

Компьютерная обработка результатов измерений

Лекция 7.1. Обработка изображений

Емельянов Эдуард Владимирович

Специальная астрофизическая обсерватория РАН
Лаборатория обеспечения наблюдений

31 марта 2021 года



- 1 Цифровые изображения**
- 2 Математический аппарат**
- 3 Пространственные и градационные преобразования**
- 4 Частотные преобразования**



Цифровые изображения

Изображение представляет собой двумерную функцию $f(x, y)$, где x и y — пространственные координаты, а уровень f называется **интенсивностью** изображения в данной точке (цветное изображение является совокупностью по крайней мере трех функций $r(x, y)$, $g(x, y)$ и $b(x, y)$). Если величины x , y и f принимают дискретные значения, говорят о *цифровом изображении*. Элементарная единица цифрового изображения называется **пикселием**.

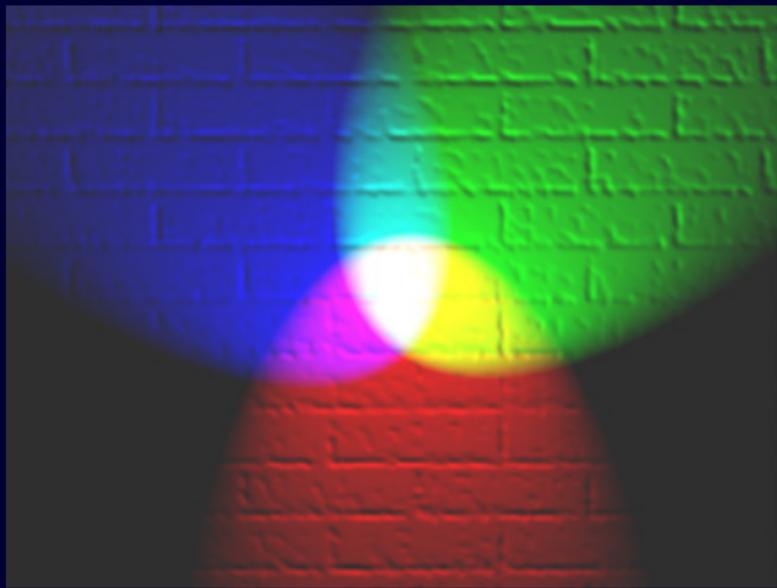
Дискретизация

Процедуру квантования (**дискретизации**) квазинепрерывного изображения $I_0(X, Y)$ можно представить в виде:

$$I(x, y) = \text{round}\left(\frac{2^N - 1}{I_{max}} \int\limits_{S_{x,y}} I_0(X, Y) dXdY\right) + \delta_{x,y}.$$

