TALLER MÉTODO DE LA POSICIÓN FALSA (REGULA FALSI)

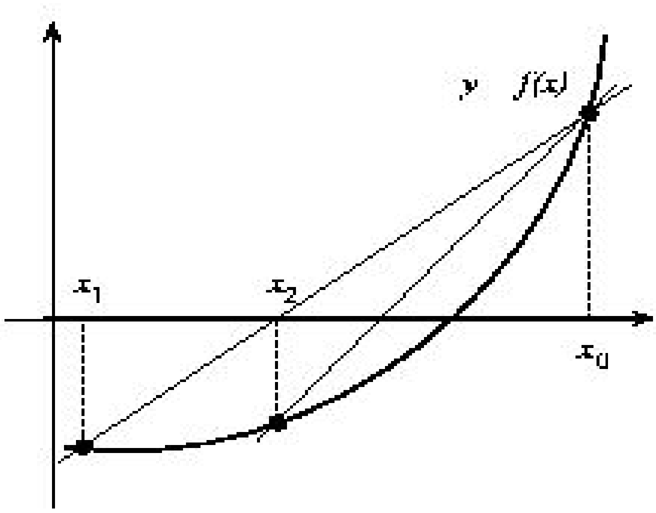
Profesora: Eddy Herrera
análisis numérico

Andrés García
Andrés Ramirez
Julian Rizo
Felipe Becerra

Pontificia Universidad Javeriana
2020 (covid 19 edición)
Facultad Ingenieria
Bogotá

INTRODUCCIÓN AL MÉTODO:

El método de la falsa posición pretende conjugar la seguridad del método de la bisección con la rapidez del método de la secante. Este método, como en el método de la bisección, parte de dos puntos que rodean a la raíz $f(x) = 0$, es decir, dos puntos x_0 y *x1 tales* que $f(x_0)f(x_1) < 0$. La siguiente aproximación, x_2, se calcula como la intersección con el eje *X* de la recta que une ambos puntos . La asignación del nuevo intervalo de búsqueda se realiza como en el método de la bisección: entre ambos intervalos, $[x_0,x_2]$ y $[x_2,x_1]$, se toma aquel que cumpla $f(x)f(x_2) < 0$. Se representa geométricamente este método.

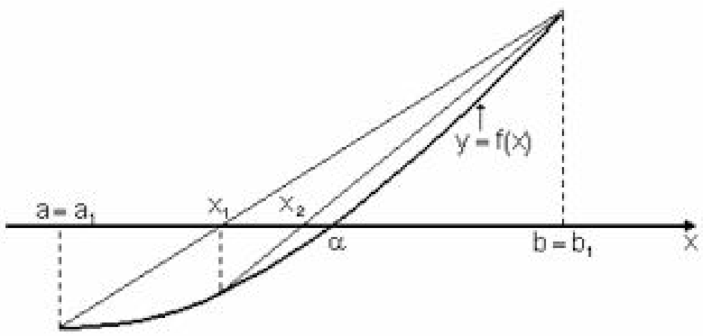


1. **¿Cuales son las condiciones para aplicar el método?**

   - Debe existir seguridad sobre la continuidad de la función f(x) en el intervalo [a,b]
   - A continuación se verifica que
   - Si se tiene dos puntos (a, f(a)) y(b, f(b)) y se traza la recta que une a estos dos puntos, se puede observar que un punto está por debajo del eje x y otro por encima de este, y un punto intermedio (Xm,0), con este punto intermedio se puede comparar los límites y obtener un nuevo intervalo

2. **Proporcione una explicación geométrica del algoritmo(*excepto para la convergencia acelerada)**

Si se tiene dos puntos (a, f(a)) y(b, f(b)) y se traza la recta que une a estos dos puntos, se puede observar que un punto está por debajo del eje x y otro por encima de este, y un punto intermedio (Xm,0), con este punto intermedio se puede comparar los límites y obtener un nuevo intervalo



Si f(A) y f(B)<0, entonces la raíz se encuentra al lado izquierdo del intervalo.

