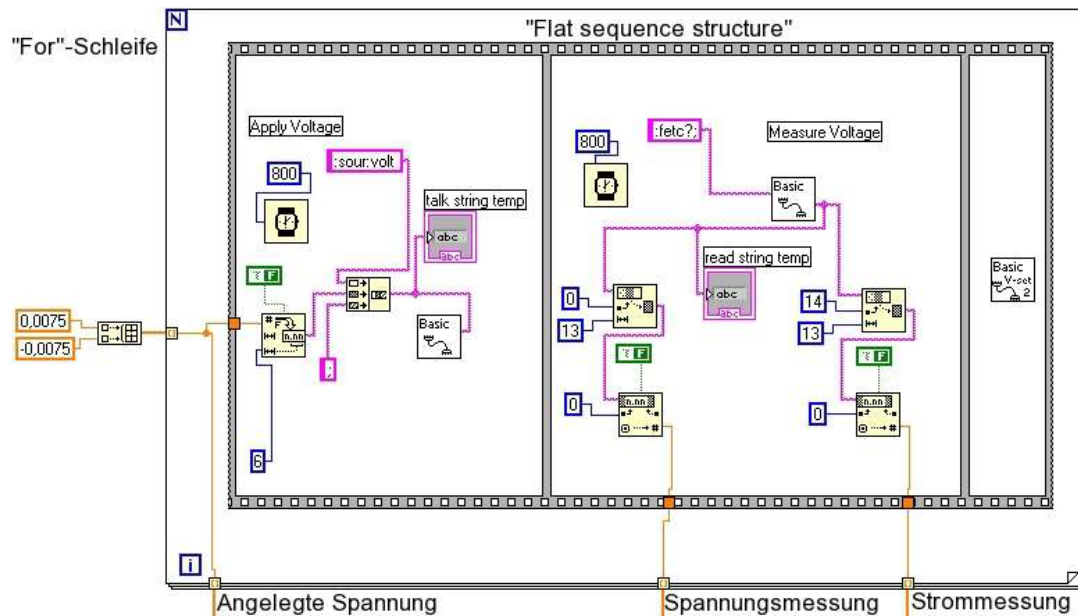


Abbildung 3.18: Abgebildet ist der Teil des Messprogramms, welcher die Temperaturmessung steuert. Durch das Umpolen wird nach zweimaligem Durchlauf der For-Schleife auch ein Array ausgegeben.

Um den Einfluss von Thermospannungen bei der Temperaturmessung zu verringern, wird die angelegte Spannung während der Messung umgepolt. Mit Hilfe einer For-Schleife wird zuerst die positive Spannung eingelesen, sowie an das SourceMeter übertragen und dann die dazugehörigen Messwerte abgerufen. Im zweiten Schleifendurchlauf wird dies nochmals für die negative Spannung durchgeführt. Durch Mitteln der gemessenen Werte kürzen sich die durch Thermospannungen verursachten Anteile heraus.

## 3.6 Temperaturmessung

Für die Messung der Proben temperatur wird ein Cernox Temperatursensor des Typs CX-1050-AA der Firma LakeShore Cryotronics verwendet. Es handelt sich dabei um einen Widerstands-Temperatursensor, bestehend aus einem dünnen Zirkonium-Nitrid-Film. Die Verwendung des Cernox bietet den Vorteil, dass dieser über einen weiten Temperaturbereich hinweg genaue Messwerte liefert. Insbesondere bei niedrigen Temperaturen ist eine sehr exakte Temperaturbestimmung möglich. In Abbildung 3.19 ist die Eichkurve  $R$  gegen  $T$  des verwendeten Cernox dargestellt.

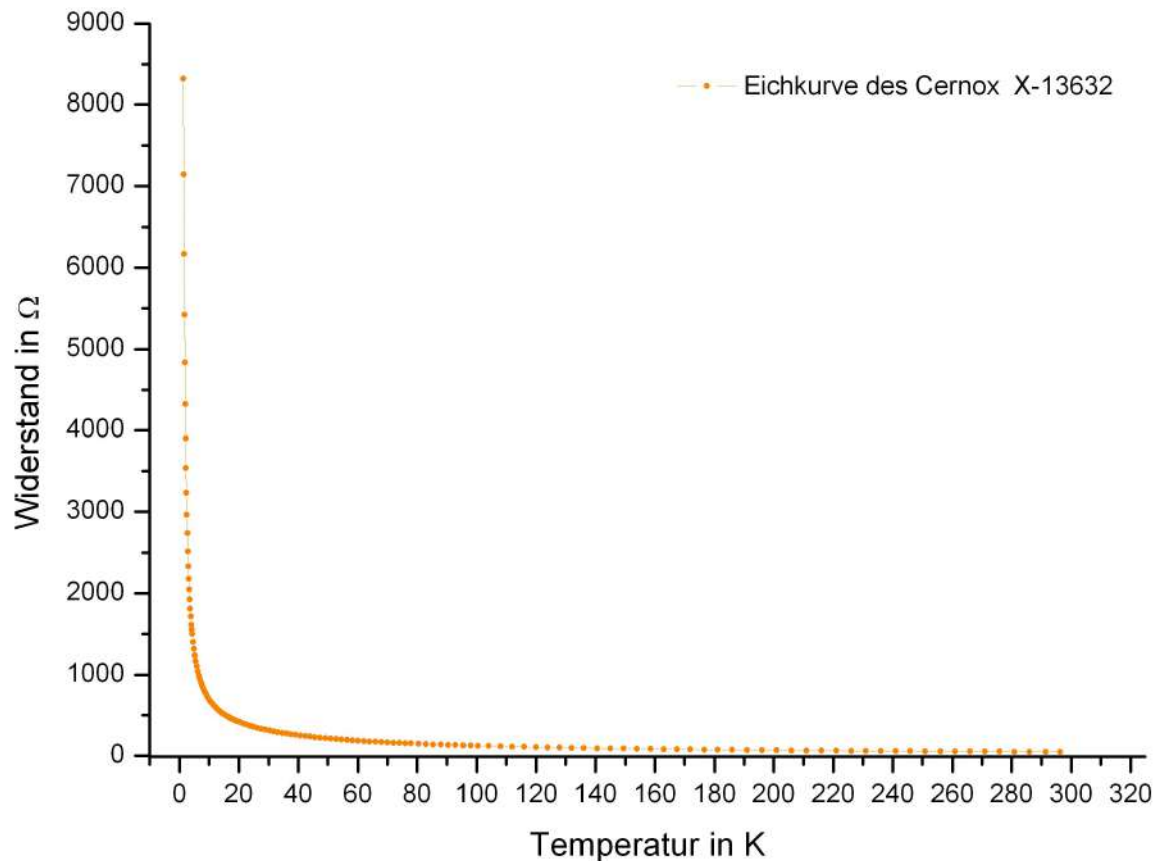


Abbildung 3.19: Eichkurve des verwendeten Cernox Temperatursensors Nr. X-13632.

Aus dem Verlauf der Kennlinie ist klar der Vorteil des Sensors zu erkennen. Bei niedrigen Temperaturen beginnt der Widerstand stark zu steigen. Eine kleine Temperaturänderung bewirkt somit eine deutliche Änderung des gemessenen Widerstandes. Die zu den jeweiligen Sensoren gehörenden Widerstands-Temperatur-Charakteristiken sind nicht standardisiert. D. h. je nach Cernox unterscheiden sich die Kennlinien. Cernox Temperatursensoren sind in verschiedenen Ausführungen erhältlich. Der im Versuch verwendete zylinderförmige Sensor besitzt eine Länge von rund  $9\text{mm}$  und einen Durchmesser von  $3\text{mm}$ . Die Hülle besteht aus vergoldetem Kupfer. Eine mit MATLAB durchgeführte Interpolation der Messpunkte, insbesondere im Bereich zwischen  $3\text{K}$  und  $20\text{K}$ , dient als Grundlage für die Bestimmung der Proben temperatur im Versuch. Die Implementierung des zugehörigen Interpolationsprogramms ist im Anhang B angeführt.

## 4. Messergebnisse und deren Auswertung

### 4.1 Strom-Spannungs-Charakteristiken

#### a) Messung an der Universität Tübingen

Wie im Kapitel 3.4 erwähnt, wird der für den Versuch verwendete Chip auch im Fortgeschrittenen-Praktikum für Physiker an der Eberhard Karls Universität Tübingen verwendet. Bevor der Chip in den neuen Versuchsaufbau integriert wurde, bot es sich an, diesen auf seine Funktionsfähigkeit hin in Tübingen zu untersuchen. Verwendet wurde der bestehende Aufbau des Fortgeschrittenen-Praktikums. Dieser unterscheidet sich grundsätzlich von dem in Stuttgart realisierten Aufbau. Für den Betrieb des Versuches wird eine vom Stromnetz getrennte Batterie verwendet. Zudem wird die Messung nicht in einem Kryostaten, sondern direkt in einer Heliumkanne durchgeführt. Durch ein zylindrisches Mu-Metall erfolgt die Magnetfeldabschirmung. Die Messung der Strom-Spannungs-Charakteristiken an zwei Tunnelkontakten ergab fast lehrbuchmäßige Ergebnisse. In Abbildung 4.1 sind die I-U-Kennlinien der Josephson-Kontakte Nr. 1 und 2 abgebildet. Deutlich ist der Anstieg des spannungslos fließenden Josephson-Gleichstromes bei beiden Kennlinien zu erkennen. Der in Kapitel 3.4 erwähnte theoretische maximale Josephson-Gleichstrom von  $100\mu A$  wird nahezu erreicht. An diesem Punkt beträgt die Phasendifferenz zwischen den Wellenfunktionen der beiden Supraleiter im Tunnelkontakt gerade  $\pi/2$ . Daraufhin fällt eine Spannung am Kontakt ab, was wiederum einem Sprung auf die Kennlinie der ungepaarten Elektronen gleich kommt. Für steigende Ströme geht sie in eine sog. „Knie“-Struktur über. Diese entsteht durch den Proximity-Effekt an der Grenzfläche zwischen Supraleiter und Normalleiter im Tunnelkontakt. Im Falle des verwendeten Chips sind dies Niob und Aluminium. Der Normalleiter Aluminium

zeigt im Bereich der Grenzfläche Eigenschaften eines Supraleiters. Für den beteiligten Supraleiter Niob hingegen bringt die Nähe zum Aluminium eine Verringerung der Cooper-Paardichte mit sich. Ob es an dieser Kniestruktur wie in den vorliegenden Kennlinien zu einem weiteren Sprung kommt oder nicht, hängt nach Dmitriev et al. [DEK<sup>+</sup>99] unter anderem davon ab, wie dick die Niobschicht des Tunnelkontaktes ist.

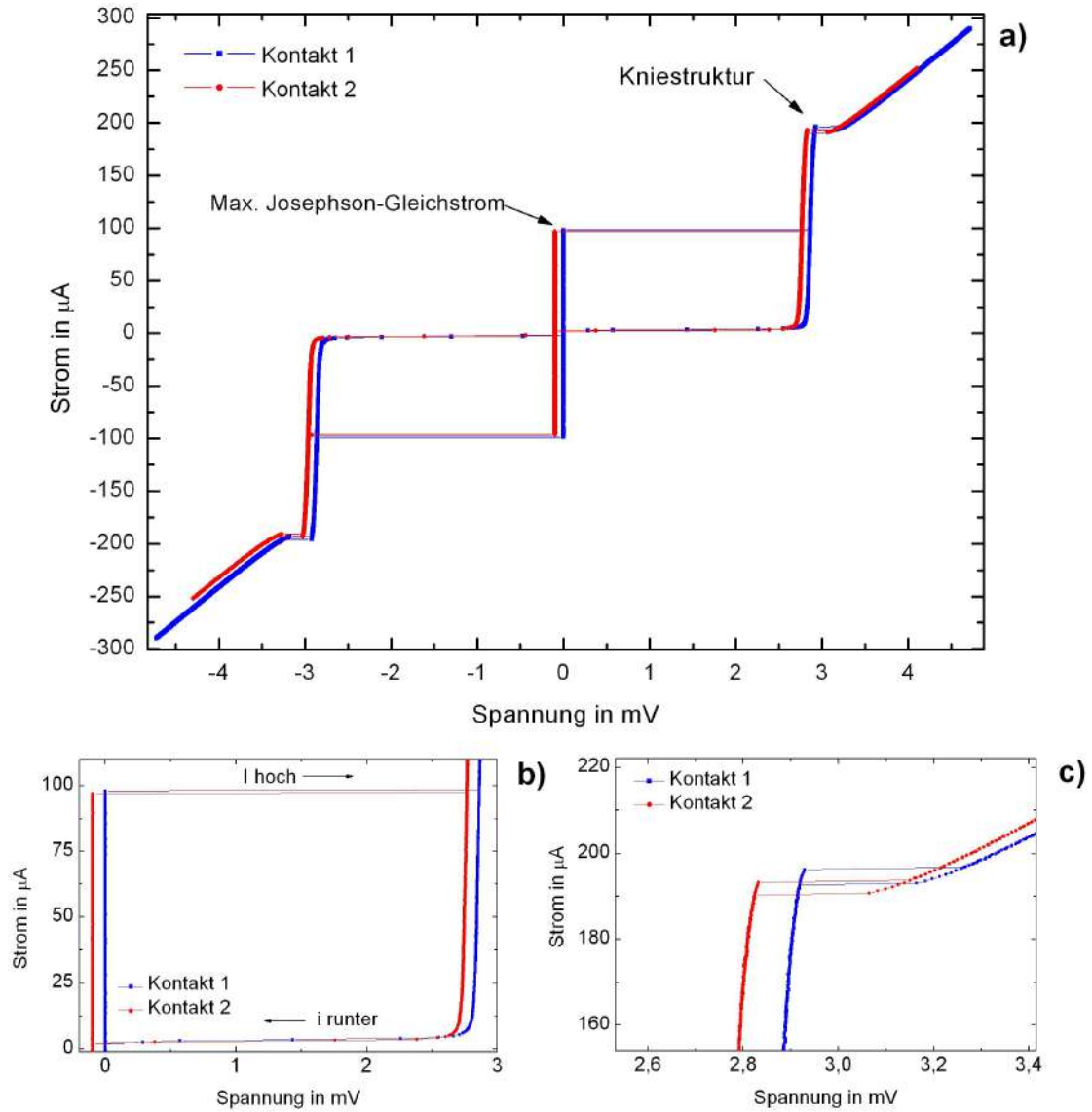


Abbildung 4.1: a) I-U-Charakteristiken der Tunnelkontakte Nr. 1 und 2, an der Universität Tübingen gemessen. b) Der Ausschnitt zeigt den max. Josephson-Strom sowie die Hysterese der Kennlinie. c) Der Ausschnitt zeigt die durch den Proximity-Effekt hervorgerufene Knie-Struktur.

Erhöht man den Strom von dieser Struktur aus weiter, nähert sich die Kennlinie asymptotisch der Normalleitercharakteristik an. Wird der Strom reduziert, zeigt

sich die deutliche Ausprägung der Energielücke. Bei einer weiteren Verringerung des Strom, wird kein vollständig horizontaler, sondern ein leicht abfallender Verlauf der Kennlinie beobachtet. Der Grund ist ein minimaler Leckstrom, wie er in Kapitel 2.1.6 beschrieben wurde. Die Form der beobachteten Hysterese gibt Aufschluss über den bei der Messung verwendeten Shunt-Widerstand des Tunnelkontaktes. Der deutliche Sprung der Kennlinie am maximalen Josephson-Gleichstrom auf die Quasiteilchenkennlinie, die Ausprägung der Energielücke des Supraleiters und der fast bei null liegende Rücksprungstrom zeigen, dass der Josephson-Kontakt keinen parallel geschalteten Widerstand besaß. Man könnte auch sagen, dass der Tunnelkontakt mit einem unendlich großen Shunt-Widerstand versehen war. Jeder parallele Widerstand verringert den Gesamtwiderstand des Kontaktes und verändert so dessen Eigenschaften. Weiter ist zu beobachten, dass Kontakt Nr. 2 leicht gegenüber Kontakt Nr. 1 in Richtung einer negativen Spannung verschoben ist. Da aber jeweils die Kennlinie auch für negative Ströme aufgezeichnet wurde, lässt sich ein eventuell auftretendes Offset im Zuge einer späteren Auswertung korrigieren. Das Messen für positive und negative Ströme bietet zudem die Möglichkeit, die Kennlinie auf ihre Symmetrie hin zu überprüfen.

Eine quantitative Auswertung der Strom-Spannungskennlinien, insbesondere hinsichtlich der Energielücke von Niob, erfolgt üblicherweise nach Dmitriev et al. [DEK<sup>+</sup>99]. Die für eine Beschreibung der jeweiligen Kennlinie notwendigen Parameter sind in Abbildung 4.2 zu sehen. Sie ermöglichen eine Unterscheidung zwischen den Einflüssen des Proximity-Effektes und der eigentlichen Quasiteilchenkennlinie.