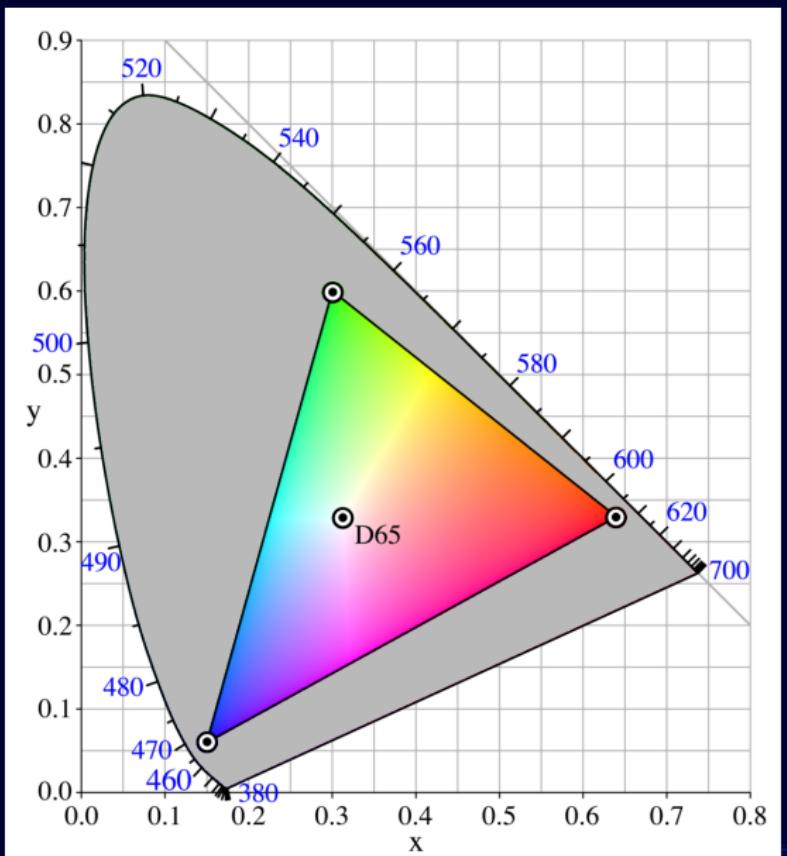


RGB-модель

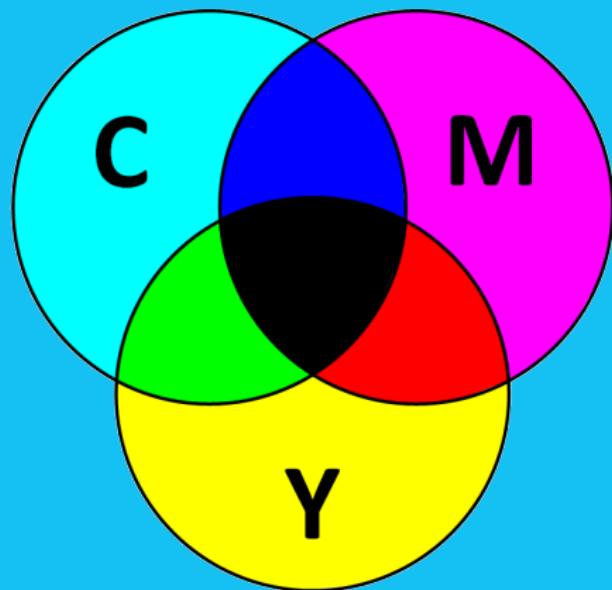


Аддитивная RGB-модель

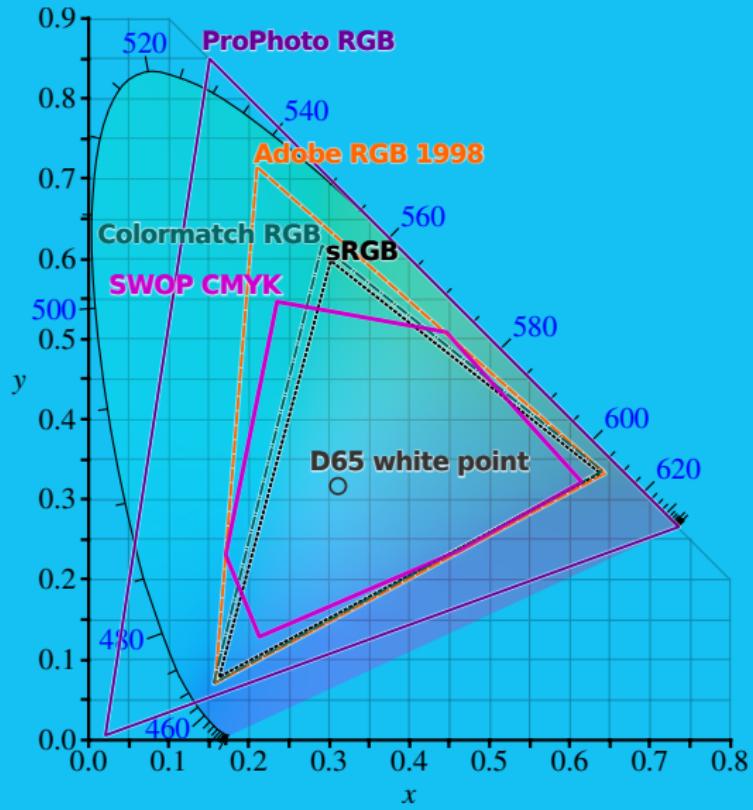
RGB-модель

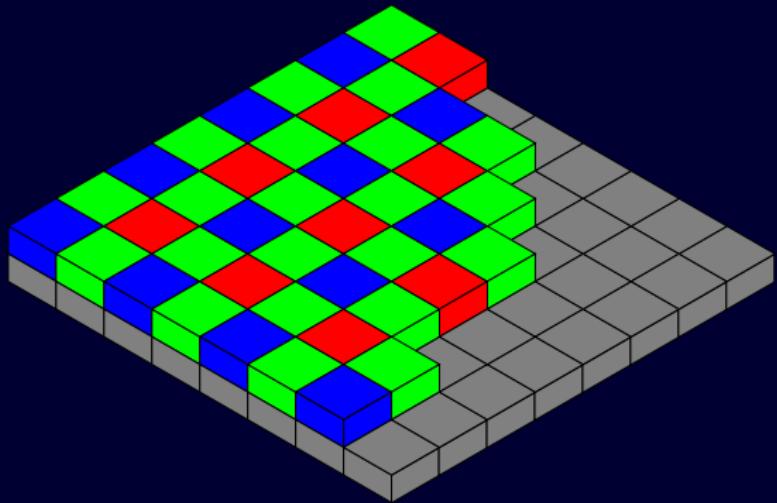


CMYK-модель



CMYK-модель

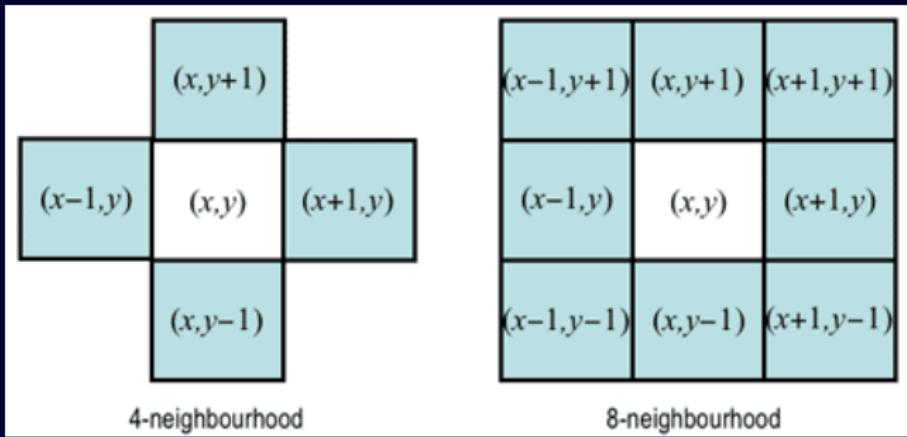




Маска Байера



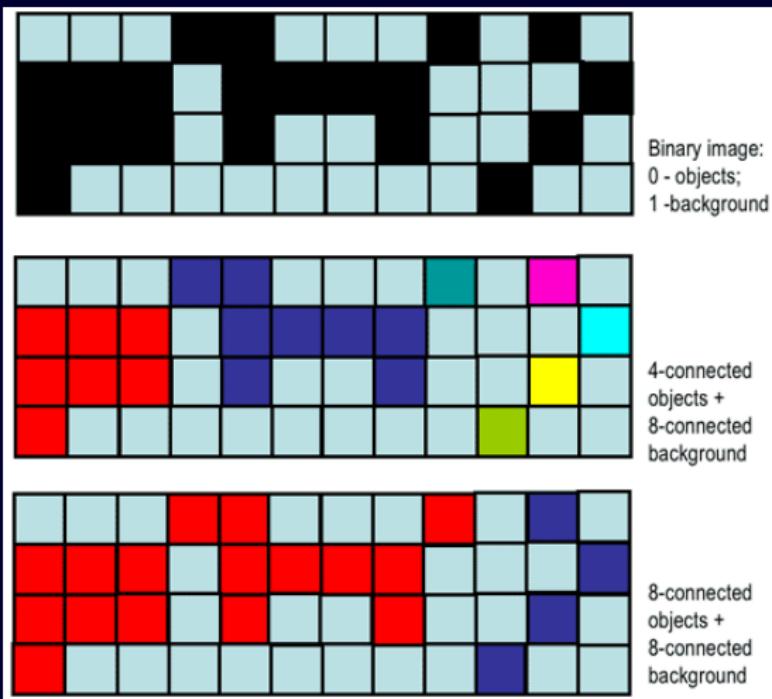
Математический аппарат



Соседство



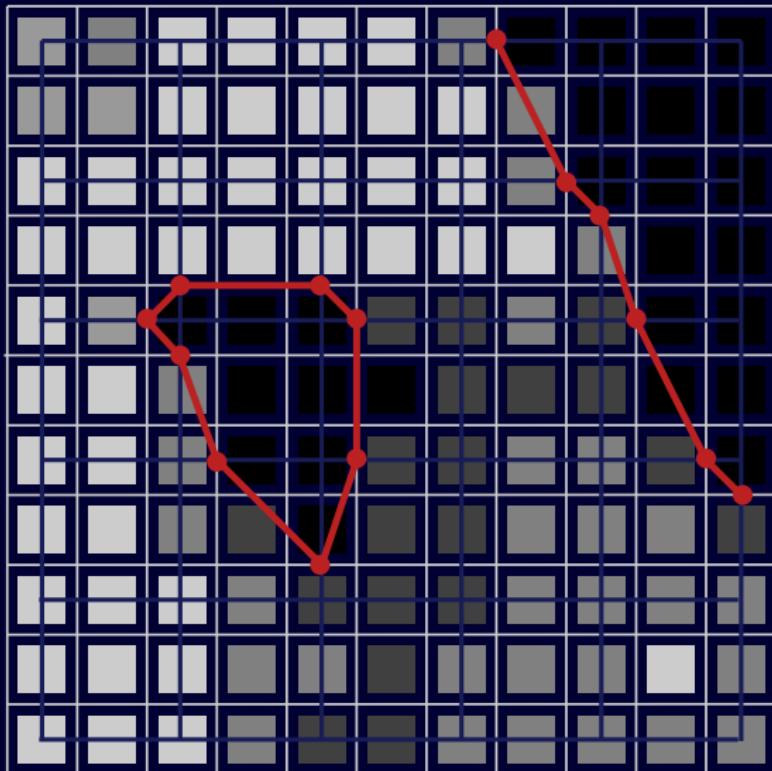
Математический аппарат



Связность



Математический аппарат



Границы, контуры



Расстояние

- Евклидово: $D_{e(p,q)} = \sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}$.
- Метрика L_1 : $D_4(p, q) = |x_p - x_q| + |y_p - y_q|$.
- Метрика L_∞ : $D_8(p, q) = \max(|x_p - x_q|, |y_p - y_q|)$.

Поэлементные и матричные операции

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}.$$

Поэлементное произведение:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Матричное произведение:

$$A \times B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Аффинные преобразования

$$\begin{pmatrix} x' & y' & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y & 1 \end{pmatrix} \times \mathbf{T}.$$

Тождество: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

Масштаб: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

Поворот: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