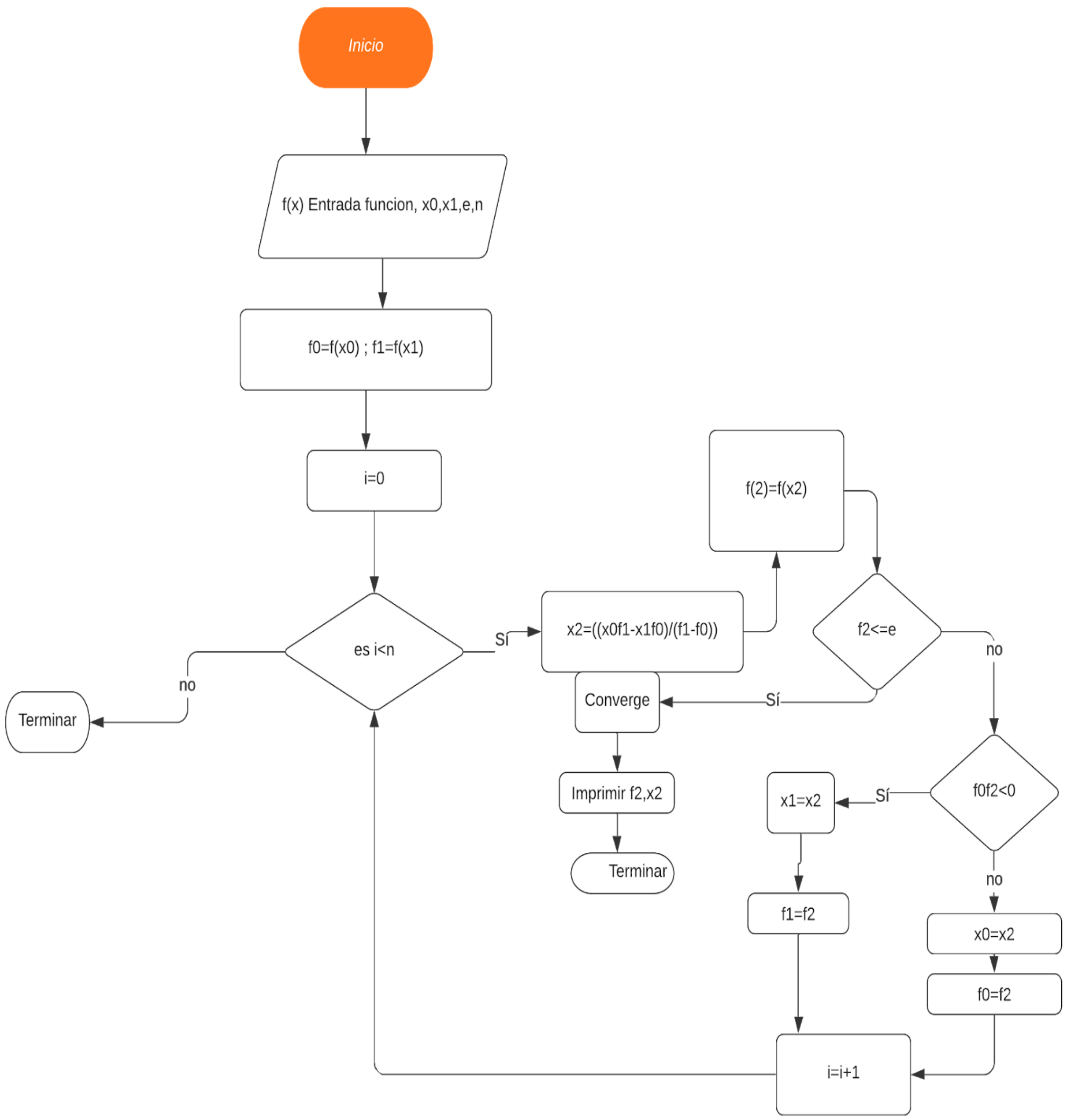
Si f(A) y f(B)>0, entonces la raíz se encuentra al lado derecho del intervalo.

Para hallar la intersección de la recta con el eje X usamos la siguiente fórmula:

Xm= a - ((f(a)*(b - a))/(f(b) - f(a)))

El método de Regla Falsa converge más rápidamente que el de bisección porque al permanecer uno de sus valores iniciales fijo el número de cálculos se reduce mientras que el otro valor inicial converge hacia la raíz.

3. **Realice un diagrama de flujo que muestre cómo se debe operar el algoritmo**



4. ¿Cuáles son las raíces? Valide su resultado

- cos(2x)^2−x^2

```
Primer intervalo 0
Segundo Intervalo 1
Error torelable: 0.00000001
Iteracion-1, x2 = 0.54739876 and f(x2) = -0.08967393
Iteracion-2, x2 = 0.50235098 and f(x2) = 0.03530387
Iteracion-3, x2 = 0.51507613 and f(x2) = -0.00039935
Iteracion-4, x2 = 0.51493379 and f(x2) = -0.00000147
Iteracion-5, x2 = 0.51493327 and f(x2) = -0.00000001

Raiz requerida es: 0.51493327
```

```
Primer intervalo 0
Segundo Intervalo 1
Error torelable: 0.0000000000000001
Iteracion-1, x2 = 0.5473987634095686 and f(x2) = -0.0896739317804612
Iteracion-2, x2 = 0.5023509762366731 and f(x2) = 0.0353038683859859
Iteracion-3, x2 = 0.5150761254016748 and f(x2) = -0.0003993538308484
Iteracion-4, x2 = 0.5149337898713885 and f(x2) = -0.0000014682418709
Iteracion-5, x2 = 0.5149332665903326 and f(x2) = -0.0000000053931492
Iteracion-6, x2 = 0.5149332646682158 and f(x2) = -0.0000000000198101
Iteracion-7, x2 = 0.5149332646611554 and f(x2) = -0.0000000000000727
Iteracion-8, x2 = 0.5149332646611295 and f(x2) = -0.0000000000000004
Iteracion-9, x2 = 0.5149332646611294 and f(x2) = 0.0000000000000000

Raiz requerida es: 0.5149332646611294
```

```
Primer intervalo 0
Segundo Intervalo 1
Error torelable: 0.000000000000000000000000000001
Iteracion-1, x2 = 0.547398763409568611670863447216l1 and f(x2) = -0.08967393178046115242985081295046
Iteracion-2, x2 = 0.50235097623667313015971558343153 and f(x2) = 0.03530386838598592591509373050940
Iteracion-3, x2 = 0.51507612540167480030817159786238 and f(x2) = -0.00039935383084843678602737782057
Iteracion-4, x2 = 0.51493378987138849200988488519215 and f(x2) = -0.00000146824187086114221756361076
Iteracion-5, x2 = 0.51493326659033256120778787590098 and f(x2) = -0.00000000539314920500189032281924
Iteracion-6, x2 = 0.51493326466821576214982769670314 and f(x2) = -0.00000000001981009800644528695557
Iteracion-7, x2 = 0.51493326466115540984702647619997 and f(x2) = -0.00000000000007271960811294775340
Iteracion-8, x2 = 0.51493326466112954165055271005258 and f(x2) = -0.00000000000000038857805861880479
Iteracion-9, x2 = 0.51493326466112943062825024753693 and f(x2) = 0.00000000000000000000000000000000

Raiz requerida es: 0.51493326466112943062825024753693
```

```python
y = lambda x : math.cos(2*x)**2 - x**2
print('%0.38f' % y(0.51493326659033256120778787590097 6))
```

```
-0.00000000539314920500189032281923573464
```

