



НИУ ИТМО

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4

По дисциплине "ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ"

“Точностные свойства системы, астатизмы и регуляторы”

Вариант 17

Выполнил:

Александр Иванов, R3338

Преподаватели:

Перегудин А.А.

Пашенко А.В.

Санкт-Петербург, 2024

Содержание

1. Идеальное дифференцирующее звено	4
1.1. Анализ устойчивости	4
1.2. Моделирование системы	5
1.3. Вывод	5
2. Реальное дифференцирующее звено	8
2.1. Моделирование системы	8
2.2. Вывод	9
3. Астатизм нулевого порядка	11
3.1. Статическая система	11
3.2. Система с линейно возрастающим входным воздействием	14
3.3. Вывод	16
4. Астатизм первого порядка. I регулятор	16
4.1. Статическая система	17
4.2. Система с линейно возрастающим входным воздействием	17
4.3. Квадратичное входное воздействие	19
4.4. Вывод	23
5. Астатизм первого порядка. PI регулятор	23
5.1. Система с линейно возрастающим входным воздействием	24
5.2. Слежение за гармоническим воздействием	29
5.3. Вывод	30
6. Специальный регулятор	33

6.1. Вывод	35
----------------------	----

7. Вывод	36
-----------------	-----------

1. Идеальное дифференцирующее звено

Рассмотрим объект управления, заданный дифференциальным уравнением:

$$a_2\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = u \quad (1)$$

Подберем коэффициенты так, чтобы объект содержал один неустойчивый полюс:

$$\lambda_1 = 2, \quad \lambda_2 = -1 \quad \Rightarrow \quad a_2 = 1, \quad a_1 = -1, \quad a_0 = -2 \quad (2)$$

Кроме того, зададим начальные условия:

$$y(0) = 2, \quad \dot{y}(0) = 3 \quad (3)$$

Рассмотрим регулятор вида:

$$u = k_0y + k_1\dot{y} \quad (4)$$

Результат моделирования свободного движения системы представлен на рисунке 1.

1.1. Анализ устойчивости

Запишем уравнение замкнутой системы:

$$a_2\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = k_0y + k_1\dot{y} \quad (5)$$

Таким образом, можно рассматривать свободное движение системы:

$$a_2\ddot{y} + (a_1 - k_1)\dot{y} + (a_0 - k_0)y = 0 \quad (6)$$

Воспользуемся следствием из критерия Гурвица для системы второго порядка для определения границы устойчивости системы. Система будет асимптотически устойчива, если выполнено условие:

$$\begin{cases} a_1 - k_1 > 0 \\ a_0 - k_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 < a_1 \\ k_0 < a_0 \end{cases} \quad (7)$$

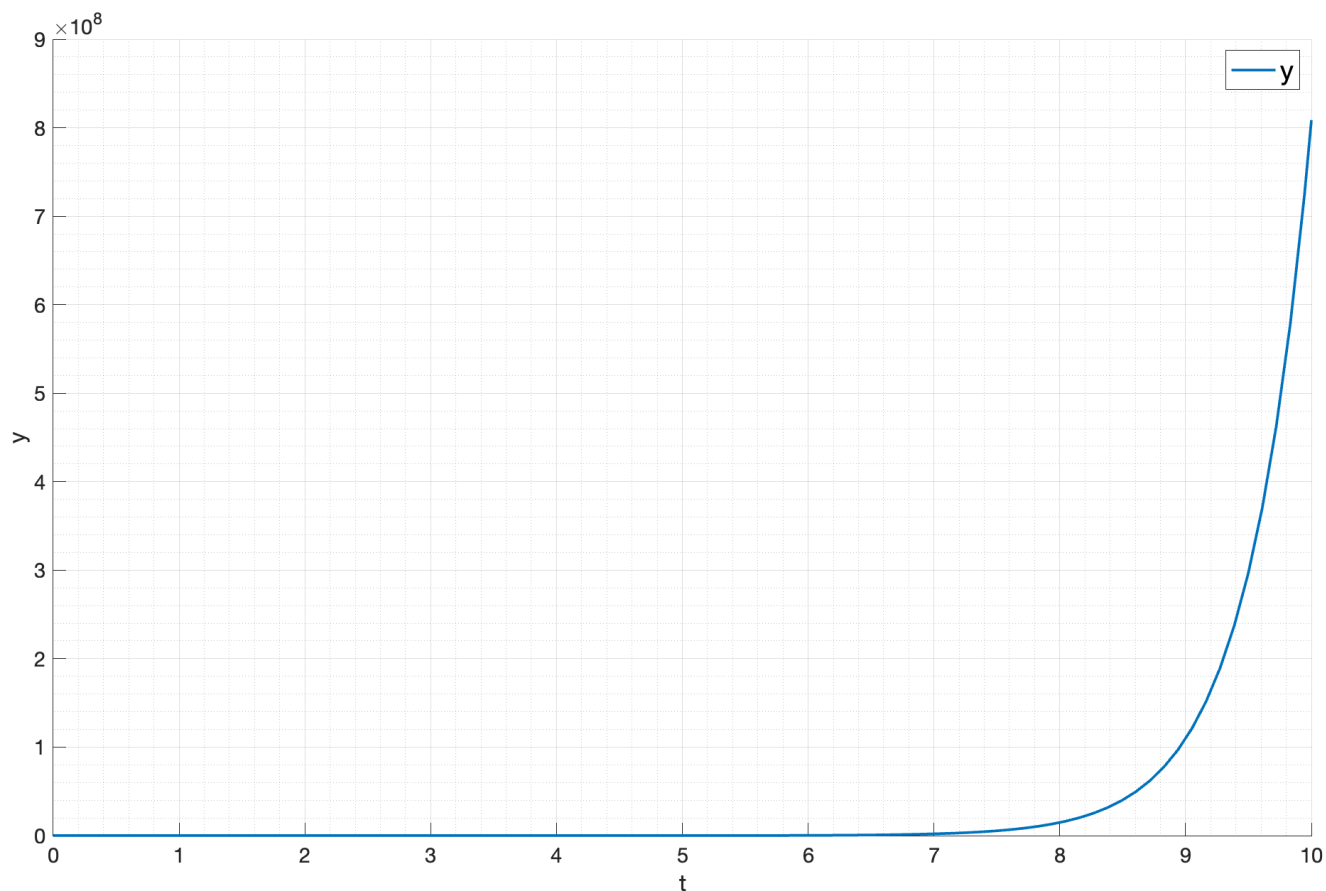


Рис. 1: Свободное движение системы

1.2. Моделирование системы

Проведем моделирование системы при $k_0 = -3$, $k_1 = -3$.

Схема моделирования системы представлена на рисунке 2.

Результат моделирования замкнутой системы представлен на рисунке 3 и 4.

Сопоставление результатов моделирования движения свободного движения и замкнутой системы показано на рисунке 5.

1.3. Вывод

По результатам моделирования видно, что управление смогло удержать систему в устойчивом состоянии.