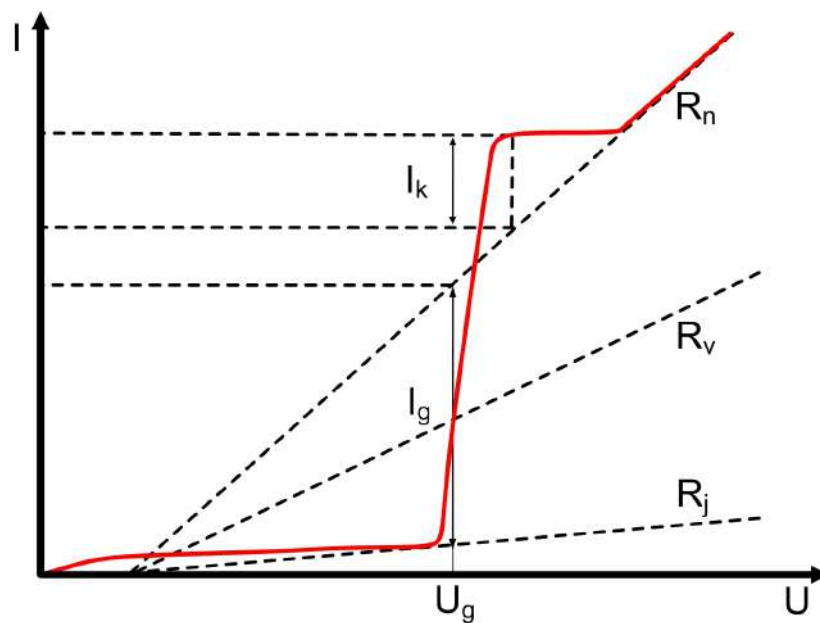


Abbildung 4.2: Schematische Beschreibung der für eine Auswertung der Kennlinie wichtigen Parameter, nach [DEK<sup>+</sup>99].

Der senkrechte Abstand zwischen der höchsten Stelle des Knies und der Verlängerung der Normalleiterkennlinie  $R_n$  beschreibt den Knie-Strom  $I_k$ . Der starke, durch die Quasiteilchen hervorgerufene Stromanstieg  $I_g$ , ist als Abstand zwischen der Normalleiterkennlinie  $R_n$  und der Kennlinie des Leckstromes  $R_j$  bei der Spannung  $U_g$  definiert. Die Spannung  $U_g$  und damit auch die Energielücke lässt sich wiederum aus dem Schnittpunkt der Geraden  $R_v$  mit der Quasiteilchenkennlinie ermitteln. Die Winkelhalbierende zwischen  $R_n$  und  $R_j$  ergibt die benötigte Hilfsgerade  $R_v$ . Für die bei einer Temperatur von  $4,2K$  gemessenen Tunnelkontakte ergeben sich folgende Werte:

	Kontakt 1			Kontakt 2		
	$I > 0$	$I < 0$	gemittelt	$I > 0$	$I < 0$	gemittelt
$I_c$ (in $\mu A$ )	97,67	-98,18	<b>97,93</b>	97,14	-96,44	<b>96,79</b>
$U_g$ (in $mV$ )	2,85	-2,86	<b>2,86</b>	2,71	-2,96	<b>2,84</b>
$I_g$ (in $\mu A$ )	158,88	-158,18	<b>158,53</b>	161,14	-159,27	<b>160,21</b>
$I_k$ (in $\mu A$ )	27,67	-27,93	<b>27,80</b>	24,29	-26,18	<b>25,24</b>
$R_n$ (in $\Omega$ )	17,72	14,79	<b>16,26</b>	15,62	14,55	<b>15,09</b>

Vergleicht man die experimentellen Daten für die Energielücke  $2\Delta_0 = 2,86 meV$  und  $2\Delta_0 = 2,84 meV$  mit Literaturwerten für elementares Niob, zeigt sich eine gute Übereinstimmung. Buckel und Kleiner [BK04] beziffern den Wert für die Energielücke von Niob auf  $2\Delta_0 = 2,9 meV$ , für  $T = 0K$ . Der geringe Unterschied zwischen den Messwerten und Literaturwert lässt sich unter anderem darauf zurück führen, dass die Messungen bei  $T = 4,2K$  durchgeführt wurden.

Mittels der aus Tübingen stammenden Angaben zur maximalen Josephson-Stromdichte von  $100 A/cm^2$  und der Querschnittsfläche von  $100 \mu m^2$  für die Tunnelkontakte, errechnet sich der maximale Josephson-Gleichstrom zu  $I_c = 100 \mu A$ . Die an den beiden Tunnelkontakten gemessenen Werte für den maximalen Josephson-Strom bestätigen den anhand der Angaben aus Tübingen berechneten Wert nahezu. Eine mögliche Erklärung für die geringe Abweichung bietet magnetischer Fluss, welcher beim Abkühlen eingefroren ist. Dies wiederum führt nach Gleichung (2.23) zu einer geringeren eichinvarianten Phasendifferenz und damit zu einem kleineren maximalen Josephson-Gleichstrom. Der maximale DC-Josephson-Strom kann im Vergleich dazu, auch mit Gleichung (2.30) näherungsweise errechnet werden. Mit  $2\Delta_0 = 2,9 meV$  ergibt sich für den Normalleiterwiderstand  $R_n = 16,26 \Omega$  ein Strom von  $I_c = 140,08 \mu A$ . Für  $R_n = 15,09 \Omega$  erhält man einen maximalen Strom von  $I_c = 150,94 \mu A$ . Die so ermittelten Ströme weichen jedoch sowohl von den Messwerten als auch vom Wert aus Tübingen ab. Dies liegt darin begründet, dass diese Gleichung nur für den Fall  $T \rightarrow 0$  gegeben ist. Die Versuchstemperatur von  $4,2K$  liegt zwar nahe am absoluten Nullpunkt, aber eben nicht nahe genug für die vollständige Gültigkeit der Gleichung.



### b) Messung an der Universität Stuttgart

Diese gemessenen Kennlinien, sowie die daraus resultierenden Werte für den maximalen Josephson-Gleichstrom und die Energielücke müssen nun am Versuchsaufbau in Stuttgart reproduziert werden. Die Tübinger Daten dienen quasi als Referenzwerte. Eine erste Messung erfolgte mittels indirekter Kontaktierung über den LCC („Leadless Chip Carrier“). Für die zweite Messreihe hingegen wurde das Prinzip der direkten Kontaktierung gewählt. Beide Methoden haben ihre Vor- und Nachteile hinsichtlich Variabilität des Aufbaus und Stabilität der Kontakte. Die genaue Beschreibung des jeweiligen Aufbaus und der Realisierung der Kontakte findet sich in Kapitel 3.3.

Wie schon erwähnt, traten bei der Verwendung des LCC einige Schwierigkeiten zu Tage. So war es nur bei einem der vier ausgewählten Tunnelkontakte möglich eine I-U-Charakteristik aufzuzeichnen. Die übrigen drei zeigten ausschließlich ein verrauschtes Signal im Bereich des Nullpunktes. Dies wiederum stellt ein deutliches Zeichen für eine unterbrochene Leitung bzw. eine defekte Kontaktierung dar. Tatsächlich konnte die Ursache auf die Anschlüsse zwischen Chip-Träger und den Kontaktstiften zurück geführt werden. Die aus mit „Carbon-Paint“ festgeklebten Golddrähte bestehenden Anschlüsse hielten dem Abkühlen bzw. Aufwärmen nicht stand.

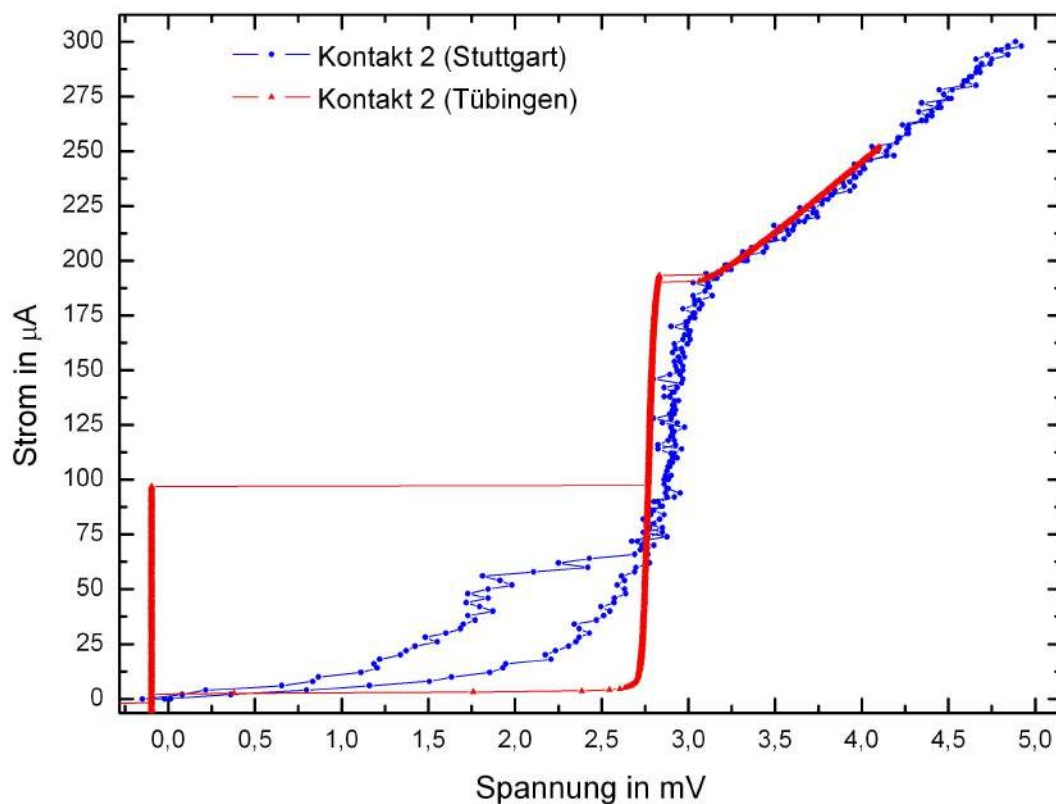


Abbildung 4.3: Tunnelkennlinien aus Tübingen und Stuttgart mit teilweise auftretender Stufe.

Die Ergebnisse des einzigen funktionierenden Tunnelkontaktes Nr. 2 sind in den Abbildungen 4.3 und 4.4 dargestellt. Vergleicht man die aufgenommenen Kennlinien mit den in Tübingen gemessenen, werden einige gravierende Unterschiede deutlich. Entgegen der Erwartung wurde kein Josephson-Gleichstrom, sondern nur die Quasiteilchenkennlinie gemessen. In einigen der aufgenommenen Kennlinien tritt zudem eine zusätzliche Struktur in Form einer Stufe auf. Die ermittelten Kurven weisen fast über den gesamten Verlauf ein starkes Rauschen auf. Eine Betrachtung der Charakteristik an der Energielücke  $2\Delta_0$  zeigt eine deutliche Abrundung der Kennlinienkante. Am oberen Ende des anschließenden Stromanstieges kann die schwache Ausprägung einer Knie-Struktur beobachtet werden. Deutlich erkennbar ist die asymptotische Annäherung an die Normalleiterkennlinie für hohe Ströme.

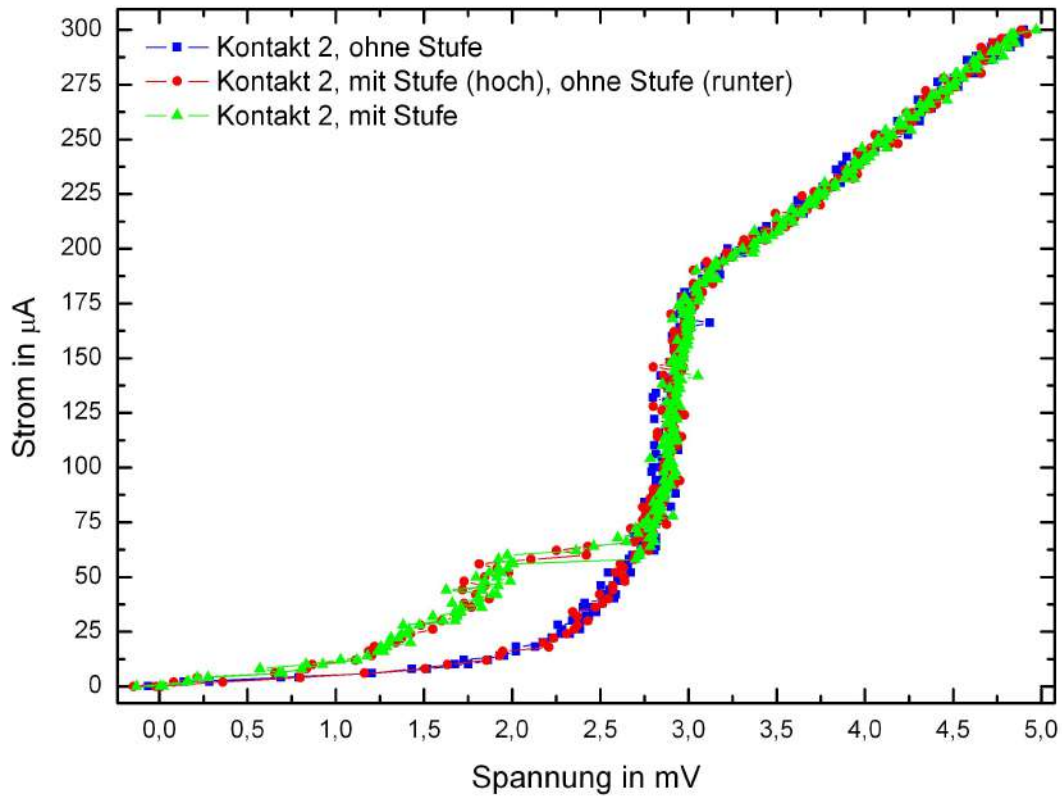


Abbildung 4.4: Tunnelkennlinien aus Stuttgart. Exemplarisch ist für die verschiedenen gemessenen Typen eine Kennlinie abgebildet.

Das Fehlen des Josephson-Gleichstromes in den gemessenen I-U-Kennlinien könnte in magnetischem Fluss, welcher beim Abkühlen eingefroren ist, begründet sein. Dieser ist bei ausreichender Größe in der Lage, den DC-Josephson-Strom vollständig zu unterdrücken. Es stellt sich damit die Frage, wie dieser Fluss entsteht. Die in den Kapiteln 3.6 und 3.5 beschriebene Messung der Probentemperatur wurde auch während des Abkühlens auf  $4,2\text{ K}$  durchgeführt. Ebenso fließen bei Verwendung des Heizwiderstandes Ströme, welche die Ursache dieses Flusses sein könnten. Die durch

den Temperatursensor erzeugten Magnetfelder liegen im Bereich von  $2nT$ . Die Felder, welche durch den bei  $50V$  bzw.  $50mA$  betriebenen Heizwiderstand entstehen, liegen im Bereich von  $2\mu T$ . Des Weiteren kann auch das Erdmagnetfeld die Ursache für den vermuteten magnetischen Fluss sein. In Stuttgart beträgt die Totalintensität des Erdfeldes rund  $48\mu T$ . Die horizontale Intensität besitzt eine Größe von  $20\mu T$  und die Vertikalintensität beträgt ca.  $43\mu T$ . Da das durch den Cernox erzeugte Feld verschwindend gering ist und der Heizer während des Abkühlens nicht benutzt wurde, könnte nur das Erdmagnetfeld die Ursache für den eingeforenen Fluss und damit für den nicht beobachteten DC-Josephson-Strom sein. Wie in Abbildung 4.10 zu sehen ist, wird der maximale DC-Josephson-Strom bei einem Magnetfeld der Stärke von  $1mT$  vollständig unterdrückt. Das Erdfeld ist jedoch um fast zwei Größenordnungen kleiner, als die für eine Unterdrückung des Josephson-Stromes erforderliche Magnetfeldstärke. Es bleibt unklar, welcher Umstand für das Fehlen des Josephson-Stromes verantwortlich war.

Es ist unklar, welche Bedingungen dazu führen, dass sich die beobachtete Stufenstruktur ausbildet. Ebenso ist unklar, warum in zwei verschiedenen Messungen einmal keine Stufe und ein anderes mal eine deutliche Stufe festgestellt wird. Ebenso kann es vorkommen, dass die Kennlinie bei ansteigendem Strom eine Stufe zeigt, während in der gleichen Messung bei sinkendem Strom keine auftritt und umgekehrt. Neben diesen Beobachtungen konnten zudem Strom-Spannungs-Charakteristiken gemessen werden, die zwischen der Stufe und einer Kennlinie ohne Stufe springen.

Da während des Versuches kein Mirowellenfeld eingestrahlt wurde, kann das Auftreten einer Shapiro-Stufe ausgeschlossen werden. Um Fiske-Stufen zu messen, müsste die Länge  $L$  des Tunnelkontaktes sehr viel größer sein, als die Josephson-Eindringtiefe  $\lambda_J$ , welche sich nach Gleichung (2.28) berechnet. Ist die Dicke der supraleitenden Elektroden, wie im Falle des verwendeten Josephson-Chips, deutlich größer als die London'sche Eindringtiefe  $\lambda_L$ , stellt  $d$  in Gleichung (2.28) die effektive Dicke  $d = 2\lambda_L + D$  dar.  $D$  bezeichnet die Dicke der Barrierschicht in den Tunnelkontakten. Unter Verwendung des elementaren Flussquanten  $\phi_0 = 2,07 \cdot 10^{-15} Tm^2$ , der magnetischen Feldkonstanten  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Vs/Am$ , der maximalen Josephson-Stromdichte  $j_c = 100 \cdot 10^4 A/m^2$ , der London'schen Eindringtiefe  $\lambda_L = 39nm$  für Niob und der Barrierendicke  $D = 30nm$  erhält man

$$\lambda_J = \left( \frac{\phi_0}{2\pi\mu_0 j_c (2\lambda_L + D)} \right)^{1/2} = 0,49\mu m$$

Die Länge  $L$  des Tunnelkontaktes beträgt  $10\mu m$ . Es gilt zwar  $L > \lambda_J$ , aber für die beobachtete Stufe ist die Länge des Kontaktes immer noch zu klein. In Tübingen werden für Experimente an Fiske-Stufen Josephson-Kontakte mit einer Länge von  $L = 330\mu m$  verwendet. Das Auftreten einer Fiske-Stufe kann somit ebenfalls mit

großer Sicherheit ausgeschlossen werden. Selbst die mit der Thematik vertrauten Personen in Tübingen konnten auf Nachfrage keine schlüssige Erklärung für die beobachteten Stufen liefern.

