

Mis Soluciones a “Talento Orureño Matemático”

por Eddy Cael Mamani Canaviri

18 de noviembre de 2019

1. Nivel 1 (Primero y segundo de secundaria)

1. Se escribe un número de la siguiente manera: **76543217654321...**
Que número ocupa la posición 2019?

Solución:

Podemos empezar enumerando las posiciones a partir del primer número, además notar que el número es periódico de tamaño 7

Dígito:	7	6	5	4	3	2	1	7	6	5	4	3	2	1
Posición:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Entonces podemos encontrar un múltiplo de 7 cercano a 2019 (básicamente el número de grupos de 7 dígitos). Ese número de grupos que contienen exactamente 7 elementos cada grupo sería:

$$\lfloor \frac{2019}{7} = 288 \rfloor$$

Entonces eso nos dice que hay 288 grupos de 7 dígitos (288 periodos). Tomando ese parámetro podemos 'predecir' lo que vendrá.

Note que podemos seguir el patrón que se forma: el primer periodo termina en la posición 7 que es $(1 \cdot 7)$, y el dígito es 1. El segundo periodo acaba en 14 que es $(2 \cdot 7)$ y el dígito es 1. Luego el tercer periodo acabara en 21 que es $(3 \cdot 7)$ y el dígito sera 1... Por tanto el periodo 288 acabara en $288 \cdot 7 = 2016$ y el dígito sera 1:

Dígito:	1
Posición:	2016

Y ahora podemos seguir colocando los siguientes datos:

Dígito:	1	7	6	5
Posición:	2016	2017	2018	2019

Y por eso la respuesta es **5**.

2. **Se tiene 3 números, si se suman de 2 en 2 se obtienen 19, 37 y 40. Cual es la suma de los 3 números?.**

Solución:

Sean: a, b, c los 3 números pedidos. Por tanto lo que queremos encontrar es $a + b + c$.

Ahora procedemos a hacer combinaciones de 2 en 2. Es decir agarramos 2 elementos cualesquiera, pero nos aseguramos de que el orden no importa (porque el producto es conmutativo y el problema no nos dice que el orden importe).

Veamos: Podemos elegir b y luego una c y eso nos da $b+c$. Ahora podríamos elegir a con c , y nos daría $a + c$. Y así sucesivamente hasta formar todos.

Pero hay que notar que en Matemática siempre solemos hacer las cosas en orden, por tanto primero combinaremos el primer elemento con todos los siguientes. Luego el segundo con todos los siguientes, etc.

primero: a con b produce $a + b$.

segundo: a con c produce $a + c$.

tercero: b con c produce $b + c$.

Ahora podemos igualar esos resultados a los datos que nos proporcionan:

$$\begin{aligned} 19 &= a + b \\ 37 &= a + c \\ 40 &= b + c \end{aligned}$$

Algo interesante de notar es que si sumamos las 3 igualdades obtenemos:

$$\begin{aligned} 19 + 37 + 40 &= a + a + b + b + c + c \\ 96 &= 2(a + b + c) \end{aligned}$$

Y de aquí podemos despejar el resultado que queremos:

$$a + b + c = \frac{96}{2} = 48$$

Que es la respuesta pedida.

3. **Cuantos múltiplos de 6 terminados en 2 existen entre 120 y 2019?.**

Solución:

Podemos empezar enumerando los múltiplos de 6 para ver cuales nos interesan:

Numero:	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
Nos interesa?:	No	Si	No	No	No	No	Si	No	No	No	No	Si

Escribamos solo los que nos interesan:

Numero: 12 42 72 102 132 162 ... 1992 2022

ahora es fácil contar la cantidad de números en el rango pedido [120..2019]

Numero:	132	162	192	...	1992
Restando 12	120	150	180	...	1980
Dividiendo entre 30	4	5	6	...	66

Entre 4 y 66 existen: $66 - 4 + 1 = 63$ números.

4. **Uno de los ángulos externos de un polígono regular vale 40° . Cuantos lados tiene el polígono?.**

Solución:

Es conocido que un ángulo exterior a un polígono regular resulta de dividir 360 grados entre el numero de lados del polígono regular

$$AngExterior = \frac{360}{n}$$

por tanto podemos despejar el valor de n y reemplazar el dato:

$$n * AngExterior = 360$$

$$n = \frac{360}{AngExterior}$$

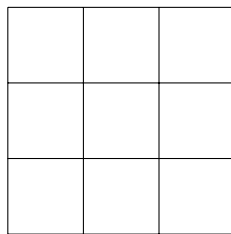
$$n = \frac{360}{40}$$

$$n = 9$$

5. **Un cuadrado de 12 centímetros de perímetro se divide en 9 cuadraditos idénticos mas pequeños. Luego se recortan todos los cuadraditos. Cual es la suma en centímetros de todos los perímetros de los cuadraditos obtenidos?**

Solución

Grafiquemos:



