

# Mis Soluciones a “Talento Orureño Matemático”

por Eddy Cael Mamani Canaviri

20 de noviembre de 2019

## 1. Nivel 2 (Tercero y cuarto de secundaria)

1. **Cual es la diferencia entre el mayor numero de 3 cifras distintas y el menos numero de 3 cifras distintas**

Solución:

Para obtener el mayor numero de 3 cifras distintas es evidente que necesitamos usar dígitos altos. En este caso esos dígitos serian: 7, 8, y 9. Para tener el numero mayor posible podemos asignar 9 a las centenas, 8 a las decenas, y 7 a las unidades. Resulta evidente que no podemos formar un numero mayor que ese.

Usando el mismo razonamiento podemos buscar el menor numero de 3 cifras. En este caso usando 0,1 y 2: El primer dígito no puede ser cero, por tanto lo menor que queda seria 1. ahora para las decenas colocamos el 0 y las unidades con el numero 2. El numero formado seria: 102. Es evidente que no existe otro numero de 3 cifras distintas que sea menor

Ahora podemos responder la pregunta:  $987 - 102 = 885$

2. **Cuantos números enteros de 3 cifras hay que sean múltiplos de 3 y terminen en 14?.**

Solución:

Sabemos por propiedades de divisibilidad, que para que un numero sea múltiplo de 3, la suma de los dígitos del numero, debe ser múltiplo de 3.

Sea X el dígito que falta (dado que los otros 2 son el 1 y el 4)

Hagamos una tabla con los valores de X y la suma de los dígitos:  $X + 1 + 4$

X:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
suma de dígitos: $X+1+4$ :	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

De esos posibles resultados solo 6,8 y 12 son múltiplos de 3. Por tanto solo hay 3 números que cumplen lo pedido, y estos son: 114, 414, 714. La respuesta es 3.

3. Si  $a * b * c = 72$  donde  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  tales que  $a > b > c > 1$ . Cual es el mayor valor posible de  $a$ ?

Solución:

Necesitamos encontrar ternas de números que al multiplicarse entre si den el numero 72. Una primera aproximación sera factorizar el numero:

$$72 = 2 * 2 * 2 * 3 * 3$$

Notamos que podemos agrupar algunos factores juntos, y también notamos que para que un factor crezca, los otros deben decrecer.

Por tanto podemos escoger 2 factores pequeños y 1 factor grande. La inecuación en el enunciado nos dice que los números deben ser diferentes y estar en orden. Por tanto podemos asignar:

$$a = 2 * 2 * 3$$

$$b = 3$$

$$c = 2$$

Por tanto el máximo valor de  $a$  es  $2 * 2 * 3 = 12$

4. Cuantos divisores tiene el numero 963?.

Solución:

Debemos notar que cualquier divisor de un numero esta formado por la multiplicación de un subconjunto de sus factores primos. Con esto en mente podemos calcular los factores primos de 963:

$$963 = 3 * 3 * 41$$

Ahora si usáramos solo números '3' tenemos 3 posibilidades: no usar ningún 3, usar exactamente un 3, o usar exactamente dos veces el 3.

$$3^0, 3^1, 3^2$$

Si usáramos solo el factor '41' tenemos 2 posibilidades: no usar ningún 41, o usar exactamente un 41.

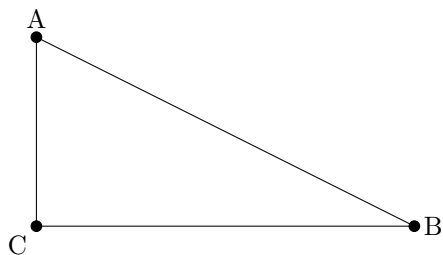
$$41^0, 41^1$$

Por tanto el total de posibilidades es el producto cartesiano de esos conjuntos:  $2 * 3 = 6$

5. El triangulo ABC es rectángulo en C y su área es 100. Si  $BC = 20$ , cual es la longitud de AB?

Solución

Grafiquemos:



Ya que conocemos un lado y el área del triangulo, podemos conocer el otro lado:

$$Area = \frac{base * altura}{2}$$

Asumamos que  $base = 20$

$$Area = \frac{20 * altura}{2}$$

Despejamos altura:

$$2 * Area = 20 * altura$$

$$altura = \frac{2 * area}{20}$$

Reemplazamos el valor del area

$$altura = \frac{2 * 100}{20}$$

$$altura = 10$$

.