Alle gemessenen Kennlinien des zweiten Tunnelkontaktes weisen ein starkes Rauschen auf. Außerdem zeigt sich bei den gemessenen Strom-Spannungs-Charakteristiken eine ausgeprägte Rundung im Bereich der Energielücke, welche ebenfalls durch Rausch-Effekte verursacht wird. Durch den Einbau eines Frequenzfilters, wie er in Kapitel 3.2.2 beschrieben ist, lässt sich das Rauschen verringern. Die störenden hohen Frequenzen werden dadurch ausgeblendet. Es ist ebenfalls zu beobachten, dass das SourceMeter einen Einfluss auf das Signal-Rausch-Verhältnis besitzt. Dieses benötigt eine gewisse Zeit um warm zu werden und die gewünschte Messgenauigkeit zu erreichen. Durch eine Änderung der Integrationszeit des Messgerätes lässt sich unter Umständen eine zusätzliche Verbesserung erreichen.

Die erwähnte direkte Kontaktierung erforderte einen Umbau des Probenhalters und insbesondere auch ein Umsetzen des Chips. Das Ultraschall-Bonden wurde wieder in Tübingen vorgenommen. Anschließende Messungen zeigten, dass das Problem der abgelösten Kontakte nicht mehr auftrat. Bei allen vier Kontakten war ein deutliches Signal zu erkennen. Dieses zeigte jedoch nicht die erwartete Hysterese. Selbst die zuvor gemessene Quasiteilchenkennlinie konnte nicht mehr ermittelt werden. Trotzdem lässt sich eine deutliche Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses durch den Frequenzfilter und die direkte Kontaktierung beobachten. Abbildung 4.5 zeigt das Ergebnis der Messungen. Erkennbar ist ein Suprastrom, welcher deutlich größer als die erwarteten  $100\mu A$  ist.

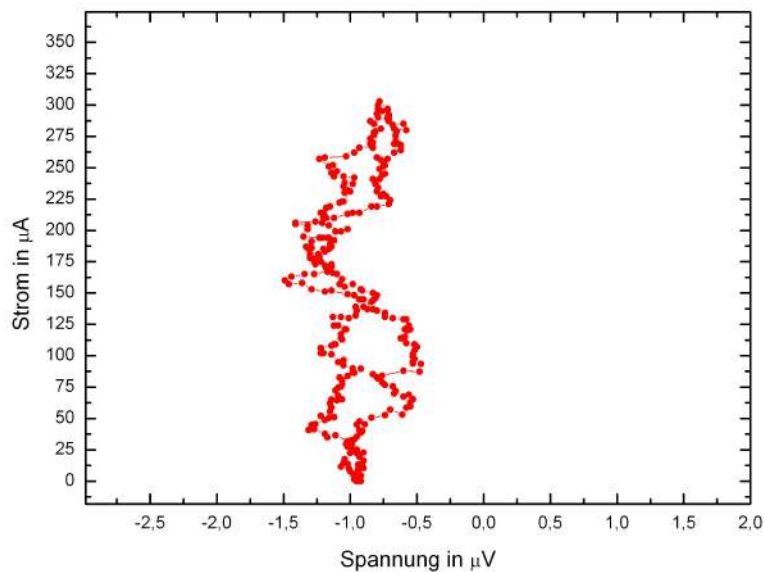


Abbildung 4.5: Suprastrom bis  $300\mu A$ . Der Strom wurde in  $2\mu A$ -Schritten erhöht bzw. verringert.

Weitere Untersuchungen des Josephson-Chips ergaben eine Beschädigung der Tunnelkontakte. Eine Niobbrücke durch die Al/AlO<sub>x</sub>-Schicht war für den beobachteten Suprastrom verantwortlich. Dies zeigte sich dadurch, dass die Kennlinien bei Erwärmen des Chips über die Sprungtemperatur  $T_c = 9,2\text{K}$  von Niob in eine Ohm'sche Gerade übergehen. Es stellt sich die Frage, welche Umstände zu dieser Beschädigung geführt haben. Theoretisch wäre es möglich, dass das Umbauen des Probenhalters und die damit verbundene Neuplatzierung des Chips trotz diverser Vorsichtsmaßnahmen, wie die Verwendung von Kunststoffpinzetten, für die Beschädigung verantwortlich ist. Es besteht auch die Möglichkeit, dass Spannungsspitzen beim Einschalten des SourceMeters zu den Niobbrücken in den Tunnelkontakten geführt haben. Da aber zu Beginn jeder Messung und damit auch beim Einschalten des SourceMeters, die Umschaltbox die Aus- und Eingänge des SourceMeters kurzschließt, ist diese Ursache eher unwahrscheinlich. Ein weiterer möglicher Grund für eine Beschädigung beruht auf unterschiedlichen Aussagen der Verantwortlichen für den Versuch zu den Josephson-Kontakten in Tübingen. Einerseits wurde beim ersten Bonden des Chips gesagt, dass es unbedenklich sei diesen bei Raumtemperatur mit einem Handmultimeter durchzumessen. Andererseits wurde bei einer erneuten Untersuchung des Chips in Tübingen dringend davon abgeraten. Das Durchmessen der Tunnelkontakte bei Raumtemperatur kann diese beschädigen, muss es aber nicht zwangsläufig. Da der Chip sowohl in Tübingen als auch anschließend in Stuttgart nach dem Umbau mit einem Handmultimeter durchgemessen wurde, besteht der berechnete Verdacht, dass dies die Kontakte zerstört hat.

Um die verbliebenen, für das Praktikum notwendigen Kontakte nicht auch noch zu gefährden, wurden für weitere Messungen Tunnelkontakte ausgewählt, welche kleine und mittlere Shunt-Widerstände besitzen. Diese Kontakte sind zudem weniger empfindlich als solche ohne Shunt-Widerstand. Die zu den Josephson-Elementen parallel geschalteten Widerstände erniedrigen den Gesamtwiderstand des Kontaktes. Dies beeinflusst den Verlauf der Kennlinie, nachdem der Suprastrom durch den Tunnelkontakt zusammengebrochen ist. Der Gesamtwiderstand eines Kontaktes berechnet sich durch die Formel

$$R_{ges} = \frac{R_J \cdot R_S}{R_J + R_S}$$

wobei  $R_J$  den Normalleiterwiderstand des Tunnelkontaktes und  $R_S$  den Shunt-Widerstand darstellt. Da in den Schaubildern der Strom über der abgefallenen Spannung aufgetragen wird, gilt: Je größer der Shunt-Widerstand, desto flacher verläuft die Kennlinie, nachdem sie den maximalen Josephson-Strom erreicht hat. Eine Messung des Normalleiterwiderstandes der Josephson-Kontakte ergab einen Wert von rund  $13\Omega$ . Kontakt 2 besitzt einen Shunt-Widerstand von  $0,6\Omega$ . Zusammen ergibt

dies einen deutlich niedrigeren Gesamtwiderstand von  $0,57\Omega$ . Damit kann nun mit Hilfe der RCSJ-Theorie aus Kapitel 2.2.5 ermittelt werden, ob es sich bei den vorliegenden Kontakten um überdämpfte oder unterdämpfte Kontakte handelt. Für den Stewart-McCumber-Parameter gilt:

$$\beta_c = \frac{2eI_cCR^2}{\hbar}$$

Mit  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}C$ ,  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}Js$ ,  $I_c = 100 \cdot 10^{-6}A$ ,  $C = 4,7 \cdot 10^{-12}F$  und  $R = 0,57\Omega$  für Kontakt 2, ergibt sich der Stewart-McCumber-Parameter zu  $\beta_c = 0,46$ . Dieser Wert liegt deutlich unter eins, so dass es sich bei Kontakt 2 um einen überdämpften Kontakt handelt. Daraus folgt ein nicht-hysteretischer Verlauf der Kennlinie. Da die anderen drei verwendeten Kontakte noch kleinere Shunt-Widerstände besitzen, ergibt sich für deren Kennlinien ebenfalls ein Verlauf ohne Hysterese.

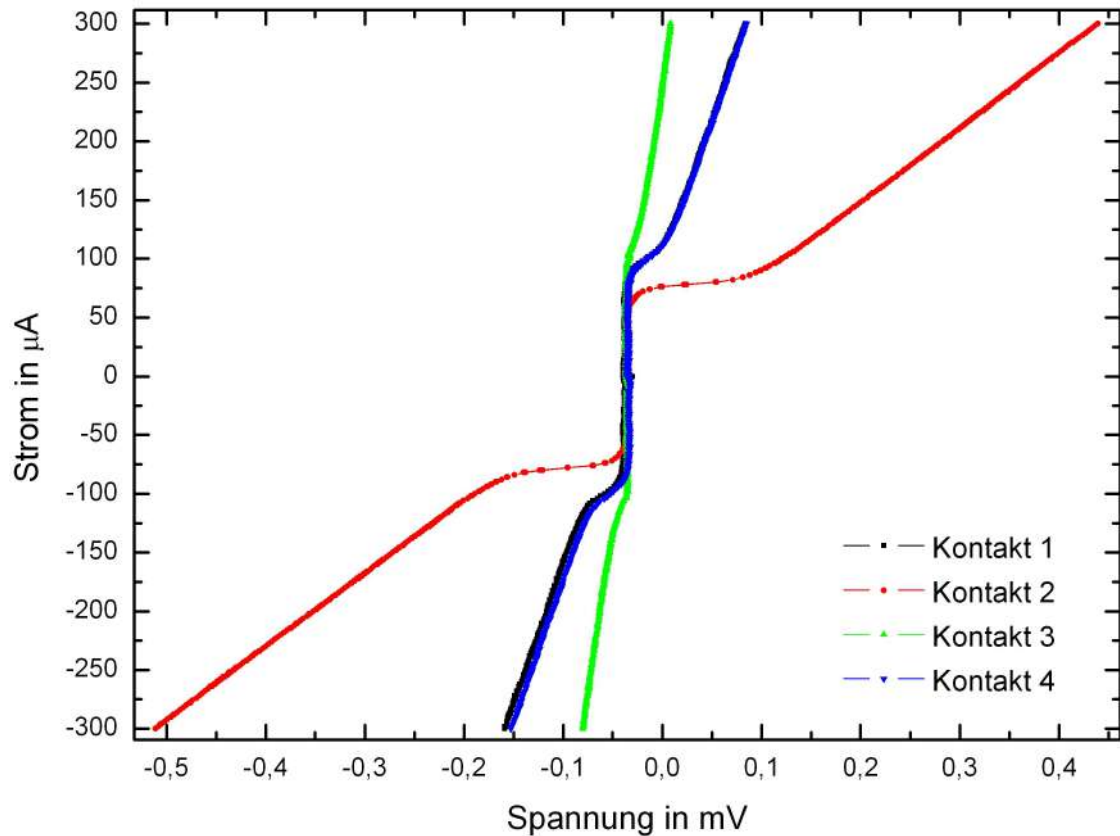


Abbildung 4.6: Kontakt 3 besitzt einen sehr kleinen Shunt-Widerstand, die Kontakte 1 und 4 sind mit einem kleinen Shunt-Widerstand versehen und Kontakt 2 besitzt einen mittleren Shunt-Widerstand.

Die bei den Messungen aufgenommenen Kennlinien sind in Abbildung 4.6 dargestellt. Bei allen vier gemessenen Kontakten ist der Josephson-Gleichstrom klar zu

erkennen und ein nicht-hysteretischer Verlauf der Charakteristiken zu beobachten. Kontakt 3 ist mit einem sehr kleinen Widerstand parallel geschaltet, was einen recht steilen Verlauf der Kennlinie zur Folge hat. Die Kontakte 1 und 4 besitzen den gleichen Widerstand, was sich auch im identischen Verlauf ihrer Kennlinien äußert. Kontakt 2 besitzt, im Vergleich zu den anderen auf dem Chip befindlichen Kontakten, einen mittleren Shunt-Widerstand.

In Abbildung 4.6 wurden die Kennlinien nur für Ströme bis  $300\mu A$  gemessen. Um jedoch die Energielücke des Supraleiters zu messen, muss der Strom deutlich mehr erhöht werden. Die Energielücke tritt für Niob bei einer am Kontakt abfallenden Spannung von  $2,9\text{ mV}$  auf. Für eine Messung an den Kontakten 1 und 4 müsste der Strom auf einen Wert von rund  $7,7\text{ mA}$ , für eine Messung an Kontakt 3 sogar auf ungefähr  $21\text{ mA}$  erhöht werden. Einzig an Kontakt 2 lässt sich die Energielücke ohne eine Gefährdung des Kontaktes ermitteln. Ein zweimaliges Abknicken der Kennlinie kennzeichnet dabei deren Lage.

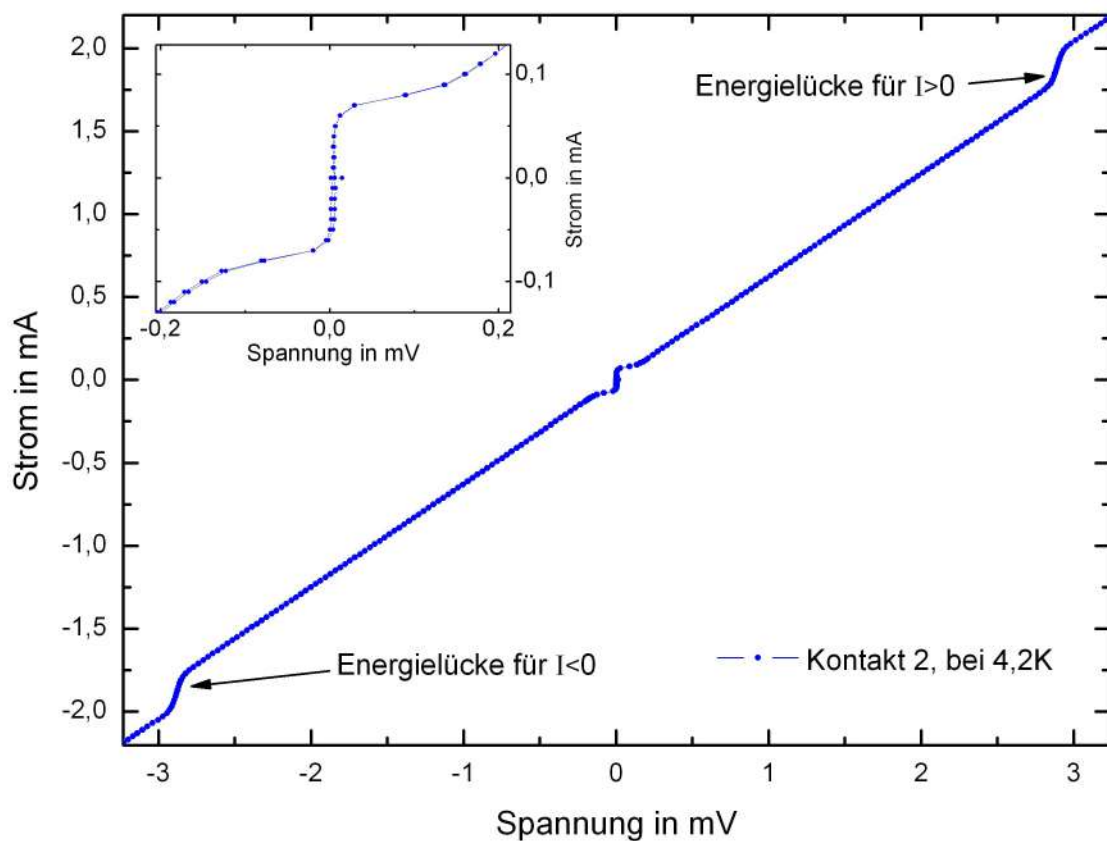


Abbildung 4.7: I-U-Kennlinie des 2. Kontaktes, gemessen bis zur Energielücke für positive und negative Ströme. Kleine Abbildung: Maximaler Josephson-Gleichstrom des Kontaktes.

Die Abbildung 4.7 zeigt den Verlauf der an Kontakt 2 aufgenommenen Kennlinie. Wie in der kleinen Abbildung zu sehen ist, fließt zu Beginn ein Suprastrom durch die Barriere. Ist der maximale Josephson-Gleichstrom erreicht, geht die Kennlinie nach

Durchlaufen eines kleinen Plateaus in die Ohm'sche Gerade des Shunt-Widerstandes über. Bei Erreichen der Energielücke erfolgt ein Wechsel auf die Normalleiterkennlinie.