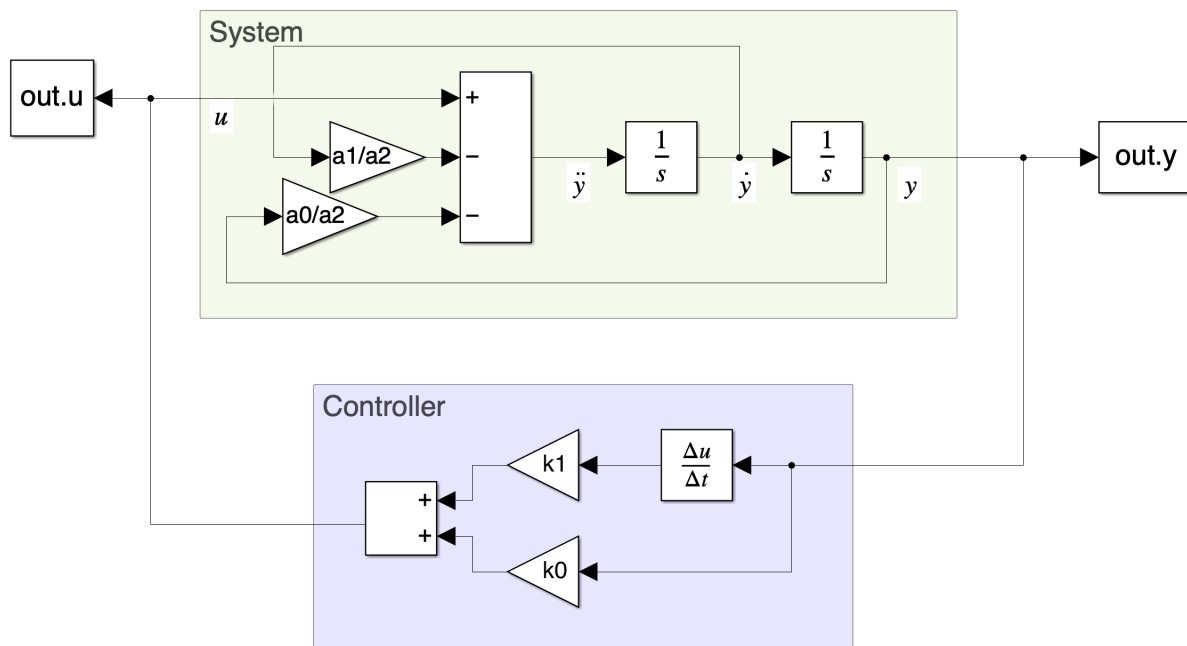


Рис. 2: Схема моделирования системы

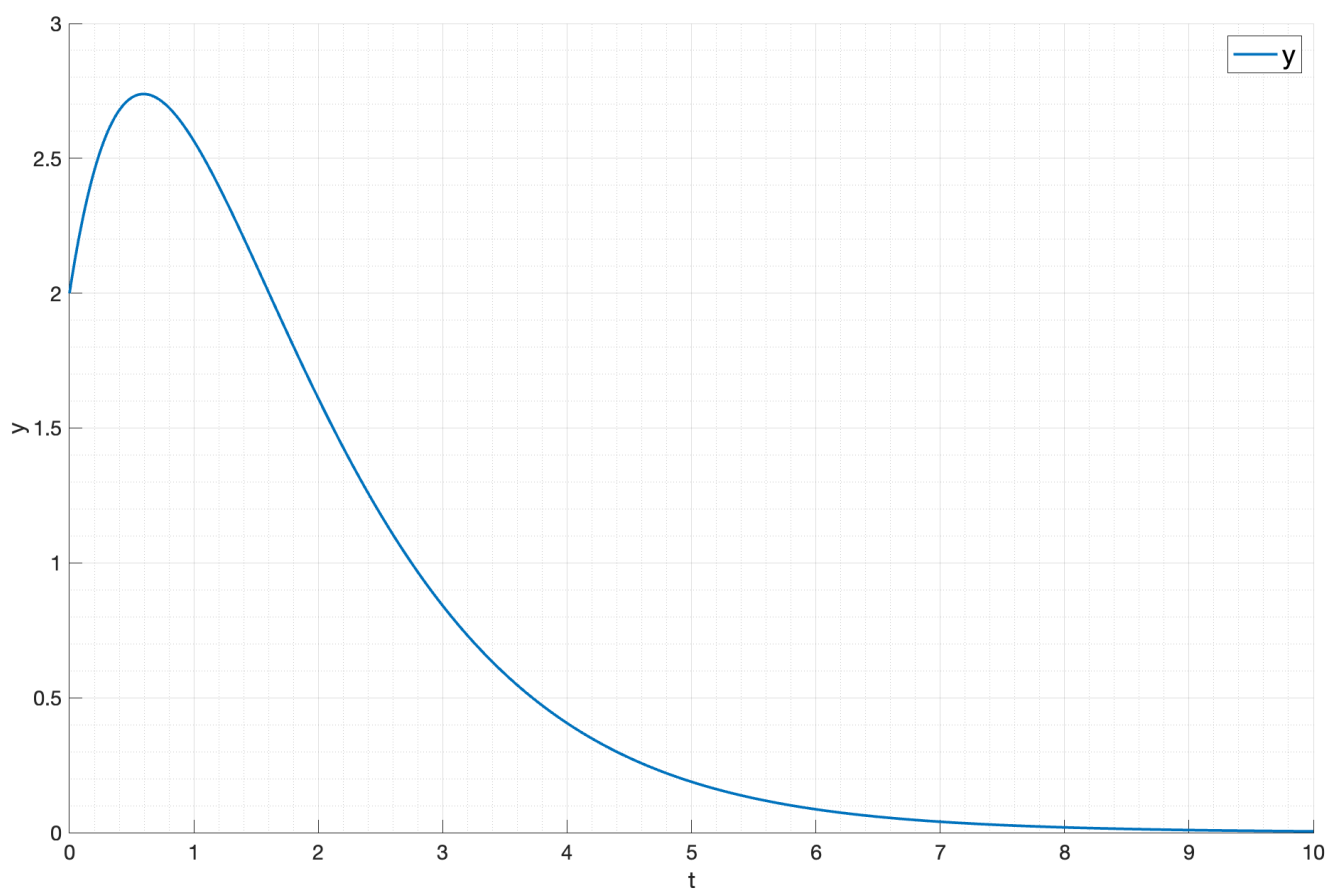


Рис. 3: Выход замкнутой системы

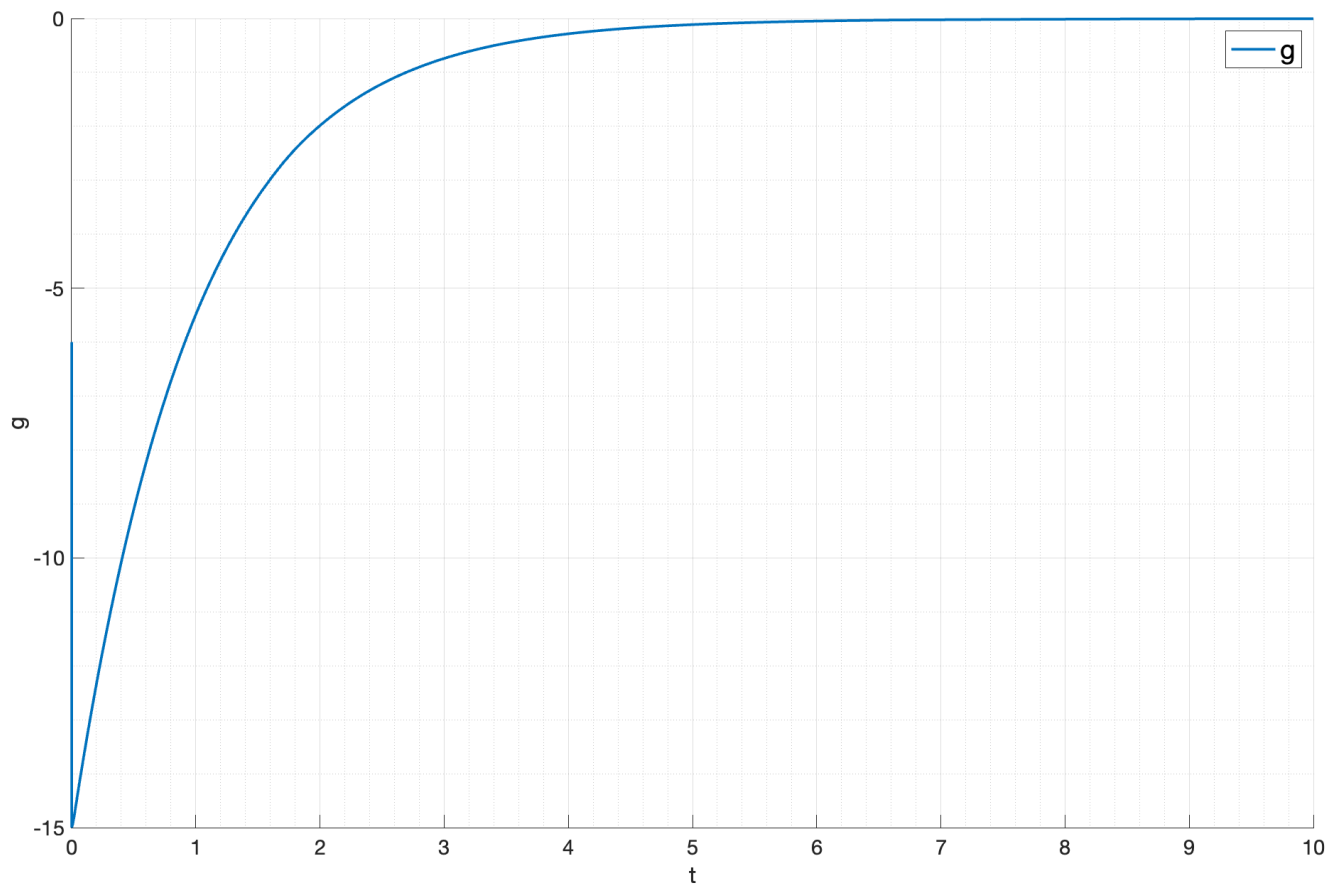


Рис. 4: Управление замкнутой системы

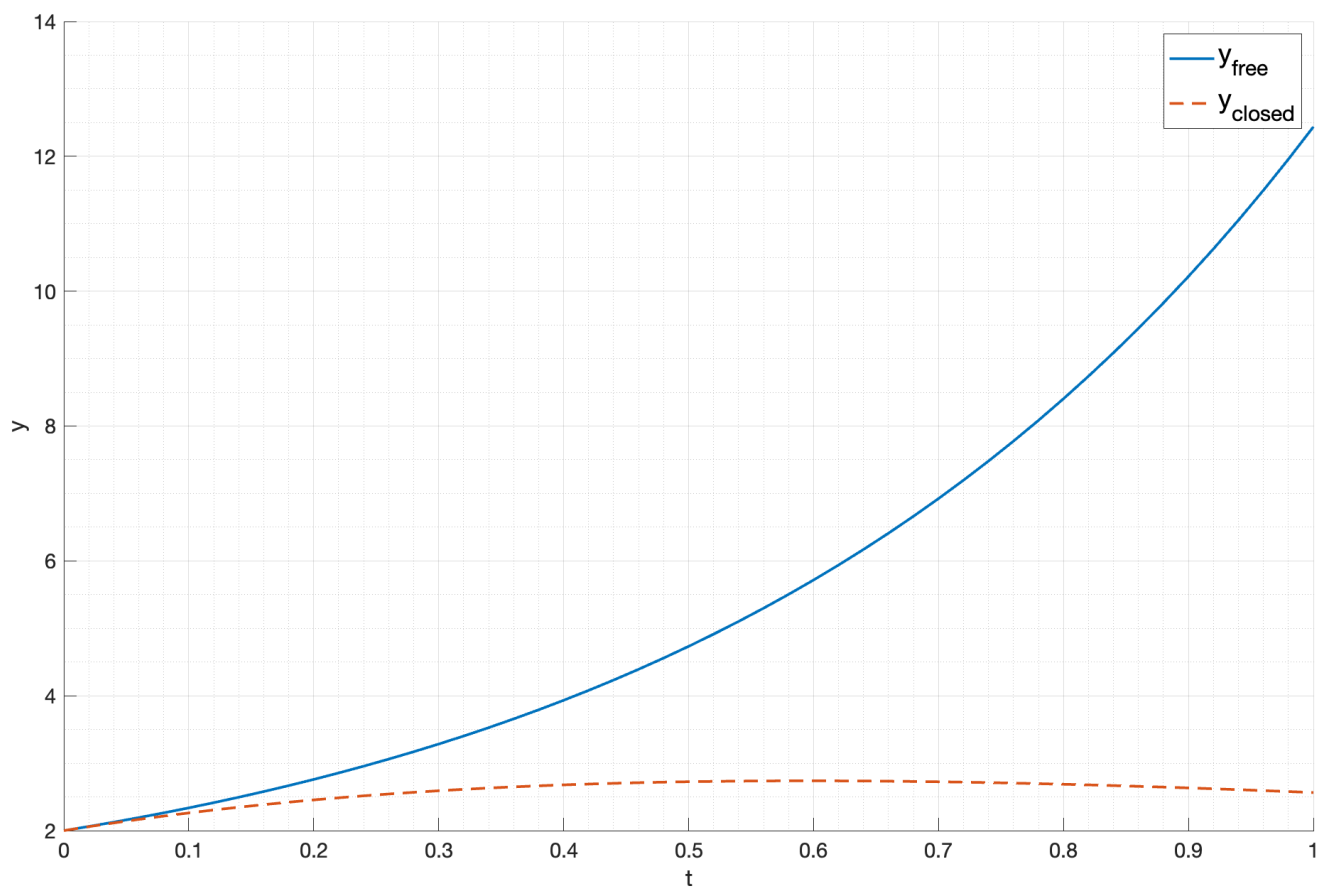


Рис. 5: Сравнение свободного движения и замкнутой системы

2. Реальное дифференцирующее звено

В регуляторе (4) заменим идеальное дифференцирующее звено на реальное дифференцирующее звено – передаточную функцию вида:

$$W(s) = \frac{s}{Ts + 1} \quad (8)$$

И найдем его передаточную функцию:

$$W_{y \rightarrow u}(s) = \frac{k_0(Ts + 1) + k_1s}{Ts + 1} = \frac{(k_0T + k_1)s + k_0}{Ts + 1} \quad (9)$$

Запишем передаточную функцию разомкнутой системы:

$$W_s(s) = \frac{1}{a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (10)$$

Теперь найдем передаточную функцию замкнутой системы:

$$\begin{aligned} W_{u \rightarrow y}(s) &= \frac{W_s(s)}{1 - W_s(s)W_{y \rightarrow u}(s)} = \frac{\frac{1}{a_2s^2 + a_1s + a_0}}{1 - \frac{1}{a_2s^2 + a_1s + a_0} \cdot \frac{(k_0T + k_1)s + k_0}{Ts + 1}} = \\ &= \frac{1}{a_2s^2 + a_1s + a_0 - \frac{(k_0T + k_1)s + k_0}{Ts + 1}} = \frac{Ts + 1}{(a_2s^2 + a_1s + a_0)(Ts + 1) - (k_0T + k_1)s - k_0} = \\ &= \frac{Ts + 1}{a_2Ts^3 + (a_2 + a_1T)s^2 + (a_1 + a_0T - k_0T - k_1)s + (a_0 - k_0)} \end{aligned} \quad (11)$$

Снова воспользуемся критерием Гурвица для определения границы устойчивости системы.

$$\begin{cases} \frac{a_2 + a_1T}{a_2T} > 0 \\ \frac{a_1 + a_0T - k_0T - k_1}{a_2T} > 0 \\ \frac{a_0 - k_0}{a_2T} > 0 \\ \frac{a_2 + a_1T}{a_2T} \cdot \frac{a_1 + a_0T - k_0T - k_1}{a_2T} > \frac{a_0 - k_0}{a_2T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1-T}{T} > 0 \\ \frac{-1-2T+3T+3}{T} > 0 \\ \frac{-2+3}{T} > 0 \\ \frac{1-T}{T} \cdot \frac{-1-2T+3T+3}{T} > \frac{-2+3}{T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T \in (0, 1) \\ T \in (0, \infty) \\ T \in (0, \infty) \\ T \in (0, \sqrt{3} - 1) \end{cases} \quad (12)$$

$$T \in (0, \sqrt{3} - 1) \quad (13)$$

2.1. Моделирование системы

Промоделируем систему, заменив производную на передаточную функцию (см. рис. 6).

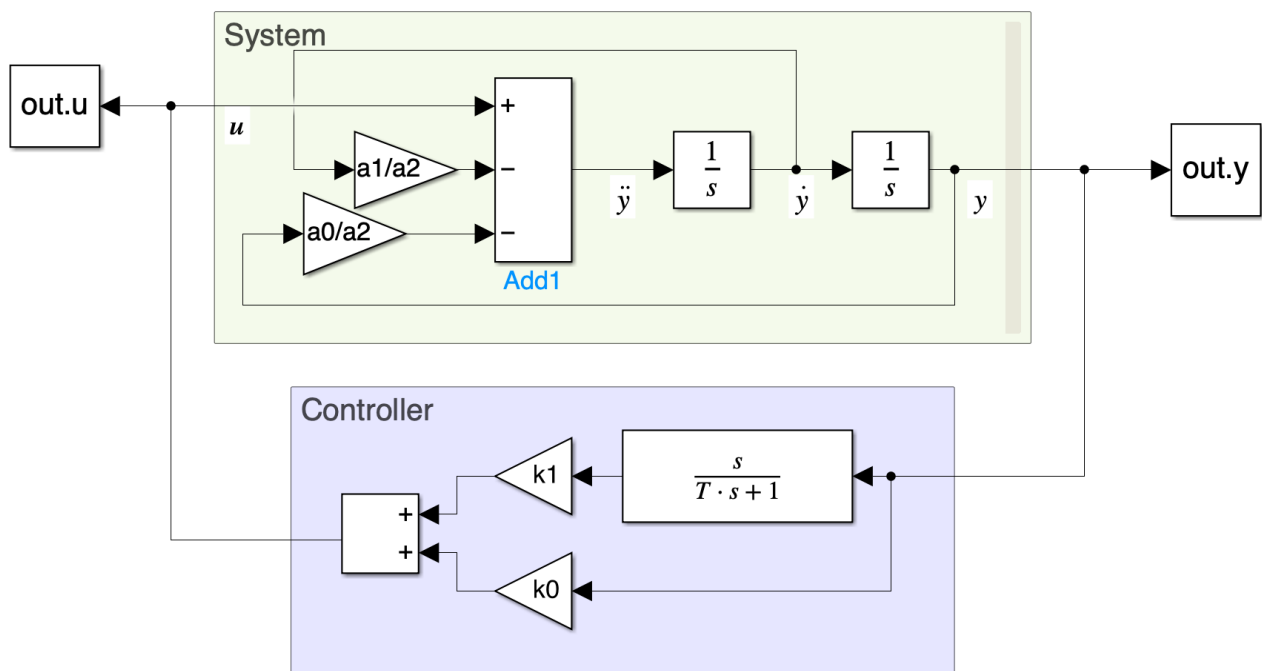


Рис. 6: Схема моделирования системы

Выберем значения $T = \{0.73, 0.74, 0.001\}$. В первом случае система будет устойчива и близка к границе устойчивости, во втором случае система будет неустойчива, а в третьем случае система будет устойчива, но менее колебательна. Результаты моделирования приведены на рис. 7, 8.

2.2. Вывод

В данном разделе было проведено моделирование системы с реальным дифференцирующим звеном. Система оказалась устойчивой при $T \in (0, \sqrt{3} - 1)$, что подтверждает теоретические расчеты. При уменьшении значения T система становится менее колебательной, так как передаточная функция дифференцирующего звена приближается к идеальному дифференцирующему звену.

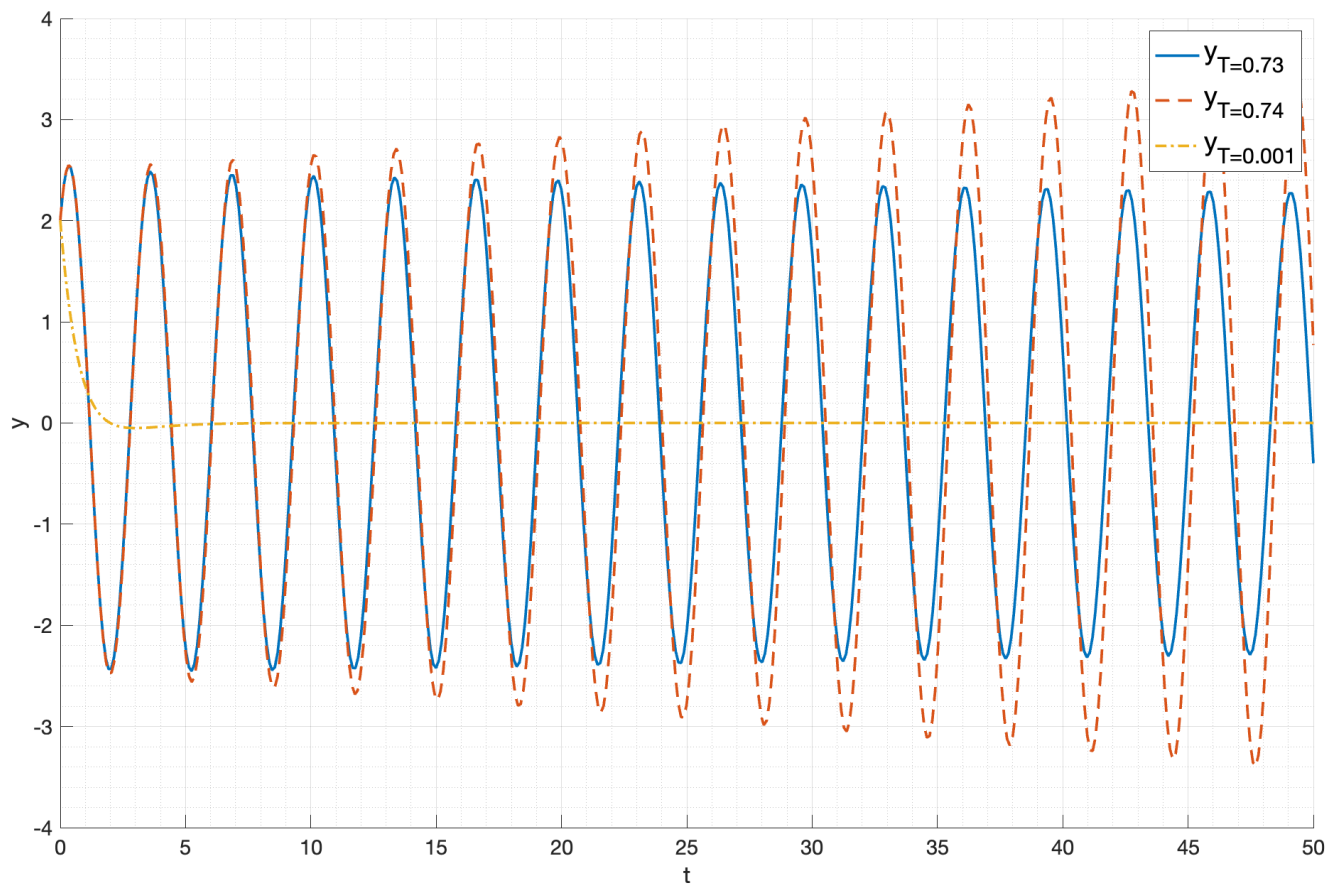


Рис. 7: Графики выходного сигнала

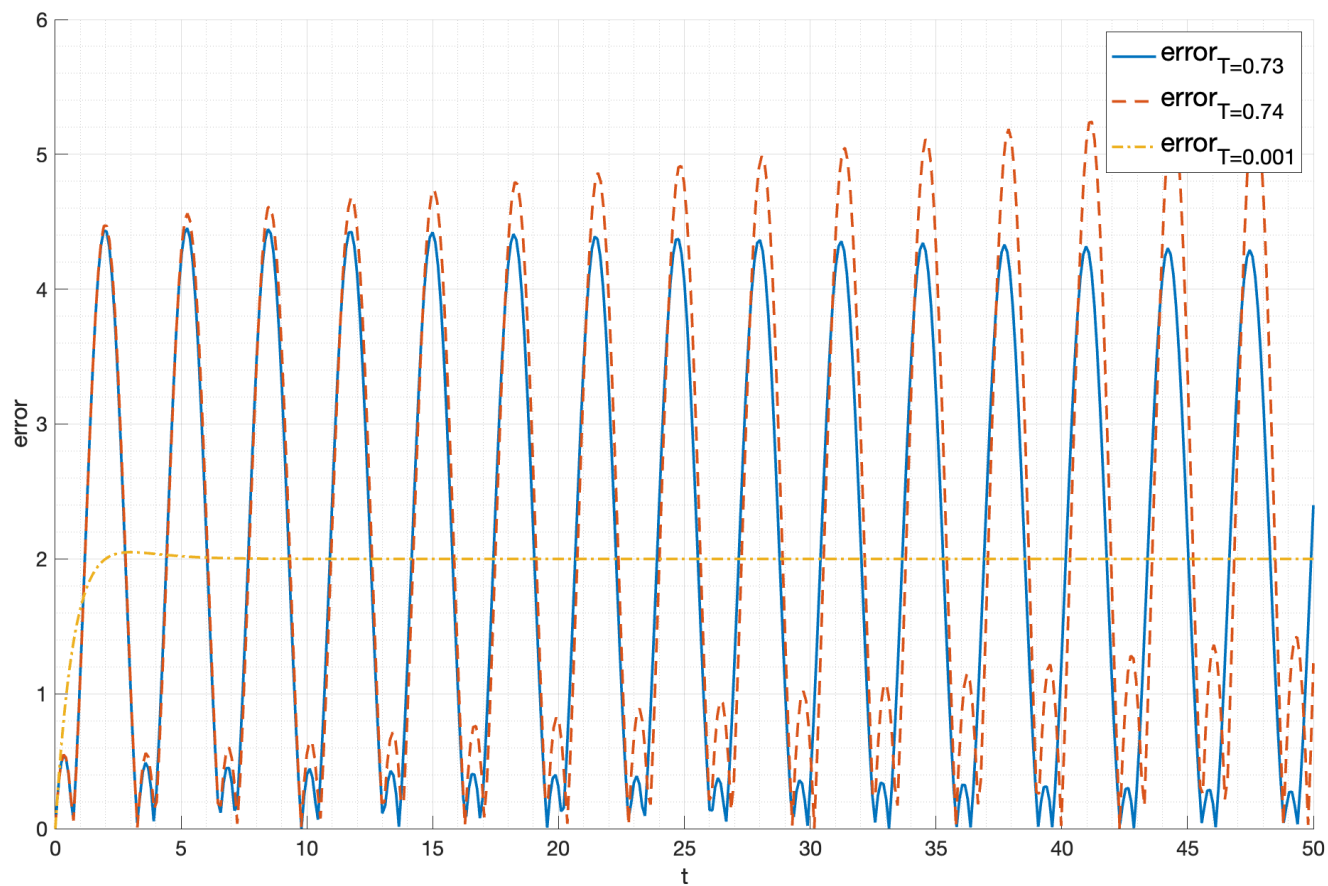


Рис. 8: Графики ошибки

3. Астатизм нулевого порядка

Рассмотрим замкнутую системы с объектом управления, описываемым передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{3}{s^2 + 7.5s + 2} \quad (14)$$

И регулятором, описываемым передаточной функцией:

$$H(s) = k \quad (15)$$

Запишем передаточную функцию замкнутой системы:

$$W_{u \rightarrow y}(s) = \frac{W(s)H(s)}{1 + W(s)H(s)} = \frac{3k}{s^2 + 7.5s + 2 + 3k} \quad (16)$$

Согласно следствию из критерия Гурвица для систем второго порядка, система будет устойчива при:

$$\begin{cases} 7.5 > 0 \\ 2 + 3k > 0 \end{cases} \Rightarrow k > -\frac{2}{3} \quad (17)$$

Найдем передаточную функцию по ошибке:

$$W_{u \rightarrow e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)H(s)} = \frac{s^2 + 7.5s + 2}{s^2 + 7.5s + 2 + 3k} \quad (18)$$

3.1. Статическая система

Найдем образ Лапласа входного воздействия:

$$L\{A\} = \frac{A}{s} \quad (19)$$

Теперь найдем образ Лапласа выходного сигнала:

$$Y = W_{u \rightarrow y}(s)L\{A\} = \frac{3k}{s^2 + 7.5s + 2 + 3k} \frac{A}{s} = \frac{3kA}{s(s^2 + 7.5s + 2 + 3k)} \quad (20)$$

k	e_{set}	e_{fact}
-0.1	2.35	2.31
0.1	1.73	1.75
1	0.8	0.8
10	0.125	0.125

Таблица 1: Сравнение теоретического и фактического установившегося значения ошибки

sY не имеет положительных полюсов, следовательно, система устойчива. Теперь найдем установившееся значение ошибки, согласно теореме о конечном значении:

$$E = W_{u \rightarrow e}(s)L\{A\} = \frac{s^2 + 7.5s + 2}{s^2 + 7.5s + 2 + 3k} \frac{A}{s} \quad (21)$$

$$e_{\text{set}} = \lim_{s \rightarrow 0} sY = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A(s^2 + 7.5s + 2)}{s^2 + 7.5s + 2 + 3k} = \frac{2A}{2 + 3k} \quad (22)$$

Промоделируем систему, представленную на рис. 9.