Ahora para calcular la longitud del lado AB podemos aplicar el Teorema de Pitagoras. Sea  $x = AB$ . Por tanto:

$$10^2 + 20^2 = x^2$$

$$100 + 400 = x^2$$

$$x = \sqrt{100 + 400}$$

$$x = \sqrt{500}$$

$$x = \sqrt{100 * 5}$$

$$x = 10 * \sqrt{5}$$

6. **El punto de intersección de las rectas mediatrices de los lados de un triángulo se llama?**

Solución:

Recordemos conceptos:

**Mediana** La mediana es el segmento que va del punto medio de un lado al vértice opuesto.

Al punto dónde se cortan las medianas de un triángulo se le llama bari-centro y constituye el centro de gravedad del polígono.

**Mediatriz** La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al punto medio. Geométricamente son los puntos del plano que equidistan a ambos extremos del segmento.

En un triángulo llamaremos mediatriz a la mediatriz de cada uno de los lados.

El punto de corte de las tres mediatrices equidista a los tres vértices del triángulo. A dicho punto se le llama circuncentro porque permite circunscribir el triángulo en una circunferencia de centro dicho punto.

**Altura** Llamaremos altura de un triángulo al segmento perpendicular a un lado y pasa por el vértice opuesto.

Al punto de corte de las alturas se le llama ortocentro.

**Bisectriz** Llamamos bisectriz de un ángulo a la semirrecta que divide al ángulo en dos ángulos iguales. En un triángulo tendremos las tres bisectrices correspondientes a cada uno de los tres ángulos.

Llamaremos incentro al punto de corte de las bisectrices de un triángulo.

7. **De cuantas maneras se puede ir en bus hasta santa cruz, si desde Oruro a Cochabamba hay 5 buses distintos, y de Cochabamba a Santa cruz hay 12 distintos buses que hacen el servicio?**

Solución:

Podemos llegar de 5 maneras a Cochabamba, y por cada una, tenemos 12 maneras de ir a Santa Cruz, por tanto el total de maneras esta dado por el producto de esas opciones:  $5 * 12 = 60$

8. **Con las cifras 1, 3, 5, 8 y sin repetir, se arman todos los números mayores que 1000 y menores que 5500, cuantos números se han conseguido?**

Solución:

Como tenemos que usar cifras sin repetir, podemos elegir la primera de 4 maneras, luego la segunda de 3 maneras, la tercera de 2 maneras, y la ultima de una unica manera. Eso serian  $4*3*2*1 = 24$  maneras

Busquemos que combinaciones son menores a 5500:

Un 25 % de las 24 combinaciones empiezan con 1 (Esos números son menores a 2000). otro 25 % de las 24 combinaciones empiezan con 3 (Esos números son menores a 4000). Hasta ahí tenemos 12 combinaciones. La siguientes combinaciones empezarán con 5. Y de esas, un tercio de las 6 combinaciones que empiezan con 5, serian las que comienzan con un 1 (Esos números son menores a 5200), otro tercio las que empiezan con 3 (Esos números son menores a 5400). Ahí tenemos  $2 + 2 = 4$  combinaciones mas. No contamos con el tercio de combinaciones que empiezan en 8, porque esas ya son mayores a 5500. Por tanto tenemos un total de  $12 + 4 = 16$  combinaciones menores a 5500.

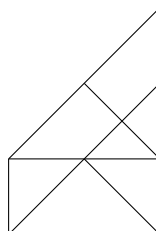
Nos queda delimitar las que son mayores a 1000. Notamos que el mínimo numero que podemos formar 1358 ya es mayor a 1000, por tanto el total de combinaciones se queda en 16.

9. **Cuantos números pares de 2 cifras se pueden formar con los dígitos: 1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6**

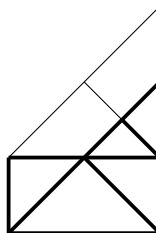
Solución:

Podemos notar que hay 6 posibilidades para la primera cifra: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ahora para la segunda cifra tenemos solo 3 posibilidades (el numero debe ser par): 2, 4, 6. Por tanto el total de posibles números sera:  $6 * 3 = 18$

10. **Hallar la cantidad de triángulos en la siguiente figura:**

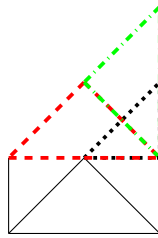


Empecemos a contar los triángulos formados por figuras simples (triángulos de una sola área):



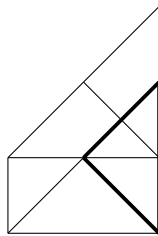
Tenemos 5 triángulos.

Ahora veamos los compuestos por 2 figuras:



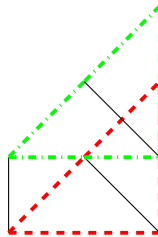
Tenemos 3 triángulos.

Ahora veamos los compuestos por 3 figuras:



Tenemos 1 triángulo.

Ahora veamos los compuestos por 4 figuras:



Tenemos 2 triángulos.

Es claro que no podemos generar triángulos de mas regiones. Por tanto el total seria:  $5 + 3 + 1 + 2 = 11$

,