

作图法比较各运行时间复杂性

通过给各个复杂性函数带入实际数据并将函数结果绘制成一张图形，
可以比较各个运行时间函数的复杂度。

$$T(n)=n^2$$

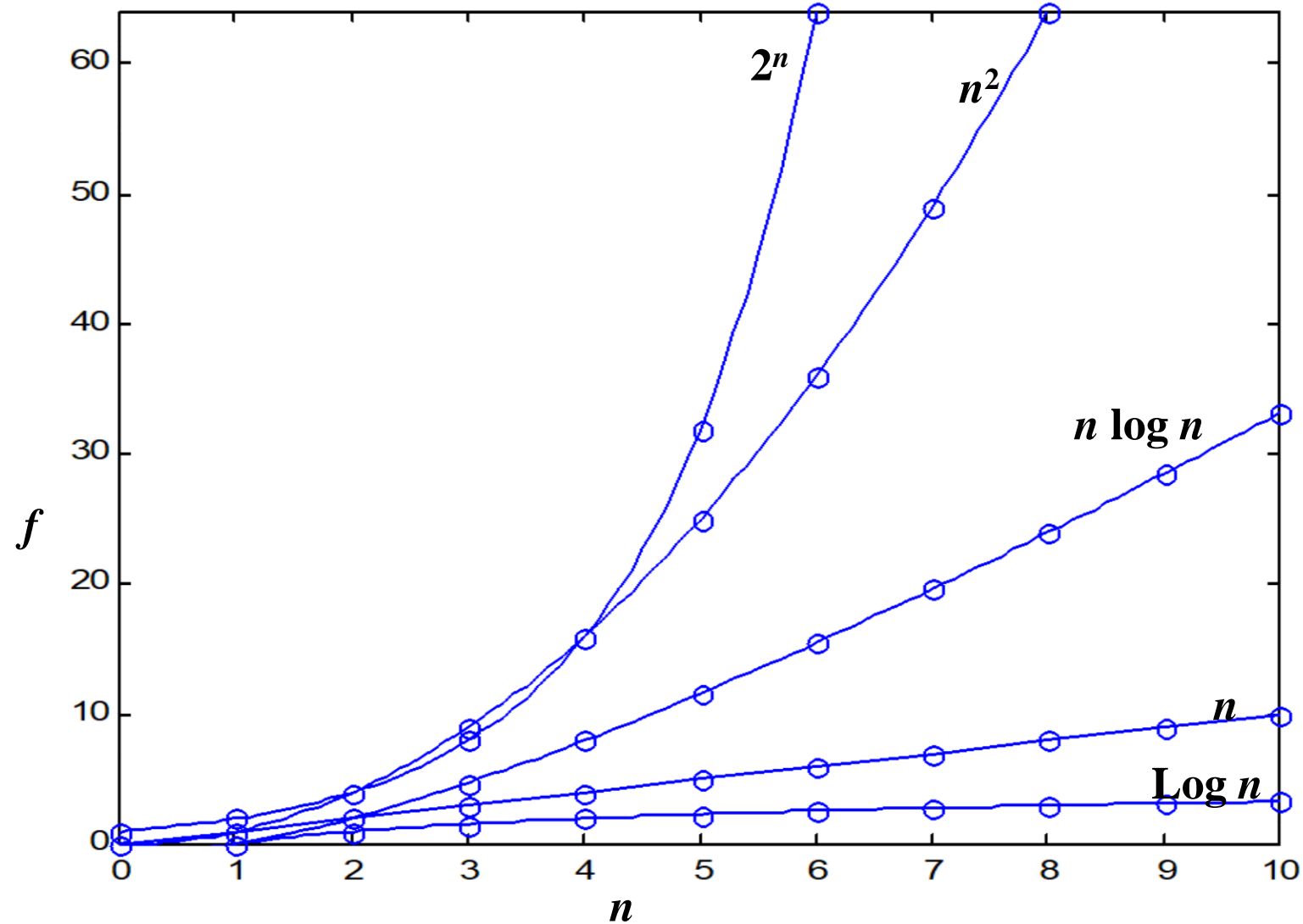
$$T(n)=n^3$$

$$T(n)=n\log n$$

$$T(n)=n$$

$$T(n)=\log n$$

§ 2 Asymptotic Notation



最常用的关系式

多项式. $a_0 + a_1n + \dots + a_d n^d = \Theta(n^d)$ 其中 $a_d > 0$.

对数. $O(\log_a n) = O(\log_b n)$ 其中 $a, b > 0$ 为常数.

对数. 对任意 $x > 0$, $\log n = O(n^x)$.

指数. 对任意 $r > 1$ 和 $d > 0$, $n^d = O(r^n)$.

重点记住内容!

例子

对下列函数按渐进关系 O 从小到大排列：

$$f_1(n) = 10^n$$

$$f_2(n) = n^{1/3}$$

$$f_3(n) = n^n$$

$$f_4(n) = \log_2 n$$

$$f_5(n) = 2^{\sqrt{\log_2 n}}$$

例子

根据前面关系式：

$$f_4(n) = O(f_2(n))$$

$$f_2(n) = O(f_1(n))$$

对于 f_3 不难分析当 $n < 10$ 时 $f_3 < f_1$,但是当 $n \geq 10, 10^n \leq n^n$,因此根据定义, 我们有当 $n \geq 10, 10^n \leq Cn^n$,所以

$$f_1(n) = O(f_3(n))$$

对函数两边同取对数可得：

$$\log f_2(n) = \frac{1}{3} z \quad z = \log_2 n \quad \log f_4(n) = \log_2 z$$

$$\log f_5(n) = z^{1/2}$$

例子

根据前面关系式：

$$f_5(n) = O(f_2(n))$$

$$f_4(n) = O(f_5(n))$$

$$f_5(n) = O(f_1(n))$$