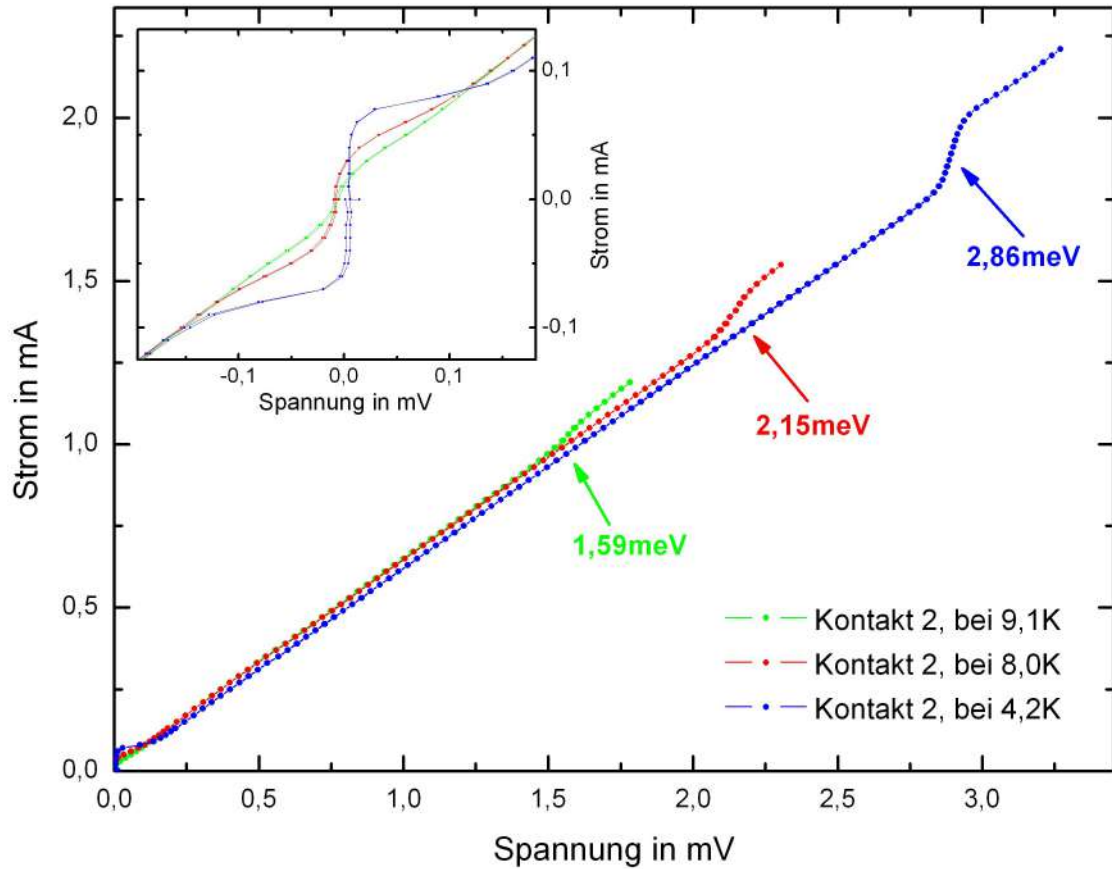


Abbildung 4.8: I-U-Kennlinien des 2. Kontaktes, gemessen bis zur Energielücke bei drei verschiedenen Temperaturen. Kleine Abbildung: Maximaler Josephson-Gleichstrom des Kontaktes bei verschiedenen Temperaturen.

Um die Temperaturabhängigkeit der Energielücke zu zeigen, wird die I-U-Kennlinie an Kontakt 2 bei verschiedenen Temperaturen gemessen. Die aufgezeichneten Kennlinien sind in Abbildung 4.8 abgebildet. Die Auswertung der Kennlinien hinsichtlich der Energielücke ergibt folgende Werte:

Temperatur	$2\Delta_0$ (in <i>meV</i> )		
	$I > 0$	$I < 0$	gemittelt
4,2K	2,86	-2,89	2,88
8,0K	2,15	-2,19	2,17
9,1K	1,59	-1,64	1,62



Der bei der Temperatur von flüssigem Helium ermittelte Wert stimmt sehr gut mit dem zu erwartenden Literaturwert von  $2\Delta_0 = 2,9\text{ meV}$  überein. Wie erwartet, wird die Energielücke für steigende Temperaturen kleiner.

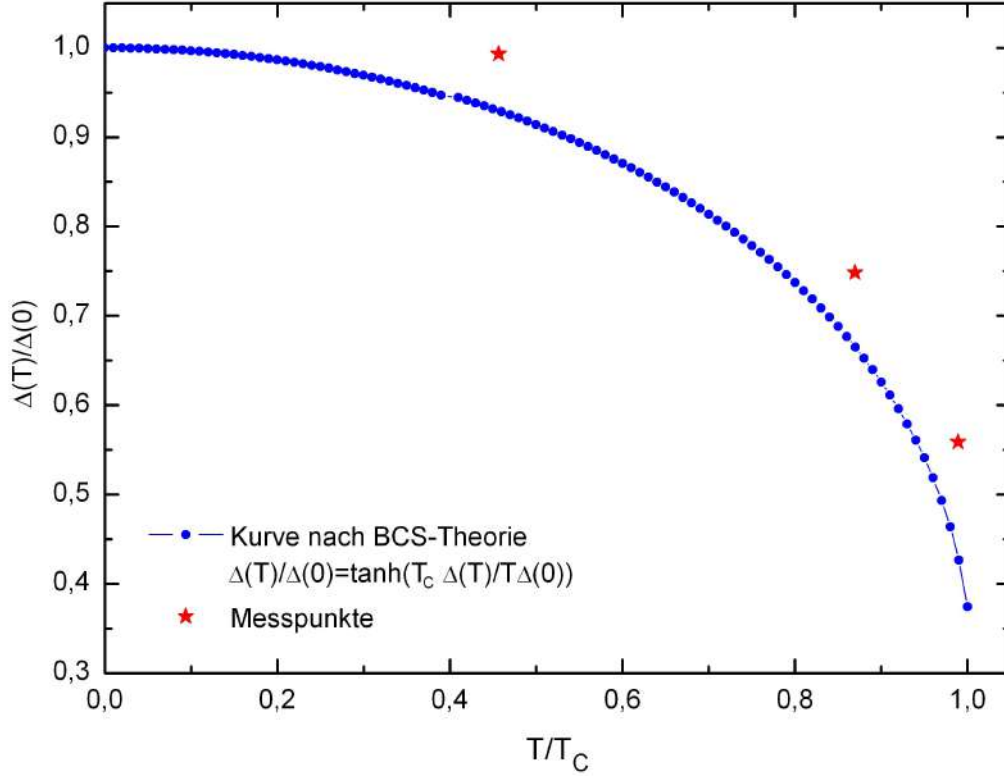


Abbildung 4.9: Temperaturabhängigkeit der Energielücke. Es ist die reduzierte Energielücke  $\Delta(T)/\Delta(0)$  über der reduzierten Temperatur  $T/T_c$  aufgetragen. Die Theoriekurve wurde nach der BCS-Theorie erstellt.

In Abbildung 4.9 sind die Messwerte und der theoretisch erwartete Verlauf dargestellt. Die Theoriekurve wurde nach Gleichung (2.9) erstellt. Für die drei Messpunkte wurde  $\Delta(0) = 2,9\text{ meV}$  und  $T_c = 9,2\text{ K}$  verwendet. Die Messpunkte zeigen dabei das gleiche Verhalten wie die Theoriekurve. Wie erwartet, zeigt sie eine deutlich stärkere Temperaturabhängigkeit der Energielücke im Bereich der Übergangstemperatur von Niob.

Neben der Temperaturabhängigkeit der Energielücke lässt sich auch die Temperaturabhängigkeit des maximalen Josephson-Gleichstromes messen. Abbildung 4.8 zeigt in der kleinen Abbildung die aufgenommenen Kennlinien im Bereich niedriger Ströme bei verschiedenen Temperaturen. Je mehr sich die Temperatur der Übergangstemperatur von Niob annähert, desto kleiner wird der maximale DC-Josephson-Strom.

## 4.2 Magnetfeldabhängigkeit des maximalen DC-Josephson-Stromes

Die Abbildung 4.10 zeigt die Magnetfeldabhängigkeit des maximalen DC-Josephson-Stromes des uns zur Verfügung gestellten Chips. Die Messung wurde am Aufbau des Fortgeschrittenen Praktikums in Tübingen durchgeführt. Man erkennt deutlich die charakteristische Ähnlichkeit zu einem Fraunhofer-Beugungsmuster. Neben dem Hauptmaximum wurden jeweils ein Maximum höherer Ordnung bzw. zwei Minima aufgenommen.

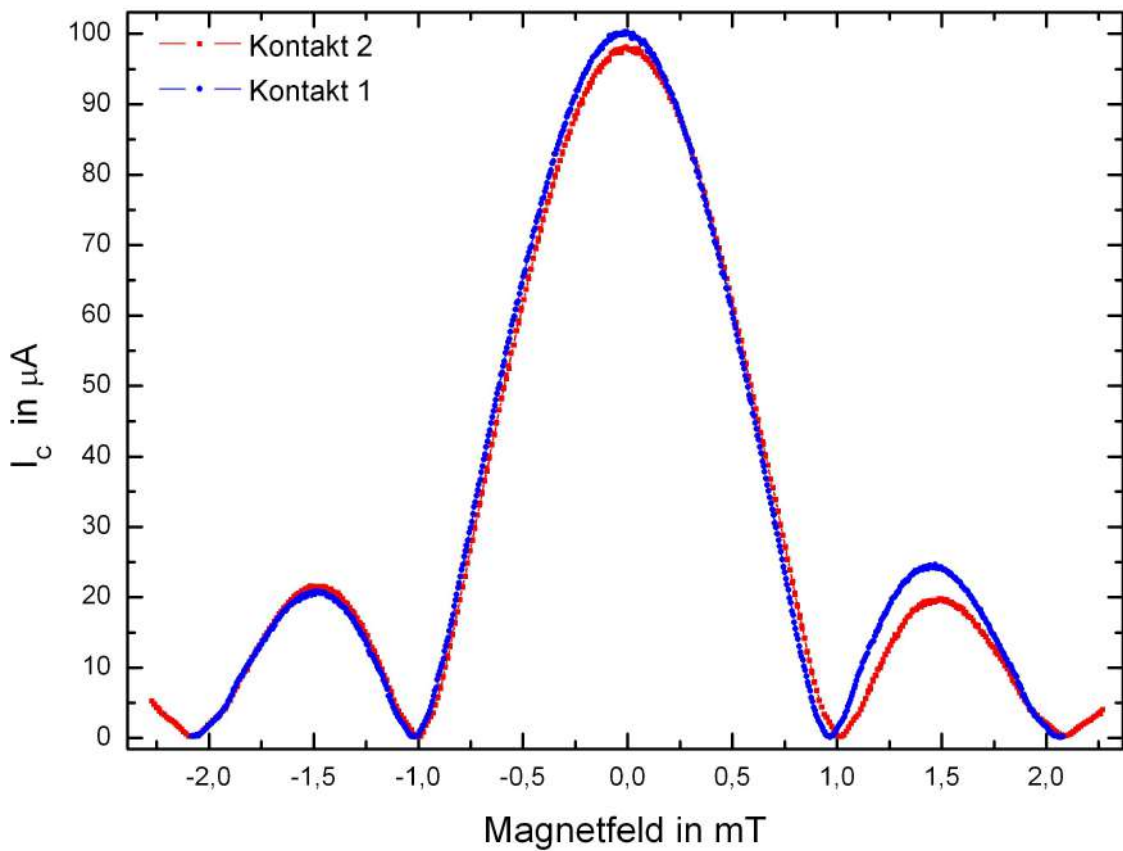


Abbildung 4.10: Magnetfeldabhängigkeit des max. Josephson-Gleichstromes an Kontakt 1.

In Kapitel 2.2.4 wurde die Magnetfeldabhängigkeit theoretisch erörtert. Gleichung (2.27) beschreibt die Abhängigkeit des maximalen Josephson-Gleichstromes vom Fluss eines Magnetfeldes. Beträgt dieser ein ganzzahliges Vielfaches des elementaren Flussquanten, kommt es zu den beobachteten Minima. Gilt jedoch  $\phi_k = \frac{2k-1}{2} \cdot \phi_0$ , mit  $k \in \mathbb{Z}$ , erhält man Strommaxima. Für  $k = \pm 2$  ergeben sich die ersten Nebenmaxima. Aus Gleichung (2.27) folgt damit

$$I_c(\phi_{\pm 2}) = I_c(0) \cdot \left| \frac{1}{\pi \frac{\pm 3/2 \phi_0}{\phi_0}} \right| = I_c(0) \cdot \frac{2}{3\pi} \approx I_c(0) \cdot 0,21$$

Der maximale Josephson-Gleichstrom würde demnach bei diesen Maxima auf rund 21% seiner ursprünglichen Stärke von  $100\mu A$  reduziert werden. Eine Auswertung der Interferenzmuster ergibt tatsächlich Werte im Bereich von 20 bis  $24\mu A$ :

		<b>Kontakt 1</b>	<b>Kontakt 2</b>
$I_c(\phi_{+2})$	(in $\mu A$ )	24,39	19,79
$I_c(\phi_{-2})$	(in $\mu A$ )	20,82	21,59

Dabei fällt auf, dass die Ströme der rechts liegenden Nebenmaxima einerseits von einander, andererseits auch vom theoretisch zu erwartenden Wert  $21\mu A$  abweichen. Weiter lässt sich eine geringe Verschiebung der Hauptmaxima bezüglich  $B = 0T$  beobachten. Dies sind typische Auswirkungen des Eigenfeldeffektes des DC-Josephson-Stromes und eines zusätzlichen äußeren Feldes, wie z. B. des Erdmagnetfeldes. Wie schon in Kapitel 4.1 gezeigt, gilt im vorliegenden Fall  $\lambda_J < L$ . Das Eigenfeld kann damit nicht vernachlässigt werden. Erreicht der durch die Josephson-Stromdichte hervorgerufene magnetische Fluss die Größenordnung des elementaren Flussquanten  $\psi_0$ , können sich Flusswirbel in der Barriere ausbilden. Diese wiederum beeinflussen die Wirkung des von außen angelegten Magnetfeldes.

Über eine Bestimmung der Differenz der magnetischen Flussdichten zweier aufeinanderfolgender Minima lässt sich die London'sche Eindringtiefe  $\lambda_L$  des Niobs abschätzen. In Kapitel 2.2.4 ist die Beziehung  $\phi_k = B_a \cdot d \cdot a$  hergeleitet worden. Für das elementare Flussquant ergibt sich daraus die Gleichung

$$\phi_0 = B_\Delta \cdot d \cdot a \quad (4.1)$$

mit  $B_\Delta$  als Differenz der magnetischen Flussdichten,  $d = 2\lambda_L + D$  als effektiver Dicke und  $a = 10\mu m$  als Länge des Tunnelkontaktes.  $D = 30nm$  bezeichnet die Stärke der Tunnelbarriere aus  $AlO_x$ . Durch Einsetzen der effektiven Dicke in Gleichung (4.1) erhält man für die London'sche Eindringtiefe

$$\lambda_L = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{2e B_\Delta a} - D \right) \quad (4.2)$$

wobei  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} Js$  die Planck'sche Konstante und  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$  die Elementarladung darstellt. Für die Eindringtiefe ergeben sich die in der nachfolgenden Tabelle aufgeführten Werte:

		<b>Kontakt 1</b>		<b>Kontakt 2</b>	
$B_\Delta$	(in $mT$ )	1,06	1,11	1,09	1,07
$\lambda_L$	(in $nm$ )	82,54	78,15	79,85	81,63

Der dabei auftretende Fehler berechnet sich nach der Fehlerfortpflanzung. Für das Ablesen der Magnetfelddifferenzen  $B_\Delta$  wird ein Fehler von  $\delta B_\Delta = 0,05mT$  veranschlagt. Für die Dicke der Barrierenschicht gilt ein Fehler von  $5nm$ . Damit ergibt sich mit Gleichung (4.2) für den Fehler der Eindringtiefen

$$\begin{aligned}
\delta\lambda_L(B_\Delta, D) &= \left| \frac{\partial\lambda_L(B_\Delta)}{\partial B_\Delta} \right| \cdot \delta B_\Delta + \left| \frac{\partial\lambda_L(D)}{\partial D} \right| \cdot \delta D \\
&= \frac{h}{4aeB_\Delta^2} \cdot \delta B_\Delta + \frac{1}{2} \cdot \delta D
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Für die London'schen Eindringtiefen folgt damit

		<b>Kontakt 1</b>		<b>Kontakt 2</b>	
$\lambda_L$	(in $nm$ )	$82,54 \pm 2,64$	$78,15 \pm 2,63$	$79,85 \pm 2,63$	$81,63 \pm 2,63$

Der Literaturwert für die London'sche Eindringtiefe von Niob beträgt nach [Kit99]  $\lambda_L^{lit} = 39nm$ . Der Reinheitsgrad des verwendeten Niobs stellt dabei die Ursache für die große Differenz zwischen Literaturwert und den aus der Messung bestimmten Werten dar. Der Literaturwert bezieht sich auf hochreines Niob. Trotz der sehr aufwändigen Fertigungsverfahren besitzt das in den Josephson-Kontakten verwendete Niob nur einen eingeschränkten Reinheitsgrad. Die im Fortgeschrittenen Praktikum in Tübingen für die London'sche Eindringtiefe ermittelten Werte bewegen sich typischerweise im Bereich zwischen 90 und 100nm.