Сдвиг: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{pmatrix}$,

Скос y : $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

Скос x : $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

Отражение x : $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

Отражение y : $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

Комбинация преобразований: $\mathbf{M} = \prod_i \mathbf{T}_i$

Пространственные и градационные преобразования

Преобразования в пространственной области работают непосредственно с пикселями изображения:

$$T(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)r(x, y, u, v), \quad \text{где } r \text{ -- ядро преобразования.}$$

Градационные преобразования ($I \in [0, L - 1]$, $I' = r(I)$)

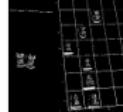
- негатив: $r = L - 1 - I$;
- логарифмическое: $r = C \ln(1 + I)$;
- гамма-коррекция: $r = C(L - 1) \cdot i^\gamma$, $i = \frac{I}{L - 1}$;
- кусочно-линейные преобразования (усиление контраста).



Исходное изображение	Седьмая (старшая) битовая плоскость	Шестая битовая плоскость	Пятая битовая плоскость	Четвёртая битовая плоскость
	Третья битовая плоскость	Вторая битовая плоскость	Первая битовая плоскость	Нулевая (младшая) битовая плоскость
				

Битовые плоскости



Битовая плоскость	Исходное изображение	Изображение в кодах Грея
Седьмая		
Шестая		
Пятая		
Четвёртая		
Третья		
Вторая		