- f(x)=xsin(x)-1 en [-1,2]

PROBLEMS OUTPUT DEBUG CONSOLE TERMINAL 1: Python

```
Primer intervalo -1
Segundo Intervalo 2
Error torelable: 0.000000001
Iteracion0-1, x2 = -0.513279 and f(x2) = -0.747962
Iteracion0-2, x2 = 0.686701 and f(x2) = -0.564639
Iteracion0-3, x2 = 1.222792 and f(x2) = 0.149492
Iteracion0-4, x2 = 1.110570 and f(x2) = -0.004983
Iteracion0-5, x2 = 1.114190 and f(x2) = 0.000045
Iteracion0-6, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-7, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000

Raiz requerida es: 1.11415714
```

Ln 4, Col 31 Spaces: 4 UTF-8 CRLF Python

PROBLEMS OUTPUT DEBUG CONSOLE TERMINAL 1: Python

```
Iteracion0-394525, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-394526, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-394527, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-394528, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-394529, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-394530, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-394531, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-394532, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-394533, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-394534, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-394535, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-394536, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
```

Ln 6, Col 23 Spaces: 4 UTF-8 CRLF Python

PROBLEMS OUTPUT DEBUG CONSOLE TERMINAL 1: Python

```
Iteracion0-1390150, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-1390151, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-1390152, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-1390153, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-1390154, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-1390155, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-1390156, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-1390157, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-1390158, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-1390159, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-1390160, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
Iteracion0-1390161, x2 = 1.114157 and f(x2) = 0.000000
```

Ln 4, Col 18 Spaces: 4 UTF-8 CRLF Python

- f(X)=X^3 – 2X^2 + (4/3)^X - 8/27

```
Iteracion-81350, x2 = 0.67078813675695858620429135044105 and f(x2) =
0.000000070009416375249600150709739
```

5. **Cómo se comporta el método en cuanto: pérdida de significancia, el número de iteraciones, la convergencia, en cada caso.**

Inicialmente el algoritmo de la posición falsa funciona bien en el caso que se tenga un intervalo corto y un error tolerable corto. Si estas condiciones se cumplen, obtenemos un número menor de iteraciones. En el caso de que se tenga un intervalo más grande es necesario aumentar los bits en el programa para que trabaje con más cifras significativas. Esto nos permitirá tomar valores del error mucho más grandes y precisos que convergen hacia cero en nuestro algoritmo.

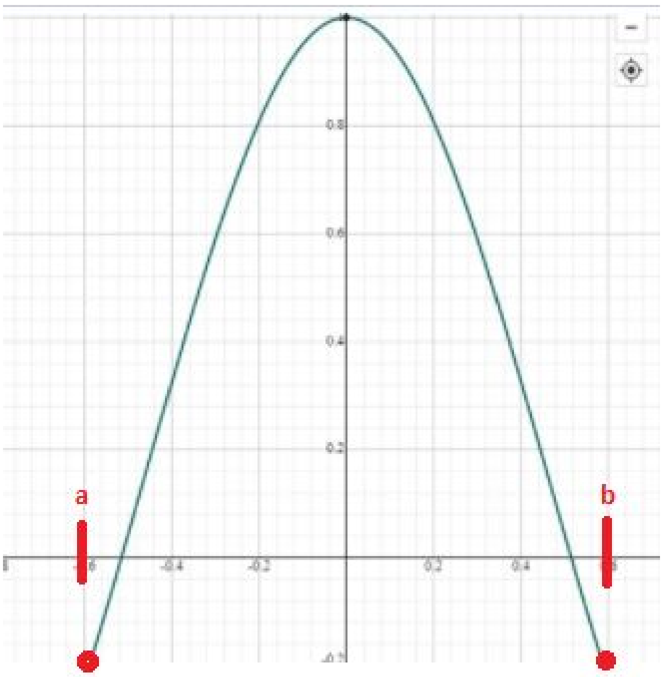
6. **Cómo se puede solucionar el problema de significancia, es remediable o está destinado al fracaso**

El problema de significancia es remediable aumentando los bits de nuestro programa para que podamos usar más cifras significativas en el algoritmo y así tener una aproximación más cercana al error tolerable. (Más cercano a 0).

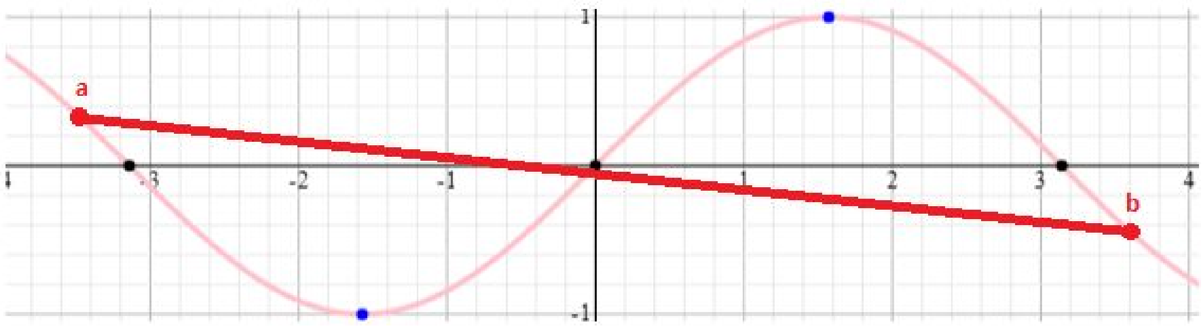
7. **Qué pasa con el método cuando hay más de dos raíces, explique su respuesta**

El método como ya se explicó anteriormente se basa en calcular rectas secantes a la función en cada iteración, por lo tanto este no funciona en el caso de que la función especificada tenga dos raíces, esto tiene varias explicaciones:

En el caso de que el intervalo tenga esta forma:



La condición que requiere usar este método (f(a) * f(b) < -1) no se cumple, por lo que no se toma en cuenta el caso de dos raíces.