## 5. Der Versuch im Praktikum

Der DC-Josephson-Effekt stellt einer der wenigen Effekte auf dem Gebiet der Supraleitung dar, welche im Zuge eines Praktikums untersucht werden können. Er bietet die Möglichkeit, das makroskopische Quantenphänomen der Supraleitung zu beobachten. Des Weiteren besitzen die Studenten die Chance, experimentelle Grundlagen über Messtechnik, die Erreichung und Erhaltung tiefer Temperaturen, die Messung dieser Temperaturen, die Erzeugung magnetischer Felder und die Herstellung und Funktion von Tunnelkontakten kennen zu lernen.

Im Versuch werden Phänomene betrachtet, welche für die Supraleitung kennzeichnend sind. Dies sind unter anderem die Eigenschaften der Energielücke, das kritische Magnetfeld, der kritische Strom und die Flussquantisierung. Ebenso wird ein praktisches Beispiel für den bisher von den Studenten nur theoretisch kennengelernten Tunneleffekt der Quantenmechanik vermittelt. Es soll klar werden, wie Tunnelexperimente für die Charakterisierung und Beschreibung der Eigenschaften eines Supraleiters genutzt werden können. Die Durchführung des Versuches erfordert einerseits einen verantwortungsbewussten Umgang mit verflüssigtem Stickstoff und Helium. Auf der anderen Seite lernen die Studenten den Gebrauch moderner Messgeräte und digitaler Messwerterfassungssysteme kennen.

Die Zusammenstellung des Ablaufes erfolgt unter der Maßgabe, dass der DC-Josephson-Effekt während zwei Praktikumstagen untersucht werden kann. Es soll dabei aber noch keine endgültige Zuordnung der verschiedenen Themen und Inhalte des Versuchs erfolgen. Vielmehr soll dargestellt werden, welche Versuchsinhalte prinzipiell denkbar sind. Eine konkrete Praktikumsanleitung wird in Kürze erstellt. Die Studenten erhalten im Versuch die Möglichkeit, diesen weitgehend selbständig durch zu führen. Für den Schutz des Josephson-Chips wurden hierfür ausreichende Maßnahmen in den Versuchsablauf und insbesondere in das Messprogramm integriert. Das Einkühlen und Befüllen des Kryostaten mit flüssigem Helium darf

jedoch nur in Anwesenheit des betreuenden Assistenten erfolgen.

**Lernziele:**

- Theoretisch: Grundlagen der Supraleitung, insbesondere zur BCS-Theorie und dem Meissner-Ochsenfeld-Effekt, Tunnelprozesse und Josephson-Effekte, RCSJ-Theorie, Temperaturabhängigkeit des maximalen Josephson-Gleichstromes und der Energielücke, Magnetfeldabhängigkeit des maximalen Josephson-Gleichstromes.
- Experimentell: Tieftemperatur- und Vakuumtechnik, Umgang mit tiefkalt verflüssigten Gasen, Messung tiefer Temperaturen, Messtechnik, Grundlagen des Messaufbaus und des Messprogramms.

**Versuchsdurchführung:**

- Einkühlen des Probenbehälters und des Chips in Anwesenheit des Assistenten. Selbständige Durchführung der Messung zur Temperaturabhängigkeit und zur Magnetfeldabhängigkeit des maximalen DC-Josephson-Stromes sowie zur Temperaturabhängigkeit der Energielücke.

**Versuchsauswertung:**

- Beschreibung und Diskussion gemessener Strom-Spannungs-Charakteristiken.
- Abschätzung des Stewart-McCumber-Parameters  $\beta_c$ . Bestimmung der Kapazität  $C$  des verwendeten Josephson-Kontaktes.
- Beschreibung und Diskussion der Magnetfeldabhängigkeit des maximalen Josephson-Gleichstromes. Vergleich mit dem theoretischen Interferenzmuster.
- Abschätzung der London'schen Eindringtiefe  $\lambda_L$ .
- Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der Energielücke  $\Delta(T)$ . Ermittlung von  $\Delta(0)$  sowie der Übergangstemperatur  $T_c$  von Niob. Vergleich mit dem nach der BCS-Theorie zu erwartenden Verlauf.
- Auswertung der Temperaturabhängigkeit des maximalen Josephson-Gleichstromes  $I_c(T)$ . Anschließender Vergleich mit der Theorie.

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Im Zuge der wissenschaftlichen Arbeit für das Lehramt am Gymnasium wurde der bestehende Aufbau zum DC-Josephson-Effekt im Physikalischen Fortgeschrittenen Praktikum neu gestaltet. Das Ziel, den sehr wartungsintensiven und störanfälligen Versuchsaufbau durch einen zuverlässigen Aufbau zu ersetzen wurde durch den Einsatz eines Nb-Al/ $\text{AlO}_x$ -Nb Kontaktes realisiert. Diese Art von Kontakten besitzt im Gegensatz zu den vorher verwendeten Zinn-Tunneldioden eine deutlich längere Lebenszeit und ist zudem unempfindlich gegenüber Temperaturzyklen. Der mikrostrukturierte Chip wurde freundlicherweise von Prof. D. Kölle von der Eberhard Karls Universität Tübingen bereitgestellt.

Das Ersetzen des im Vergleich großen Zinn-Tunnelkontaktes durch den sehr viel kleineren Josephson-Chip brachte eine vollständige Überarbeitung der Messtechnik mit sich. Unter Verwendung eines Keithley SourceMeters 2400 sowie einer Umschaltbox wird nun die exakte Ansteuerung der verschiedenen Tunnelkontakte gewährleistet. Da die gesamte Messtechnik ersetzt wurde, ist auch ein neues Messprogramm notwendig geworden. Dieses wurde auf Basis von LabVIEW realisiert und ermöglicht die vollständige Steuerung und Auswertung des Versuches über den Computer. Ebenso besitzt das Messprogramm wichtige Schutzmechanismen, welche den Josephson-Chip vor zu großen Strömen bzw. Überspannungen bewahrt. Die Temperaturmessung erfolgt über einen Cernox Temperatursensor und ist ebenfalls im Messaufbau und dem Messprogramm integriert.

Im Vergleich zu Zinn besitzt Niob eine deutlich höhere Sprungtemperatur von  $9,2\text{ K}$ . Diese liegt damit auch wesentlich höher als die Temperatur flüssigen Heliums bei  $4,2\text{ K}$ . Da für den Nachweis der Temperaturabhängigkeit von Energielücke und maximalem DC-Josephson-Strom der Chip kontrolliert bis zur Sprungtemperatur von Niob erwärmt werden muss, wurde eine vollständige Neukonzeption des Probenstabes erforderlich. Mittels eines über eine Indiumdichtung verschließbaren Probenbe-

hälters aus Kupfer ist es nun möglich, den Chip thermisch an das flüssige Helium zu koppeln ohne dass sich dieser direkt im Heliumbad befindet.

Während der Durchführung der Staatsexamensarbeit traten vor allem im Bezug auf den Josephson-Chip einige Probleme zu Tage. Als besonders schwierig hat sich die Kontaktierung des Chips herausgestellt. Letztlich hat sich die direkte Kontaktierung durch in Tübingen gebondete Aluminiumdrähte als die einzig stabile Variante erwiesen. Trotz diverser Vorsichtsmaßnahmen wurden im Verlauf des Aufbauprozesses und den durchgeführten Probemessungen einige der Josephson-Kontakte des Chips beschädigt. Die Ursachen dieser Beschädigungen konnten jedoch gefunden und beseitigt werden.

Die letzten Messung erfolgten an Kontakten mit parallel geschalteten Widerständen, um die wenigen Kontakte ohne Shunt-Widerstand für das Praktikum zu bewahren. Es ließen sich die erwarteten Strom-Spannungs-Kennlinien aufzeichnen. Auch die Temperaturabhängigkeit der Energielücke sowie des maximalen Josephson-Gleichstromes konnte gezeigt werden. Für den Einsatz im Praktikum soll aus didaktischen Gründen jedoch ein Kontakt ohne parallelen Shunt-Widerstand verwendet werden. Dieser wird in Kürze kontaktiert. Nach Aufzeichnung der Kennlinie des Kontaktes sowie der Magnetfeldabhängigkeit des DC-Josephson-Stromes kann die Ausarbeitung einer detaillierten Praktikumsanleitung erfolgen. Einem Einsatz im Physikalischen Fortgeschrittenen Praktikum steht dann nichts mehr im Wege.



# A. Versuchsaufbau

## A.1 Belegung von Steckern und Buchsen

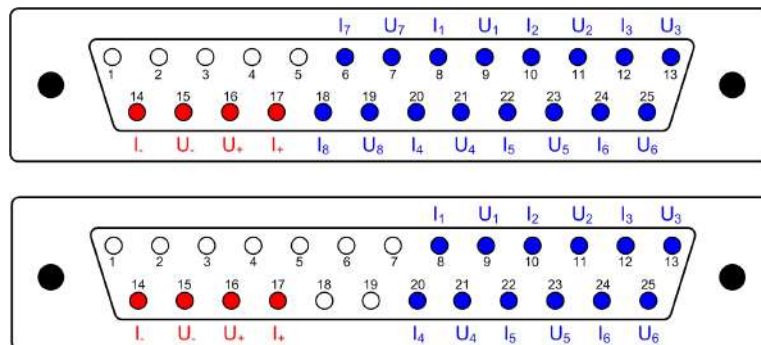


Abbildung A.1: Belegungsplan der Sub-D Buchsen bzw. Stecker. Oben: Buchse an der Umschaltbox, Blick von innen nach außen. Unten: Buchse am Probenstab, Blick von vorne.

Die für den Cernox Temperatursensor benötigten vier Adern verlaufen in einem separaten Kabel, enden jedoch im selben Sub-D Stecker bzw. der selben Buchse. Die Belegung an der Box unterscheidet sich von derjenigen am Probenstab. Dies liegt darin begründet, dass mehrere Adern an der Buchse des Probenstabes zusammenlaufen. Es gilt

$$\begin{aligned} I_7 &\rightarrow I_3 & \text{und} & & U_7 &\rightarrow U_3 \\ I_8 &\rightarrow I_6 & \text{und} & & U_8 &\rightarrow U_6 \end{aligned}$$

Die Adern  $I_7$ ,  $U_7$ ,  $I_8$  und  $U_8$  werden nur im geschirmten Datenkabel, nicht jedoch im Messstab benötigt, da dort jeweils drei Adern miteinander verdreht sind.

$$\begin{array}{ll} I_1 + I_2 + I_3 & \text{und} \quad U_1 + U_2 + U_3 \\ I_4 + I_5 + I_6 & \text{und} \quad U_4 + U_5 + U_6 \end{array}$$

## A.2 Layout des Josephson-Chips

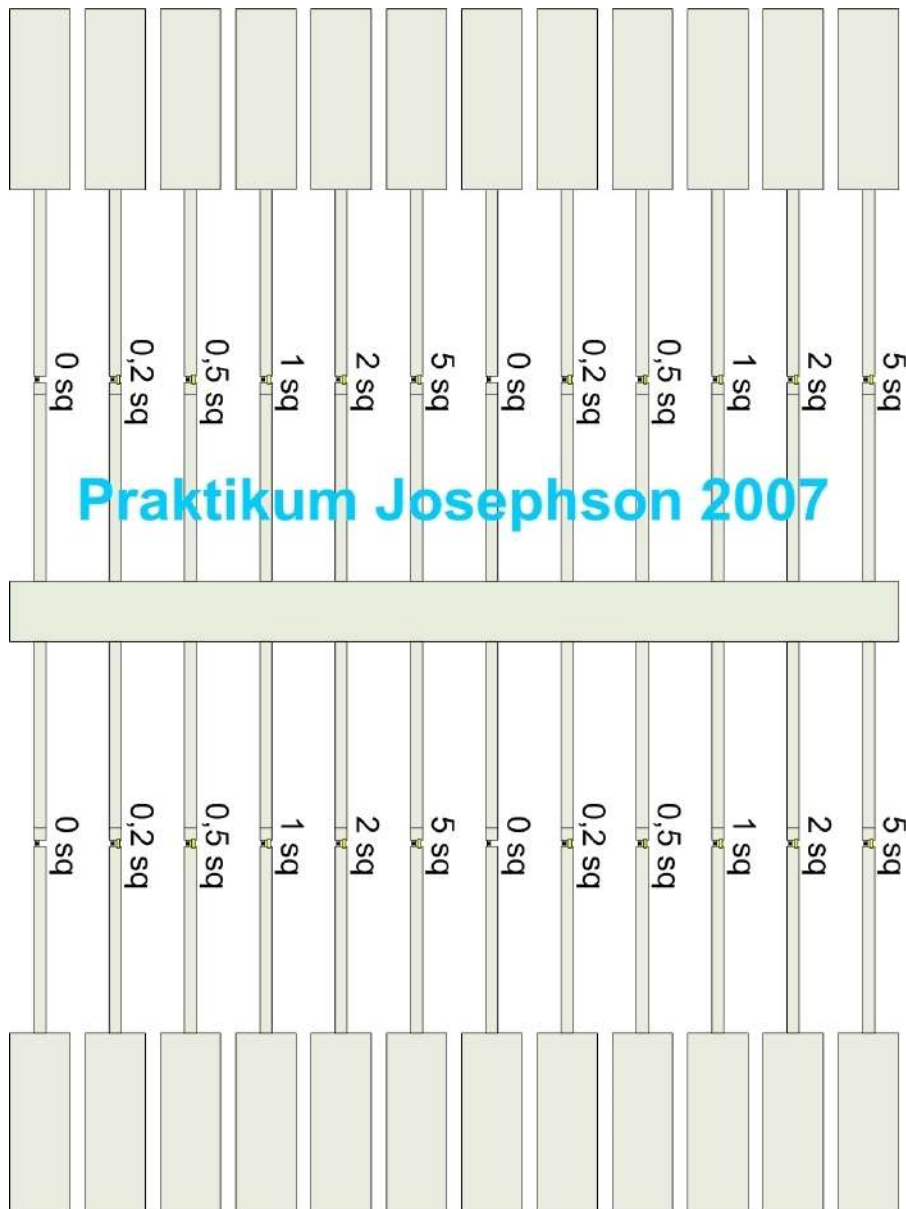


Abbildung A.2: Der Schriftzug dient zur Orientierung und Zuordnung der Tunnelkontakte. Für die Shunt-Widerstände gilt:  $5 \text{ sq} \approx 1,5 \Omega$ . Jeder Kontakt besitzt eine Fläche von  $10 \times 10 \mu\text{m}^2$ , die Kapazität beträgt  $C = 4,1 \text{ pF}$ .

## A.3 Technische Zeichnungen des Probenstabes

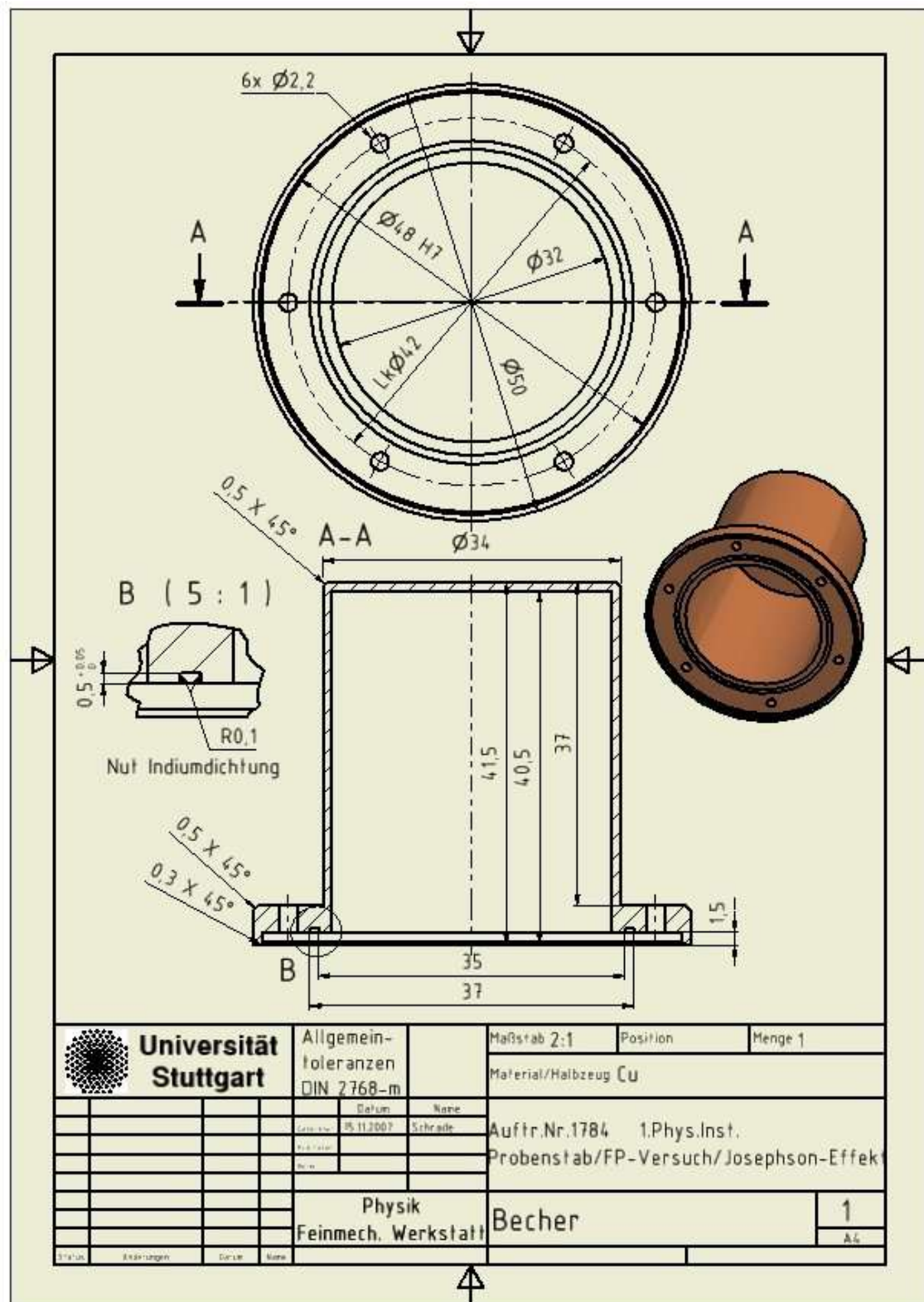


Abbildung A.3: Technische Zeichnung für den Kupferzylinder.