Битовые плоскости в кодах Грея

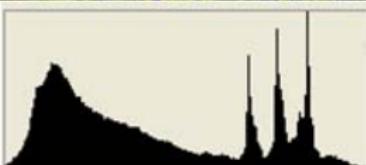


Гистограмма

Histogram Basic Tutorial



Underexposed



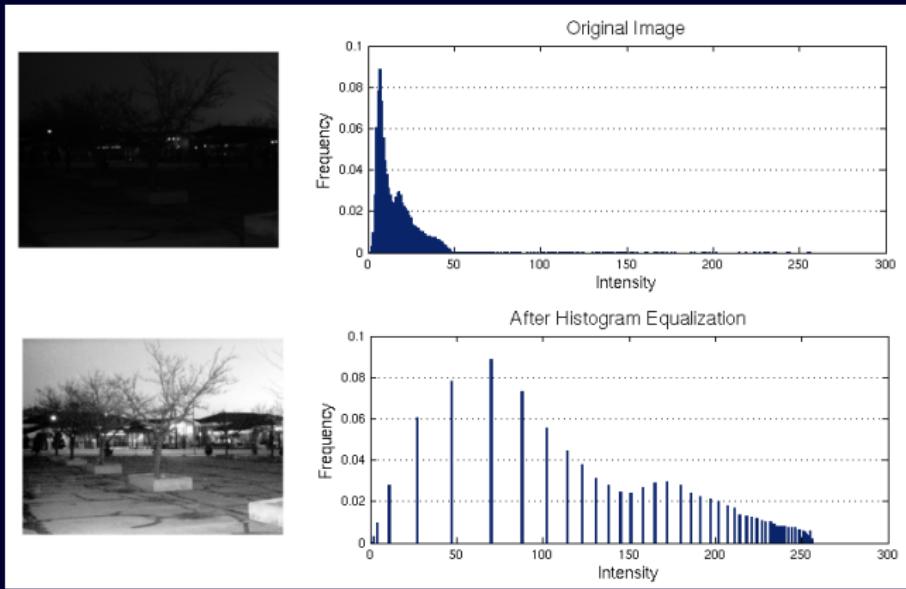
Well Exposed



Overexposed

Эквализация гистограммы

$$s_k = (L - 1) \sum_{j=0}^k p_j = \frac{L - 1}{MN} \sum_{j=0}^k n_j.$$

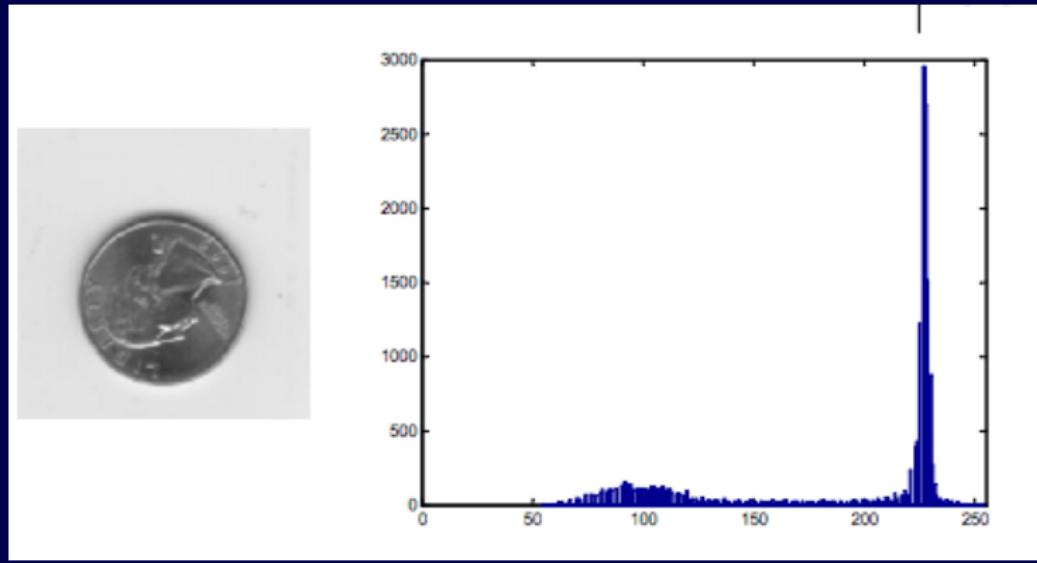


Приведение гистограммы $p_r \rightarrow p_z$

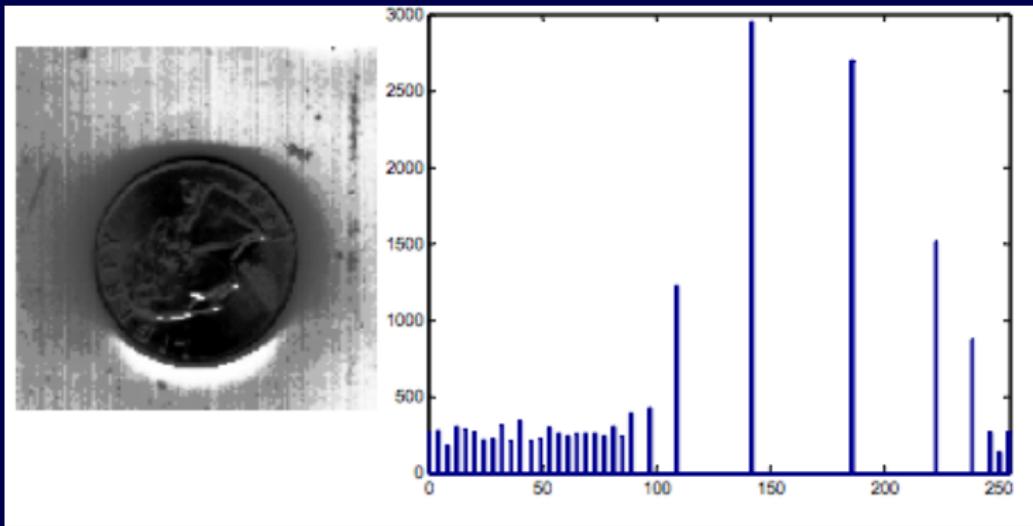
- ① Получение эквализированной гистограммы, s_k .
- ② Вычисление функции преобразования $G(z_q) = (L - 1) \sum_{j=0}^q p_z(z_j)$.
- ③ Нахождение для каждого s_k соответствующего значения z_q , для которого $G(z_q)$ наиболее близко к s_k .
- ④ Формирование приведенного изображения.



Локальная гистограммная обработка



Локальная гистограммная обработка



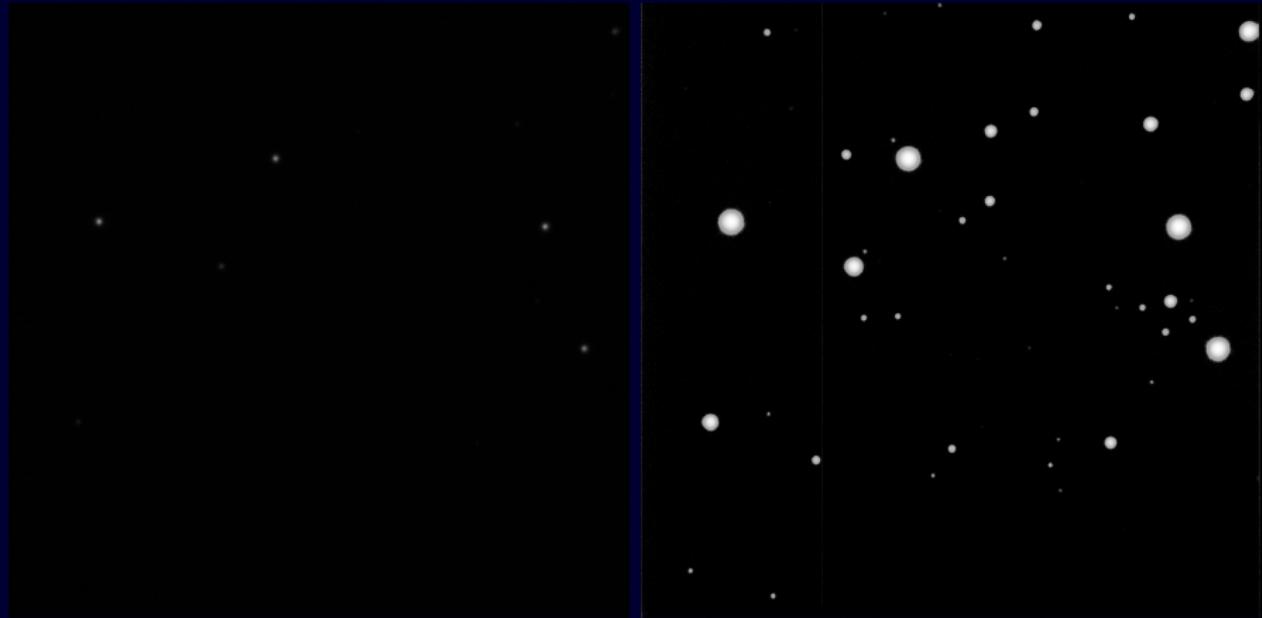
Эквализация гистограммы

M13: без и с эквализацией:



