Hoja de Trabajo No. 4

Fundamentos de Optimización no Restringida

1. Considere el problema de optimización no restringida:

$$\min_{(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2} f(x_1,x_2) = (x_2 - x_1^2)(x_2 - 2x_1^2).$$

   Muestre que las FONC y SONC se satisfacen en el punto $(0,0)^T$.

2. Considere la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tal que

$$f(x) = 3x^3 + 7x^2 - 15x - 3.$$

   a) Encontrar todos los *puntos estacionarios* (stationary points) de la función f y determine si estos son *mínimos locales*, *máximos locales* o*ninguno de los anteriores*. Justifique su respuesta citando el teorema utilizado.

   b) Utilice cualquier software para "resolver" los siguientes problemas de optimización sin restricciones:

$$\min_{x\in\mathbb{R}} f(x) \quad y \quad \max_{x\in\mathbb{R}} f(x).$$

   ¿Tiene la función f un *mínimo global* y un *máximo global*? justifique su respuesta.

3. Considere la función $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ tal que

$$f(x_1,x_2) = 8x_1^2 + 3x_1x_2 + 7x_2^2 - 25x_1 + 31x_2 - 29.$$

   a) Encontrar todos los *puntos estacionarios* (stationary points) de la función f y determine si estos son *mínimos locales*, *máximos locales* o *ninguno de los anteriores*. Justifique su respuesta citando el teorema utilizado.

   b) Determine si la función f es *convexa* (*Ayuda:* utilice la caracterización de segundo orden para una función convexa).

   c) ¿Qué puede decir acerca de la *solución global* del problema de optimización $\min_{(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2} f(x_1,x_2)$? ¿existe? ¿es única?

   d) Verifique su trabajo utilizando cualquier software para resolver el problema de optimización: $\min_{(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2} f(x_1,x_2)$.