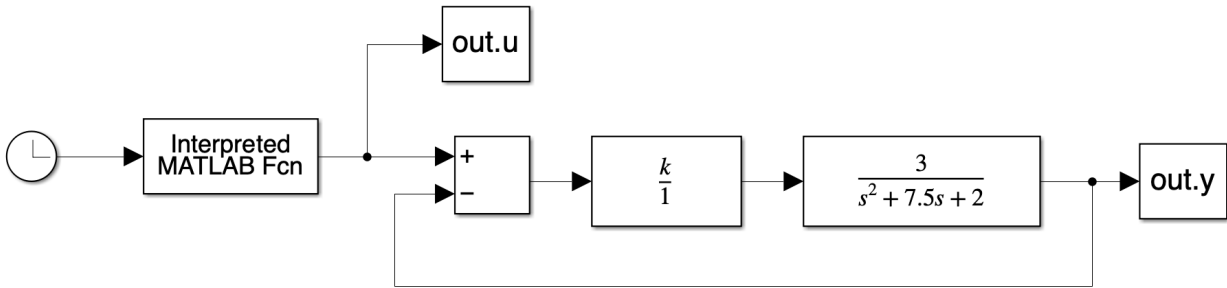


Рис. 9: Схема моделирования системы

Результаты моделирования приведены на рис. 10, 11.

Во всех случаях фактическое значение установившегося значения ошибки совпадает с теоретическим, что подтверждает правильность выводов о стабильности системы и установившемся значении ошибки.

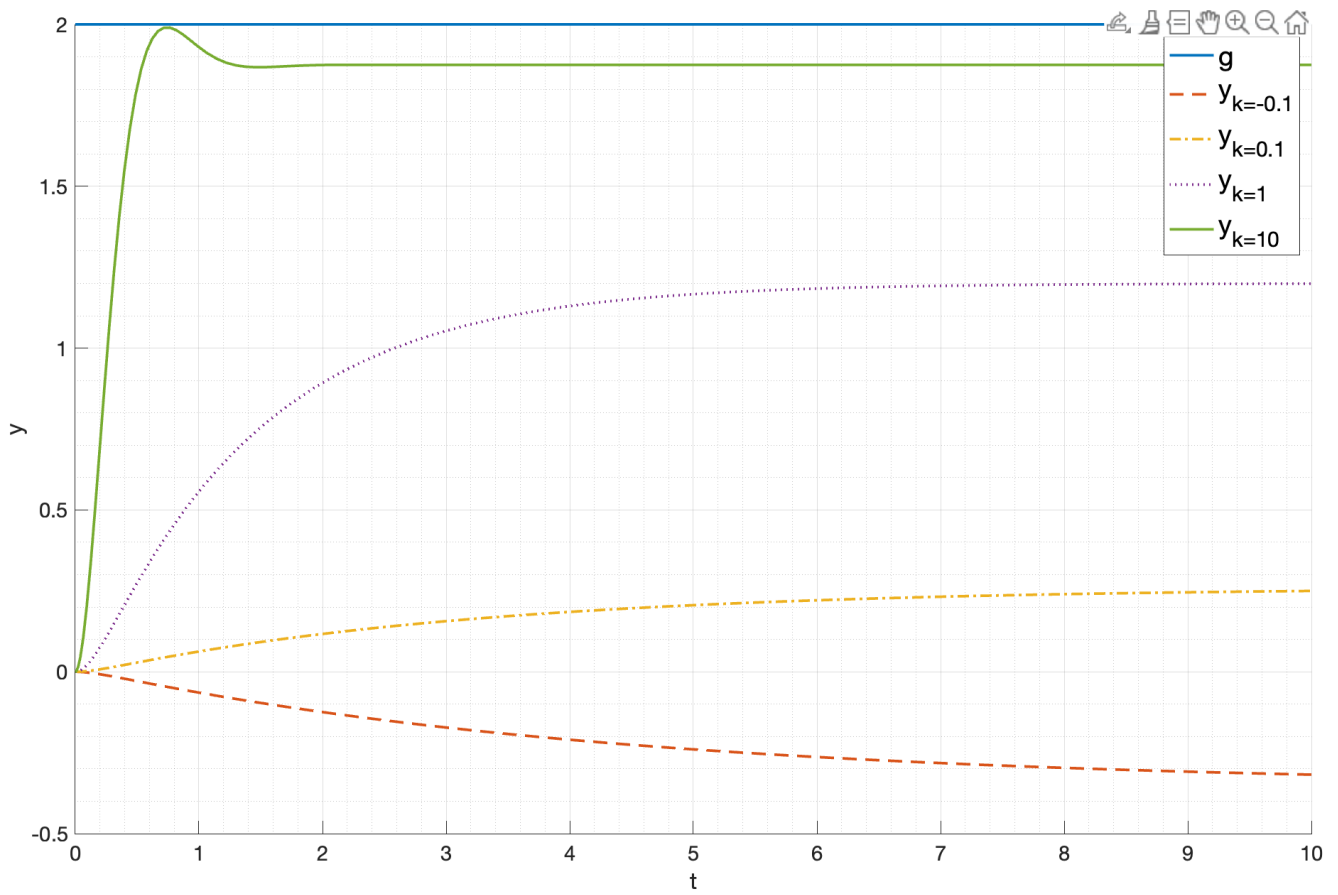


Рис. 10: Моделирование системы с Р регулятором ($u(t) = A$)

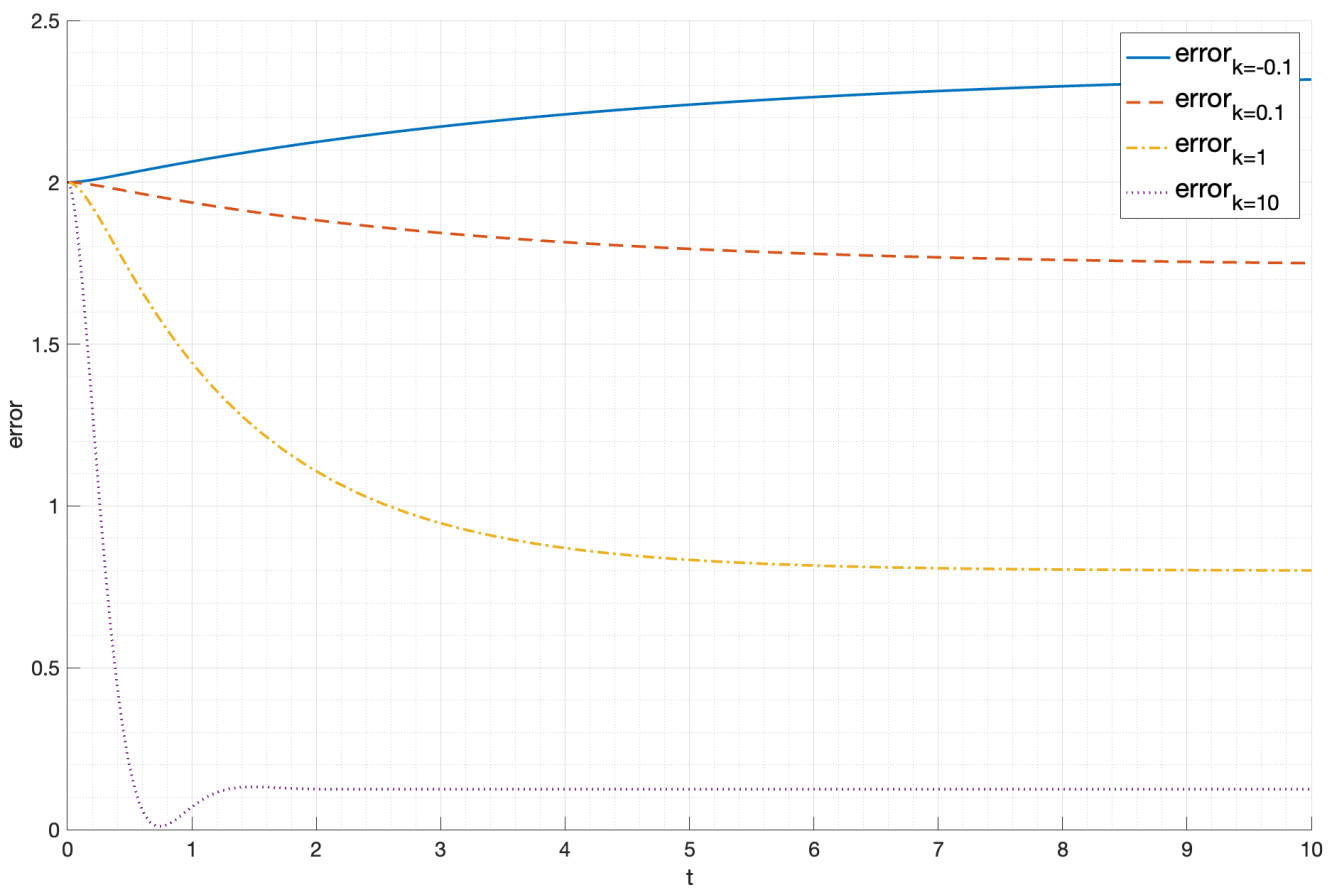


Рис. 11: График ошибки системы с Р регулятором ($u(t) = A$)

3.2. Система с линейно возрастающим входным воздействием

Рассмотрим систему с линейно возрастающим входным воздействием:

$$u(t) = Vt \quad (23)$$

Найдем образ Лапласа входного воздействия:

$$L\{u\} = \frac{V}{s^2} \quad (24)$$

Найдем образ Лапласа выходного сигнала:

$$Y = W_{u \rightarrow y}(s)L\{u\} = \frac{3k}{s^2 + 7.5s + 2 + 3k} \frac{V}{s^2} = \frac{3kV}{s^2(s^2 + 7.5s + 2 + 3k)} \quad (25)$$

Значение sY имеет нулевые полюса, следовательно, теорема о конечном значении не применима.

Проведем моделирование системы с линейно возрастающим входным воздействием. При тех же значениях k (см. рис. 12, 13).

Видно, что при линейно возрастающем входном воздействии система не приходит к установившемуся значению, что подтверждает то, что система является астатической нулевого порядка.

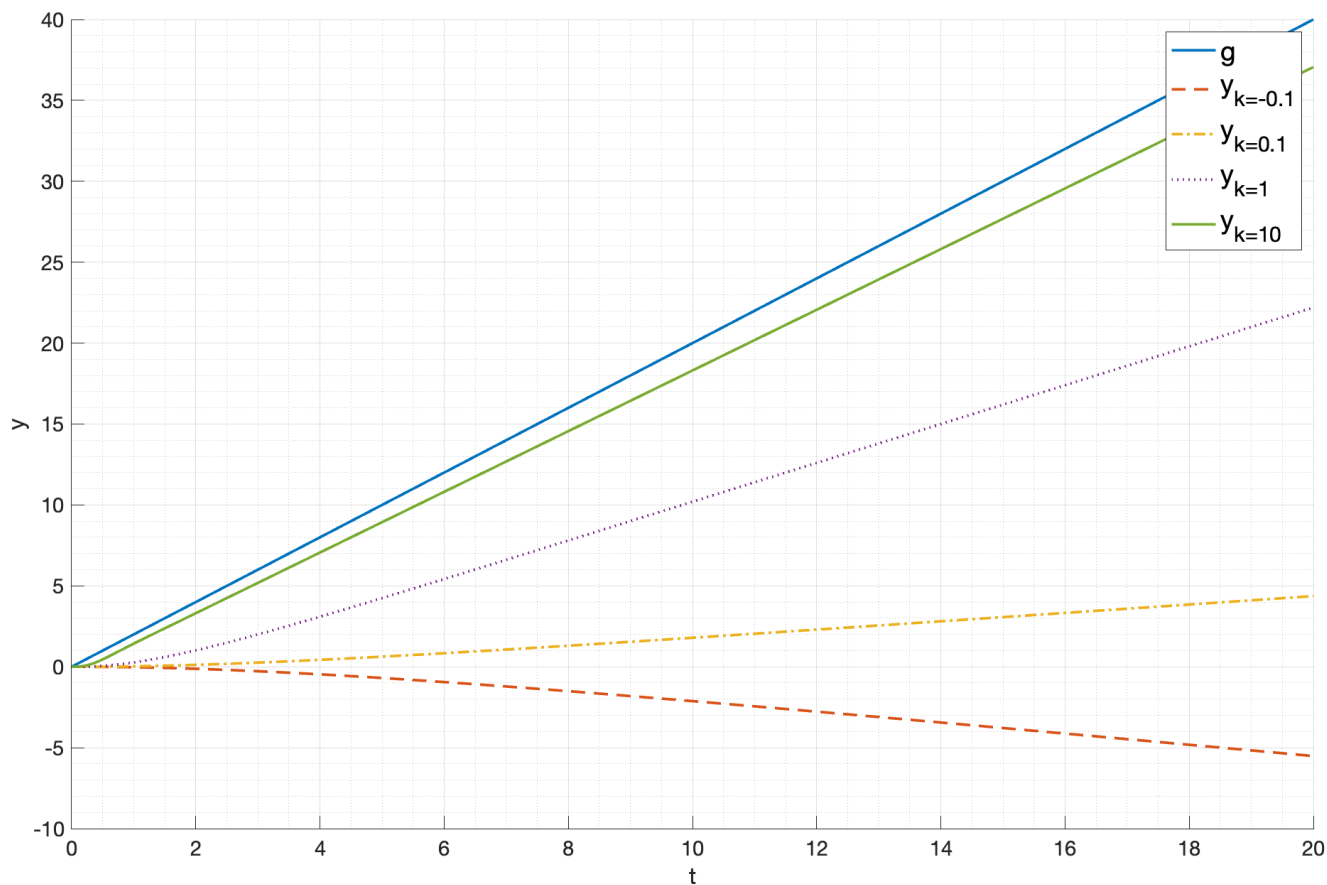


Рис. 12: Моделирование системы с Р регулятором ($u(t) = Vt$)

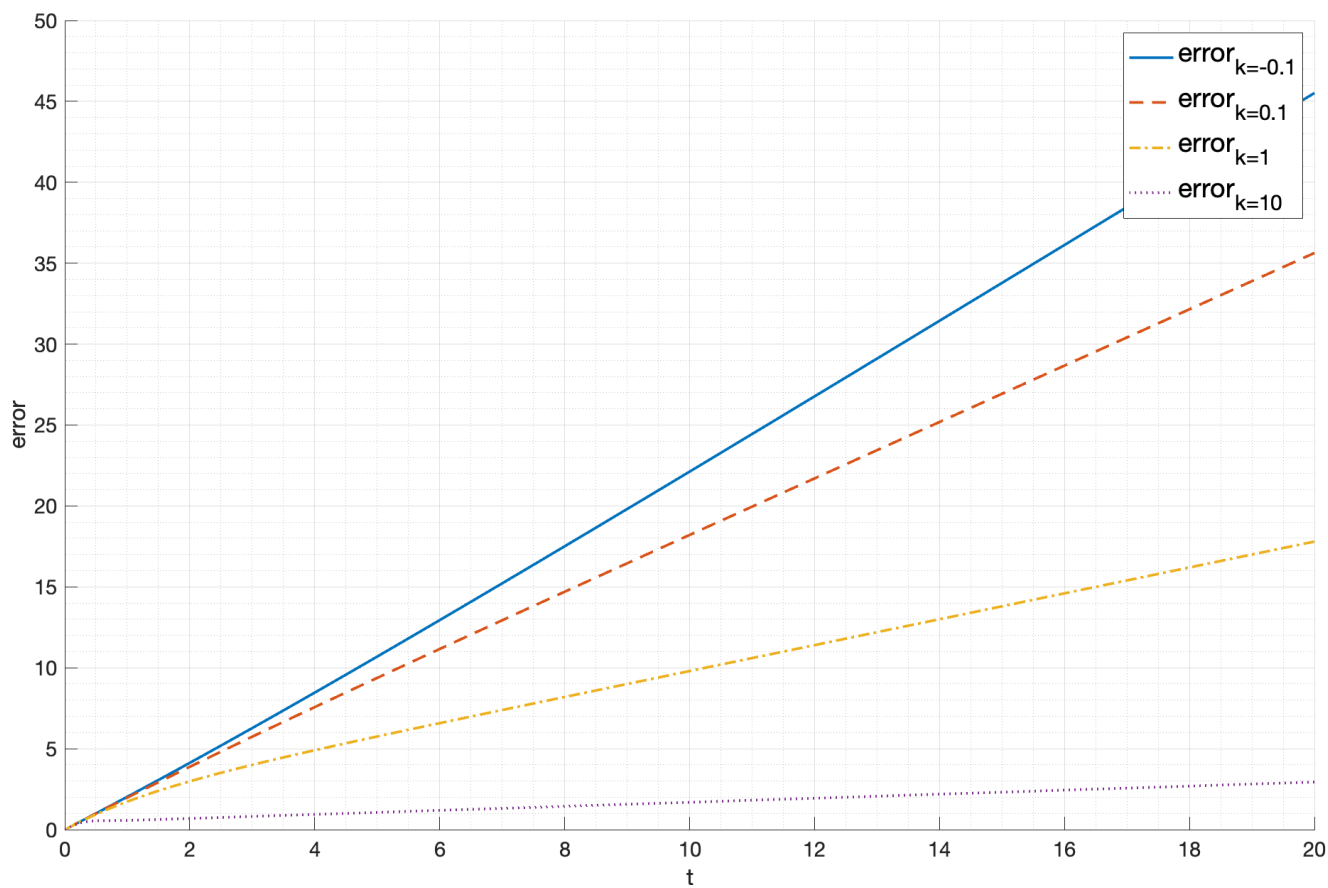


Рис. 13: График ошибки системы с Р регулятором ($u(t) = Vt$)

3.3. Вывод

В данном пункте была рассмотрена система с астатизмом нулевого порядка и Р регулятором, влияние коэффициента k на систему. Была найдена область устойчивости системы и установившееся значение ошибки или показано, что система не будет приходить к установившемуся значению при линейно возрастающем входном воздействии.