Эквализация гистограммы

M29: без и с эквализацией:



Пространственная фильтрация

$$f = \begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix}, \quad w = \begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{smallmatrix}.$$

Корреляция, $v = f \star w$

$$0 : \quad \begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix}$$

$$\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{smallmatrix}$$

$$3 : \quad \begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix}$$

$$\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{smallmatrix}$$

$$7 : \quad \begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix}$$

$$\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{smallmatrix}$$

$$a : \quad \begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix}$$

$$v : \quad \begin{smallmatrix} 0 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \end{smallmatrix}$$

Свертка, $v = f * w$

$$0 : \quad \begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix}$$

$$\begin{smallmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{smallmatrix}$$

$$3 : \quad \begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix}$$

$$\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{smallmatrix}$$

$$7 : \quad \begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix}$$

$$\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{smallmatrix}$$

$$a : \quad \begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix}$$

$$v : \quad \begin{smallmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 & 0 \end{smallmatrix}$$

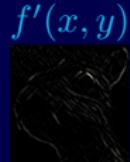


Пространственная фильтрация

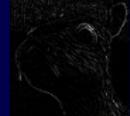
Идентичность



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Лапласиан



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Резкость



$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Размытие



$$\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Гаусс



$$\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

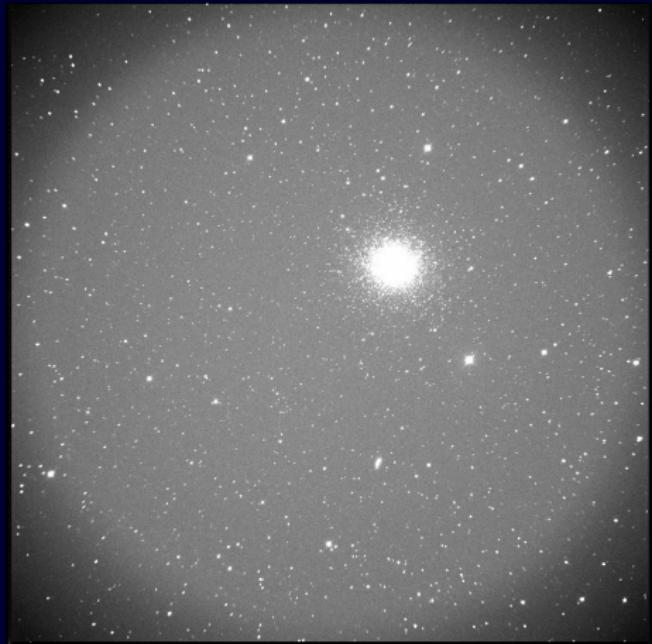
LoG



$$\frac{1}{64} \begin{pmatrix} 11 & 27 & 11 \\ 27 & -202 & 27 \\ 11 & 27 & 11 \end{pmatrix}$$

Пространственная фильтрация FITS

Оригинал:



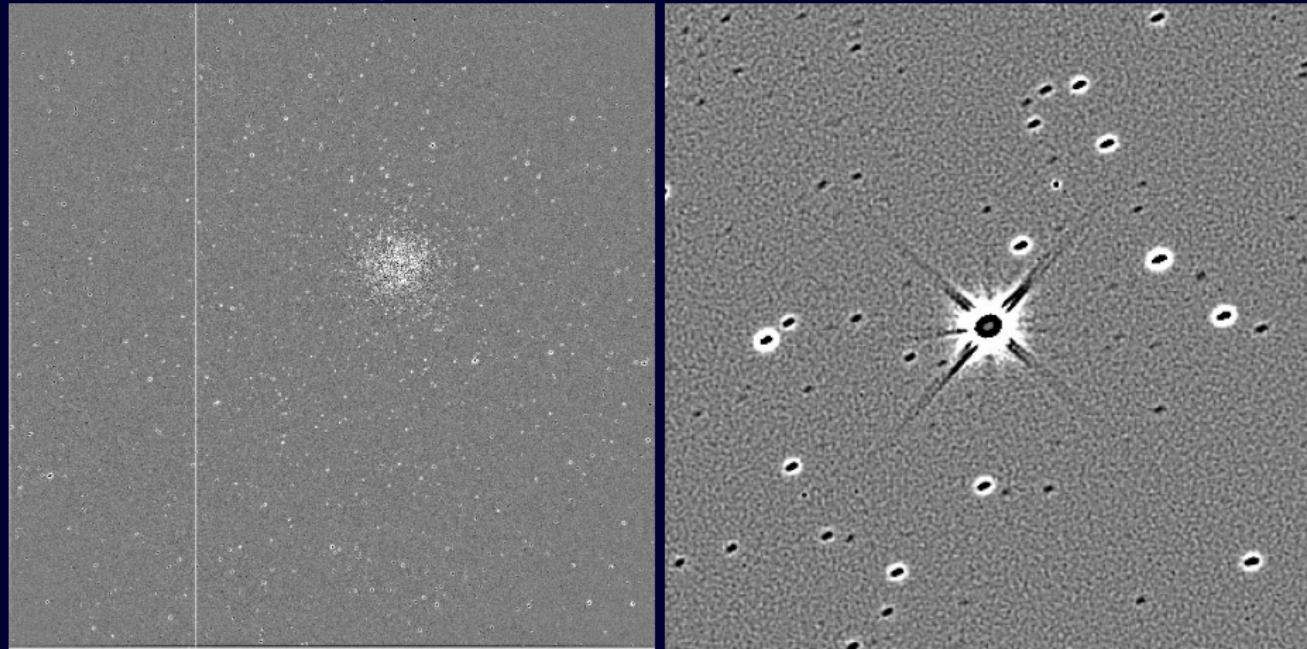
Пространственная фильтрация FITS

Фильтр Гаусса 1×1 пиксель:



