Análisis Numérico
Interpolación
Eddy Herrera Daza

1. Interpolación

En general, el problema de la interpolación consiste en determinar una aproximación $f(x)$ en un punto x_i del dominio de $f(x)$, a partir del conjunto (x_i, y_i) de valores conocidos o en sus vecindades Particularmente, la interpolación polinómica consiste en determinar $f(x_i)$ a partir de un polinomio $P(x)$ de interpolación de grado menor o igual que n que pasa por los $n+1$ puntos

1. Dados los $n+1$ puntos distintos (x_i, y_i) el polinomio interpolante que incluye a todos los puntos es único
   Solución
   Sean $P(x)$ y $Q(x)$ dos polinomios interpolante de grado menor o igual que n, que pasa por los $n+1$ puntos distintos. Luego para todo $i = 1, 2, ..., n+1$ se tiene que:

   $$P(x_i) = y_i$$
   $$Q(x_i) = y_i$$

   Sea $h(x) = P(x) - Q(x)$ una función polinómica de grado menor o igual que n. Donde para los x_i se tiene que: $h(x_i) = P(x_i) - Q(x_i)$ como se tiene que $P(x)$ y $Q(x)$ son dos polinomios distintos interpolantes entonces, $h(x_i) = y_i - y_i = 0$ para todo $i = 1, 2, ..., n+1$ es decir que la función polinómica $h(x)$ de grado menor o igual que n tiene $n+1$ raíces, lo que contradice el **teorema fundamental del Algebra** Por lo tanto, $h(x)$ debe ser el polinomio cero, por lo tanto, $\forall x_i, P(x_i) - Q(x_i) = 0$ luego,$P(x_i) = Q(x_i) \forall i = 1, 2, ..., n+1$

2. Considere el comportamiento de gases no ideales se describe a menudo con la ecuación virial de estado. los siguientes datos para el nitrógeno N_2

T(K)	100	200	300	400	450	500	600
$B(cm^3)/mol$	-160	-35	-4.2	9.0		16.9	21.3

   Donde T es la temperatura $[K]$ y B es el segundo coeficiente virial.
   El comportamiento de gases no ideales se describe a menudo con la ecuación virial de estado

   $$\frac{PV}{RT} = 1 + \frac{B}{V} + \frac{C}{V^2} + ..., \tag{1}$$

   Donde P es la presión, V el volumen molar del gas, T es la temperatura Kelvin y R es la constante de gas ideal.Los coeficientes $B = B(T)$, $C = C(T)$, son el segundo y tercer coeficiente virial, respectivamente. En la práctica se usa la serie truncada para aproximar

   $$\frac{PV}{RT} = 1 + \frac{B}{V} \tag{2}$$

En la siguiente figura se muestra como se distribuye la variable B a lo largo de la temperatura

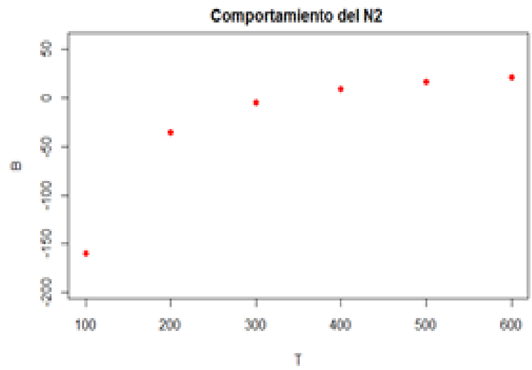

Figura 1: *Comportamiento del* N_2

a) Determine un polinomio interpolante para este caso:
Teniendo en cuenta que se tomaron cinco puntos el polinomio resultante es

$$-520.1 + 5.406917x - 0.02174708x^2 + 3.955833e - 05x^3 - 2.679167e - 08x^4 \quad (3)$$

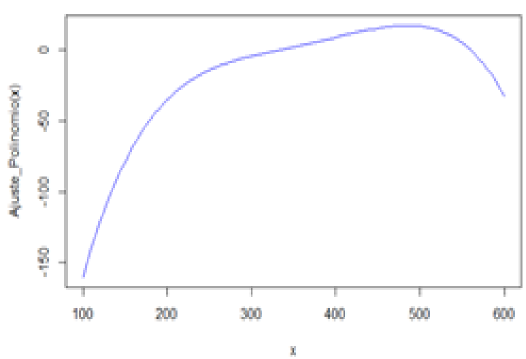

Figura 2: *Ajuste Polinómico del* N_2

b) Utilizando el resultado anterior calcule el segundo y tercer coeficiente virial a 450K.
Para responder la pregunta, usando interpolación polinomial, construimos un polinomio P que pase por los seis puntos y luego se evalua en 450

c) Grafique los puntos y el polinomio que ajusta

d) Utilice la interpolación de Lagrange y escriba el polinomio interpolante

e) Grafique los puntos y el polinomio interpolante de Lagrange *f*) ¿Cuál es el segundo y tercer coeficiente virial a 450K?. con el método de Lagrange

g) Compare su resultado con la serie truncada (modelo teórico), cuál de las tres aproximaciones es mejor por qué?

¿Cuál es el segundo coeficiente virial a 450K?. de la tabla (ya veremos cómo), tal y como se muestra en la figura (I.1)