4. Астатизм первого порядка. I регулятор

Рассмотрим замкнутую системы с объектом управления, описываемым передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{3}{s^2 + 7.5s + 2} \quad (26)$$

И регулятором, описываемым передаточной функцией:

$$H(s) = \frac{k}{s} \quad (27)$$

Найдем передаточную функцию замкнутой системы:

$$W_{u \rightarrow y}(s) = \frac{W(s)H(s)}{1 + W(s)H(s)} = \frac{3k}{s(s^2 + 7.5s + 2) + 3k} \quad (28)$$

Согласно следствию из критерия Гурвица для систем третьего порядка, система будет устойчива при:

$$\begin{cases} 7.5 > 0 \\ 2 > 0 \\ 3k > 0 \\ 7.5 \cdot 2 > 3k \end{cases} \Rightarrow k < 5 \quad (29)$$

Найдем передаточную функцию по ошибке:

$$W_{u \rightarrow e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)H(s)} = \frac{s(s^2 + 7.5s + 2)}{s(s^2 + 7.5s + 2) + 3k} \quad (30)$$

k	e_{set}	e_{fact}
0.1	0	0.0
0.3	0	0.0
0.5	0	0.0

Таблица 2: Сравнение теоретического и фактического установившегося значения ошибки

4.1. Статическая система

Найдем образ Лапласа входного воздействия:

$$L\{A\} = \frac{A}{s} \quad (31)$$

Теперь найдем образ Лапласа ошибки:

$$E = W_{u \rightarrow e}(s)L\{A\} = \frac{s(s^2 + 7.5s + 2)}{s(s^2 + 7.5s + 2) + 3k} \frac{A}{s} = \frac{A(s^2 + 7.5s + 2)}{s^2 + 7.5s + 2 + 3k} \quad (32)$$

Согласно теореме о конечном значении, установившееся значение ошибки равно:

$$e_{\text{set}} = \lim_{s \rightarrow 0} sE = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A(s^2 + 7.5s + 2)}{s^2 + 7.5s + 2 + 3k} = \frac{2sA}{3k} = 0 \quad (33)$$

Проведем моделирование системы с линейно возрастающим входным воздействием при значениях $k = \{0.1, 0.3, 0.5\}$. Результаты моделирования приведены на рис. 14, 15.

Видно, что во всех трех случаях система устойчива и ошибки стремятся к нулю, что соответствует теоретическим расчетам.

4.2. Система с линейно возрастающим входным воздействием

Рассмотрим систему с линейно возрастающим входным воздействием:

$$u(t) = Vt \quad (34)$$

Найдем образ Лапласа входного воздействия:

$$L\{u\} = \frac{V}{s^2} \quad (35)$$

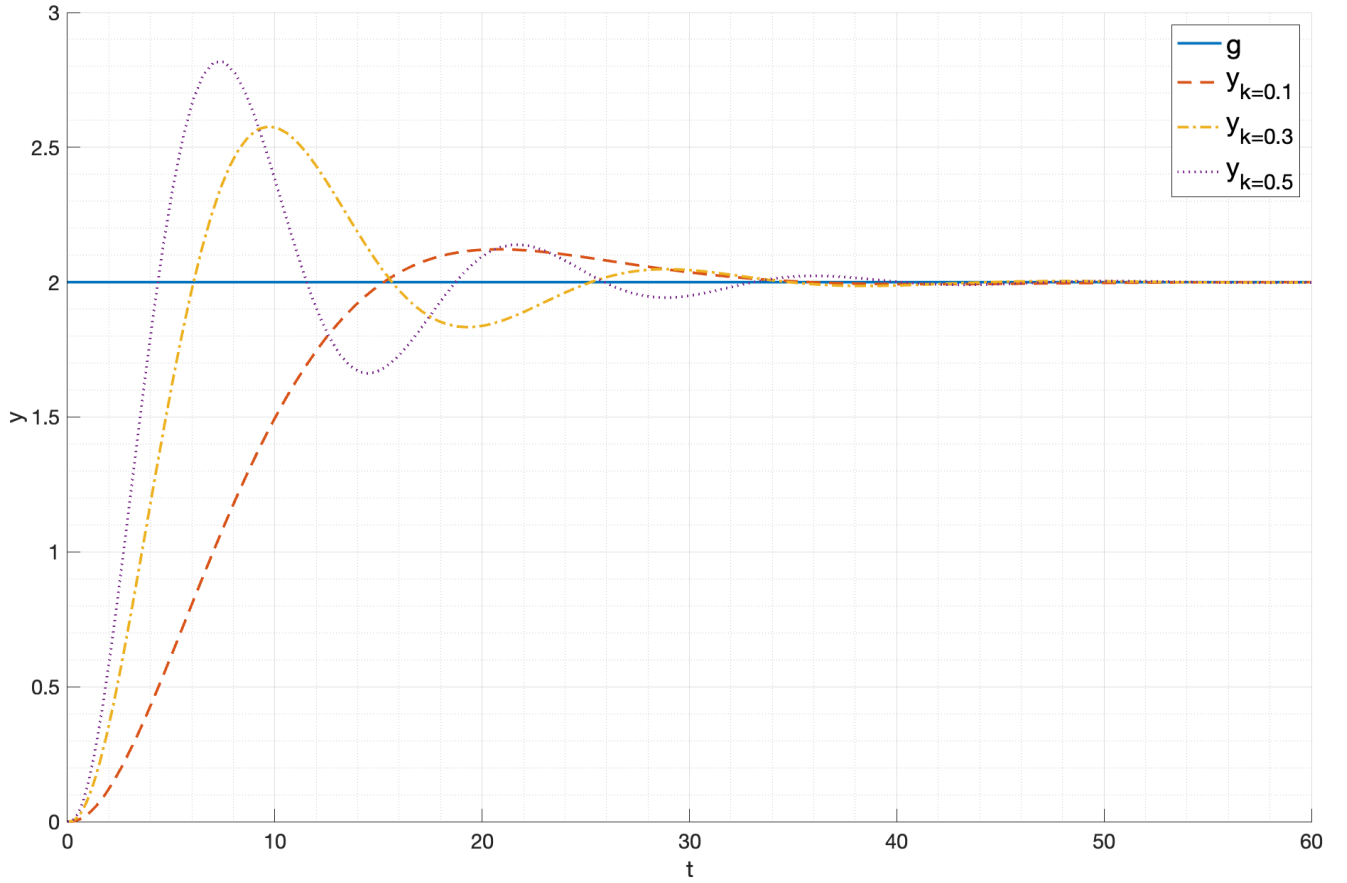


Рис. 14: Моделирование системы с I регулятором ($u(t) = Vt$)

Найдем образ Лапласа ошибки:

$$E = W_{u \rightarrow e}(s)L\{u\} = \frac{s(s^2 + 7.5s + 2)}{s(s^2 + 7.5s + 2) + 3k} \frac{V}{s^2} = \frac{V(s^2 + 7.5s + 2)}{s(s(s^2 + 7.5s + 2) + 3k)} \quad (36)$$

Согласно теореме о конечном значении, установившееся значение ошибки равно:

$$e_{\text{set}} = \lim_{s \rightarrow 0} sE = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{V(s^2 + 7.5s + 2)}{s(s(s^2 + 7.5s + 2) + 3k)} = \frac{2V}{3k} \quad (37)$$

Проведем моделирование системы с линейно возрастающим входным воздействием при значениях $k = \{0.1, 0.3, 0.5\}$. Результаты моделирования приведены на рис. 16, 17.

k	e_{set}	e_{fact}
0.1	6.67	6.67
0.3	2.22	2.22
0.5	1.33	1.33

Таблица 3: Сравнение теоретического и фактического установившегося значения ошибки

Видно, что во всех трех случаях система устойчива и ошибки стремятся к теоретическим значениям.

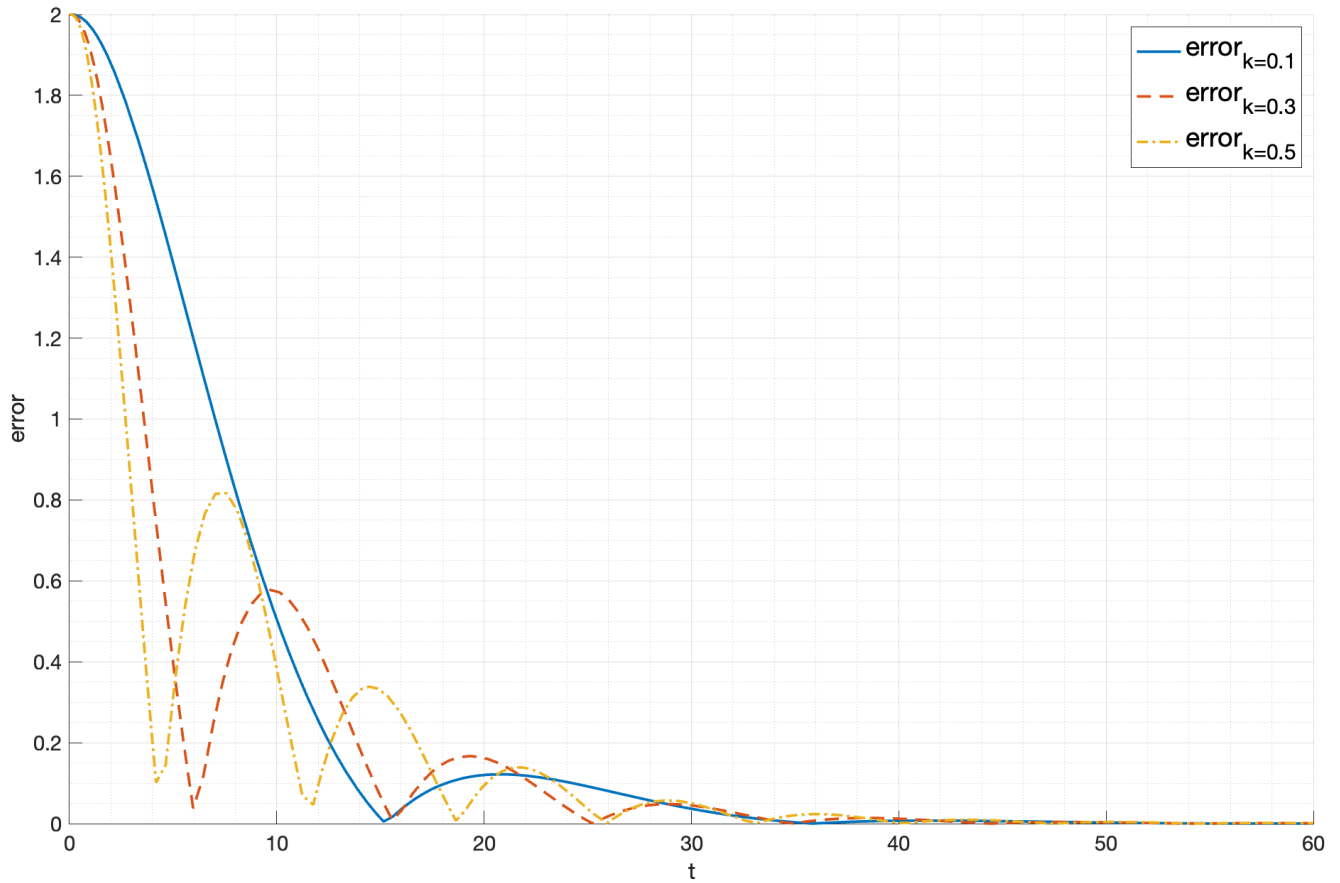


Рис. 15: График ошибки системы с I регулятором ($u(t) = Vt$)

4.3. Квадратичное входное воздействие

Рассмотрим систему с квадратичным входным воздействием:

$$u(t) = \frac{at^2}{2} \quad (38)$$

Найдем образ Лапласа входного воздействия:

$$L\{u\} = \frac{a}{s^3} \quad (39)$$

Найдем образ Лапласа ошибки:

$$E = W_{u \rightarrow e}(s)L\{u\} = \frac{s(s^2 + 7.5s + 2)}{s(s^2 + 7.5s + 2) + 3k} \frac{a}{s^3} = \frac{a(s^2 + 7.5s + 2)}{s^2(s(s^2 + 7.5s + 2) + 3k)} \quad (40)$$

Значение sE имеет нулевые полюса, следовательно, теорема о конечном значении не применима.

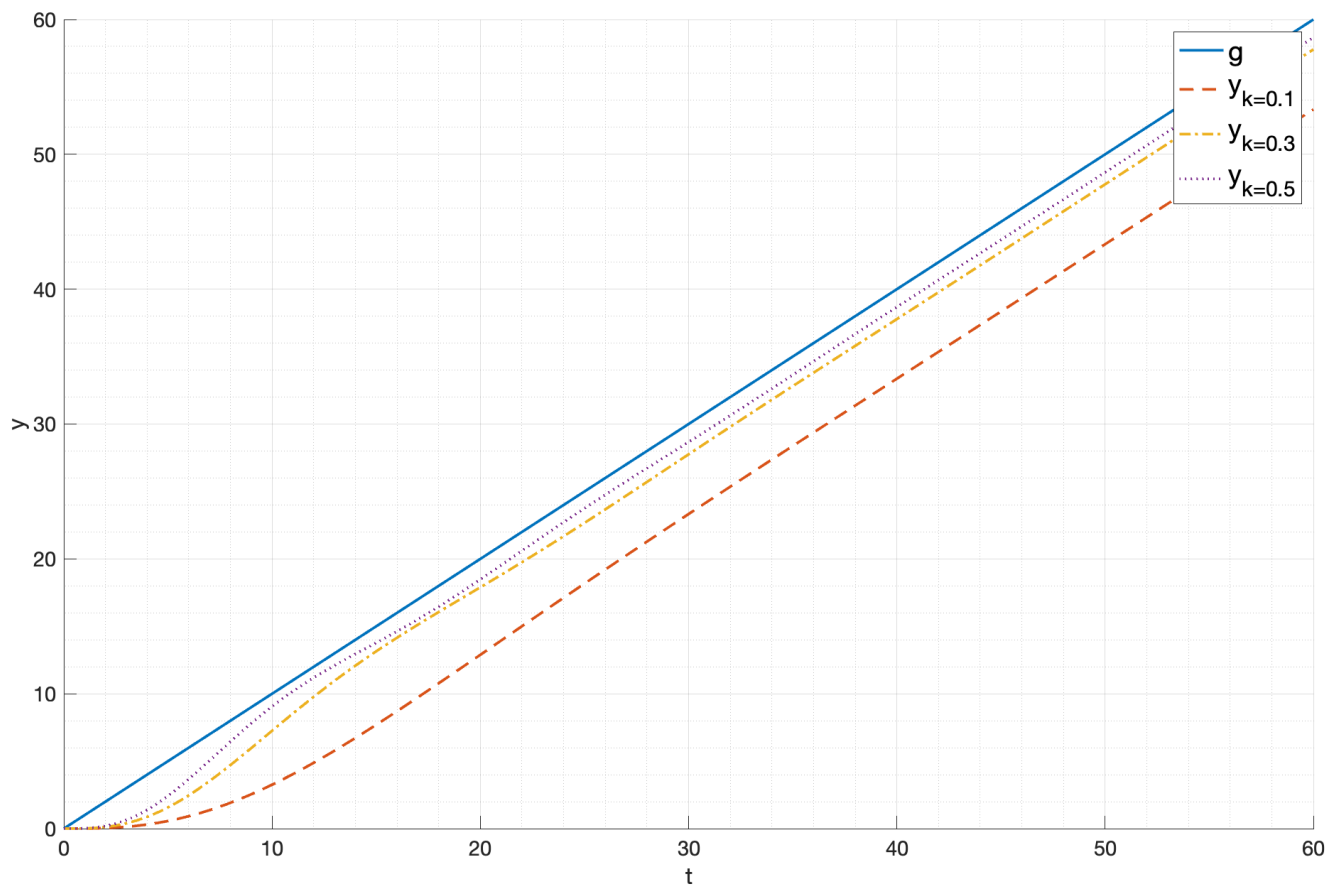


Рис. 16: Моделирование системы с I регулятором ($u(t) = Vt$)

Проведем моделирование системы с квадратичным входным воздействием при значениях $k = \{0.1, 0.3, 0.5\}$. Результаты моделирования приведены на рис. 18, 19.

Видно, что во всех случаях ошибка нарастает, что подтверждает то, что система является астатической первого порядка.