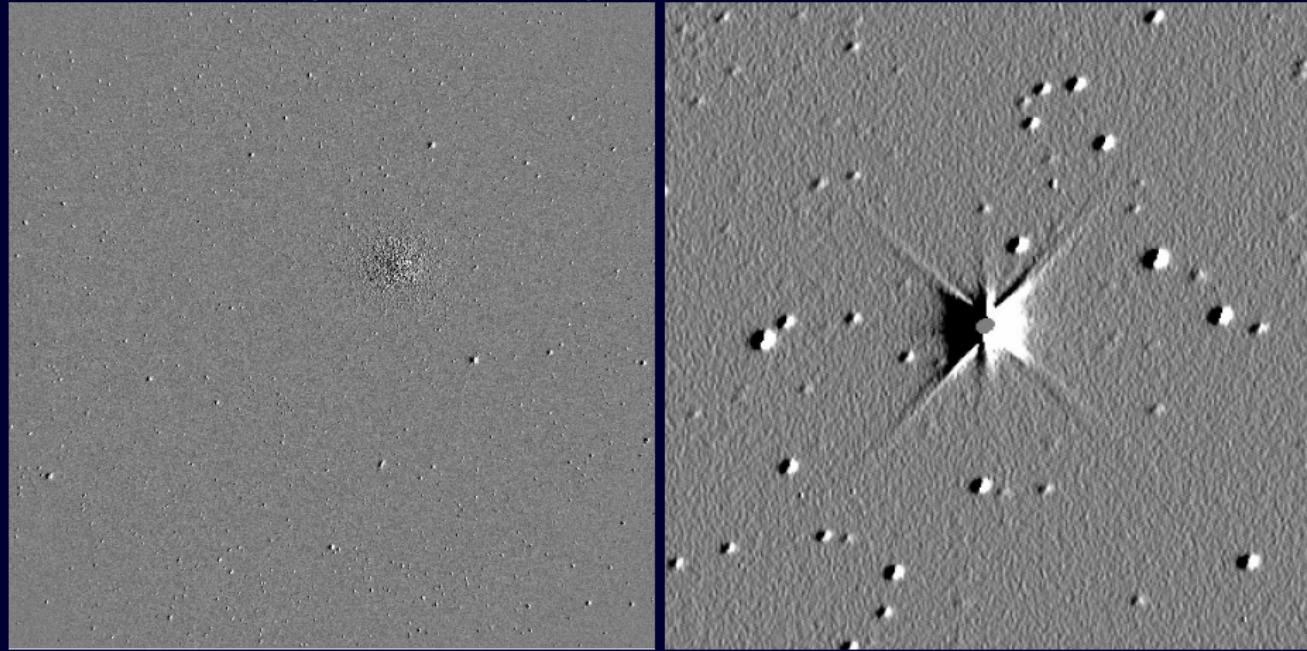
Пространственная фильтрация FITS

Фильтр лапласиана гауссианы 1×1 пиксель:



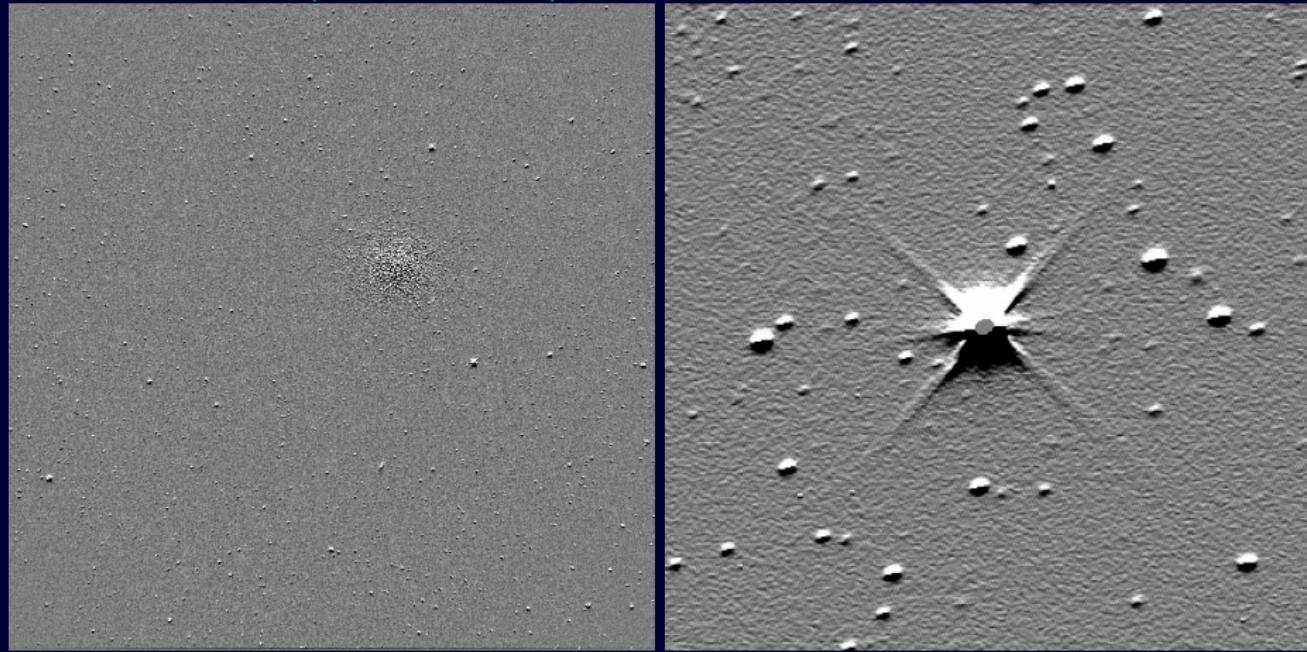
Пространственная фильтрация FITS

Фильтр Прюитта (горизонтальный):