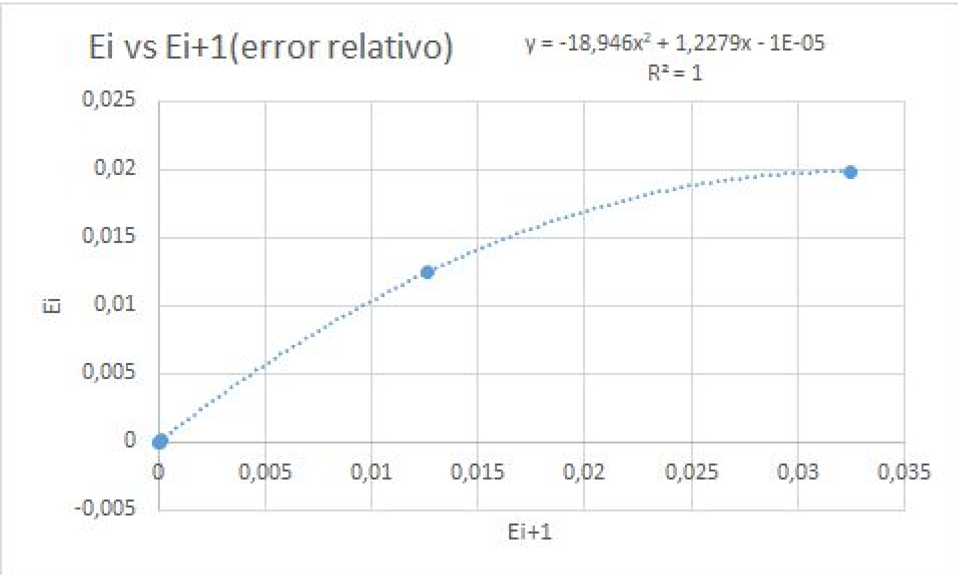
En este caso el algoritmo encuentra la raíz más cercana a la primera recta generada y terminaría ahí por lo que se puede concluir que no funciona para encontrar varias raíces en este tipo de funciones.

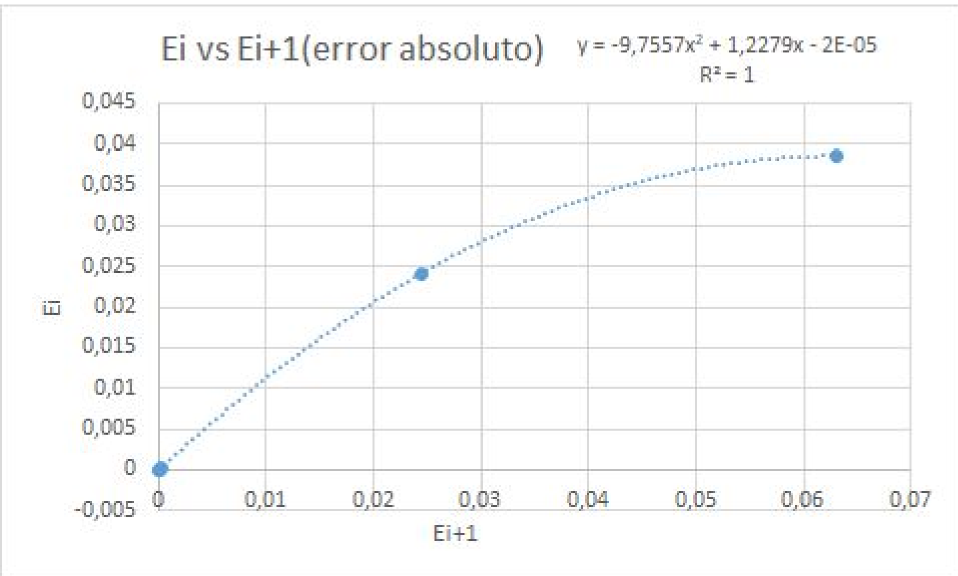
8. **¿Qué pasa con el método cuando la función es periódica, par o impar, estas características influyen?**

Teniendo en cuenta la definición de función par, F(x) = F(-x), e impar F(x) != F(-x) se puede decir que esta condición si afecta al método, ya que, si es una función par, se va a evaluar innecesariamente uno de los dos puntos, ya sea el negativo el positivo. Entonces, si ambos entregan el mismo resultado es menos eficiente evaluar dos veces y hacer dos veces las mismas operaciones para el mismo resultado, sin embargo para este método particular, así se va a entregar el resultado sea la función par o impar. En cuanto a la función periódica F(T+x) = F(x), influye en el método porque no puede entregar como resultado más de una raíz, teniendo que entregar un intervalo donde exista solo una raíz.