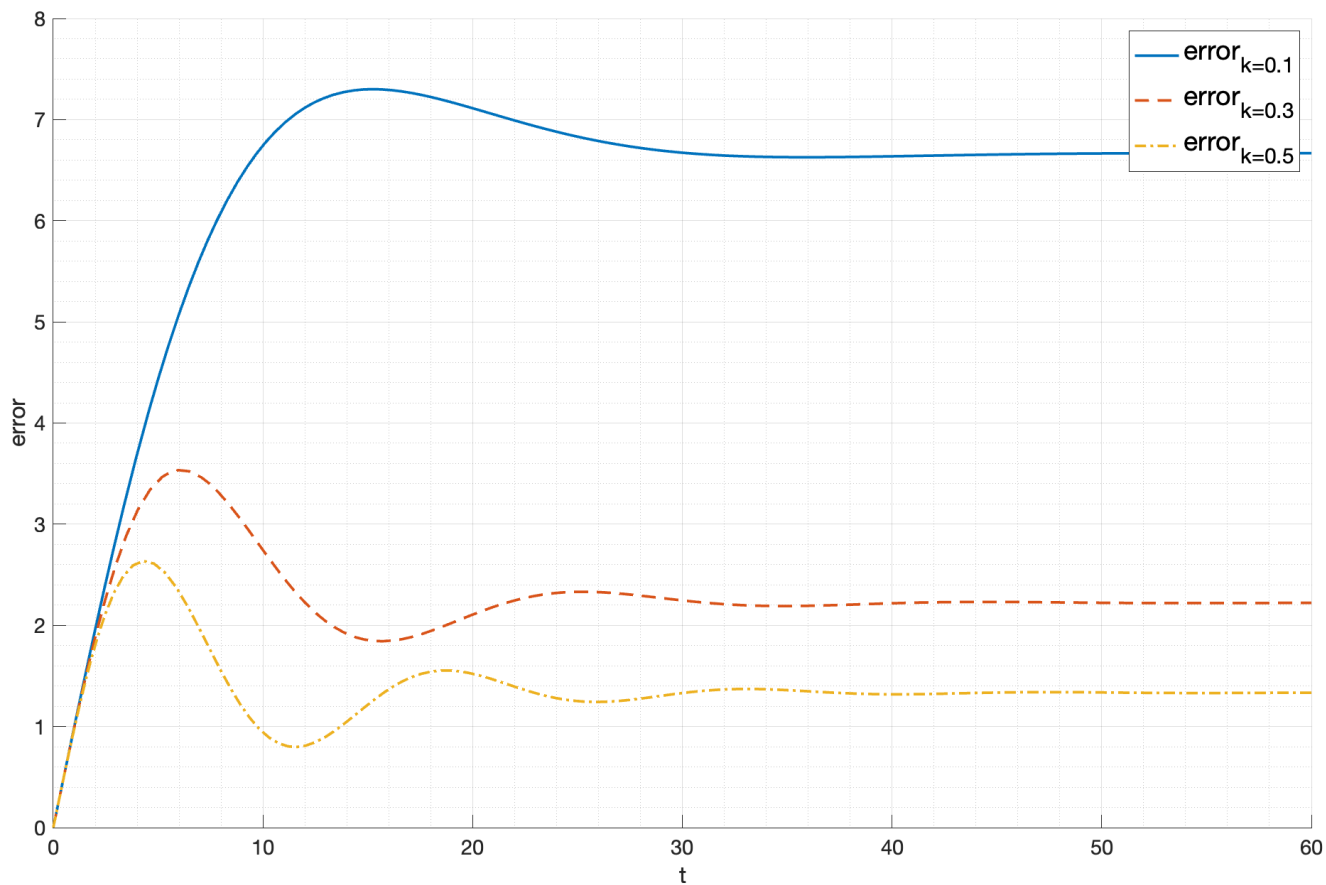


Рис. 17: График ошибки системы с I регулятором ($u(t) = Vt$)

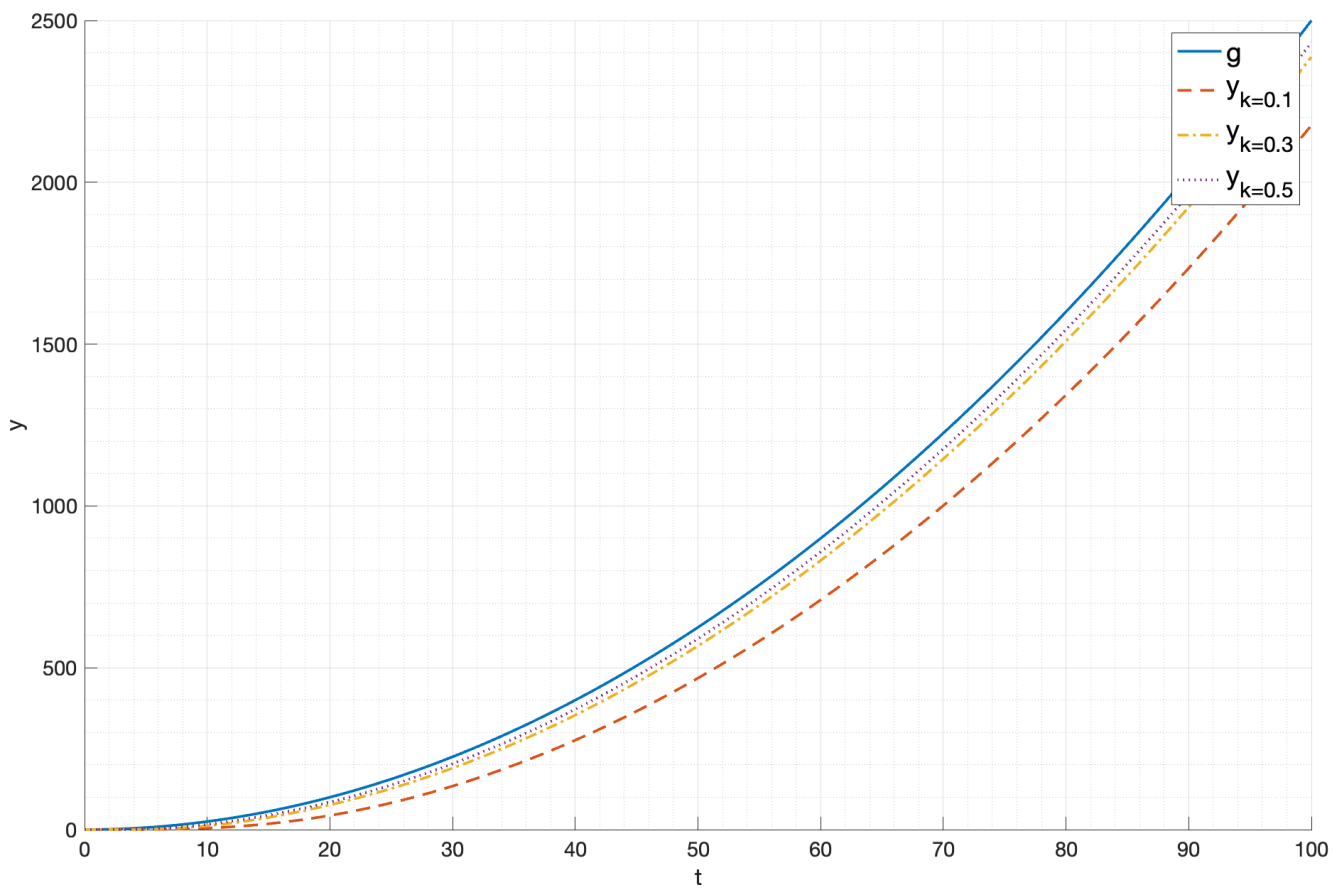


Рис. 18: Моделирование системы с I регулятором ($u(t) = \frac{at^2}{2}$)

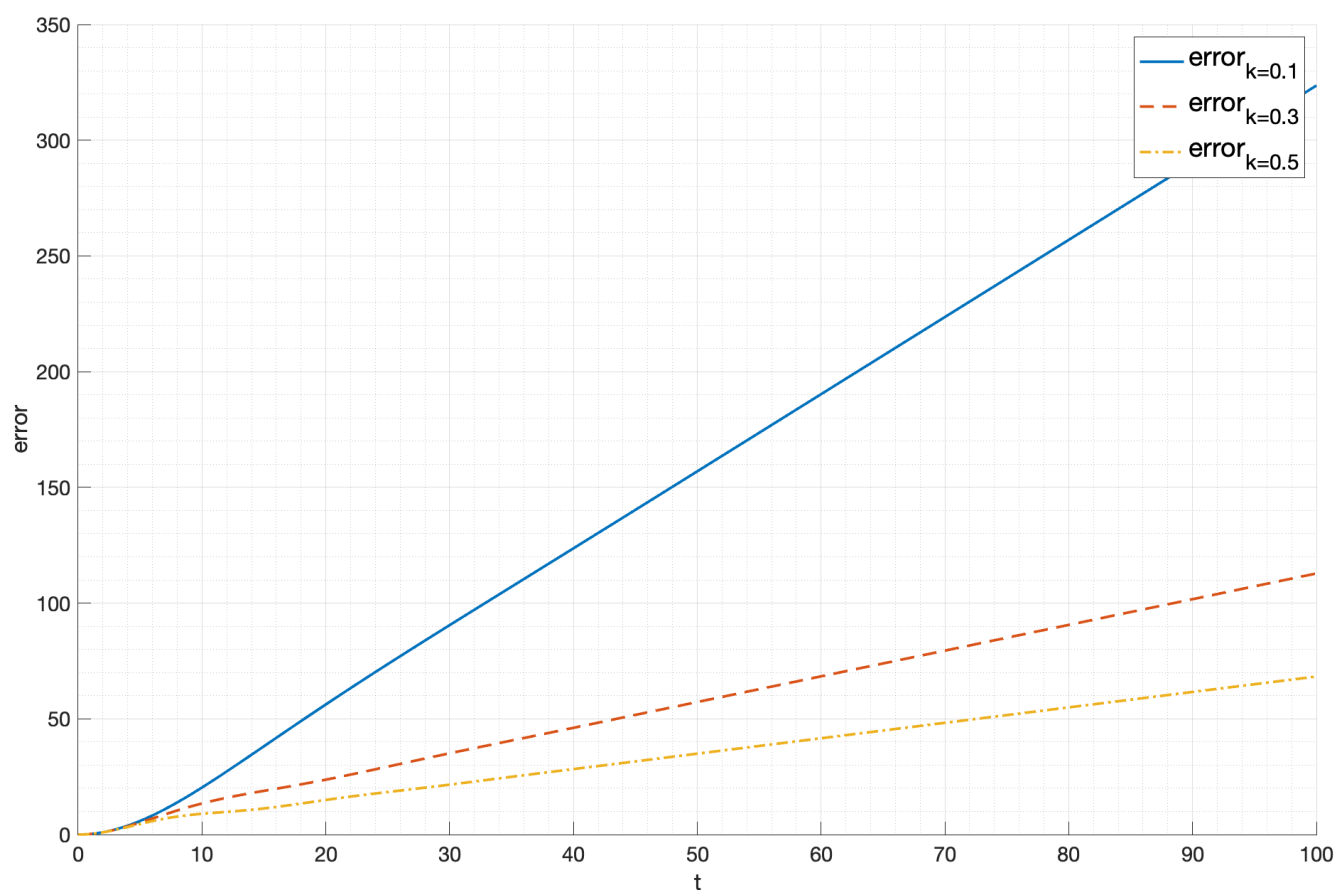


Рис. 19: График ошибки системы с I регулятором ($u(t) = \frac{at^2}{2}$)

4.4. Вывод

В данном пункте была рассмотрена система с I регулятором, который позволяет получить систему с астатизмом первого порядка. Было найдено теоретическое значение установившегося значения ошибки, которое совпало с фактическим значением. Для квадратичного выходного воздействия было показано, что ошибка не сходится к значению, что подтверждает астатизм первого порядка.

5. Астатизм первого порядка. PI регулятор

Рассмотрим замкнутую системы с объектом управления, описываемым передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{3}{s^2 + 7.5s + 2} \quad (41)$$

И регулятором, описываемым передаточной функцией:

$$H(s) = k_p + \frac{k_i}{s} \quad (42)$$

Запишем передаточную функцию замкнутой системы:

$$W_{u \rightarrow y}(s) = \frac{W(s)H(s)}{1 + W(s)H(s)} = \frac{3(k_p + \frac{k_i}{s})}{s^2 + 7.5s + 2 + 3(k_p + \frac{k_i}{s})} = \frac{3k_p s + 3k_i}{s^3 + 7.5s^2 + (2 + 3k_p)s + 3k_i} \quad (43)$$

Согласно следствию из критерия Гурвица для систем третьего порядка, система будет устойчива при:

$$\begin{cases} 7.5 > 0 \\ 2 + 3k_p > 0 \\ 3k_i > 0 \\ 7.5 \cdot 2 > 3k_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_p > -\frac{2}{3} \\ k_i > 0 \\ k_i < 5 \end{cases} \quad (44)$$

Найдем передаточную функцию по ошибке:

$$W_{u \rightarrow e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)H(s)} = \frac{1}{1 + \frac{3}{s^2 + 7.5s + 2}(k_p + \frac{k_i}{s})} = \frac{s^3 + 7.5s^2 + 2s}{s^3 + 7.5s^2 + (2 + 3k_p)s + 3k_i} \quad (45)$$

5.1. Система с линейно возрастающим входным воздействием

Рассмотрим систему с линейно возрастающим входным воздействием:

$$u(t) = Vt \quad (46)$$

Найдем образ Лапласа входного воздействия:

$$L\{u\} = \frac{V}{s^2} \quad (47)$$

Найдем образ Лапласа выходного сигнала:

$$Y = W_{u \rightarrow y}(s)L\{u\} = \frac{3k_p s + 3k_i}{s^3 + 7.5s^2 + (2 + 3k_p)s + 3k_i} \frac{V}{s^2} \quad (48)$$

И образ Лапласа ошибки:

$$E = W_{u \rightarrow e}(s)L\{u\} = \frac{s^3 + 7.5s^2 + 2s}{s^3 + 7.5s^2 + (2 + 3k_p)s + 3k_i} \frac{V}{s^2} \quad (49)$$

Согласно теореме о конечном значении, установившееся значение ошибки равно:

$$e_{\text{set}} = \lim_{s \rightarrow 0} sE = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{V(s^2 + 7.5s + 2)}{s^3 + 7.5s^2 + (2 + 3k_p)s + 3k_i} = \frac{2V}{3k_i} \quad (50)$$

В качестве значений коэффициентов возьмем:

k_p	k_i
1	0.1
5	0.3
10	0.5

Таблица 4: Значения коэффициентов для PI регулятора

Для всех возможных комбинаций коэффициентов промоделируем систему.

При $k_p = 1$ графики выходного сигнала и ошибки приведены на рис. 20 и 21 соответственно.

При $k_p = 5$ графики выходного сигнала и ошибки приведены на рис. 22 и 23 соответственно.

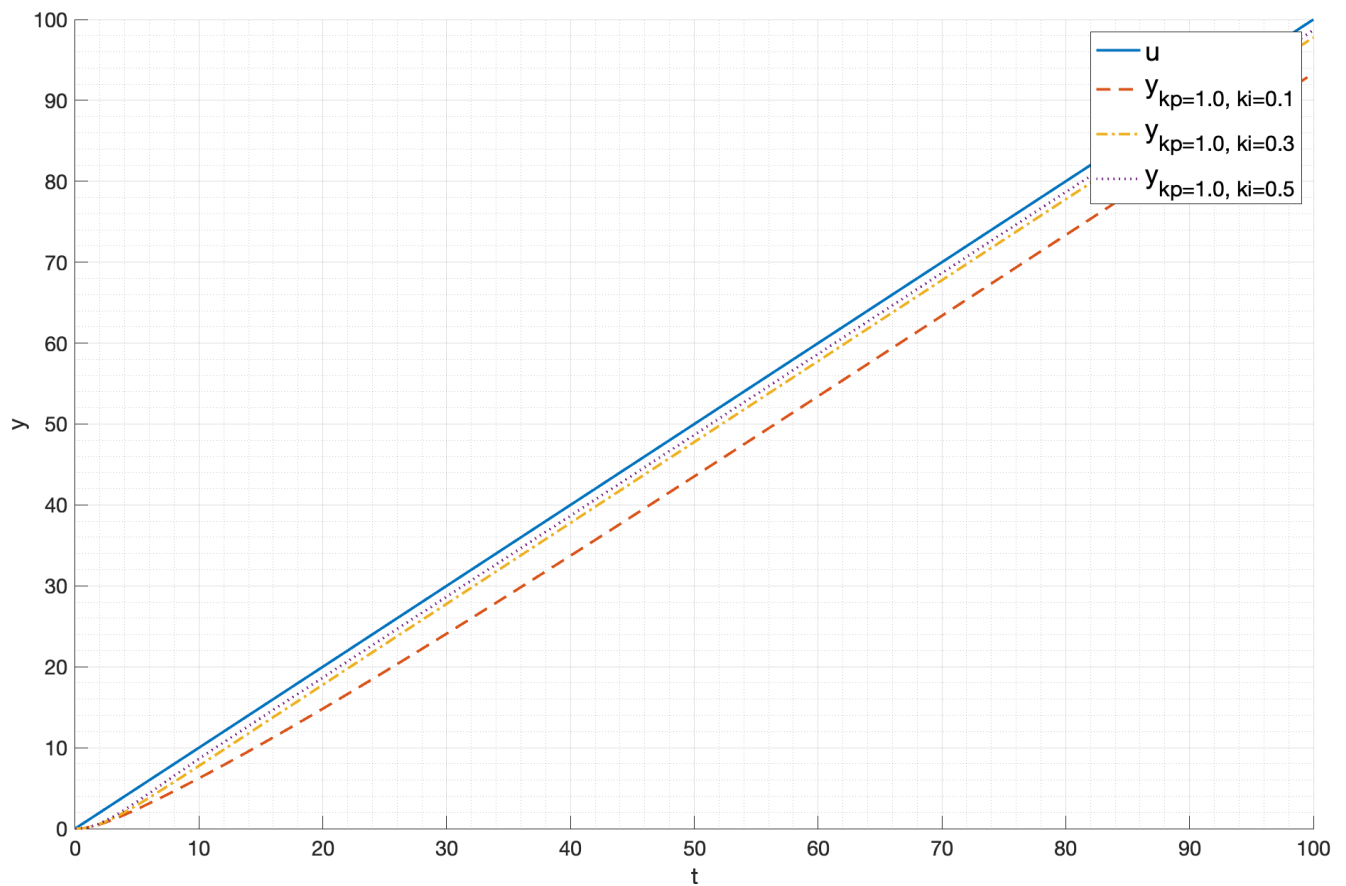


Рис. 20: График выходного сигнала при $k_p = 1$

При $k_p = 10$ графики выходного сигнала и ошибки приведены на рис. 24 и 25 соответственно.

Во всех случаях система сходится к заданному значению с постоянной ошибкой, равной теоретическому значению. Коэффициенты k_p и k_i влияют на скорость сходимости системы и на величину ошибки. При увеличении коэффициента k_p система быстрее сходится к установившемуся значению, при увеличении коэффициента k_i уменьшается ошибка.

