Pontificia Universidad Javeriana
Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas
Análisis Numérico : Parcial I
Eddy Herrera Daza
Agosto 2018

Nombre: ______________________ **carrera**: ______________________ **Calificación**: __________

Recomendaciones

- No se resuelven preguntas del contenido a evaluar. No se permite el uso del celular, ni compartir mensajes
- El uso del equipo de computo es personal e intransferible.
- Tiene una duración máxima de 100 *minutos*

---

1. Sea n el tamaño del problema y $f(n)$ la eficiencia del algoritmo, medida como el número mínimo de operaciones requeridas para resolver el problema

   a) Diseñe, implemente en R o Python un algoritmo que le permita sumar únicamente los elementos de la submatriz triangular superior, dada la matriz cuadrada A_n. Imprima varias pruebas, para diferentes valores de n y exprese $f(n)$ en notación $O()$

   b) Diseñe, implemente en R o Python un algoritmo que le permita sumar los elementos de una matriz cuadrada A_n. Imprima varias pruebas, para diferentes valores de n y exprese $f(n)$ en notación $O()$

   c) Diseñe, implemente en R o Python un algoritmo que le permita sumar los n^2 primeros números naturales al cuadrado. Imprima varias pruebas, para diferentes valores de n y exprese $f(n)$ en notación $O()$

2. **En R:**Sean $f(x) = ln(x + 2)$ y $g(x) = sin(x)$ dos funciones de valor real.

   a) Utilice la siguiente formula recursiva con $E = 10^{-7}$ para el punto de intersección.:

   $$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})(x_{n-1} - x_{n-2})}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})} \tag{1}$$

   b) Aplique el siguiente algoritmo con $E = 10^{-7}$ para el punto de intersección:

   - **Paso 1**:Sean $[x_0, x_1]$ un intervalo inicial donde esta la raíz, tal que $f(x_0) * f(x_1) < 0$
   - **Paso 2**:Calcule una aproximación es: $x_2 = x_1 - \dfrac{f(x_1)}{f(x_1) - f(x_0)}(x_1 - x_0)$
   - **Paso 3**: Si $f(x_2)f(x_1) < 0, x_2 \Longrightarrow x_1; x_1 \Longrightarrow x_0$ en caso contrario $x_2 \Longrightarrow x_1; x_0 \Longrightarrow x_0$

   c) Aplicar el método iterativo siguiente con $E = 10^{-7}$ para encontrar el punto de intersección:

   $$x_{n+1} = x_n - f(x_n)\frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} \tag{2}$$

3. Solucionar el ejercicio de sistemas de ecuaciones correspondiente al tema:

   a) **Newton**: Determine el valor de los coeficientes a y b tal que $f(1) = 3$ y $f(2) = 4$ con $f(x) = a + (ax + b)e^{ax+b}$. Obtenga la respuesta con $E = 10^{-6}$

   b) **Número de Condición**:Encuentre una cota para la solución del $AX = b$ con:

   Matriz original $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2.6 & 0.3 & 2.4 & 6.2 \\ 7.7 & 0.4 & 4.7 & 1.4 \\ 5.1 & 9.9 & 9.5 & 1.5 \\ 6.0 & 7.0 & 8.5 & 4.8 \end{bmatrix}$

   Matriz modificada $\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 2.6 & 0.3 & 2.4 & 6.2 \\ 7.7 & 0.4 & 4.7 & 1.4 \\ 5.1 & 9.9 & 9.5 & 1.5 \\ 6.1 & 7.0 & 8.5 & 4.8 \end{bmatrix}$

   c) **Gauss-Jordan**:Implemente la función de eficiencia $T(n)$ en función del número de ciclo, para el método de Gauss y para el método de Gauss-jordan, apliquela al sistema de la forma: $AX = b$ donde $a_{ij} = \dfrac{i}{i+j}$ y $b_i = 2i$ para un sistema de $3x3$

   d) **Tridiagonal- Thomas** Solucionar el siguiente sistema, utilice una aproximación 10^{-5}

$$\begin{bmatrix} 7 & 5 & & \\ 2 & -8 & 1 & \\ & 6 & 4 & 3 \\ & & 9 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}$$

   e) **Radio espectral**:Solucionar por el método de Jacobi con el radio espectral.En caso de que converja determine el número de iteraciones hasta que el error sea de $E = 10^{-4}$

$$\begin{aligned} 8x_1 + 9x_2 + 2x_3 &= 69 \\ 2x_1 + 7x_2 + 2x_3 &= 47 \\ 2x_1 + 8x_2 + 6x_3 &= 68 \end{aligned}$$

   f) **Jacobi**:Determine la convergencia del sistema a continuación, examinando la matriz de transición

$$8x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 69$$
$$2x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 47$$
$$2x_1 + 8x_2 + 6x_3 = 68$$

g) Relajación-Gauss-Seidel: Evalue la matriz de transición de la matriz a dada. Para el caso del método de relajación utilice un factor de relajación $\omega = 0.8$

$$a = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

h) **Programación linea**l Resolver el siguiente problema con una precisión de dos cifras. Qué tipo precisión es la recomendada?, compare la solución aproximada cuando aproxima a una solución con valores uno o cero

$$z_{max} = x_1 + 0.645x_2$$
Sujeto a:
$$50x_1 + 31x_2 \leq 250$$
$$-3x_1 + 2x_2 \leq 4$$
$$x_1; x_2 \geq 0$$