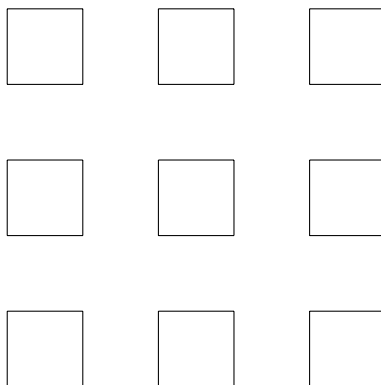
El perímetro de un cuadrado es la suma de las 4 longitudes de los lados. Y como es un cuadrado los 4 lados son iguales. Entonces un lado del cuadrado medirá:

$$12/4 = 3 \text{ centímetros}$$

Esto a su vez nos dice que el lado de cada cuadrado pequeño es de 1 centímetro. Y el perímetro de cada cuadrado pequeño sería la suma de los 4 lados:

$$1 * 4 = 4 \text{ centímetros}$$

Ahora si separamos los 9 cuadraditos:



Por tanto la respuesta es: $9 * 4 = 36$

6. **Una pared de 2 metros de altura y 3 metros de largo, sera recubierta con mosaicos cuadrados. Si cada mosaico tiene 20 centímetros de lado, cuantos se necesitan?**

Solución:

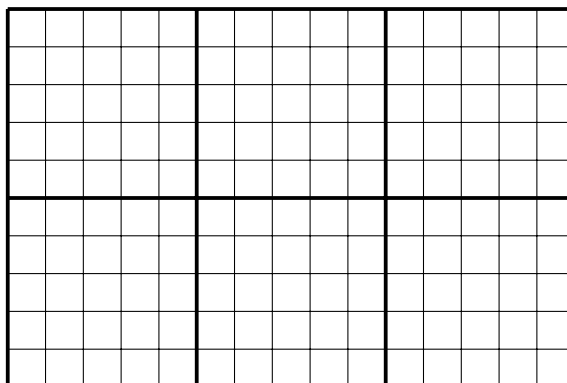
Recordemos que 1 metro tiene 100 centímetros, por tanto la altura seria: $2 * 100 = 200$ centímetros, y el largo seria $3 * 100 = 300$ centímetros.

La pregunta es: cuantos mosaicos podemos colocar en 200 centímetros de altura de la pared?

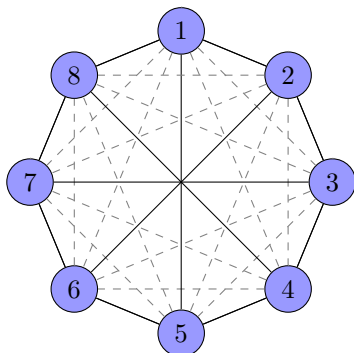
La respuesta es: $200/20 = 10$ mosaicos.

Análogamente podemos colocar $300/20 = 15$ mosaicos a lo largo de la pared.

Haciendo un total de $10 * 15 = 150$ mosaicos



7. **Cuántas diagonales tiene un octógono?** Solución: Podemos graficar y contar directamente:



Vemos que hay un total de 20 diagonales.

MÉTODO RAZONANDO: Por cada vértice en un polígono de N vértices, vemos que siempre hay $n-3$ diagonales (no contamos el mismo vértice, ni los 2 adyacentes). Como son N vértices tenemos $n * (n - 3)$ vértices, pero también notamos que estaríamos contando cada diagonal 2 veces, por tanto dividimos entre 2. $n * (n - 3)/2$, y esto para $N=8$ daría: $8 * 5/2 = 20$

8. **Diez personas asistieron a una reunión y todos se saludaron estrechándose la mano, cuántas estrechadas de mano se produjeron?**

Solución:

Por cada persona, hay otras 9 a las que debe saludar, por tanto habrá $9*10$ abrazos, pero notamos que cada abrazo se toma en cuenta 2 veces de esta

manera (Es lo mismo que la persona A salude a B, que la persona B salude a A), por tanto dividimos entre 2 para hallar la cantidad correcta.

$$\frac{9 * 10}{2} = 45$$

9. **Cuantos números de 2 cifras se pueden formar si se pide que la primera cifra sea impar, y la segunda sea par**

Solución:

Podemos notar que solo hay 5 posibilidades para la primera cifra: 1,3,5,7,9. Ahora para la segunda cifra también tenemos 5 posibilidades: 0, 2, 4, 6, 8, Por tanto el total de posibles números sera: $5 * 5 = 25$

10. **Andrés enumero su cuaderno con números del 1 al 200. Cuantas veces uso el numero cero?**

Solución

Primero contemos en cuantos números uso 1 solo cero en las unidades: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190 = 18 números, usando 18 ceros.

Ahora contemos en cuantos números uso 1 solo cero en las decenas: 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109 = 9 números, usando 9 ceros

Ahora contar en cuantos números se usaron 2 ceros: 100, 200 = 2 números, usando 4 ceros. $Total = 18 + 9 + 4 = 31$ números cero.

,