9. **Realice una gráfica que muestre la relación entre εi+1 y εi, qué representa esa gráfica ¿ y encuentre una relación de la forma εi+1=f(εi)**

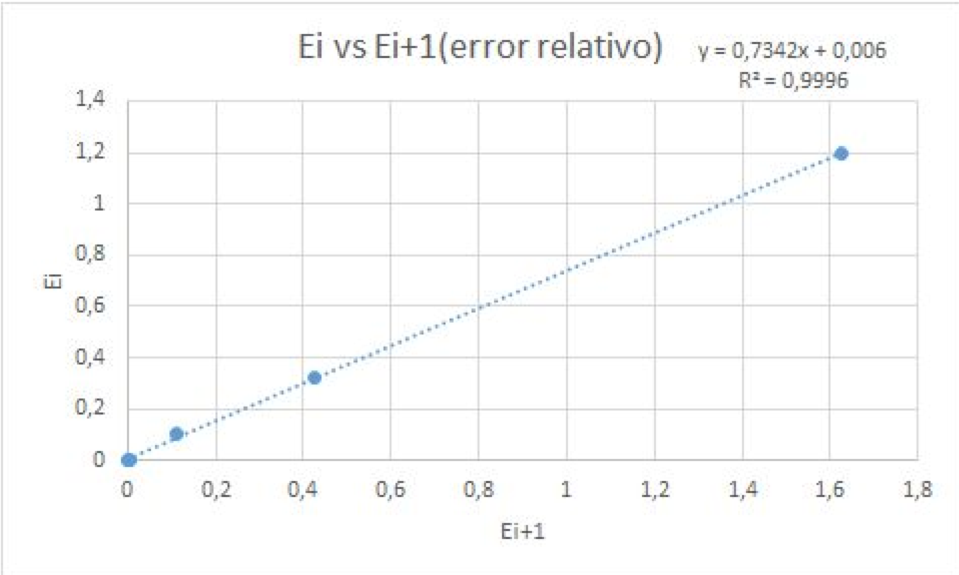
$f(x) = cos2\ (2x) - x\ 2$

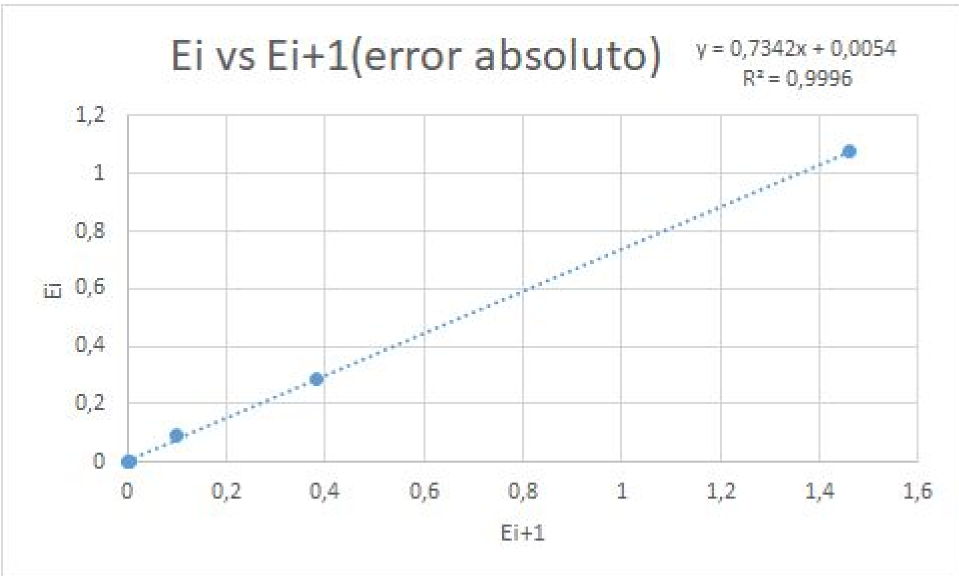




Ei+1= (-9,7557(0.01258229)^2)+1,2279(0.01258229)-2E-05 = 0.01388532979004665363~0,01258229

f(x)=xsin(x)-1 en [-1,2]