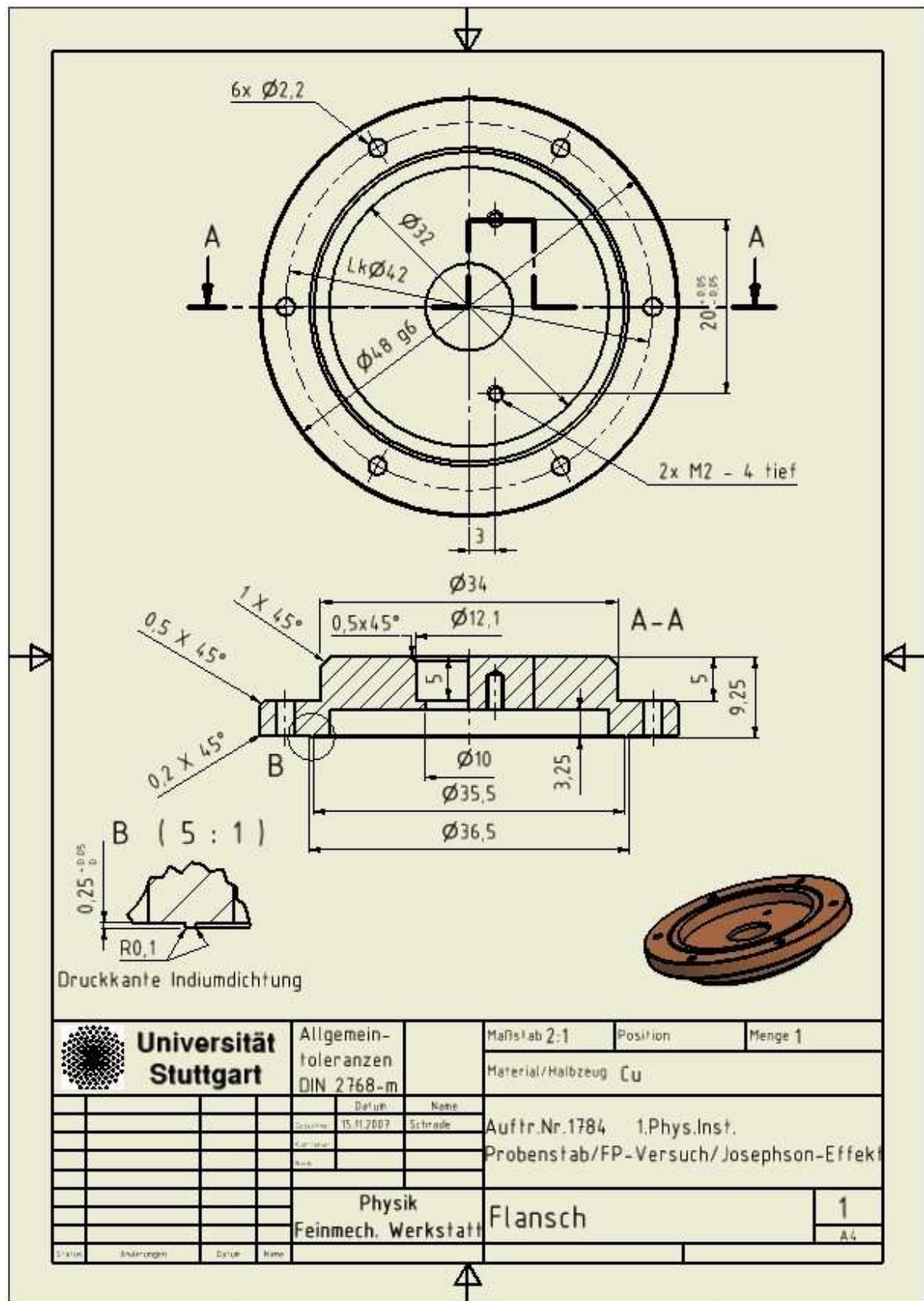


Abbildung A.4: Technische Zeichnung für den Kupferflansch.





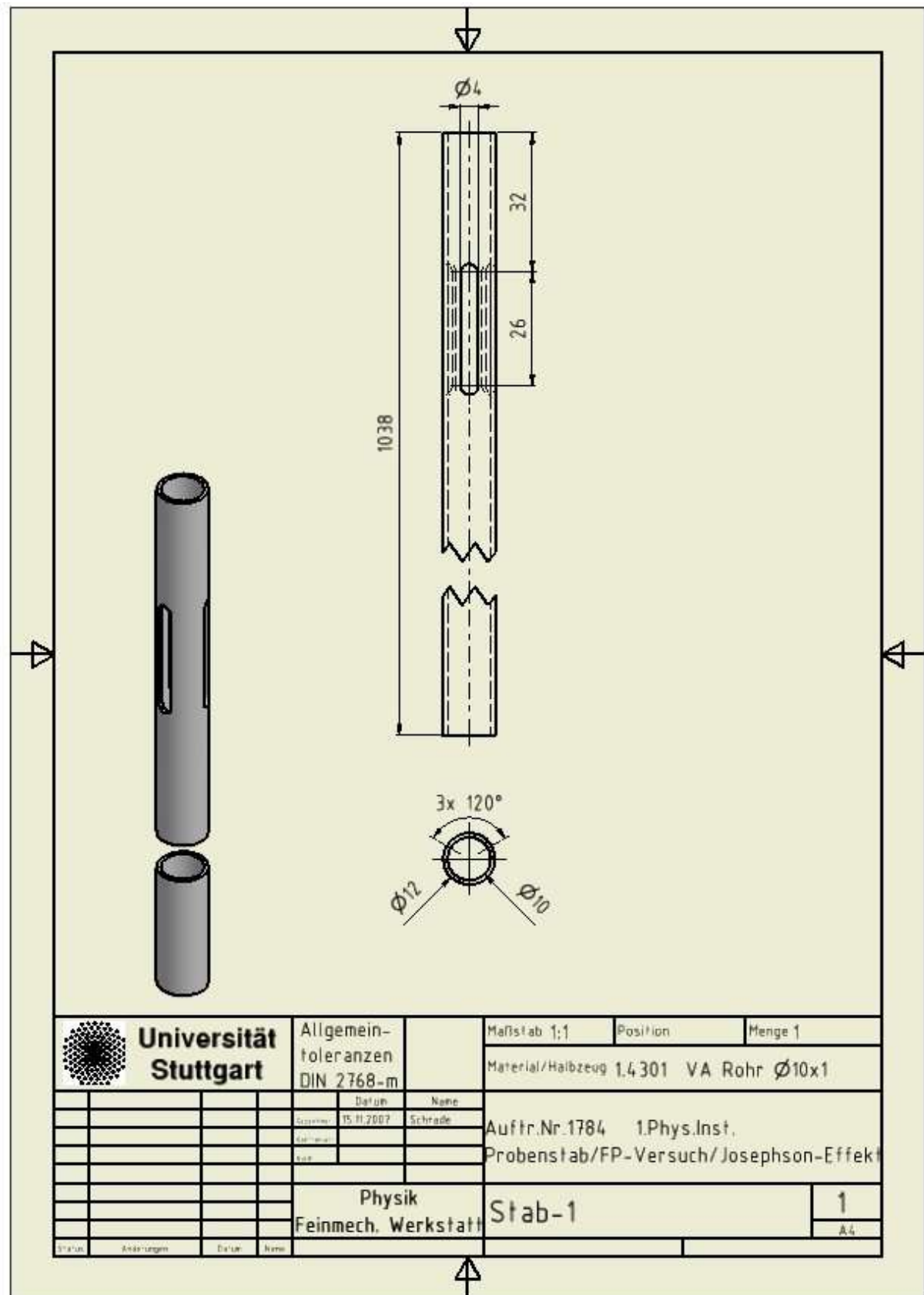


Abbildung A.6: Technische Zeichnung für Edelstahlrohr.

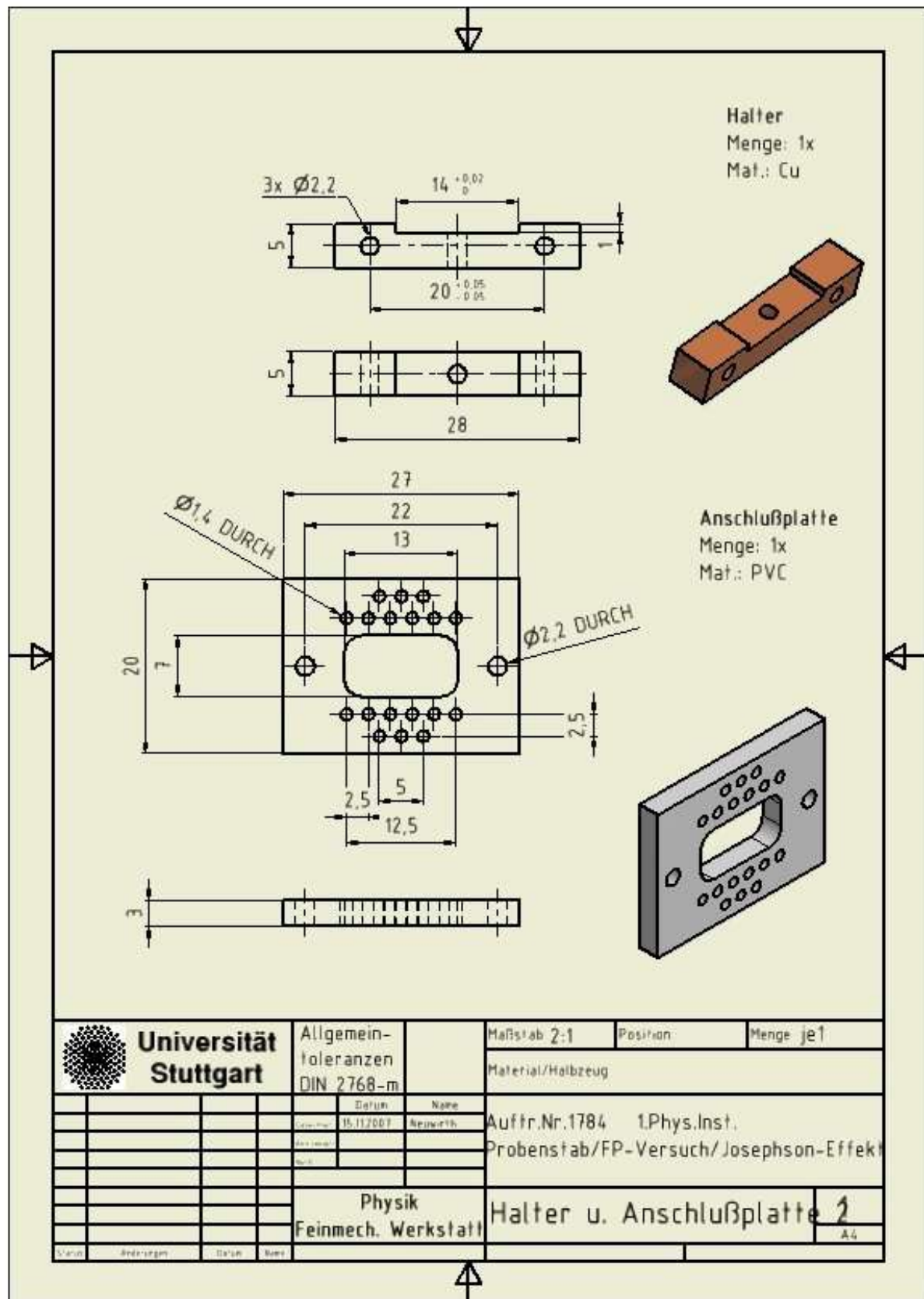


Abbildung A.7: Technische Zeichnung für den Halter der Kupferrauflage sowie der Kontaktplatte aus PVC.





## B. Interpolationsprogramm für die Eichkurve des Cernox

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%%Interpolation der Messpunkte der Eichkurve des Cernox X13632%%  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
% Aufspaltung der Messpunkte in drei Teile  
clear all  
format short  
teil1a % Matrix aus Messpunkten 1 bis 56  
teil1b % Matrix aus Messpunkten 57 bis 104  
teil2 % Matrix aus Messpunkten 105 bis 129
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
% Interpolation des ersten Teils  
for i = 1:56  
t1(i) = teil1a(i,3);  
r1(i) = teil1a(i,2);  
end  
x1 = t1'; y1 = r1';  
p1 = polyfit(y1,x1,8)  
f1 = polyval(p1,y1);  
R = [49:0.5:166]'  
fitT1 = polyval(p1,R)  
fit1 = [R fitT1];
```