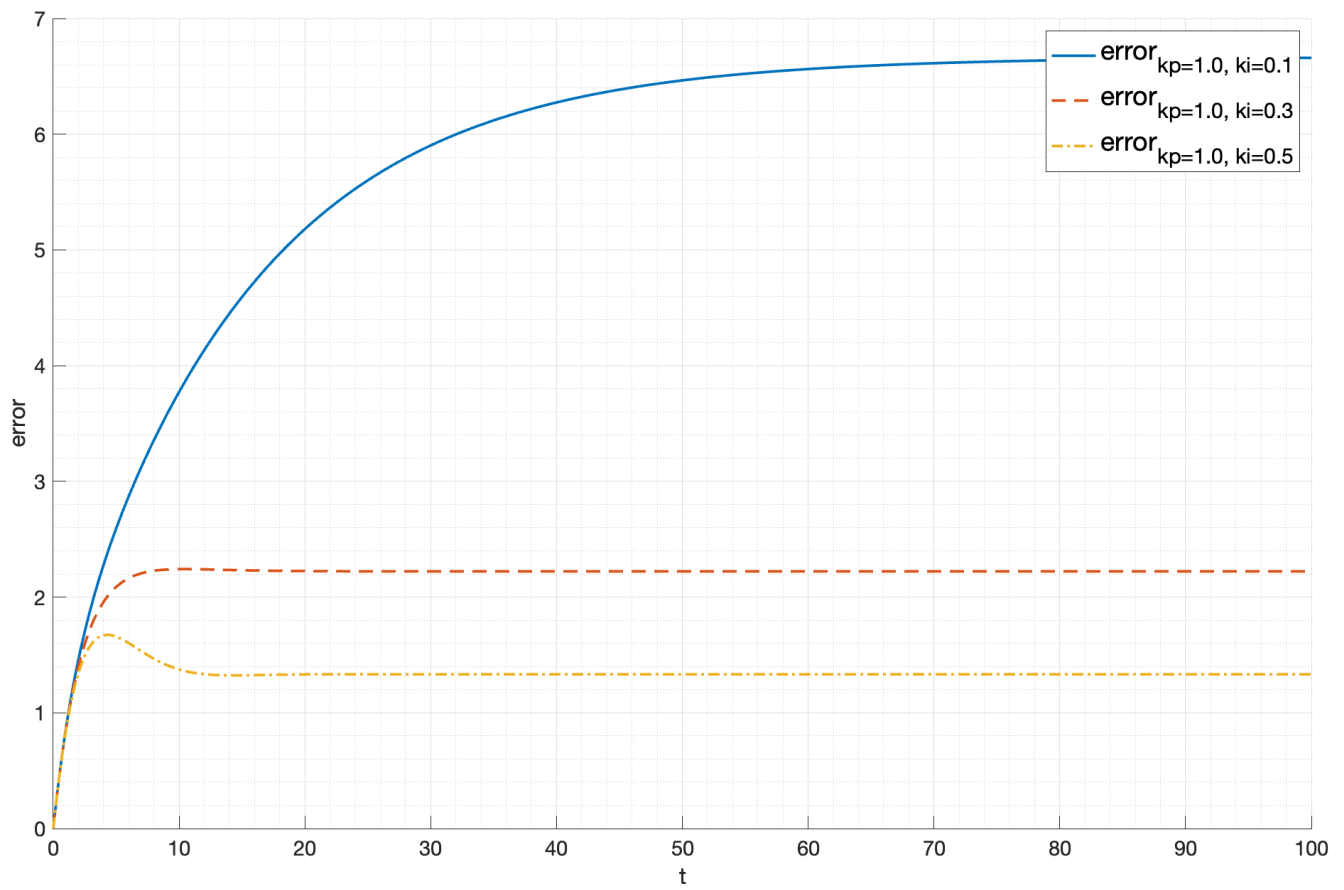


Рис. 21: График ошибки при $k_p = 1$

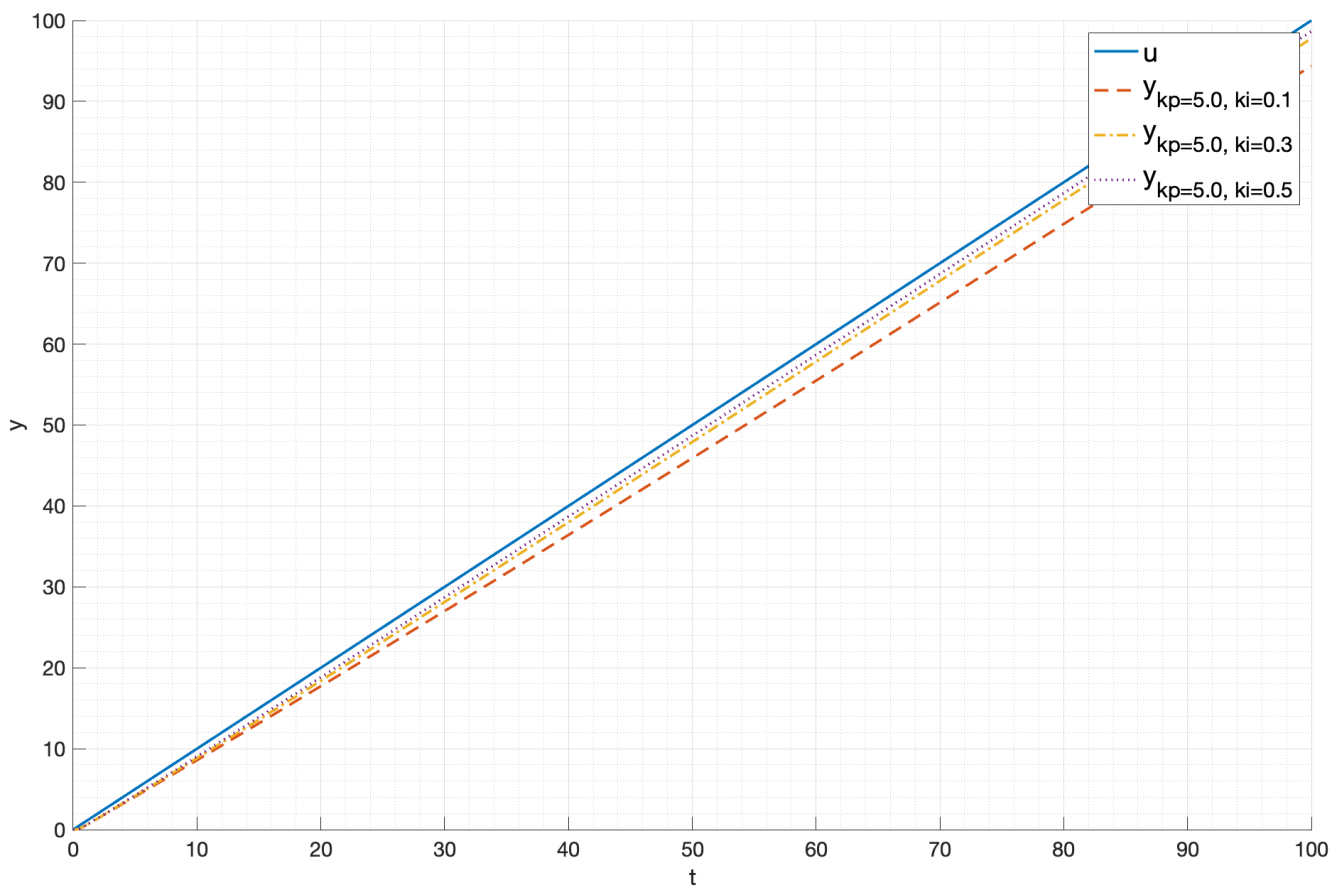


Рис. 22: График выходного сигнала при $k_p = 5$

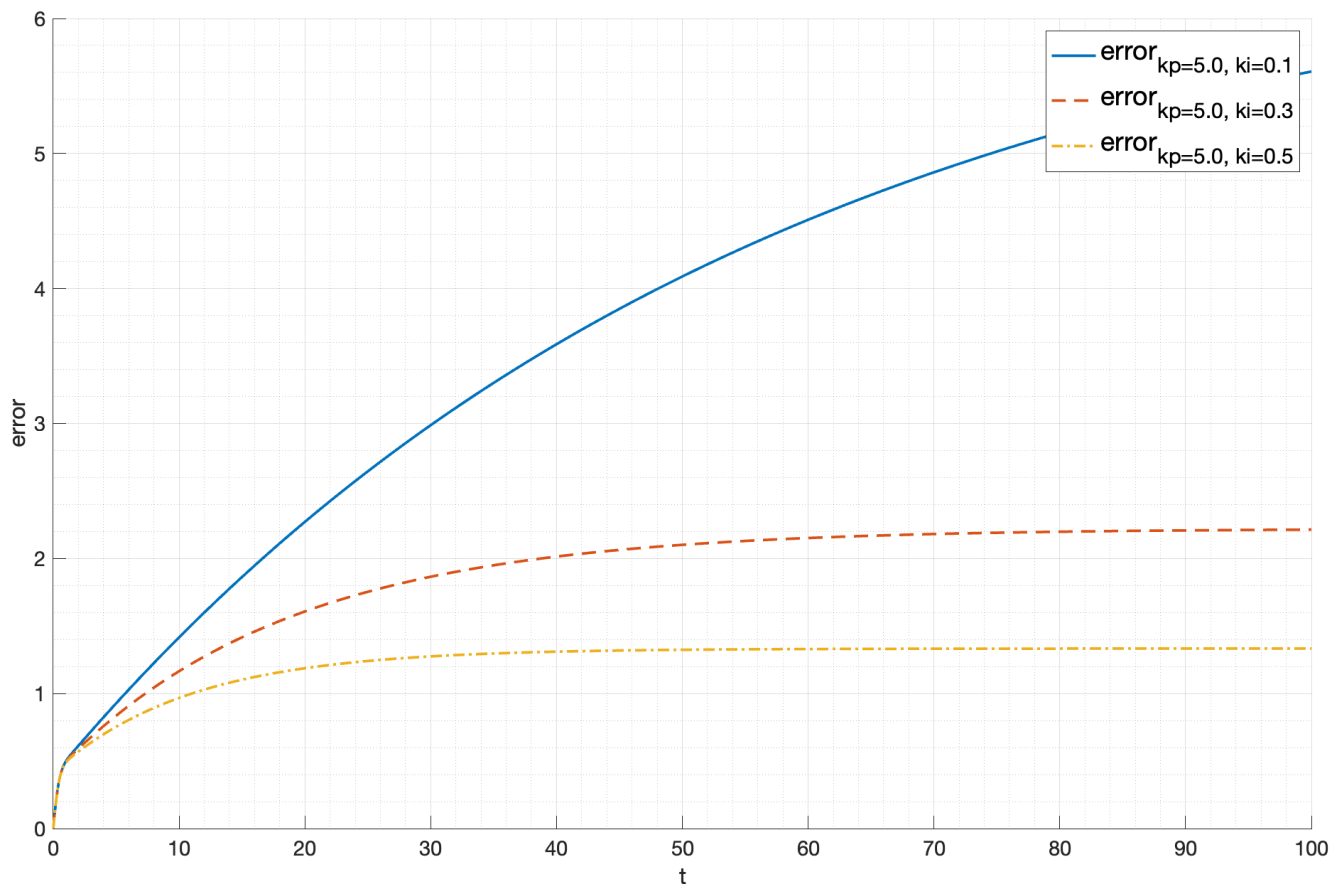


Рис. 23: График ошибки при $k_p = 5$

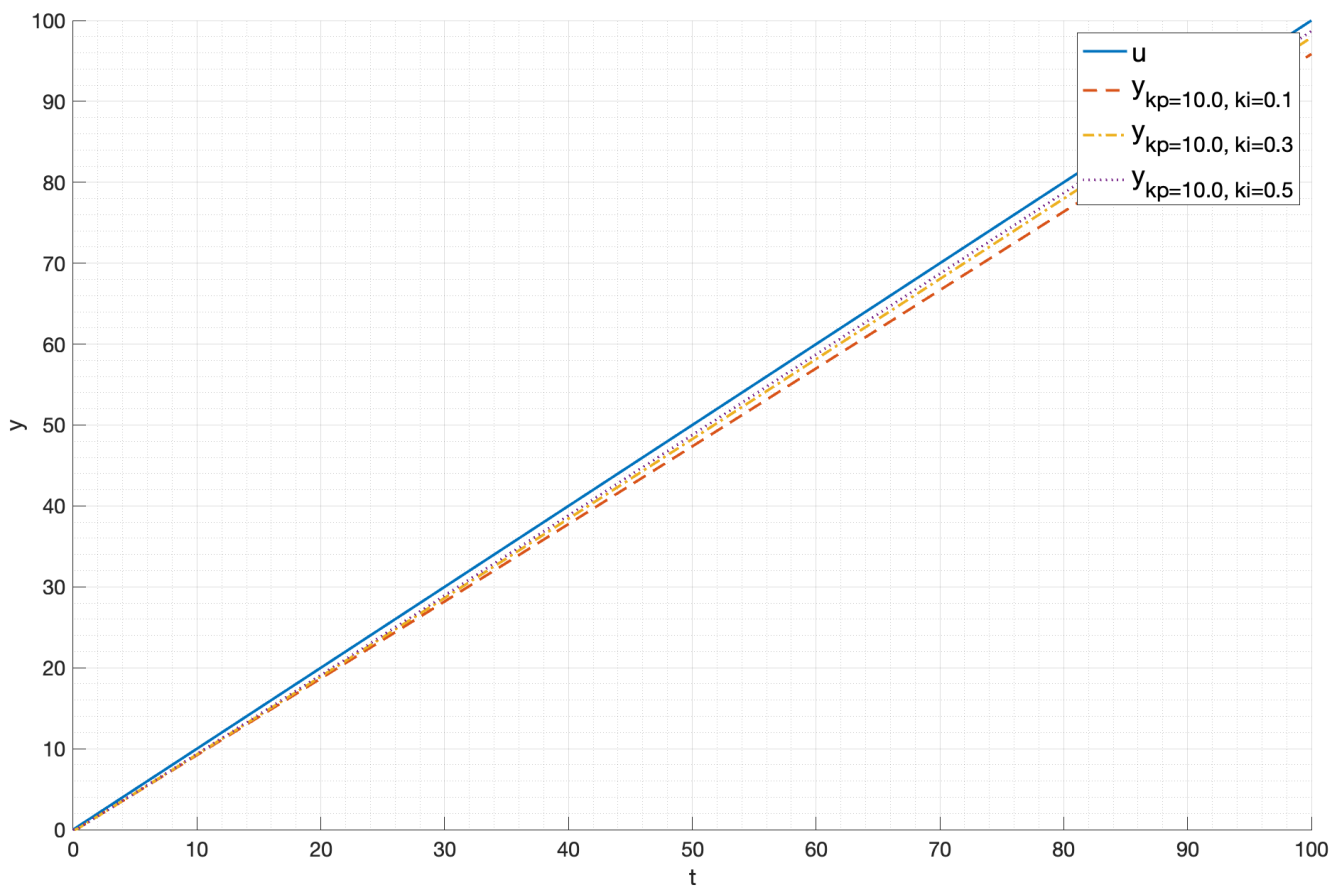


Рис. 24: График выходного сигнала при $k_p = 10$

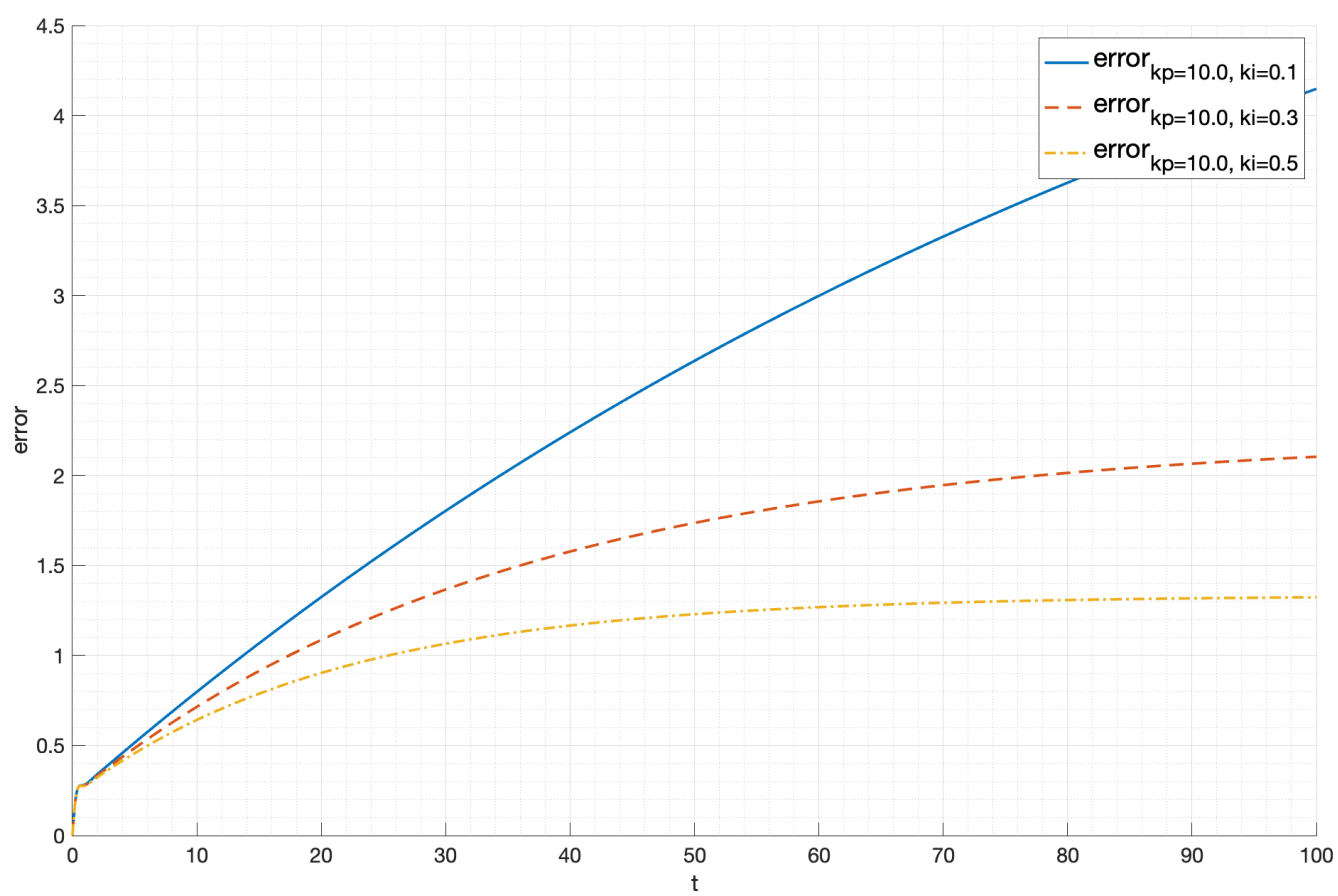


Рис. 25: График ошибки при $k_p = 10$

5.2. Слежение за гармоническим воздействием

Рассмотрим систему с гармоническим входным воздействием:

$$u(t) = A \sin(\omega t) \quad (51)$$

При $k_p = 1$ графики выходного сигнала и ошибки приведены на рис. 26 и 27 соответственно.