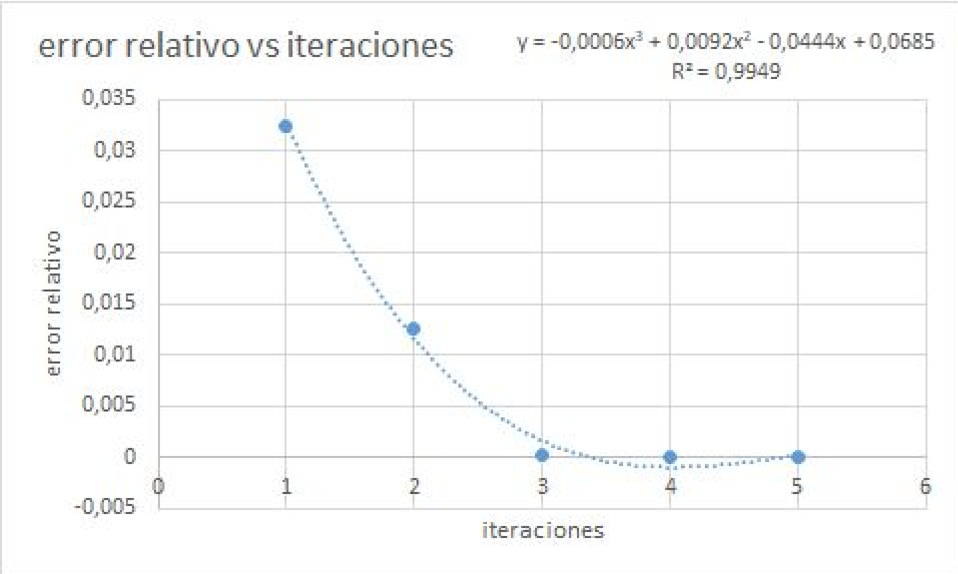


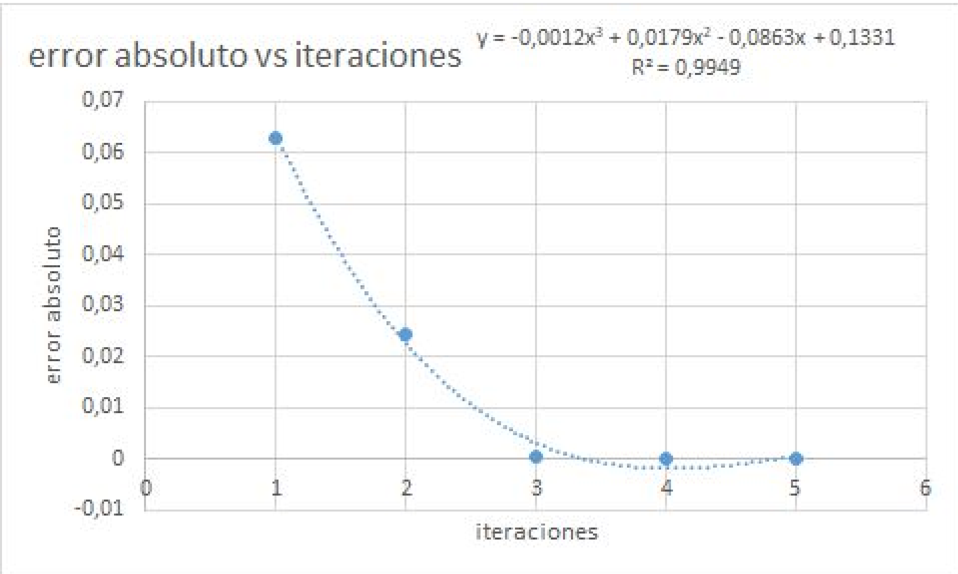
Ei+1= 0,7342(1,627436)+0,0054 =1.2002635112~

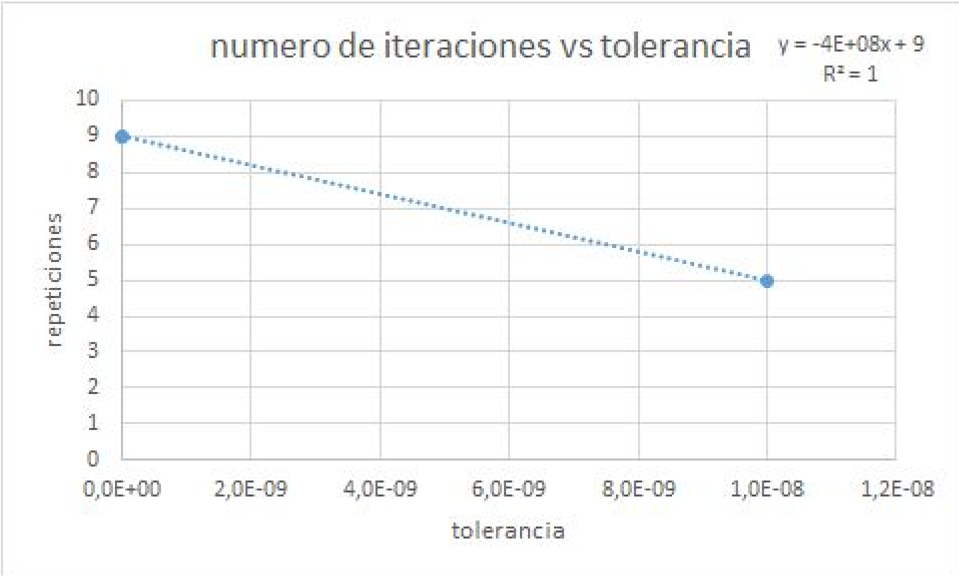
0,427456

10. **Realice una gráfica que muestre cómo se comporta el método en cada caso con respecto a la tolerancia y al número de iteraciones**