```
plot(fitT1,R,x1,y1,'o')
axis([69 296 49 166])
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Interpolation des zweiten Teils
for i = 1:47
    t2(i) = teil1b(i,3);
    r2(i) = teil1b(i,2);
end
x2 = t2'; y2 = r2';
p2 = polyfit(y2,x2,8)
f2 = polyval(p2,y2);
R2 = [169.5:0.5:683.0]';
fitT2 = polyval(p2,R2)
fit2 = [R2 fitT2];
plot(fitT2,R2,x2,y2,'o')
axis([10.3 68 169.65 684])
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Interpolation des dritten Teils
for i = 1:25
    t3(i) = teil2(i,3);
    r3(i) = teil2(i,2);
end
x3 = t3'; y3 = r3';
p3 = polyfit(y3,x3,8)
f3 = polyval(p3,y3);
fitR3 = [707.7:0.01:17];
fitT3 = polyval(p3,fitR3);
fit3 = [fitR3 fitT3]';
plot(fitT3,fitR3,x3,y3,'o')
axis([2.8 9.9 708 2517])
```

## C. Das Messprogramm

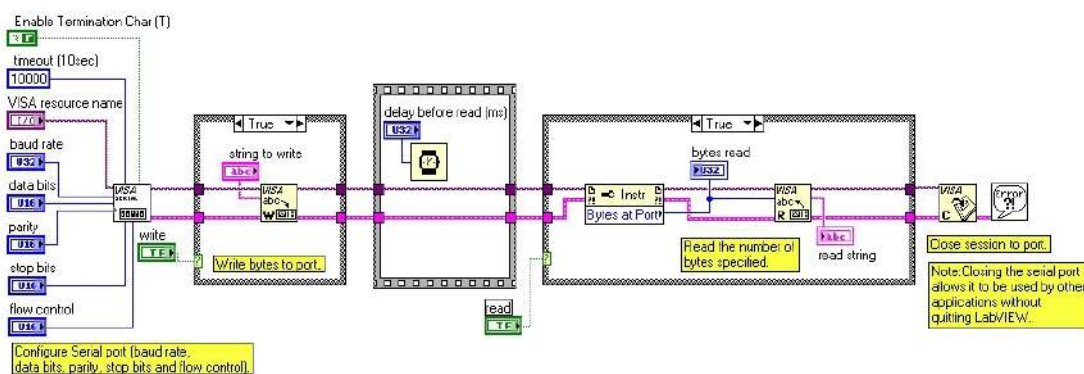
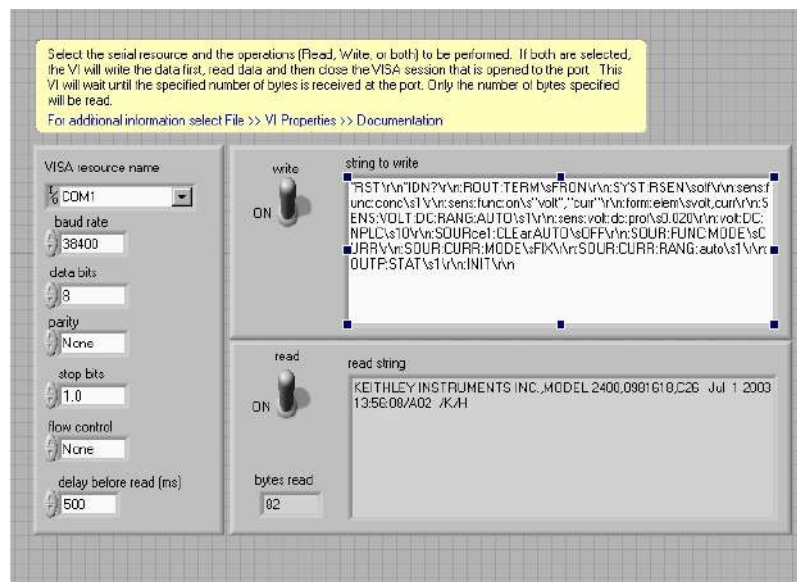


Abbildung C.1: Front-Panel und Block-Diagramm für das SubVI „Basic A-set“.

*RST\r\n	% Reset-Befehl
*IDN?\r\n	% Abfrage der Gerätedaten
:ROUT:TERM\sFRON\r\n	% Auswahl der Frontanschlüsse
:SYST:RSEN\sOFF\r\n	% Auswahl der Vierletermessung
:SENS:FUNC:CONC\s1\r\n	% Messung mehrere Funktionen
:SENS:FUNC:ON\s'VOLT','CURR'\r\n	% Zu messende Funktionen
:FORM:ELEM\sVOLT,CURR\r\n	% Auswahl der anzuzeigenden Daten
:SENS:VOLT:DC:RANG:AUTO\s1\r\n	% Auto-Range bei Spannungsmessung
:SENS:VOLT:DC:PROT\s0.02\r\n	% Compliance-Limit für die Spannung
:VOLT:DC:NPLC\s10\r\n	% Integrationsdauer der Messung
:SOUR:CLE:AUTO\sOFF\r\n	% Kein „Auto-Off“ der Quelle
:SOUR:FUNC:MODE\sCURR\r\n	% Quelle soll Strom anlegen
:SOUR:CURR:MODE\sFIX\r\n	% Kontstanter Strom
:SOUR:CURR:RANG:AUTO\s1\r\n	% Auto-Range für Quelle
:OUTP:STAT\s1\r\n	% Anschalten der Quelle
:INIT\r\n	% Initialisieren der Messung

Tabelle C.1: Syntax zur Initialisierung der I-U-Messung am SourceMeter 2400.

*RST\r\n	% Reset-Befehl
*IDN?\r\n	% Abfrage der Gerätedaten
:ROUT:TERM\sFRON\r\n	% Auswahl der Frontanschlüsse
:SYST:RSEN\sOFF\r\n	% Auswahl der Vierletermessung
:SENS:FUNC:CONC\s1\r\n	% Messung mehrere Funktionen
:SENS:FUNC:ON\s'VOLT','CURR'\r\n	% Zu messende Funktionen
:FORM:ELEM\sVOLT,CURR\r\n	% Auswahl der anzuzeigenden Daten
:SENS:CURR:DC:RANG:AUTO\s1\r\n	% Auto-Range bei Strommessung
:SENS:CURR:DC:PROT\s0.075\r\n	% Compliance-Limit für den Strom
:CURR:DC:NPLC\s10\r\n	% Integrationsdauer der Messung
:SOUR:CLE:AUTO\sOFF\r\n	% Kein „Auto-Off“ der Quelle
:SOUR:FUNC:MODE\sVOLT\r\n	% Quelle soll Spannung anlegen
:SOUR:VOLT:MODE\sFIX\r\n	% Kontstante Spannung
:SOUR:VOLT:RANG:AUTO\s1\r\n	% Auto-Range für Quelle
:OUTP:STAT\s1\r\n	% Anschalten der Quelle
:INIT\r\n	% Initialisieren der Messung

Tabelle C.2: Syntax zur Initialisierung der Temperaturmessung am SourceMeter 2400.

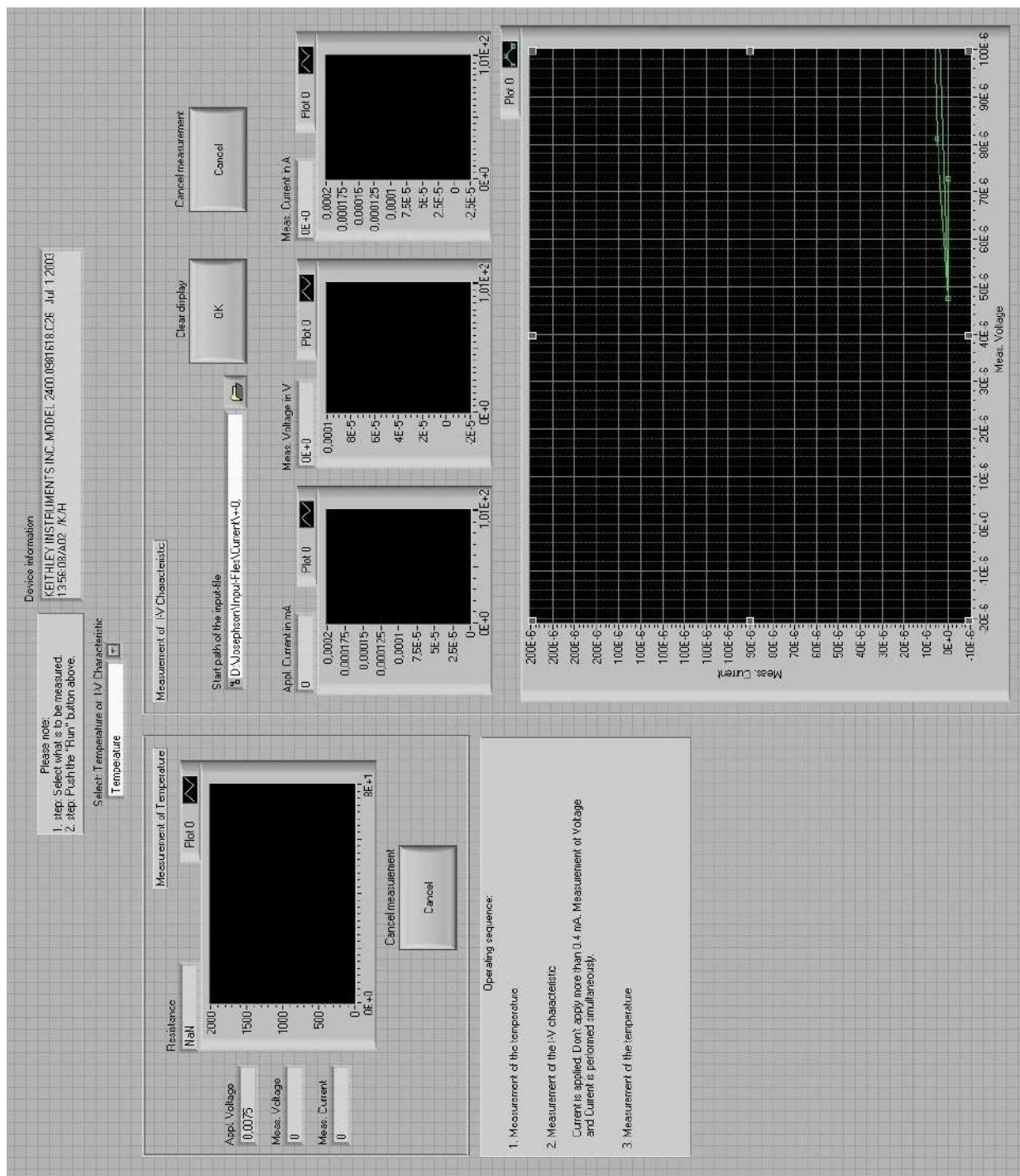


Abbildung C.2: Front-Panel des Messprogramms.

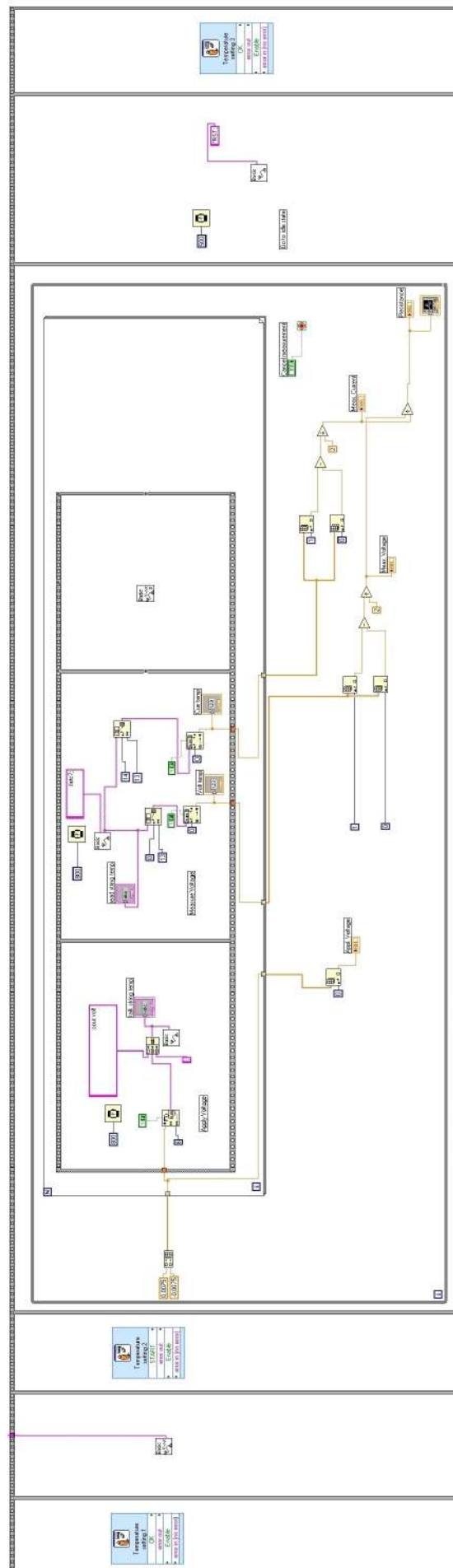


Abbildung C.3: Block-Diagramm der Temperaturmessung.

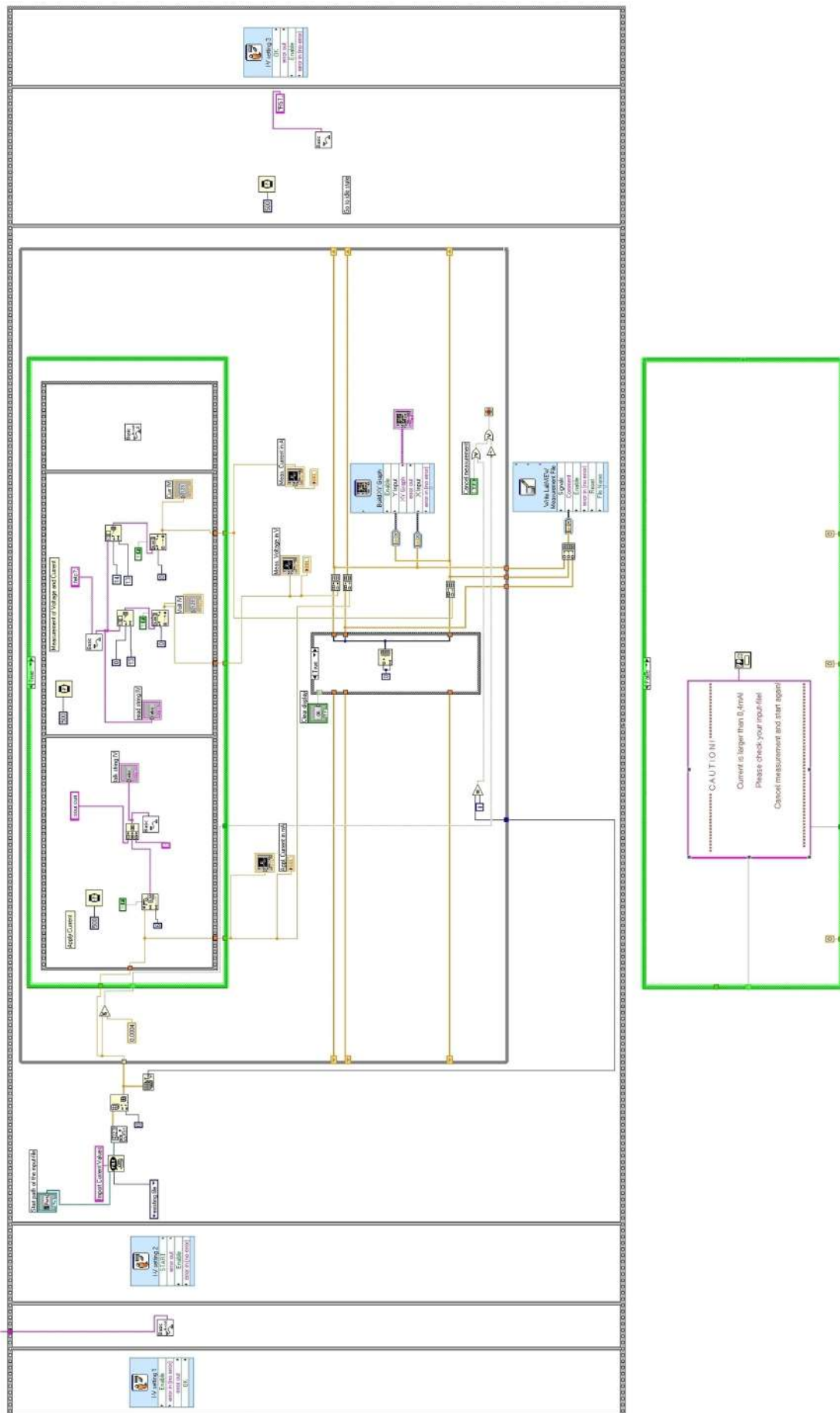


Abbildung C.4: Block-Diagramm der I-U-Messung. Programmierung für „False“ in der rechten Bildhälfte zu sehen.





# Literaturverzeichnis

- [AB63] AMBEGAOKAR, V. und A. BARATOFF: *Tunneling between superconductors*. Physical Review Letters, Volume 10, Number 11, Pages: 486 - 489, 1963.
- [BK04] BUCKEL, W. und R. KLEINER: *Supraleitung. Grundlagen und Anwendungen*. Wiley-VCH, Weinheim, 2004.
- [BP82] BARONE, A. und G. PATERNÒ: *Physics and Applications of the Josephson Effect*. John Wiley & Sons Inc., New York, 1982.
- [DEK<sup>+</sup>99] DMITRIEV, P.N., A.B. ERMAKOV, A.G. KOVALENKO, V.P. KOSHELETS, N. IOSAD, A. GOLUBOV und M. KUPRIYANOV: *Niobium Tunnel Junctions with Multi-Layered Electrodes*. IEEE Trans. Appl. Supercond., Volume 9, Issue 2, Part 3, Pages: 3970 - 3973, 1999.
- [EH00] ENSS, C. und S. HUNKLINGER: *Tiefemperaturphysik*. Springer-Verlag, Berlin, 2000.
- [Epp77] EPPERLEIN, P.W.: *Experimentelle Rekombinationslebensdauer von Quasiteilchen im Supraleiter und elektronische Zustandsdichte an der Fermikante im normalleitenden Zustand*. Dissertation. Universität Stuttgart, 1977.
- [Fri00] FRITZENSCHAFT, K.: *Die Josephson-Effekte: Neugestaltung eines Praktikumsversuchs*. Wissenschaftliche Arbeit für das Lehramt am Gymnasium. Universität Stuttgart, 2000.
- [HR72] HANSMA, P.K. und G.I. ROCHLIN: *Josephson weak links: shunted-junction and mechanical-model results*. J. Appl. Phys., Volume 43, Number 11, Pages: 4721 - 4727, 1972.
- [IL90] IBACH, H. und H. LÜTH: *Festkörperphysik. Einführung in die Grundlagen*. Springer-Verlag, Berlin, 1990.

- [IL99] IBACH, H. und H. LÜTH: *Festkörperphysik. Einführung in die Grundlagen*. Springer-Verlag, Berlin, 1999.
- [KI] KEITHLEY INSTRUMENTS, INC.: *SourceMeter Line, Series 2400*. Data Sheet.
- [Kit99] KITTEL, CH.: *Einführung in die Festkörperphysik*. R. Oldenbourg Verlag, München, 1999.
- [Len01] LENDIEN, M.: *Die Josephson-Effekte im Praktikumsversuch*. Wissenschaftliche Arbeit für das Lehramt am Gymnasium. Universität Stuttgart, 2001.
- [Pet75] PETLEY, B.W.: *Einführung in die Josephson-Effekte*. Dr. Alfred Hüthig Verlag GmbH, Heidelberg, 1975.
- [Sch97] SCHMIDT, V.V.: *The Physics of Superconductors. Introduction to Fundamentals and Applications*. Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- [Sol72] SOLYMAR, L.: *Superconductive Tunneling and Applications*. Chapman and Hall Ltd., London, 1972.
- [Ste05] STERCK, A.: *Ratscheneffekte in supraleitenden Quanteninterferometern*. Dissertation. Eberhard-Karls-Universität Tübingen, 2005.
- [Tin96] TINKHAM, MICHAEL: *Introduction to Superconductivity*. Dover Publications Inc., Mineola, 1996.
- [YO67] YAMASHITA, T. und Y. ONODERA: *Magnetic-Field Dependence of Josephson Current by Self-Field*. J. Appl. Phys., Volume 38, Number 9, Pages: 3523 - 3525, 1967.

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Supraleitung von Quecksilber, aus [EH00]. . . . .	4
2.2	Prinzip der Dauerstromerzeugung durch einen Stabmagneten, aus [EH00].	5
2.3	Verhalten von idealem Leiter (A) und Supraleiter (B) im Magnetfeld, aus [IL99]. . . . .	5
2.4	Temperaturabhängigkeit der kritischen Magnetfeldstärke $H_c$ , aus [IL99]. .	6
2.5	a) Phasendiagramm von Typ-II Supraleitern; b) Flussschläuche in der Shubnikov-Phase, aus [BK04]. . . . .	7
2.6	Ginzburg-Landau-Kohärenzlänge als Bestimmungsgröße des Anstieges der supraleitenden Ladungsträgerdichte $n_s$ (hier bei einem Typ-I Supraleiter), aus [IL90]. . . . .	10
2.7	Wechselwirkung der Elektronen mittels Phononen, aus [EH00]. . . . .	11
2.8	(A) Zustandsdichte $D_S$ der ungepaarten Elektronen, (B) Quasiteilchen-Zustandsdichte eines Supraleiters bei (1) $T = 0K$ und (2) $0 < T < T_c$ , aus [EH00]. . . . .	12
2.9	Tunneln von Quasiteilchen zwischen zwei Normalleitern ( $T = 0K$ ), aus [BK04]. . . . .	13
2.10	(a) Tunneln von Quasiteilchen zwischen Normalleiter und Supraleiter im Bändermodell der Halbleitertheorie bei $T = 0K$ , es wurde Energie über der Zustandsdichte aufgetragen; (b) I-U-Kennlinien: (1) Normalleiter-Normalleiter, (2) Normalleiter-Supraleiter bei $T = 0K$ , (3) Normalleiter-Supraleiter bei $0 < T < T_c$ , aus [Tin96]. . . . .	14
2.11	a) Bänderdarstellung eines Supraleiter-Supraleiter Tunnelvorgangs, b) Schematische Darstellung einer Quasiteilchen-Tunnelkennlinie bei verschiedenen Supraleitern. Die gestrichelte Kurve zeigt den Fall $T = 0K$ , aus [BK04]. . . . .	15

2.12	Abgebildet sind die Tunnelkennlinien eines Sn-I-Pb-Kontaktes. Deutlich ist die Abhängigkeit der Energielücke von der Temperatur zu erkennen, aus [Sol72]. . . . .	15
2.13	Darstellung eines Supraleiter-Supraleiter Tunnelvorgangs durch Cooper-Paare und angeregte Einzelelektronen. Die unbesetzten Zustände sind schraffiert dargestellt. Es wurde eine Spannung von $U = (\Delta_a + \Delta_b)/e$ angelegt, aus [Pet75]. . . . .	16
2.14	I-U-Kennlinie eines Sn-SnO <sub>x</sub> -Sn Kontaktes. Die auftretende Hysterese ist deutlich zu erkennen, aus [BK04]. . . . .	17
2.15	Supraleiter-Tunnelkontakt mit Darstellung der jeweiligen Paar-Wellenfunktionen, die über die Tunnelbarriere schwach gekoppelt sind, aus [BP82]. . . . .	18
2.16	Josephson-Kontakt der Länge $a$ und der Breite $b$ unter Einwirkung eines äußeren Magnetfeldes, welches parallel zur Barriere verläuft, nach [BK04].	21
2.17	$I_c$ über $B_a$ aufgetragen, für einen Sn-SnO <sub>x</sub> -Sn Tunnelkontakt, aus [EH00].	22
2.18	Schematische Darstellung der Stromdichte in einem Josephson-Kontakt bei verschiedenen Werten von $\phi_k$ , aus [BK04]. . . . .	23
2.19	Querschnitt eines Tunnelkontaktes mit parallel zur Barrierenschicht verlaufendem Magnetfeld, aus [Sch97]. . . . .	23
2.20	Wirkung des Eigenfeldes auf den maximalen Josephson-Gleichstrom, aus [Pet75]. . . . .	24
2.21	Es ist der reduzierte Josephson-Gleichstrom über der reduzierten Temperatur aufgetragen. Die gestrichelte Linie steht für den Fall gleich großer Energielücken, die durchgezogene Linie für Energielücken deren Größen im Verhältnis 1:2 zueinander stehen, aus [AB63]. . . . .	25
2.22	Verschiedene „weak-link“ Kontakte: a) SIS Kontakt, b) SNS Kontakt, c) der normalleitende Film N verursacht eine lokale Unterdrückung des Ordnungsparameters der supraleitenden Schicht S, d) und e) Dayem-Brücken mit Engstelle und variabler Dicke, f) Korngrenzen-Kontakt, aus [Sch97].	26
2.23	Ersatzschaltbild für einen realen Josephson-Kontakt im RCSJ-Modell, bestehend aus Widerstand, Kapazität und idealem Josephson-Kontakt, aus [BK04]. . . . .	27
2.24	a) Physikalisches Pendel mit antreibendem Drehmoment, aus [BP82]; b) gekipptes Waschbrett-Potential, aus [Tin96]. . . . .	28

2.25	Zeitlich gemittelte, normalisierte I-U-Charakteristika, berechnet nach dem RSCJ-Modell. In (a) sind Kennlinien zweier überdämpfter Kontakte und in (b) die Kennlinie eines unterdämpften Kontaktes zu sehen, aus [BK04].	30
2.26	Durch Mikrowellenstrahlung hervorgerufene Shapiro-Stufen, aus [Pet75].	31
