



Métodos Numéricos - MAT 1105

EGR. EDDY CAEL MAMANI CANAVIRI

Oruro - 2020

para todos los estudiantes de la Facultad Nacional de Ingeniería

Sea el sistema

$$\begin{aligned} -3 \cdot x_2 + x_3 &= 7 \\ 2 \cdot x_1 + x_2 + 3 \cdot x_3 &= 15 \\ x_1 + x_3 &= 6 \end{aligned}$$

Reescribiendo

$$\begin{aligned} (0) \cdot x_1 + (-3) \cdot x_2 + (1) \cdot x_3 &= 7 \\ (2) \cdot x_1 + (1) \cdot x_2 + (3) \cdot x_3 &= 15 \\ (1) \cdot x_1 + (0) \cdot x_2 + (1) \cdot x_3 &= 6 \end{aligned}$$

Expresando en forma matricial

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 15 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Usando la matriz aumentada con coeficientes y terminos independientes

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & -3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & 15 \\ 1 & 0 & 1 & 6 \end{array} \right]$$

Intercambiando fila 1 por la fila 2

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 15 \\ 0 & -3 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 6 \end{array} \right]$$

Multiplicando la fila 1 por $(-1/2)$ y sumando a la fila 3

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 15 \\ 0 & -3 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 6 \end{array} \right] \times \left(-\frac{1}{2} \right)$$

Calculos auxiliares:

$$\boxed{2 \times (-1/2) + 1 = 0} \quad \boxed{1 \times (-1/2) + 0 = -1/2} \quad \boxed{3 \times (-1/2) + 1 = -1/2} \quad \boxed{15 \times (-1/2) + 6 = -3/2}$$

Multiplicando la fila 2 por $(-1/6)$ y sumando a la fila 3

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 15 \\ 0 & -3 & 1 & 7 \\ 0 & -1/2 & -1/2 & -3/2 \end{array} \right] \times \left(-\frac{1}{6} \right)$$

Calculos auxiliares:

$$\boxed{-3 \times (-1/6) + -1/2 = 0} \quad \boxed{1 \times (-1/6) + -1/2 = -2/3} \quad \boxed{7 \times (-1/6) + -3/2 = -8/3}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 15 \\ 0 & -3 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & -2/3 & -8/3 \end{array} \right]$$

De la fila 3 podemos ver que:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 15 \\ 0 & -3 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & -2/3 & -8/3 \end{array} \right]$$

$$(-2/3) \cdot x_3 = -8/3$$

$$x_3 = \frac{-8/3}{-2/3}$$

$$\boxed{x_3 = 4}$$

De la fila 2 podemos ver que:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 15 \\ 0 & -3 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & -2/3 & -8/3 \end{array} \right]$$

$$(-3) \cdot x_2 + (1) \cdot x_3 = 7$$

$$x_2 = \frac{7 - (1) \cdot x_3}{-3}$$

$$x_2 = \frac{7 - (1) \cdot (-8/3)}{-3}$$

$$x_2 = (3)/(-3)$$

$$\boxed{x_2 = -1}$$

De la fila 1 podemos ver que:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 15 \\ 0 & -3 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & -2/3 & -8/3 \end{array} \right]$$

$$(2) \cdot x_1 + (1) \cdot x_2 + (3) \cdot x_3 = 15$$

$$x_1 = \frac{15 - (1) \cdot x_2 - (3) \cdot x_3}{2}$$

$$x_1 = \frac{15 - (1) \cdot (7) - (3) \cdot (-8/3)}{2}$$

$$x_1 = (4)/(2)$$

$$\boxed{x_1 = 2}$$

Finalmente las soluciones al sistema de ecuaciones son:

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 4 \end{cases}$$

Validando soluciones
El sistema original es:

$$(0) \cdot x_1 + (-3) \cdot x_2 + (1) \cdot x_3 = 7$$

$$(2) \cdot x_1 + (1) \cdot x_2 + (3) \cdot x_3 = 15$$

$$(1) \cdot x_1 + (0) \cdot x_2 + (1) \cdot x_3 = 6$$

Reemplazando

$$(0) \cdot 2 + (-3) \cdot -1 + (1) \cdot 4 = 7$$

$$(2) \cdot 2 + (1) \cdot -1 + (3) \cdot 4 = 15$$

$$(1) \cdot 2 + (0) \cdot -1 + (1) \cdot 4 = 6$$

$$7 = 7$$

$$15 = 15$$

$$6 = 6$$