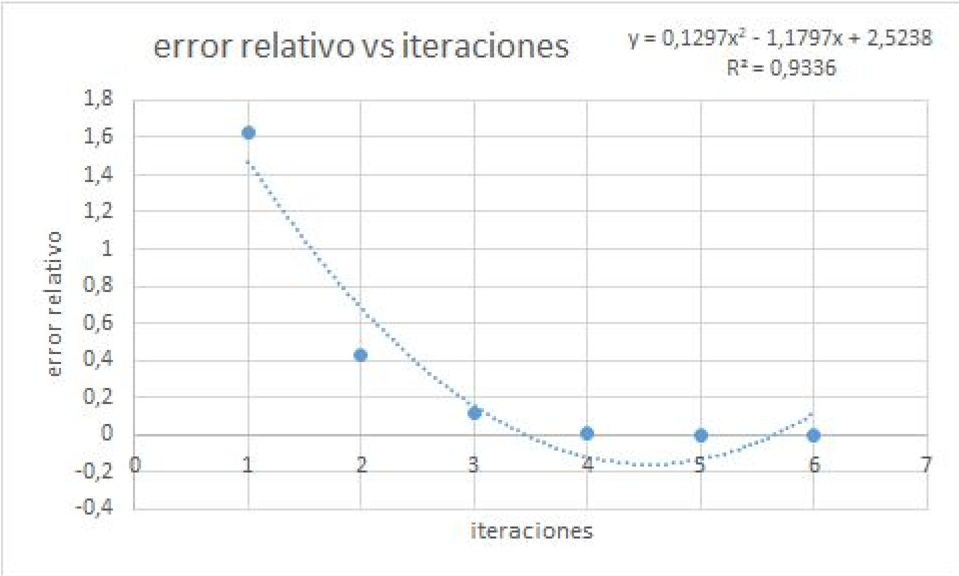
$f(x) = cos2\ (2x) - x\ 2$

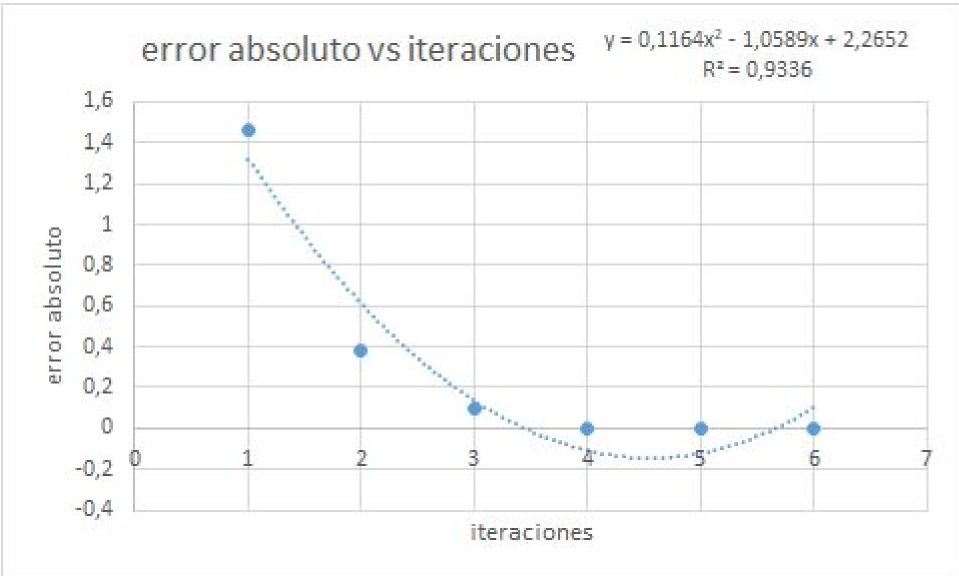

error relativo vs iteraciones
y = -0,0006x³ + 0,0092x² - 0,0444x + 0,0685
R² = 0,9949
0,035
0,03
0,025
0,02
0,015
0,01
0,005
0
-0,005
error relativo
0
1
2
3
4
5
6
iteraciones

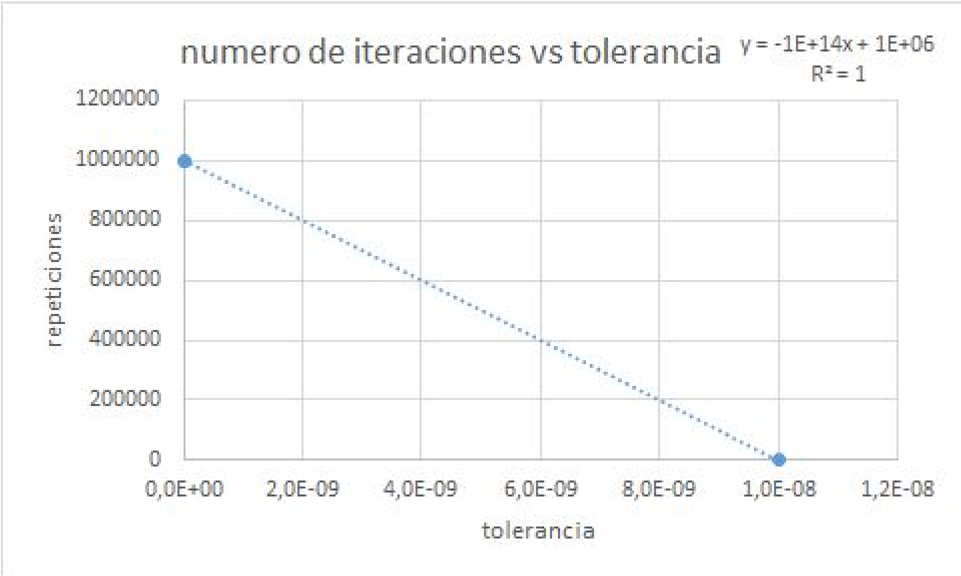

error absoluto vs iteraciones
y = -0,0012x³ + 0,0179x² - 0,0863x + 0,1331
R² = 0,9949
0,07
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0
-0,01
error absoluto
0
1
2
3
4
5
6
iteraciones



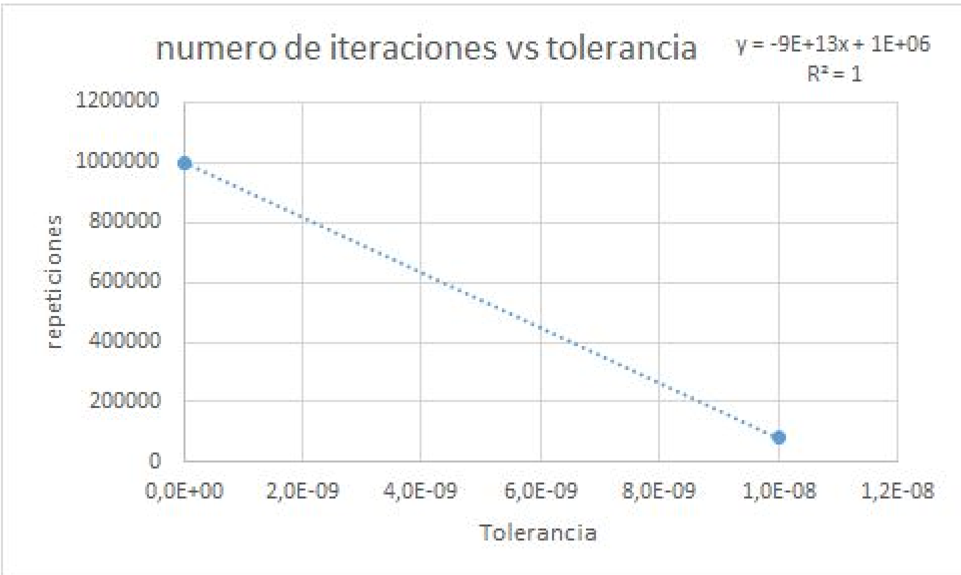
f(x)=xsin(x)-1 en [-1,2]