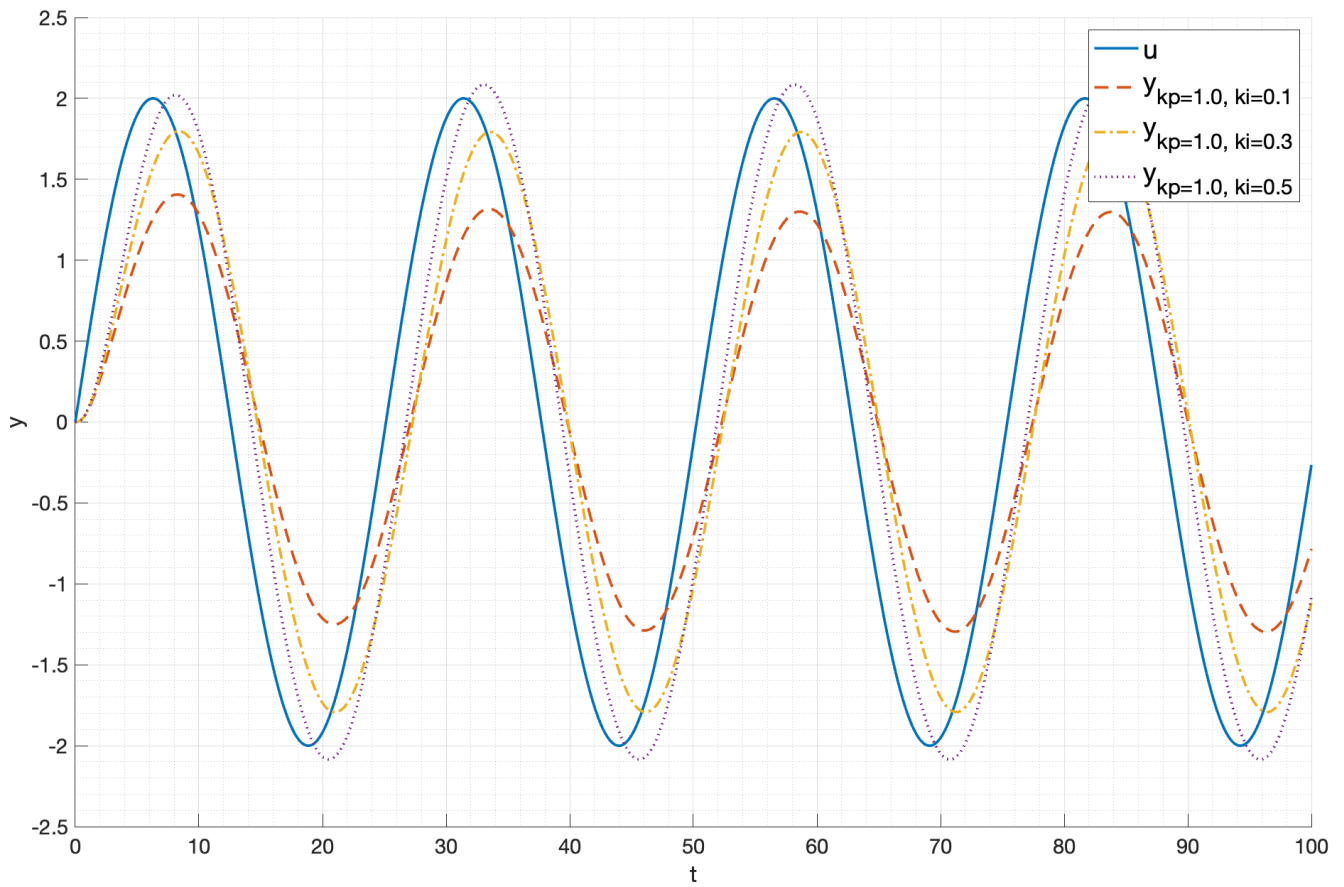


Рис. 26: График выходного сигнала при $k_p = 1$

При $k_p = 5$ графики выходного сигнала и ошибки приведены на рис. 28 и 29 соответственно.

При $k_p = 10$ графики выходного сигнала и ошибки приведены на рис. 30 и 31 соответственно.

Видно, что при увеличении коэффициента k_p уменьшается ошибка по фазе, при увеличении коэффициента k_i уменьшается ошибка по амплитуде.

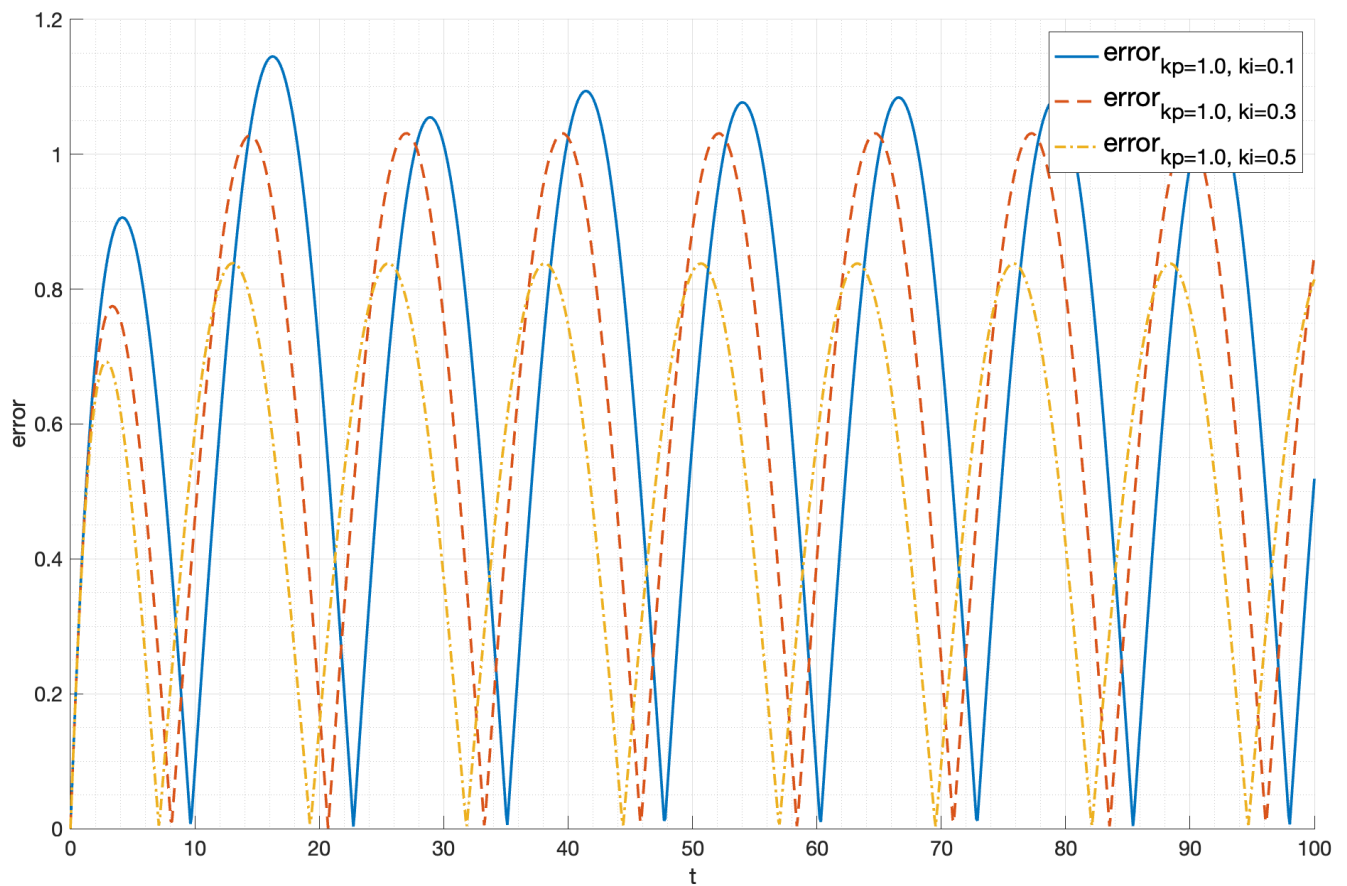


Рис. 27: График ошибки при $k_p = 1$

5.3. Вывод

В данном разделе была рассмотрена система с астатизмом первого порядка и ПИ регулятором, влияние коэффициентов k_p и k_i на систему. Можно сделать вывод, что коэффициенты k_p и k_i влияют на скорость сходимости системы и на величину ошибки. Конкретный характер влияния зависит от вида входного воздействия, но в целом можно сказать, что при увеличении коэффициента k_p система быстрее сходится к установившемуся значению, при увеличении коэффициента k_i уменьшается статическая ошибка.