Пространственная фильтрация FITS

Фильтр Прюитта (вертикальный):



Пространственная фильтрация FITS

Простой градиент (через фильтры Прюитта):



Медианная фильтрация

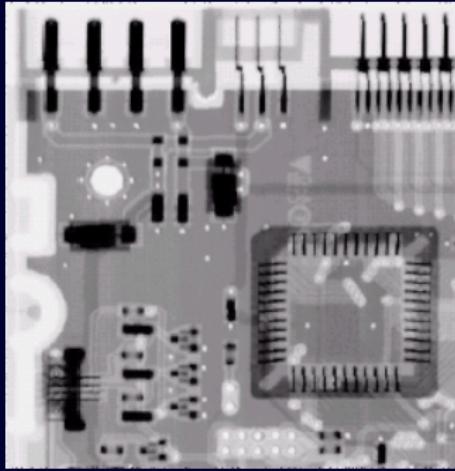
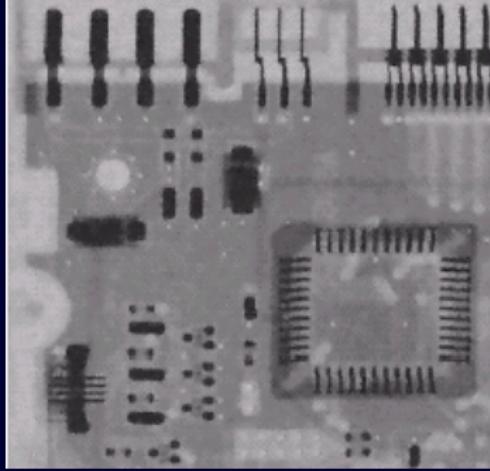
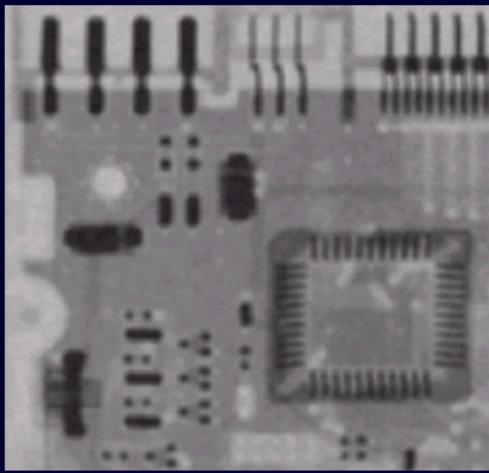
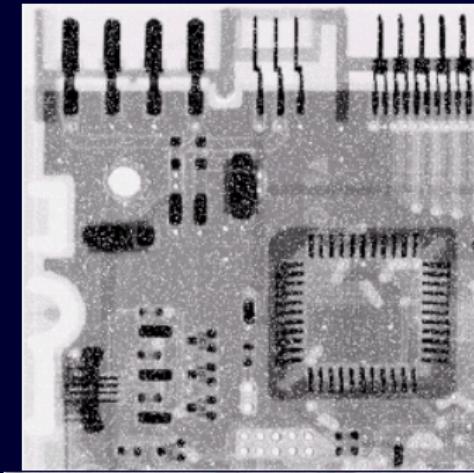


Адаптивный медианный фильтр

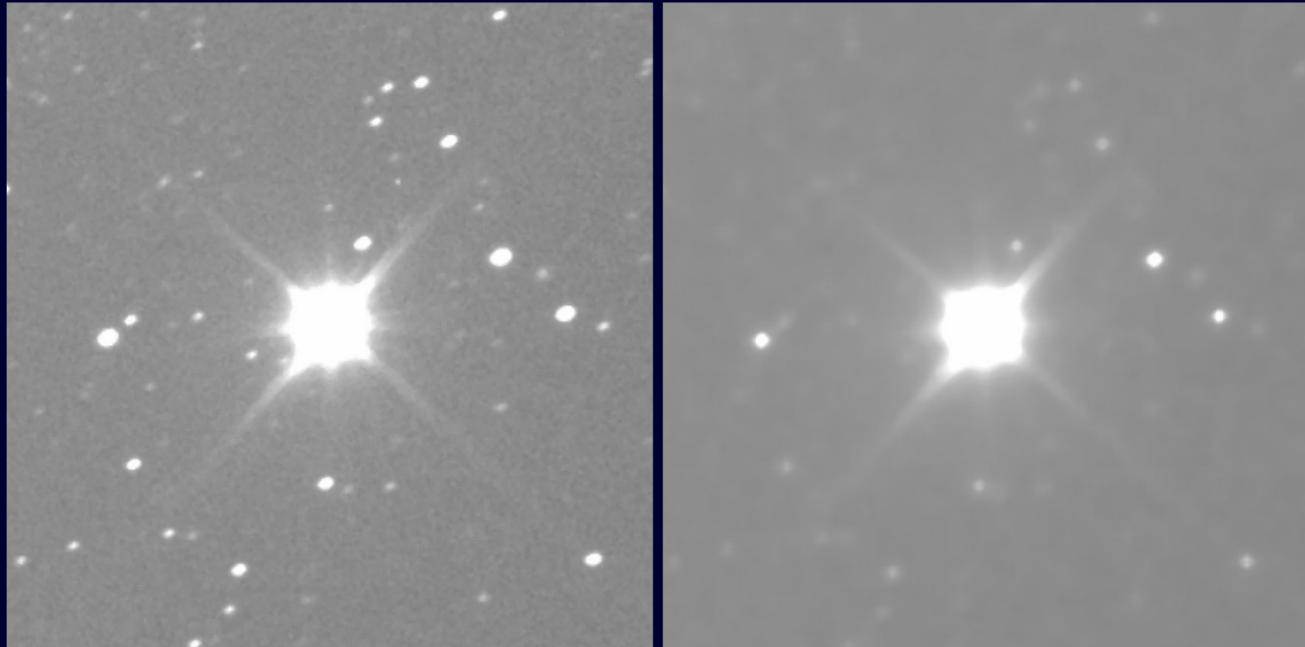
Зона $K \times K$ пикселей, I_{min} , I_{max} , I_{med} , I_{xy} (интенсивность в данной точке), K_{max} – максимальный размер зоны.

