# Hoja de Trabajo No. 2

## Repaso de Cálculo Multivariable

1. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas; en caso de ser falsas, justifique su respuesta.

   *a*) Dada un función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, si $f'(c) = 0$ entonces $f$ tiene un máximo o mínimo local en $x = c$.

   *b*) Suponga que la función $T = f(x, y, t)$ modela la temperatura $T$ (en °C) en un lugar del hemisferio norte que depende de la longitud $x$, latitud $y$ y el tiempo $t$. La derivada parcial $\dfrac{\partial T}{\partial x}$ representa la tasa de cambio de $T$ cuando $x$ está fija.

   *c*) Considere la función $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ y $d \in \mathbb{R}^n$, si $\nabla f(x)^T d > 0$ entonces $d$ es una dirección de descenso (i.e. una dirección en la cual $f$ disminuye).

   *d*) Dada la función $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, el vector gradiente $\nabla f(x)$ indica la dirección del incremento más rápido de $f$.

   *e*) Dada la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, el vector gradiente $\nabla f(x_0, y_0)$ es paralelo a la curva de nivel $f(x, y) = k$ que pasa por el punto $P(x_0, y_0)$.

   *f*) Una serie de Taylor aproxima una función $f$ para valores cercanos a un número $x_0$ en el dominio de dicha función.

2. Dada la función:

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}_{\ni} \quad f(x, y) = e^{-\frac{(x^2+y^2)}{3}} \left(\sin(x^2) + \cos(y^2)\right),$$

   utilice cualquier software para graficar dicha función y algunas *curvas de nivel* de la misma.

3. Dada la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}_{\ni}$

$$f(x_1, x_2) = 3x_1^4 - 2x_1^3 x_2 - 4x_1^2 x_2^2 + 5x_1 x_2^3 + 2x_2^4,$$

   calcular:

   *a*) $\nabla f(x_1, x_2)$,
   *b*) $\nabla^2 f(x_1, x_2)$,
   *c*) Indique la *dirección de máximo descenso* en el punto $P(1, -1)$.
   *d*) Indique la *tasa de máximo descenso* en el punto $P(1, -1)$.
   *e*) Calcule la *derivada direccional* de $f$ en el punto $P(1, -1)$ y en dirección del vector $d = \dfrac{1}{\sqrt{2}}[1, -1]^T$.

4. Encontrar una *polinomio de Taylor* de grado 2 para la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}_{\ni}$

$$f(x_1, x_2) = 3x_1^4 - 2x_1^3 x_2 - 4x_1^2 x_2^2 + 5x_1 x_2^3 + 2x_2^4,$$

   en el punto $x_0 = [1, -1]^T$. Evalúe dicho polinomio para $p = [0.1, 0.01]^T$ y compare su resultado con el valor de $f(x_0 + p)$.