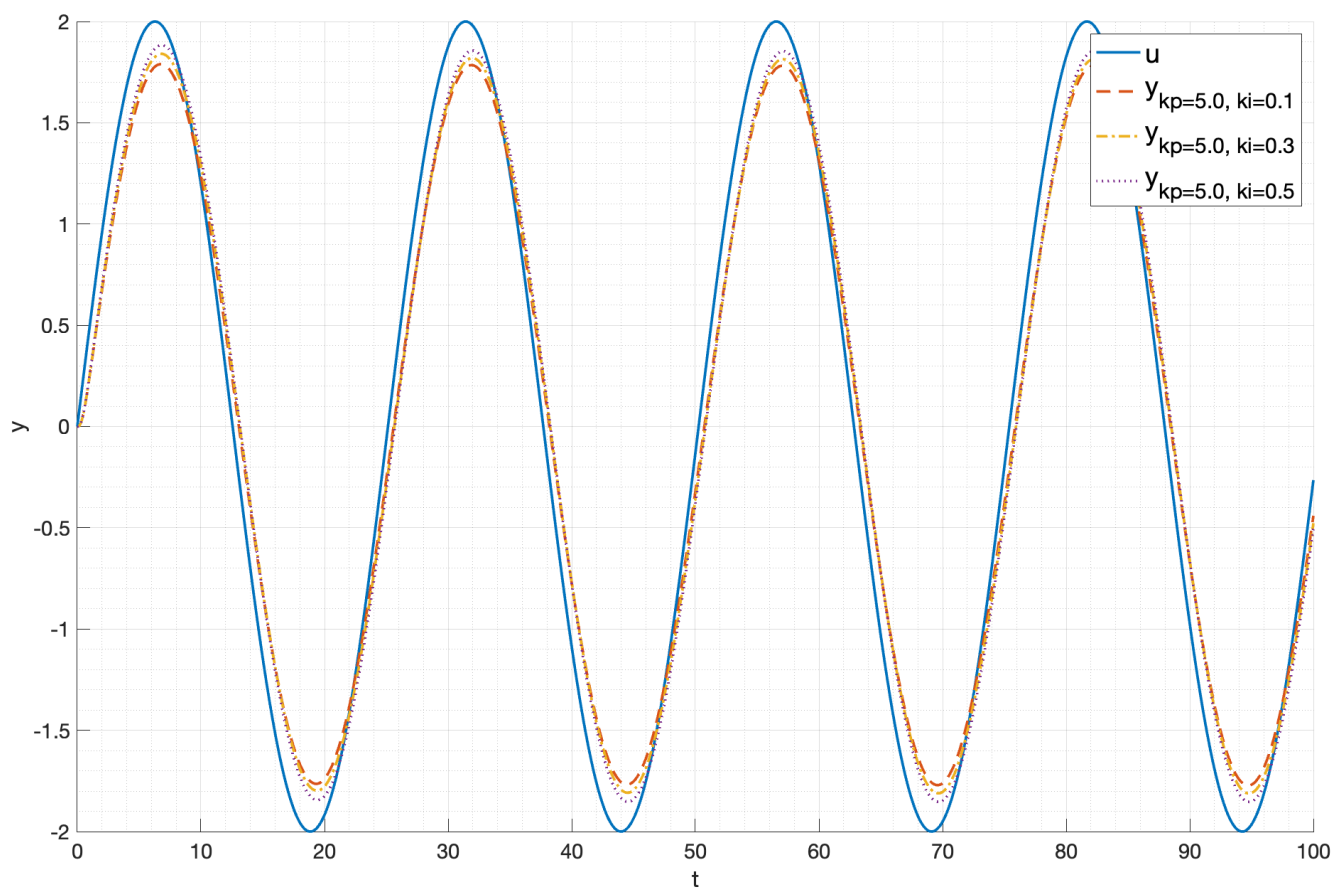


Рис. 28: График выходного сигнала при $k_p = 5$

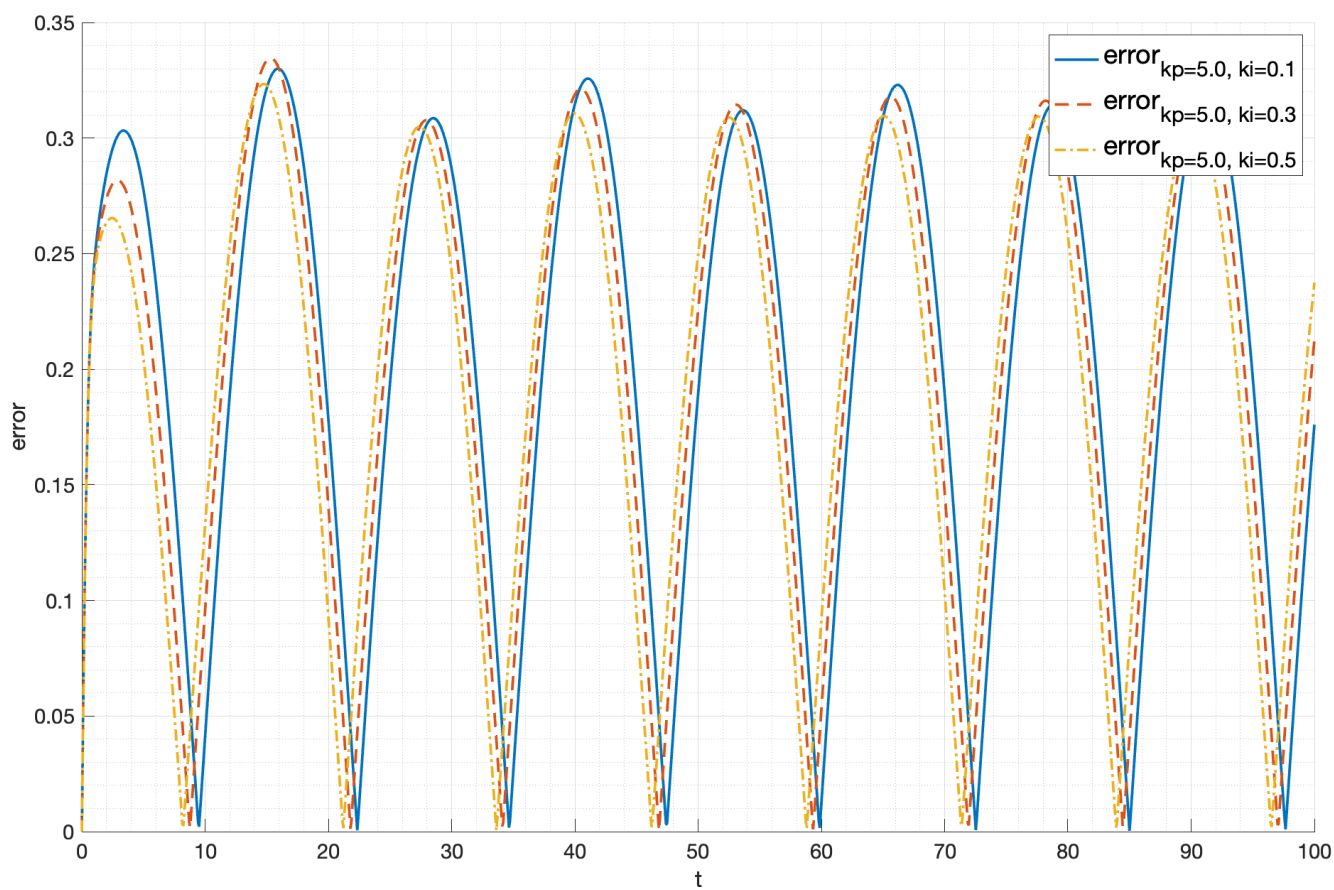


Рис. 29: График ошибки при $k_p = 5$

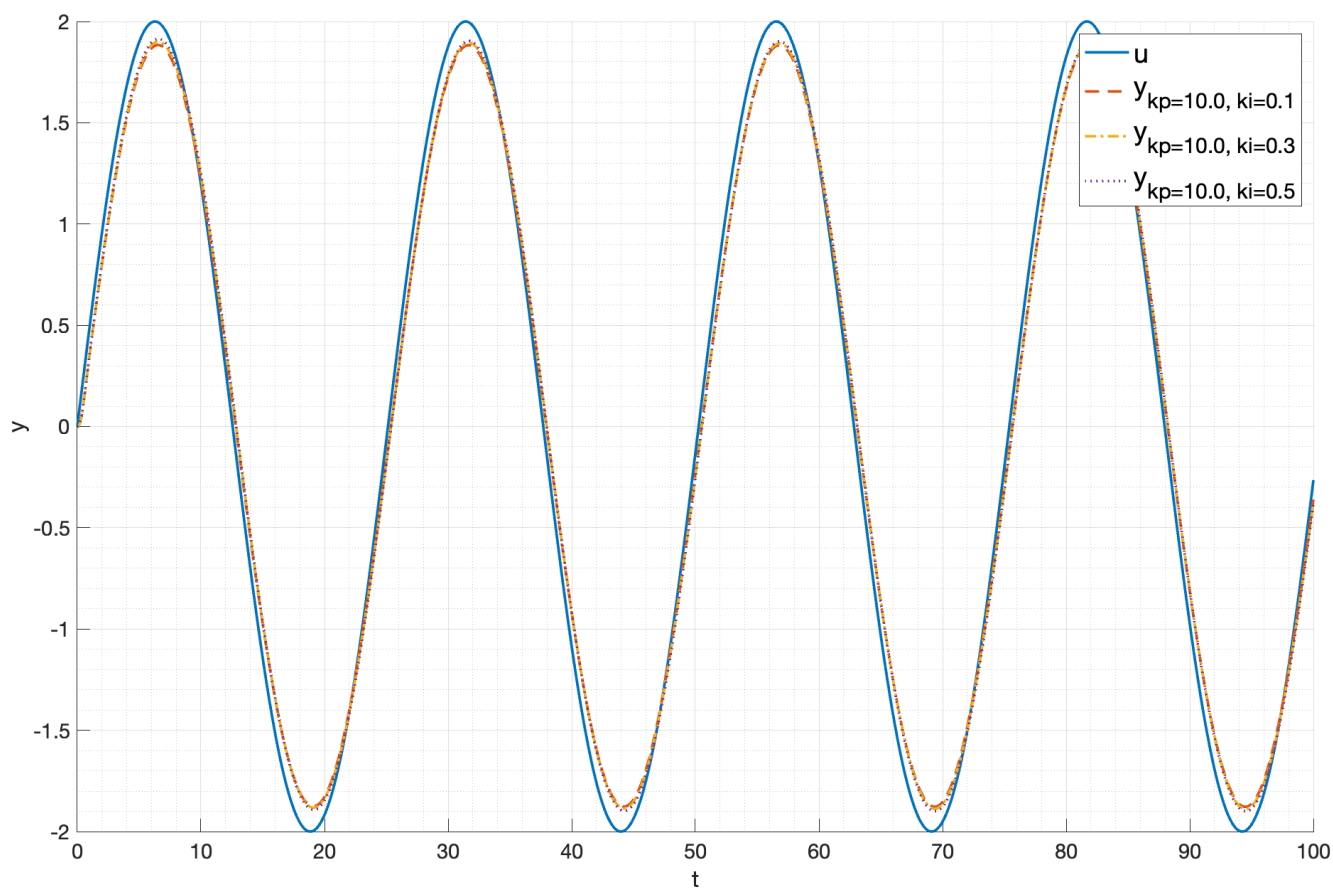


Рис. 30: График выходного сигнала при $k_p = 10$

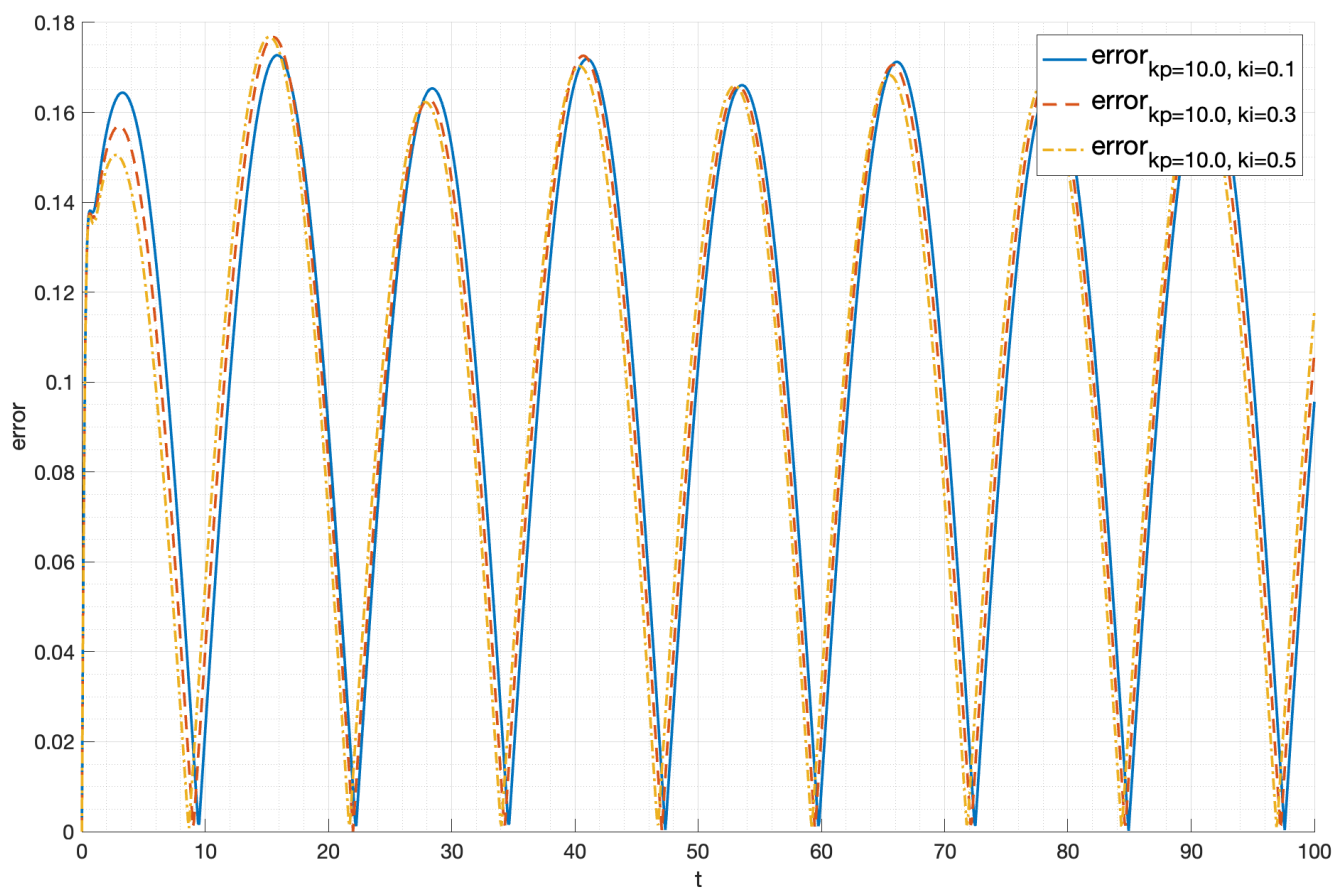


Рис. 31: График ошибки при $k_p = 10$

6. Специальный регулятор

Рассмотрим замкнутую системы с объектом управления, описываемым передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{3}{s^2 + 7.5s + 2} \quad (52)$$

И регулятором, описываемым передаточной функцией:

$$H(s) = \frac{\sum_{k=0}^m (b_k s^k)}{\sum_{k=0}^n (a_k s^k)} \quad (53)$$

Найдем образ Лапласа входного сигнала:

$$U(s) = L\{4 \sin(0.25t)\} = \frac{1}{s^2 + 0.25^2} \quad (54)$$

Исходя из числителя образа Лапласа входного сигнала, можно предположить, что передаточная функция регулятора будет иметь вид:

$$H(s) = \frac{k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s^2 + 0.25^2} \quad (55)$$

Найдем образ ошибки согласно формуле:

$$\begin{aligned} E &= \frac{D_w D_h}{D_w D_h + N_w N_h} \cdot \frac{N_u}{D_u} = \frac{(s^2 + 7.5s + 2)(s^2 + 0.25^2)}{(s^2 + 7.5s + 2)(s^2 + 0.25^2) + 3(k_2 s^2 + k_1 s + k_0)} \cdot \frac{1}{s^2 + 0.25^2} = \\ &= \frac{(s^2 + 7.5s + 2)}{(s^2 + 7.5s + 2)(s^2 + 0.25^2) + 3(k_2 s^2 + k_1 s + k_0)} = \\ &= \frac{s^2 + 7.5s + 2}{s^4 + 7.5s^3 + (3k_2 + 0.25^2 + 2)s^2 + (7.5 \cdot 0.25^2 + 3k_1)s + 2 \cdot 0.25^2 + 3k_0} \end{aligned} \quad (56)$$

Подходящими значениями коэффициентов регулятора будут:

$$k_2 = 2, k_1 = 2, k_0 = 1 \quad (57)$$

при них система будет устойчива, согласно критерию Гурвица для система 4 порядка. Промоделируем систему, представленную на рис. 32.

Теоретическое значение установившегося значения ошибки равно:

$$e_{\text{set}} = \lim_{s \rightarrow 0} sE = \frac{0}{2 + 0.25^2 + 3k_0} = 0 \quad (58)$$

Результаты моделирования приведены на рис. 33 и 34. Видно, что система в точности

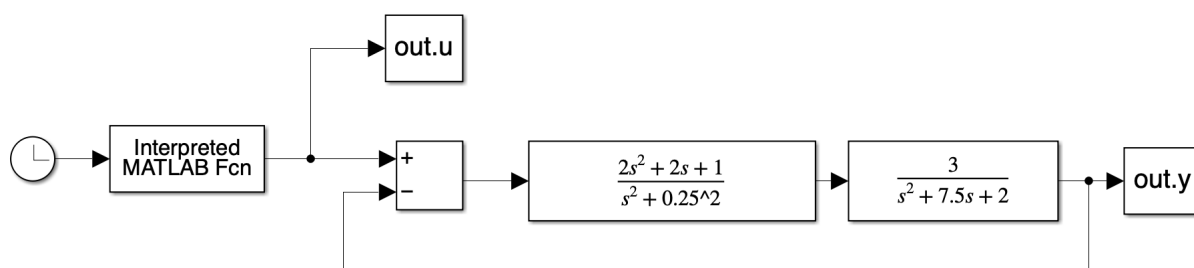


Рис. 32: Схема моделирования системы

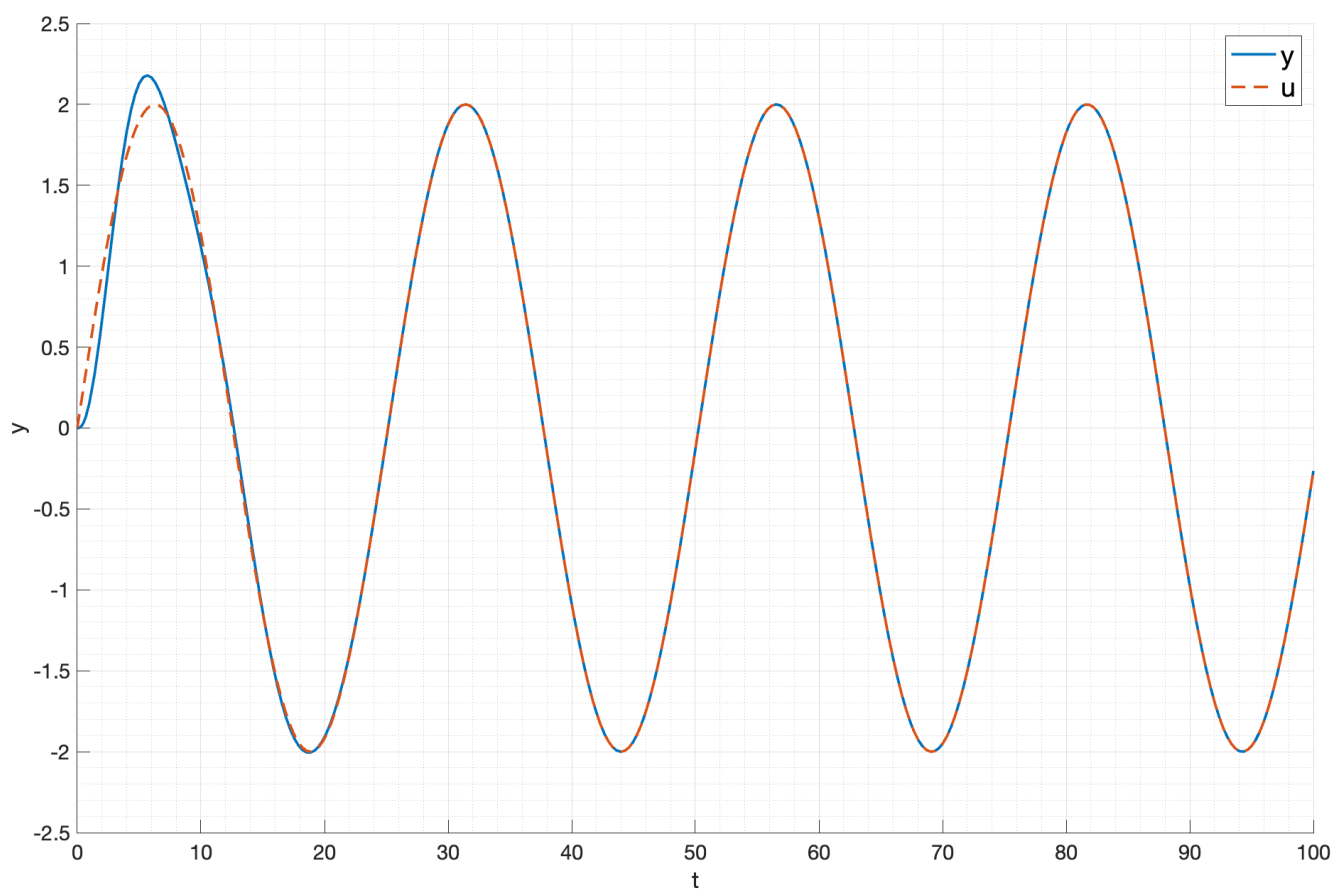


Рис. 33: График выходного сигнала

повторяет входной сигнал после некоторого времени, ошибка стремится к нулю, что соответствует теоретическим расчетам.

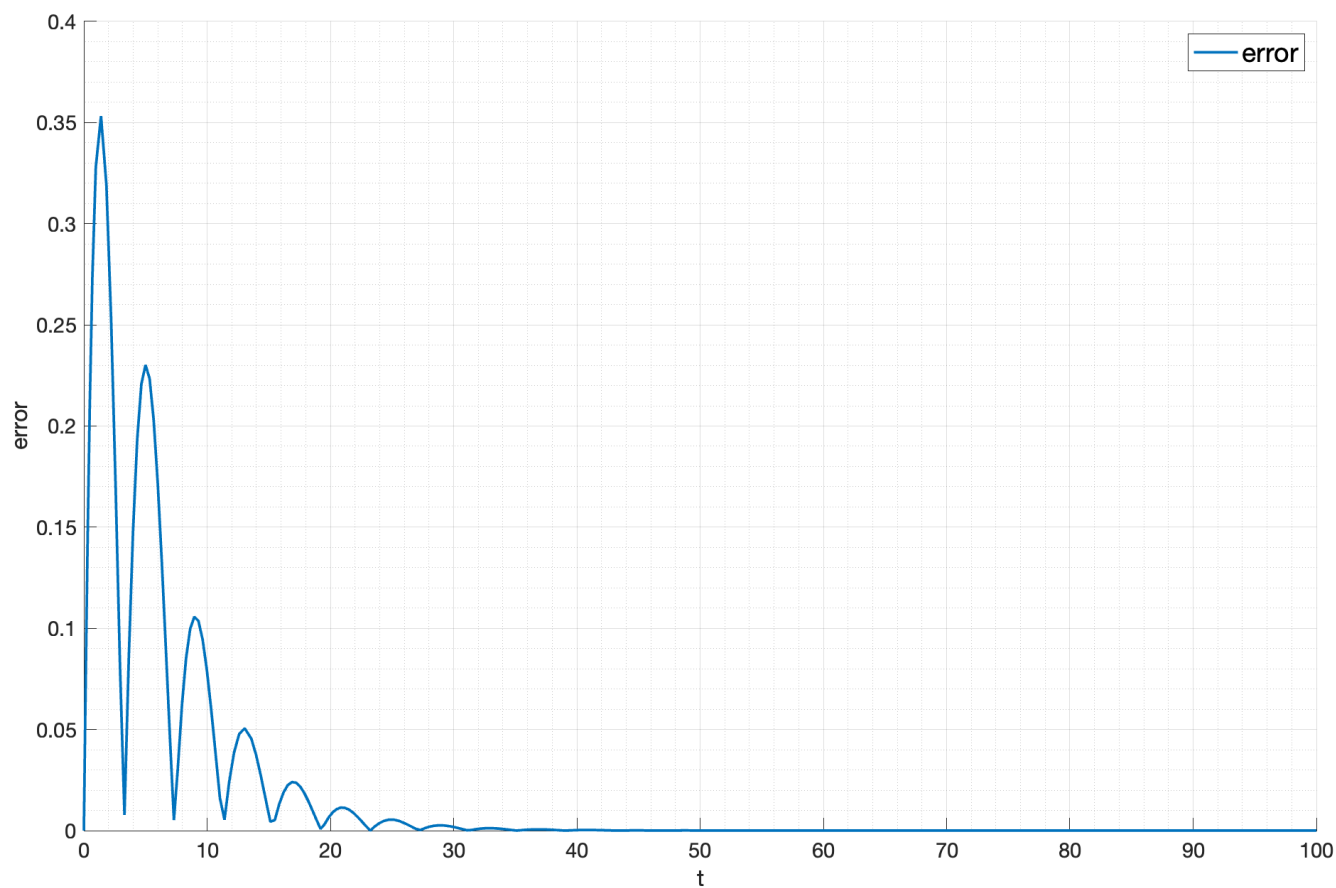


Рис. 34: График ошибки

6.1. Вывод

В данном пункте была рассмотрена система со специальным регулятором, который позволяет получить систему с нулевой установившейся ошибкой.

7. Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены методы анализа и синтеза систем управления с различными регуляторами и входными воздействиями. На практике было показано, что теорема о конечном значении ошибки корректно описывает поведение системы при различных входных воздействиях и регуляторах.