- ① $A_1 = I_{med} - I_{min}$, $A_2 = I_{med} - I_{max}$; если $A_1 > 0$ и $A_2 < 0$ переход на 2, иначе $++K$; если $K < K_{max}$, повторить, иначе вернуть I_{xy} .
- ② $B_1 = I_{xy} - I_{min}$, $B_2 = I_{xy} - I_{max}$; если $B_1 > 0$ и $B_2 < 0$, вернуть I_{xy} , иначе вернуть I_{med} .

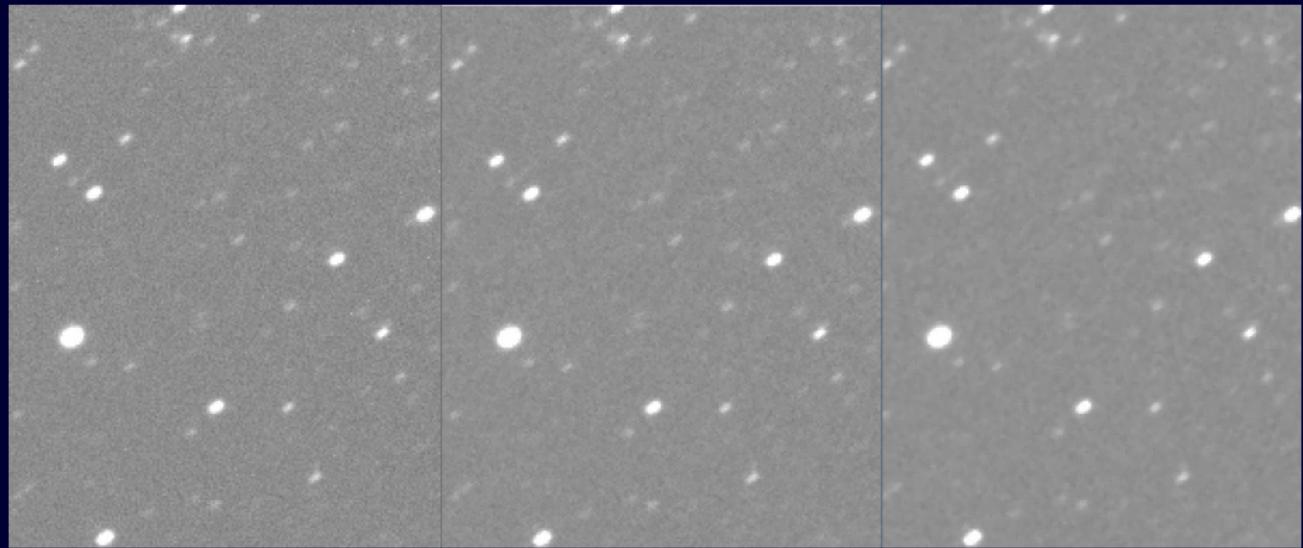




Медианная фильтрация $r = 1$ пиксель и $r = 5$ пикселей:



Оригинал, аддитивная медиана ($r = 1$) и медиана ($r = 1$):

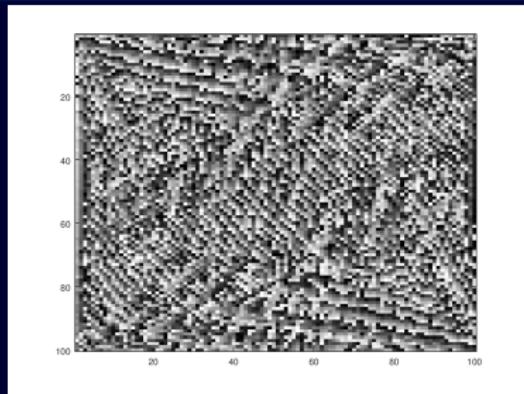
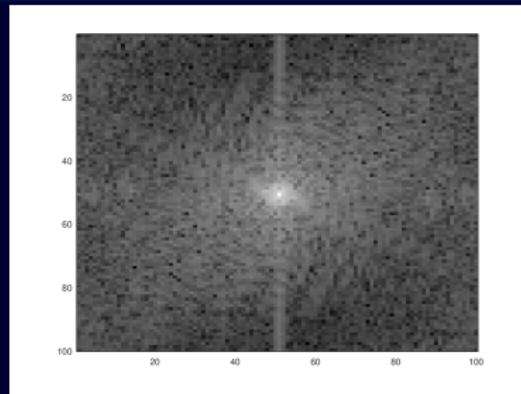


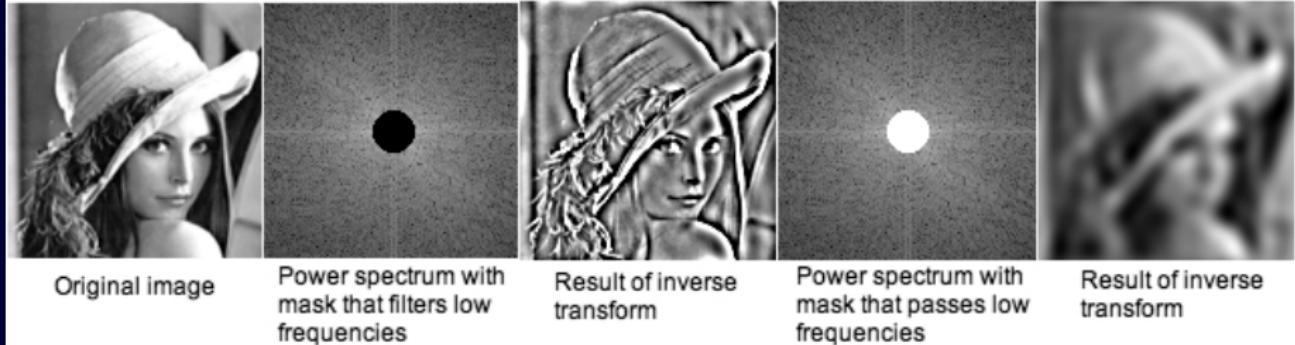
Частотные преобразования

Двумерное ДПФ

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp\left(-2\pi i \left(ux/M + vy/N\right)\right).$$

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \exp\left(2\pi i \left(ux/M + vy/N\right)\right).$$





Спасибо за внимание!

[mailto](mailto:)

eddy@sao.ru

edward.emelianoff@gmail.com