2.27	Darstellung von Fiske-Stufen zu unterschiedlichen, mit $n$ gekennzeichneten Schwingungsmoden, aus [Pet75].	32
3.1	Links: Alter Probenhalter mit Verkabelung und Kohlewiderstand zur Temperaturmessung. Rechts: Siliziumkristall mit aufgedampften Zinnfilmen.	33
3.2	Schematische Darstellung des Badkryostaten mit angeschlossener Stickstoffnachfüllung und Leitungen zum Pumpenstand und zur Heliumrückführung, nach [Fri00].	35
3.3	Darstellung des bestehenden Messaufbaus mit den jeweiligen Netzgeräten für Heizer- und Spulenbetrieb.	36
3.4	Schematische Darstellung der Messkonfiguration: Strom wird angelegt, Spannung und Strom werden in einer Vierpunktmessung ermittelt, nach [KI].	37
3.5	Umschaltbox mit BNC-Buchsen, einer Sub-D-Buchse, einer Buchse für die Erdung und Schaltern zur Einstellung der Messung.	38
3.6	Schaltplan der Umschaltbox: Rechts sind die Anschlüsse zum SourceMeter, dann die Frequenzfilter, der Kurzschlusschalter ①, der Temperaturschalter ② und der Drehschalter zur Auswahl der Tunnelkontakte ③. $I_i$ und $U_i$ , mit $i \in \{1, \dots, 8\}$ , stellen die Anschlüsse der Josephson-Kontakte dar. $I_{+,-}$ und $U_{+,-}$ sind die Anschlüsse der Temperaturmessung am Cernox.	39
3.7	Probenstab im geschlossenen Zustand. Als Abdichtmaterial zwischen Bottich und Flansch wurde Indium verwendet.	41
3.8	Geöffneter Probenstab mit goldbeschichtetem Chip-Carrier aus Keramik mit indirekter Kontaktierung des Chips.	42
3.9	Großansicht des neuen Chiphalters, bestehend aus Kupferunterlage, Saphirsockel und PVC-Kontaktplatte. Der Chip wurde von den Messingkontakten aus gebondet.	43
3.10	Geöffneter Probenstab mit direkter Kontaktierung des Josephson-Chips durch gebondete Aluminiumdrähte.	44
3.11	Probenstab im geschlossenen Zustand. Als Abdichtmaterial zwischen Bottich und Flansch wurde Indium verwendet.	44

3.12	Links: Mikroskopaufnahme des gesamten Chips mit 24 Josephson-Kontakten. Rechts: Aufnahme eines Tunnelkontaktes mit Shunt-Widerstand.	46
3.13	Kontaktierung des Josephson-Chips mit gebondeten Aluminiumdrähten. Der quadratische Chip besitzt eine Kantenlänge von $5\text{mm}$ .	46
3.14	Benutzeroberfläche des LabVIEW-Messprogramms, bestehend aus drei Teilbereichen: Funktionswahl, Temperaturmessung und I-U-Messung.	48
3.15	Dialogbox welche im Vorfeld der Messung einer Strom-Spannungs-Kennlinie den Anwender auffordert, bestimmte Schalter umzulegen.	49
3.16	Links: Programmierung der in Abbildung 3.15 abgebildeten Dialogbox. Rechts: Teil der Sequenzstruktur, welche die nötigen Eingabedateien (Input-File) zum Anlegen des Stromes einliest.	50
3.17	Sequenzstruktur, welche das Anlegen von Strom bzw. die Messung der Spannungs- und Stromwerte steuert. Zu sehen ist der „True“-Fall der Case-Struktur.	51
3.18	Abgebildet ist der Teil des Messprogramms, welcher die Temperaturmessung steuert. Durch das Umpolen wird nach zweimaligem Durchlauf der For-Schleife auch ein Array ausgegeben.	53
3.19	Eichkurve des verwendeten Cernox Temperatursensors Nr. X-13632.	54
4.1	a) I-U-Charakteristiken der Tunnelkontakte Nr. 1 und 2, an der Universität Tübingen gemessen. b) Der Ausschnitt zeigt den max. Josephson-Strom sowie die Hysterese der Kennlinie. c) Der Ausschnitt zeigt die durch den Proximity-Effekt hervorgerufene Knie-Struktur.	56
4.2	Schematische Beschreibung der für eine Auswertung der Kennlinie wichtigen Parameter, nach [DEK <sup>+</sup> 99].	57
4.3	Tunnelkennlinien aus Tübingen und Stuttgart mit teilweise auftretender Stufe.	59
4.4	Tunnelkennlinien aus Stuttgart. Exemplarisch ist für die verschiedenen gemessenen Typen eine Kennlinie abgebildet.	60
4.5	Suprastrom bis $300\mu\text{A}$ . Der Strom wurde in $2\mu\text{A}$ -Schritten erhöht bzw. verringert.	62
4.6	Kontakt 3 besitzt einen sehr kleinen Shunt-Widerstand, die Kontakte 1 und 4 sind mit einem kleinen Shunt-Widerstand versehen und Kontakt 2 besitzt einen mittleren Shunt-Widerstand.	64

4.7	I-U-Kennlinie des 2. Kontaktes, gemessen bis zur Energielücke für positive und negative Ströme. Kleine Abbildung: Maximaler Josephson-Gleichstrom des Kontaktes. . . . .	65
4.8	I-U-Kennlinien des 2. Kontaktes, gemessen bis zur Energielücke bei drei verschiedenen Temperaturen. Kleine Abbildung: Maximaler Josephson-Gleichstrom des Kontaktes bei verschiedenen Temperaturen. . . . .	66
4.9	Temperaturabhängigkeit der Energielücke. Es ist die reduzierte Energielücke $\Delta(T)/\Delta(0)$ über der reduzierten Temperatur $T/T_c$ aufgetragen. Die Theoriekurve wurde nach der BCS-Theorie erstellt. . . . .	67
4.10	Magnetfeldabhängigkeit des max. Josephson-Gleichstromes an Kontakt 1. . . . .	68
A.1	Belegungsplan der Sub-D Buchsen bzw. Stecker. Oben: Buchse an der Umschaltbox, Blick von innen nach außen. Unten: Buchse am Probenstab, Blick von vorne. . . . .	75
A.2	Der Schriftzug dient zur Orientierung und Zuordnung der Tunnelkontakte. Für die Shunt-Widerstände gilt: $5 \text{ sq} \approx 1,5\Omega$ . Jeder Kontakt besitzt eine Fläche von $10 \times 10 \mu\text{m}^2$ , die Kapazität beträgt $C = 4,1 \text{ pF}$ . . . . .	76
A.3	Technische Zeichnung für den Kupferzylinder. . . . .	77
A.4	Technische Zeichnung für den Kupferflansch. . . . .	78
A.5	Technische Zeichnung für das Verbindungsstück zwischen Edelstahlrohr und oberem Probenstab. . . . .	79
A.6	Technische Zeichnung für Edelstahlrohr. . . . .	80
A.7	Technische Zeichnung für den Halter der Kupferauflage sowie der Kontaktplatte aus PVC. . . . .	81
A.8	Technische Zeichnung für die Kupferauflage mit Einsatzmöglichkeit des Temperatursensors. . . . .	82
C.1	Front-Panel und Block-Diagramm für das SubVI „Basic A-set“. . . . .	85
C.2	Front-Panel des Messprogramms. . . . .	87
C.3	Block-Diagramm der Temperaturmessung. . . . .	88
C.4	Block-Diagramm der I-U-Messung. Programmierung für „False“ in der rechten Bildhälfte zu sehen. . . . .	89





# Tabellenverzeichnis

C.1	Syntax zur Initialisierung der I-U-Messung am SourceMeter 2400. . .	86
C.2	Syntax zur Initialisierung der Temperaturmessung am SourceMeter 2400. . . . .	86



# Abkürzungsverzeichnis

$T$	Temperatur
$T_c$	Übergangstemperatur eines Supraleiters
$R$	Widerstand
$R_n, R_\infty$	Normalleiterwiderstand
$\chi_m$	Magnetische Suszeptibilität
$B$	Magnetische Flussdichte
$\vec{A}$	Vektorpotential eines Magnetfeldes
$B_c$	Kritische magnetische Flussdichte
$H$	Magnetische Feldstärke
$H_c$	Kritische magnetische Feldstärke
$H_0$	Kritische magnetische Feldstärke bei $T = 0K$
$I$	Stromstärke
$I_s$	Suprastrom
$I_c$	Maximaler Josephson-Gleichstrom
$\phi, \phi_k$	Magnetischer Fluss
$\phi_0$	Elementares Flussquant
$h$	Planck'sche Konstante
$e$	Elementarladung
$j$	Stromdichte
$j_s$	Suprastromdichte
$j_c$	Maximale Josephson-Gleichstromdichte
$n_s$	Dichte der supraleitenden Ladungsträger
$m$	Masse
$\lambda_L$	London'sche Eindringtiefe
$c$	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
$\xi_{GL}$	Ginzburg-Landau-Kohärenzlänge
$\kappa$	Ginzburg-Landau-Parameter
$k$	Wellenvektor, Wellenzahl
$\Psi$	Makroskopische Wellenfunktion der BCS-Theorie

$2\Delta$	Energielücke eines Supraleiters
$2\Delta_0$	Energielücke eines Supraleiters bei $T = 0K$
$D_S, N$	Zustandsdichte der Quasiteilchen
$E_F$	Fermi-Niveau
$k_B$	Boltzmann-Konstante
$U$	Elektrische Spannung
$\gamma$	Phasendifferenz
$\varphi$	Phase einer Wellenfunktion
$E$	Energie
$K$	Kopplungskonstante
$i$	Imaginäre Zahl
$V$	Volumen
$\omega_J$	Kreisfrequenz des AC-Josephson-Stromes, Plasmafrequenz kleiner Ströme
$a, b$	Breite und Länge eines Tunnelkontaktes
$d$	Effektive Dicke
$D$	Dicke der Barrierenschicht
$\lambda_J$	Josephson-Eindringtiefe
SIS	Supraleiter-Isolator-Supraleiter Kontakt
SNS	Supraleiter-Normalleiter-Supraleiter Kontakt
$C$	Kapazität
$\beta_J$	Johnson-Parameter
$\beta_c$	Stewart-McCumber-Parameter
$\eta$	Normalisierte Spannung
$\alpha$	Normalisierter Strom
$t, T$	Zeit, Periodendauer
$g$	Erdbeschleunigung
$M$	Drehmoment
$\Gamma$	Dämpfung
$\Theta$	Trägheitsmoment
$I_R$	Rücksprungstrom
$\mu_0$	Magnetische Feldkonstante
$f$	Frequenz

# Danksagung

Abschließend möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, welche zum Gelingen dieser Staatsexamensarbeit beigetragen haben.

Zu allererst gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. Martin Dressel für die freundliche und offenen Aufnahme in seinem Institut, sowie die Möglichkeit, diese Lehramtsarbeit hier zu schreiben.

Dank gilt auch Herrn Dr. Bruno Gompf für die Betreuung während meiner Arbeit am Versuchsaufbau, für die vielen Impulse und dafür, dass er stets ein offenes Ohr für mich hatte.

Ein besonderer Dank geht an Frau Eva Rose die viel Zeit und Geduld für mich und die vielen kleineren und größeren Probleme aufbrachte. Vielen Dank für Gespräche, Anregungen und die Motivation Neues zu wagen und vorwärts zu gehen.

Frau Gabi Untereiner möchte ich danken für ihre Geduld beim Präparieren und Kontaktieren des Josephson-Chips, sowie für manch hilfreichen Einfall.

Danken möchte ich Herrn Prof. Dr. Dieter Kölle der Universität Tübingen für die Möglichkeit, den Versuch zum DC-Josephson-Effekt mit einem mikrostrukturierten Josephson-Chip zu verwirklichen.

Vielen Dank auch an Joachim Nagel, der mit sehr viel Zeit und Engagement geholfen hat, den Chip zu bonden und auf Fehler zu untersuchen.

Außerdem danke ich allen Mitgliedern des 1. Physikalischen Institutes für die freundliche Atmosphäre und die vielen guten Gespräche während der Examensarbeit.

Ich bedanke mich bei Herrn Dietrich aus der Mechanischen-Werkstatt und Herrn Burrmeister aus der Elektronischen-Werkstatt für die schnelle und hochwertige Bearbeitung der verschiedenen Bauteile und des Probenstabes.

Zuletzt möchte ich mich bei meinen Geschwistern und Freunden für ihre Unterstützung während der Staatsexamensarbeit bedanken. Besonderer Dank gilt meiner Frau Miriam, die mir während dieser Zeit ein wichtiger Rückhalt war und mich so manch misslungenen Versuch vergessen ließ.