error relativo vs iteraciones
y = 0,1297x² - 1,1797x + 2,5238
R² = 0,9336
error relativo
iteraciones


error absoluto vs iteraciones
y = 0,1164x² - 1,0589x + 2,2652
R² = 0,9336
error absoluto
iteraciones



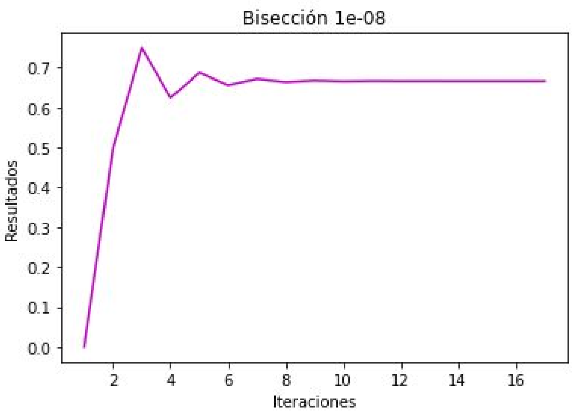
$f(x) = x^3 - 2x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{8}{27}$

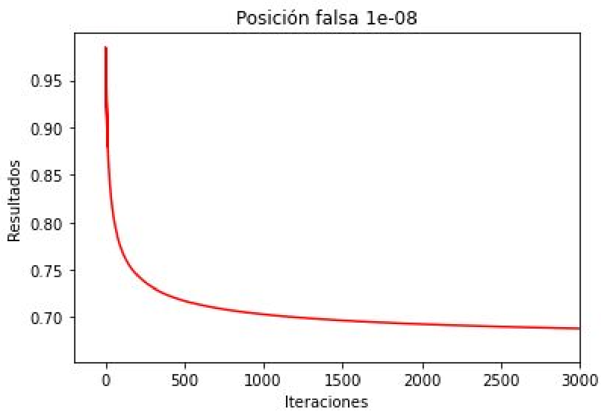


todas las gráficas presentan un comportamiento similar en el cual podemos observar una relación inversamente proporcional respecto al número de repeticiones y la tolerancia ya que a medida que se usa una tolerancia más pequeña el número de repeticiones tiende a aumentar

11. **Como se comporta el método con respecto al de bisección**

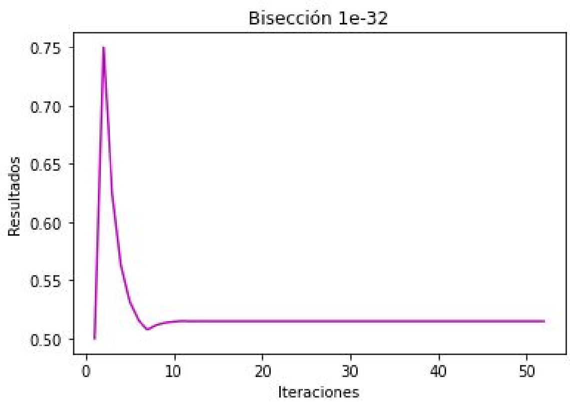
a. **f(X)=X^3 – 2X^2 + (4/3)^X - 8/27**

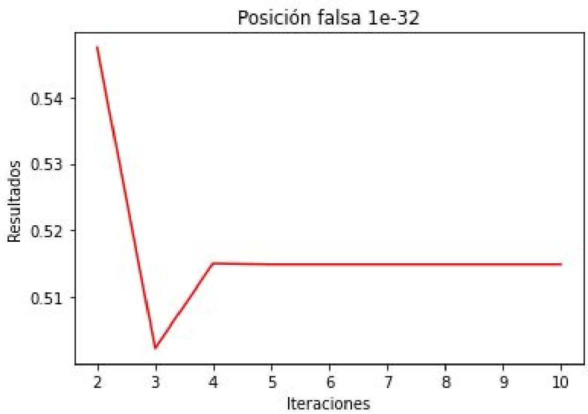




En la gráfica comparamos el número de iteraciones y el valor de la aproximación, y como se va acercando. En el caso de la posición falsa vemos que toma un número más alto de iteraciones, por lo tanto a pesar de que posición falsa es más precisa debido a que es más aproximado al valor, es ineficiente debido al número tan alto de iteraciones.

b. **cos(2x)^2−x^2**





En la comparación de estos dos vemos que en este caso el método de posición falsa el número de iteraciones de más de cinco(5) veces menor que el método de bisección y el valor tiene las primeras ocho(8) cifras significativas de igual magnitud, por lo tanto en este caso el método de posición falsa es más eficiente y preciso

c. **f(x)=xsin(x)-1 en [-1,2]**

Este caso es similar al de la función anterior donde vemos que en efecto el método de reducción falsa si disminuye el número de iteraciones a la hora de buscar el valor siendo el número de iteraciones totales siete (7) en comparación de las veintiocho (28) que tomó con el método de bisección siendo en este caso más eficiente el método de posición falsa

Referencias:

-https://www.uv.es/~diaz/mn/node23.html

https://en.wikipedia.org/wiki/Regula_falsi